FÍSICA II

TERMODINÂMICA E ONDAS

14e

YOUNG & FREEDMAN

SEARS & ZEMANSKY

ALWAYS LEARNING

PEARSON

FÍSICA II

TERMODINÂMICA E ONDAS

14e

YOUNG & FREEDMAN

SEARS & ZEMANSKY

Pearson Education

EMPRESA CIDADÃ

FÍSICA II

TERMODINÂMICA E ONDAS

14e

YOUNG & FREEDMAN

SEARS & ZEMANSKY

Hugh D. Young

Roger A. Freedman

Universidade da Califórnia, Santa Bárbara

Colaborador

A. Lewis Ford

Universidade A&M do Texas

Tradutor:

Daniel Vieira

Revisão técnica:

Adir Moysés Luiz

Doutor em ciência

Professor associado aposentado do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro

PEARSON

abdr ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE DIREITOS REPROGRÁFICOS

Respeite o direito autoral

©2016 by Pearson Education do Brasil Ltda.
Copyright © 2016, 2014, 2012 by Pearson, Inc.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Pearson Education do Brasil.

Gerente editorial	Thiago Anacleto
Supervisora de produção editorial	Silvana Afonso
Coordenador de produção editorial	Jean Xavier
Editor de aquisições	Vinícius Souza
Editora de texto	Sabrina Levensteinas
Editores assistentes	Marcos Guimarães e Karina Ono
Preparação	Renata Siqueira Campos
Revisão	Oitava Rima
Capa	Solange Rennó
Projeto gráfico e diagramação	Casa de Ideias

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Young, Hugh D.
Física II, Sears e Zemansky: termodinâmica e ondas / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do

Título original: Sears e Zemansky's:
University pjysics with modern physics.
Bibliografia.
ISBN 978-85-4301-814-0

1. Física 2. Mecânica 3. Ondas 4. Termodinâmica
I. Freedman, Roger A.. II. Ford, A. Lewis.
III. Título.

15-08353 CDD-530

Índice para catálogo sistemático:
1. Física 530

2015
Direitos exclusivos para a língua portuguesa cedidos à
Pearson Education do Brasil Ltda.,
uma empresa do grupo Pearson Education
Avenida Santa Marina, 1193
CEP 05036-001 - São Paulo - SP - Brasil
Fone: 11 3821-3542
vendas@pearson.com

SUMÁRIO

FÍSICA II

TERMODINÂMICA E ONDAS

12 GRAVITAÇÃO 1
12.1 Lei de Newton da gravitação 1
12.2 Peso 6
12.3 Energia potencial gravitacional 9
12.4 Movimento de satélites 11
12.5 As leis de Kepler e o movimento de planetas 15
12.6 Distribuição esférica de massa 19
12.7 Peso aparente e rotação da Terra 23
12.8 Buraco negro 25
Resumo 29
Problemas/exercícios/respostas 31

13 MOVIMENTO PERIÓDICO 41
13.1 Causas da oscilação 41
13.2 Movimento harmônico simples 44
13.3 Energia no movimento harmônico simples 52
13.4 Aplicações do movimento harmônico simples 55
13.5 O pêndulo simples 60
13.6 O pêndulo físico 62
13.7 Oscilações amortecidas 64
13.8 Oscilações forçadas e ressonância 66
Resumo 68
Problemas/exercícios/respostas 70

14 MECÂNICA DOS FLUIDOS 81
14.1 Gases, líquidos e densidade 81
14.2 Pressão em um fluido 83
14.3 Empuxo 88
14.4 Escoamento de um fluido 91
14.5 Equação de Bernoulli 94
14.6 Viscosidade e turbulência 99
Resumo 101
Problemas/exercícios/respostas 103

15 ONDAS MECÂNICAS 113
15.1 Tipos de ondas mecânicas 114
15.2 Ondas periódicas 115
15.3 Descrição matemática das ondas 118
15.4 Velocidade de uma onda transversal 124
15.5 Energia no movimento ondulatório 129
15.6 Interferência de ondas, condições de contorno de uma corda e princípio da superposição 132
15.7 Ondas sonoras estacionárias em uma corda 135
15.8 Modos normais de uma corda 139
Resumo 143
Problemas/exercícios/respostas 145

16 SOM E AUDIÇÃO 154
16.1 Ondas sonoras 154
16.2 Velocidade das ondas sonoras 159
16.3 Intensidade do som 164
16.4 Ondas estacionárias e modos normais 168
16.5 Ressonância e som 173
16.6 Interferência de ondas 175
16.7 Batimentos 177
16.8 O efeito Doppler 179
16.9 Ondas de choque 185
Resumo 187
Problemas/exercícios/respostas 189

17 TEMPERATURA E CALOR 198
17.1 Temperatura e equilíbrio térmico 199
17.2 Termômetros e escalas de temperatura 201
17.3 Termômetro de gás e escala Kelvin 202
17.4 Expansão térmica 204
17.5 Quantidade de calor 210
17.6 Calorimetria e transições de fase 215
17.7 Mecanismos de transferência de calor 220
Resumo 229
Problemas/exercícios/respostas 231

18 PROPRIEDADES TÉRMICAS DA MATÉRIA 242
18.1 Equações de estado 243
18.2 Propriedades moleculares da matéria 249
18.3 Modelo cinético-molecular de um gás ideal 251
18.4 Calor específico 258
18.5 Velocidades moleculares 262
18.6 Fases da matéria 264
Resumo 267
Problemas/exercícios/respostas 269

19 A PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA 279
19.1 Sistemas termodinâmicos 279
19.2 Trabalho realizado durante variações de volume 281
19.3 Caminhos entre estados termodinâmicos 283

19.4 Energia interna e a primeira lei da termodinâmica 285
19.5 Tipos de processos termodinâmicos 291
19.6 Energia interna de um gás ideal 293
19.7 Calor específico de um gás ideal 294
19.8 Processo adiabático de um gás ideal 297
Resumo 301
Problemas/exercícios/respostas 302

20 A SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA 311

20.1 Sentido de um processo termodinâmico 311
20.2 Máquinas térmicas 313
20.3 Máquinas de combustão interna 316
20.4 Refrigeradores 319
20.5 Segunda lei da termodinâmica 321
20.6 O ciclo de Carnot 323
20.7 Entropia 330
20.8 Interpretação microscópica da entropia 337
Resumo 339
Problemas/exercícios/respostas 341

FÍSICA I

MECÂNICA

1 UNIDADES, GRANDEZAS FÍSICAS E VETORES

1.1 A natureza da física
1.2 Solução de problemas de física
1.3 Padrões e unidades
1.4 Utilização e conversão de unidades
1.5 Incerteza e algarismos significativos
1.6 Estimativas e ordens de grandeza
1.7 Vetores e soma vetorial
1.8 Componentes de vetores
1.9 Vetores unitários
1.10 Produtos de vetores
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

2 MOVIMENTO RETILÍNEO

2.1 Deslocamento, tempo e velocidade média
2.2 Velocidade instantânea
2.3 Aceleração instantânea e aceleração média
2.4 Movimento com aceleração constante
2.5 Queda livre de corpos
2.6 Velocidade e posição por integração
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

3 MOVIMENTO EM DUAS OU TRÊS DIMENSÕES

3.1 Vetor posição e vetor velocidade
3.2 Vetor aceleração
3.3 Movimento de um projétil
3.4 Movimento circular
3.5 Velocidade relativa
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

4 LEIS DE NEWTON DO MOVIMENTO

4.1 Força e interações
4.2 Primeira lei de Newton
4.3 Segunda lei de Newton
4.4 Massa e peso
4.5 Terceira lei de Newton
4.6 Exemplos de diagramas do corpo livre
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

5 APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

5.1 Uso da primeira lei de Newton: partículas em equilíbrio
5.2 Uso da segunda lei de Newton: dinâmica de partículas
5.3 Forças de atrito
5.4 Dinâmica do movimento circular
5.5 Forças fundamentais da natureza
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

6 TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

6.1 Trabalho
6.2 Energia cinética e o teorema do trabalho-energia
6.3 Trabalho e energia com forças variáveis
6.4 Potência
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

7 ENERGIA POTENCIAL E CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

7.1 Energia potencial gravitacional
7.2 Energia potencial elástica
7.3 Forças conservativas e forças não conservativas
7.4 Força e energia potencial
7.5 Diagramas de energia
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

8 MOMENTO LINEAR, IMPULSO E COLISÕES

8.1 Momento linear e impulso
8.2 Conservação do momento linear
8.3 Conservação do momento linear e colisões
8.4 Colisões elásticas
8.5 Centro de massa
8.6 Propulsão de um foguete
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

9 ROTAÇÃO DE CORPOS RÍGIDOS

9.1 Velocidade angular e aceleração angular
9.2 Rotação com aceleração angular constante
9.3 Relações entre a cinemática linear e a angular
9.4 Energia no movimento de rotação

9.5 Teorema dos eixos paralelos
9.6 Cálculos do momento de inércia
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

10 DINÂMICA DO MOVIMENTO DE ROTAÇÃO

10.1 Torque
10.2 Torque e aceleração angular de um corpo rígido
10.3 Rotação de um corpo rígido em torno de um eixo móvel
10.4 Trabalho e potência no movimento de rotação
10.5 Momento angular
10.6 Conservação do momento angular
10.7 Giroscópios e precessão
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

11 EQUILÍBRIO E ELASTICIDADE

11.1 Condições de equilíbrio
11.2 Centro de gravidade
11.3 Solução de problemas de equilíbrio de corpos rígidos
11.4 Tensão, deformação e módulos de elasticidade
11.5 Elasticidade e plasticidade
Resumo
Problemas/Exercícios/Respostas

FÍSICA III

ELETROMAGNETISMO

21 CARGA ELÉTRICA E CAMPO ELÉTRICO

21.1 Carga elétrica
21.2 Condutores, isolantes e cargas induzidas
21.3 Lei de Coulomb
21.4 Campo elétrico e forças elétricas
21.5 Determinação do campo elétrico
21.6 Linhas de um campo elétrico
21.7 Dipolos elétricos
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

22 LEI DE GAUSS

22.1 Carga elétrica e fluxo elétrico
22.2 Determinação do fluxo elétrico
22.3 Lei de Gauss
22.4 Aplicações da lei de Gauss
22.5 Cargas em condutores
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

23 POTENCIAL ELÉTRICO

23.1 Energia potencial elétrica
23.2 Potencial elétrico
23.3 Determinação do potencial elétrico
23.4 Superfícies equipotenciais
23.5 Gradiente de potencial
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

24 CAPACITÂNCIA E DIELÉTRICOS

24.1 Capacitância e capacitores
24.2 Capacitores em série e em paralelo
24.3 Armazenamento de energia em capacitores e energia do campo elétrico
24.4 Dielétricos
24.5 Modelo molecular da carga induzida
24.6 Lei de Gauss em dielétricos
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

25 CORRENTE, RESISTÊNCIA E FORÇA ELETROMOTRIZ

25.1 Corrente
25.2 Resistividade
25.3 Resistência
25.4 Força eletromotriz e circuitos
25.5 Energia e potência em circuitos elétricos
25.6 Teoria da condução em metais
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

26 CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA

26.1 Resistores em série e em paralelo
26.2 Leis de Kirchhoff
26.3 Instrumentos de medidas elétricas
26.4 Circuitos R-C
26.5 Sistemas de distribuição de potência
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

27 CAMPO MAGNÉTICO E FORÇAS MAGNÉTICAS

27.1 Magnetismo
27.2 Campo magnético
27.3 Linhas do campo magnético e fluxo magnético
27.4 Movimento de partículas carregadas em um campo magnético
27.5 Aplicações do movimento de partículas carregadas
27.6 Força magnética sobre um condutor conduzindo uma corrente
27.7 Força e torque sobre uma espira de corrente
27.8 O motor de corrente contínua
27.9 O efeito Hall
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

28 FONTES DE CAMPO MAGNÉTICO

28.1 Campo magnético de uma carga em movimento

28.2 Campo magnético de um elemento de corrente
28.3 Campo magnético de um condutor retilíneo conduzindo uma corrente
28.4 Força entre condutores paralelos
28.5 Campo magnético de uma espira circular
28.6 Lei de Ampère
28.7 Aplicações da lei de Ampère
28.8 Materiais magnéticos
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

29 INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA
29.1 Experiências de indução
29.2 Lei de Faraday
29.3 Lei de Lenz
29.4 Força eletromotriz produzida pelo movimento
29.5 Campos elétricos induzidos
29.6 Correntes de rodamoinho
29.7 Corrente de deslocamento e equações de Maxwell
29.8 Supercondutividade
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

30 INDUTÂNCIA
30.1 Indutância mútua
30.2 Indutores e autoindutância
30.3 Energia do campo magnético
30.4 O circuito R-L
30.5 O circuito L-C
30.6 O circuito R-L-C em série
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

31 CORRENTE ALTERNADA
31.1 Fasor e corrente alternada
31.2 Resistência e reatância
31.3 O circuito R-L-C em série
31.4 Potência em circuitos de corrente alternada
31.5 Ressonância em circuitos de corrente alternada
31.6 Transformadores
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

32 ONDAS ELETROMAGNÉTICAS
32.1 Equações de Maxwell e ondas eletromagnéticas
32.2 Ondas eletromagnéticas planas e a velocidade da luz
32.3 Ondas eletromagnéticas senoidais
32.4 Energia e momento linear em ondas eletromagnéticas
32.5 Ondas eletromagnéticas estacionárias
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

FÍSICA IV
ÓTICA E FÍSICA MODERNA

33 NATUREZA E PROPAGAÇÃO DA LUZ
33.1 Natureza da luz
33.2 Reflexão e refração
33.3 Reflexão interna total
33.4 Dispersão
33.5 Polarização
33.6 Espalhamento da luz
33.7 Princípio de Huygens
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

34 ÓTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTOS DE ÓTICA
34.1 Reflexão e refração em uma superfície plana
34.2 Reflexão em uma superfície esférica
34.3 Refração em uma superfície esférica
34.4 Lentes delgadas
34.5 Câmera
34.6 O olho
34.7 A lupa
34.8 Microscópios e telescópios
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

35 INTERFERÊNCIA
35.1 Interferência e fontes coerentes
35.2 Interferência da luz produzida por duas fontes
35.3 Intensidade das figuras de interferência
35.4 Interferência em películas finas
35.5 O interferômetro de Michelson
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

36 DIFRAÇÃO
36.1 Difração de Fresnel e difração de Fraunhofer
36.2 Difração produzida por uma fenda simples
36.3 Intensidade na difração produzida por uma fenda simples
36.4 Fendas múltiplas
36.5 A rede de difração
36.6 Difração de raios X
36.7 Orifícios circulares e poder de resolução
36.8 Holografia
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

37 RELATIVIDADE
37.1 Invariância das leis físicas
37.2 Relatividade da simultaneidade
37.3 Relatividade dos intervalos de tempo
37.4 Relatividade do comprimento
37.5 As transformações de Lorentz

37.6 O efeito Doppler para as ondas eletromagnéticas
37.7 Momento linear relativístico
37.8 Trabalho e energia na relatividade
37.9 Mecânica newtoniana e relatividade
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

38 FÓTONS: ONDAS DE LUZ SE COMPORTANDO COMO PARTÍCULAS

38.1 Luz absorvida como fótons: o efeito foloelétrico
38.2 Luz emitida como fótons: produção de raios X
38.3 Luz dispersa como fótons: dispersão de Compton e produção de pares
38.4 Dualidade onda-partícula, probabilidade e incerteza
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

39 A NATUREZA ONDULATÓRIA DAS PARTÍCULAS

39.1 Ondas de elétrons
39.2 O átomo nuclear e espectros atômicos
39.3 Níveis de energia e o modelo do átomo de Bohr
39.4 O laser
39.5 Espectros contínuos
39.6 Revisão do princípio da incerteza
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

40 MECÂNICA QUÂNTICA I: FUNÇÕES DE ONDA

40.1 Funções de onda e a equação unidimensional de Schrödinger
40.2 Partícula em uma caixa
40.3 Poços de potencial
40.4 Barreira de potencial e efeito túnel
40.5 O oscilador harmônico
40.6 Medição na mecânica quântica
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

41 MECÂNICA QUÂNTICA II: ESTRUTURA ATÔMICA

41.1 A equação de Schrödinger em três dimensões
41.2 Partícula em uma caixa tridimensional
41.3 O átomo de hidrogênio
41.4 O efeito de Zeeman
41.5 Spin eletrônico
41.6 Átomos com muitos elétrons e o princípio de exclusão
41.7 Espectro de raios X
41.8 Entrelaçamento quântico
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

42 MOLÉCULAS E MATÉRIA CONDENSADA

42.1 Tipos de ligações moleculares
42.2 Espectro molecular
42.3 Estrutura de um sólido
42.4 Bandas de energia
42.5 Modelo do elétron livre para um metal
42.6 Semicondutores
42.7 Dispositivos semicondutores
42.8 Supercondutividade
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

43 FÍSICA NUCLEAR

43.1 Propriedades do núcleo
43.2 Ligação nuclear e estrutura nuclear
43.3 Estabilidade nuclear e radioatividade
43.4 Atividade e meia-vida
43.5 Efeitos biológicos da radiação
43.6 Reações nucleares
43.7 Fissão nuclear
43.8 Fusão nuclear
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

44 FÍSICA DAS PARTÍCULAS E COSMOLOGIA

44.1 Partículas fundamentais – uma história
44.2 Aceleradores de partículas e detectores
44.3 Interações entre partículas
44.4 Quarks e o modelo com simetria de oito modos
44.5 O modelo padrão e os modelos futuros
44.6 O universo em expansão
44.7 O começo do tempo
Resumo
Problemas/exercícios/respostas

APÊNDICES

A O sistema internacional de unidades 349
B Relações matemáticas úteis 351
C Alfabeto grego 353
D Tabela periódica dos elementos 354
E Fatores de conversão das unidades 355
F Constantes numéricas 356

Respostas dos problemas ímpares 359
Créditos 363
Índice remissivo 365
Sobre os autores 373

REFERÊNCIA DE CLAREZA E RIGOR

Desde a sua primeira edição, o livro *Física* tem sido reconhecido por sua ênfase nos princípios fundamentais e em como aplicá-los. O texto é conhecido por sua narrativa clara e abrangente, e por seu conjunto amplo, profundo e ponderado de exemplos funcionais — ferramentas-chave para o desenvolvimento do conhecimento conceitual e das habilidades para a solução de problemas.

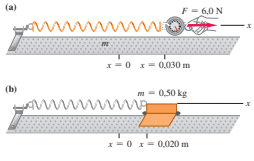
A **décima quarta edição** melhora as características essenciais do texto, enquanto acrescenta novos recursos influenciados pela pesquisa acadêmica em física. Com foco no aprendizado visual, novos tipos de problemas encabeçam as melhorias elaboradas para criar o melhor recurso de aprendizagem para os alunos de física de hoje.

FOCO NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

EXEMPLO 13.2 FREQUÊNCIA, FREQUÊNCIA ANGULAR E PERÍODO NO MHS

A extremidade esquerda de uma mola horizontal é mantida fixa. Ligamos um dinamômetro na extremidade livre da mola e puxamos para a direita (**Figura 13.8a**); verificamos que a força que estica a mola é proporcional ao deslocamento e que uma força de 6,0 N produz um deslocamento igual a 0,030 m. A seguir, removemos o dinamômetro e amarramos a extremidade livre a um corpo de 0,50 kg, o puxamos até uma distância de 0,020 m para a direita ao longo de um percurso sem atrito e o liberamos do repouso (Figura 13.8b). (a) Calcule a força constante k da mola. (b) Calcule a frequência ω, a frequência f e o período T da oscilação resultante.

Figura 13.8 (a) A força exercida *sobre* a mola (indicada pelo vetor F) possui um componente no eixo x $F_x = +6{,}0$ N. A força exercida *pela* mola possui um componente no eixo x igual a $F_x = -6{,}0$ N. (b) Um corpo é preso à mesma mola e pode oscilar livremente.



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como a força da mola (igual em módulo à força que a estica) é proporcional ao deslocamento, o movimento é harmônico simples. Encontramos o valor da constante da mola k usando a lei de Hooke, Equação 13.3, e os valores de ω, f e T por meio das equações 13.10, 13.11 e 13.12, respectivamente.

EXECUTAR: (a) quando $x = 0{,}030$ m, a força que a mola exerce sobre o dinamômetro é $F_x = -6{,}0$ N. Usando a Equação 13.3,

$$k = -\frac{F_x}{x} = -\frac{-6{,}0\ \text{N}}{0{,}030\ \text{m}} = 200\ \text{N/m} = 200\ \text{kg/s}^2$$

(b) Substituindo $m = 0{,}50$ kg na Equação 13.10, encontramos

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200\ \text{kg/s}^2}{0{,}50\ \text{kg}}} = 20\ \text{rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\ \text{rad/s}}{2\pi\ \text{rad/ciclo}} = 3{,}2\ \text{ciclos/s} = 3{,}2\ \text{Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3{,}2\ \text{ciclos/s}} = 0{,}31\ \text{s}$$

AVALIAR: a amplitude da oscilação é igual a 0,020 m, que corresponde à deformação inicial da mola quando puxamos o corpo para a direita antes de libertá-lo. Em um MHS, a frequência angular, a frequência e o período são todos independentes da amplitude. Observe que o período normalmente é indicado em "segundos", em vez de "segundos por ciclo".

◀ O **FOCO NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS** baseado em pesquisa — **IDENTIFICAR, PREPARAR, EXECUTAR, AVALIAR** — é utilizado em cada Exemplo. Essa abordagem consistente ajuda os alunos a enfrentarem os problemas de modo ponderado, em vez de partir direto para o cálculo.

ESTRATÉGIAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS ▶ fornecem aos alunos táticas específicas para a resolução de determinados tipos de problema.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 18.1 GASES IDEAIS

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* a não ser que o problema diga algo em contrário, você pode usar a equação do gás ideal em qualquer situação na qual precise encontrar grandezas relacionadas ao estado de um gás, como pressão P, volume V, temperatura T e/ou número de moles n.

PREPARAR *o problema* por meio dos seguintes passos:

1. Liste as grandezas conhecidas e desconhecidas. Identifique as variáveis-alvo do problema.
2. Se o problema se refere a apenas um dos estados do sistema, use a Equação 18.3, $PV = nRT$ (ou a Equação 18.5, $p = PM/RT$ se o problema envolver a densidade ρ em vez de n ou V).
3. Em problemas que se referem a dois estados (chame-os de 1 e 2) da mesma quantidade de gás, se todas menos uma das seis grandezas P_1, P_2, V_1, V_2, T_1 e T_2 forem conhecidas, use a Equação 18.6, $P_1V_1/T_1 = P_2V_2/T_2$ = constante. Caso contrário, use a Equação 18.3 ou a Equação 18.5.

EXECUTAR *a solução* da seguinte forma:

1. Use unidades coerentes. (Unidades SI são totalmente coerentes.) Às vezes, o enunciado do problema mostrará que um determinado sistema de unidades é mais conveniente que outros sistemas. Faça as conversões de unidade apropriadas, como de atm para pascal ou de litros para metros cúbicos.
2. Algumas vezes você terá de converter a massa total m_{tot} em número de moles n, usando a relação $m_{\text{tot}} = Mn$, onde M é a massa molar. Se você usar a Equação 18.4, *deverá* usar as mesmas unidades de massa para m_{tot} e para M. Então, quando M é dado em gramas por mol (a unidade usual de massa molar), m_{tot} também deve estar em gramas. Se você quiser usar m_{tot} em kg, deve converter M em kg/mol. Por exemplo, a massa molar do oxigênio é 32 g/mol ou 32×10^{-3} kg/mol.
3. Lembre-se de que, nas equações do gás ideal, T é sempre uma temperatura *absoluta* (Kelvin) e P é sempre uma pressão absoluta (não manométrica).
4. Calcule as variáveis-alvo.

AVALIAR *sua resposta:* seus resultados fazem sentido na física? Use um raciocínio semelhante ao usado no resultado do Exemplo 18.1, a seguir, lembre-se de que um mol de um gás ideal a uma pressão de uma atmosfera ocupa um volume de 22,4 litros.

Problema em destaque Variações de entropia: gelo frio em água quente

Um recipiente isolado com massa desprezível mantém 0,600 kg de água a 45,0 °C. Você coloca um cubo de gelo de 0,0500 kg a −15,0 °C na água (**Figura 20.23**). (a) Calcule a temperatura final da água quando o gelo tiver se derretido. (b) Calcule a variação na entropia do sistema.

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Faça uma lista das grandezas conhecidas e desconhecidas, e identifique as variáveis-alvo.
2. Como você achará a temperatura final da mistura gelo-água? Como você decidirá se todo o gelo se derrete ou não?
3. Quando você descobrir a temperatura final da mistura, como determinará as variações na entropia (i) do gelo inicialmente a −15,0 °C e (ii) da água inicialmente a 45,0 °C?

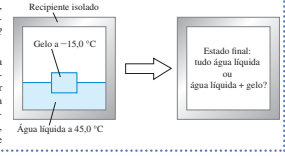
EXECUTAR

4. Use os métodos do Capítulo 17 para calcular a temperatura final T. (*Dica:* primeiro considere que todo o gelo se derrete, depois escreva uma equação informando que o calor que flui para o gelo é igual ao que sai da água. Se a sua hipótese estiver correta, a temperatura final que você calcula será maior que 0 °C. Se a sua hipótese estiver incorreta, a temperatura final será 0 °C ou menos, o que significa que algum gelo permanece. Então você precisará refazer o cálculo para considerar isso.)
5. Use o resultado do item 4 para calcular as variações de entropia do gelo e da água. (*Dica:* você terá de incluir o fluxo de calor associado às variações de temperatura, como no Exemplo 20.6, além do fluxo de calor associado à variação de fase.)
6. Ache a variação total na entropia do sistema.

AVALIAR

7. Os sinais das variações de entropia fazem sentido? Explique o motivo.

Figura 20.23 O que esta mistura de gelo e água se torna?



◀ **PROBLEMAS EM DESTAQUE**, que ajudam os alunos a passarem de exemplos resolvidos de um único conceito para problemas multiconceituais ao final do capítulo, foram revisados com base no feedback dos revisores, garantindo que sejam eficazes e estejam no nível de dificuldade apropriado.

INFLUENCIADO PELO QUE HÁ DE MAIS NOVO EM PESQUISA ACADÊMICA

PEDAGOGIA INSPIRADA POR DADOS E PESQUISA

DADOS MOSTRAM

A segunda lei da termodinâmica

Quando os alunos recebiam um problema envolvendo a segunda lei da termodinâmica, mais de 40% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Confundir o sinal algébrico do calor. Q é positivo se o calor flui para um sistema, mas negativo se o calor sai do sistema (ou seja, é rejeitado pelo sistema).
- Confundir o sinal da variação de entropia. A entropia de um sistema aumenta ($\Delta S > 0$) se o calor flui para dentro dele, mas diminui ($\Delta S < 0$) se o calor flui para fora dele. Se o calor flui do objeto A para o objeto B, ΔS é negativo para A, mas positivo para B.

◀ **NOTAS DADOS MOSTRAM** alertam os alunos para os erros estatisticamente mais comuns cometidos na solução de problemas de determinado tópico.

Transferência de calor na condução

$$H = \frac{dQ}{dt} = kA\frac{T_H - T_C}{L} \qquad (17.21)$$

Taxa de transferência de calor

Temperaturas das extremidades quente e fria da barra

Condutividade térmica do material da barra

Área da seção reta da barra

Comprimento da barra

▲ Todas as **EQUAÇÕES PRINCIPAIS AGORA ESTÃO COMENTADAS** para ajudar os alunos a fazer uma ligação entre entendimento conceitual e matemático da física.

14.85 •• **DADOS** Os valores de densidade na Tabela 14.1 são listados em ordem crescente. Um estudante de química observa que os quatro primeiros elementos químicos incluídos também estão listados em ordem crescente de massa atômica. (a) Veja se há uma relação simples entre densidade e massa atômica para todos os oito elementos nessa tabela. (Veja no Apêndice D suas massas atômicas em gramas por mole.) (b) Você consegue desenhar uma linha reta ou uma curva simples atravessando os pontos para achar uma relação "simples"? (c) Explique por que "Átomos com mais massa resultam em sólidos mais densos" não conta a história toda.

14.86 •• **DADOS** Você tem um balde contendo um líquido desconhecido. Também tem um bloco de madeira em forma de cubo de 10,0 cm de lado, mas não sabe sua massa ou sua densidade. Para descobrir a densidade do líquido, você realiza uma experiência. Primeiro, coloca o bloco no líquido e mede a altura do bloco que fica flutuante acima da superfície do líquido. Depois, coloca diversas quantidades de moedas de 25 centavos de dólar

◀ **PROBLEMAS DE DADOS** aparecem em cada capítulo. Esses problemas de raciocínio baseados em dados, muitos deles ricos em contexto, exigem que os alunos usem evidência experimental, apresentada no formato de tabela ou gráfico, para formular conclusões.

Problemas com contexto

BIO **Elefantes sob pressão.** Um elefante pode nadar ou caminhar com seu peito vários metros abaixo d'água enquanto respira por seu tronco, que permanece acima da superfície e atua como um *snorkel*. Os tecidos do elefante estão com pressão aumentada em razão da água ao seu redor, mas os pulmões estão na pressão atmosférica, pois estão conectados ao ar através do tronco. A figura mostra as pressões manométricas nos pulmões e abdome de um elefante quando seu peito está submerso até uma profundidade em particular em um lago. Nessa situação, o diafragma do elefante, que separa os pulmões do abdome, deverá sustentar a diferença em pressão entre os dois. O diafragma de um elefante normalmente possui 3,0 cm de espessura e 120 cm de diâmetro. (Ver "Why doesn't the elephant have a pleural space?", de John B. West, *Physiology*, vol. 17:47–50, 1 de abril de 2002.)

◀ Cada capítulo inclui de três a cinco **PROBLEMAS COM CONTEXTO**, que seguem o formato usado nos testes de medicina MCAT. Esses problemas exigem que os alunos investiguem diversos aspectos de uma situação física da vida real, normalmente biológica por natureza, conforme descrito em um texto inicial.

PREFÁCIO

Para o professor

Este livro é o resultado de seis décadas e meia de liderança e inovação no ensino da física. A primeira edição do livro *Física*, de Francis W. Sears e Mark W. Zemansky, publicada em 1949, foi revolucionária dentre os livros-texto baseados em cálculo por dar ênfase aos princípios da física e suas aplicações. O êxito alcançado por esta obra para o uso de diversas gerações de alunos e professores, em várias partes do mundo, atesta os méritos desse método e das muitas inovações introduzidas posteriormente. Tornou-se famoso pela clareza das aplicações e pela solução de exemplos e problemas fundamentais para a compreensão da matéria.

Ao preparar esta décima quarta edição, incrementamos e desenvolvemos o livro, de modo a incorporar as melhores ideias extraídas de pesquisas acadêmicas, com ensino aprimorado de solução de problemas, pedagogia visual e conceitual pioneira e novas categorias de problemas de final de capítulo, além de melhorar as explicações de novas aplicações da Física oriundas das pesquisas científicas recentes.

Novidades desta edição

- **Todas as equações principais agora incluem anotações** que descrevem a equação e explicam os significados dos símbolos. Essas anotações ajudam a promover o processamento detalhado da informação e melhoram a assimilação do conteúdo.
- **Notas de DADOS MOSTRAM** em cada capítulo, com base em dados capturados de milhares de alunos, advertem sobre os erros mais comuns cometidos ao resolver problemas.
- **Conteúdo atualizado da física moderna** inclui seções sobre medição quântica (Capítulo 40) e entrelaçamento quântico (Capítulo 41), bem como dados recentes sobre o bóson de Higgs e radiação básica cósmica (Capítulo 44).
- **Aplicações adicionais da biociência** aparecem por todo o texto, principalmente na forma de fotos, com legendas explicativas, para ajudar os alunos a ver como a física está conectada a muitos avanços e descobertas nas biociências.
- **O texto foi simplificado**, com uma linguagem mais concisa e mais focada.
- **Revendo conceitos de...** relaciona os conceitos passados essenciais, no início de cada capítulo, para que os alunos saibam o que precisam ter dominado antes que se aprofundem no capítulo atual.

Principais recursos de *Física*

- **Problemas em destaque** ao final dos capítulos, muitos deles revisados, oferecem uma transição entre os Exemplos de único conceito e os problemas mais desafiadores do final do capítulo. Cada Problema em Destaque impõe um problema difícil, multiconceitual, que normalmente incorpora a física dos capítulos anteriores. Um **Guia da Solução** de modelo, consistindo em perguntas e dicas, ajuda a treinar os alunos para enfrentar e resolver problemas desafiadores com confiança.
- **Grupos de problemas** profundos e extensos abordam uma vasta gama de dificuldade (com pontos azuis para indicar o nível de dificuldade relativo) e exercitam tanto a compreensão da física quanto a habilidade para a solução de problemas. Muitos problemas são baseados em situações complexas da vida real.
- Este livro contém mais **Exemplos** e **Exemplos Conceituais** que a maioria dos outros principais livros baseados em cálculo, permitindo que os alunos explorem desafios para a solução de problemas que não são tratados em outros livros-texto.

- Uma **abordagem para a solução de problemas (Identificar, Preparar, Executar e Avaliar)** é usada em cada Exemplo, bem como nas Estratégias para a Solução de Problemas e nos Problemas em Destaque. Essa abordagem consistente ajuda os alunos a saber como enfrentar uma situação aparentemente complexa de modo ponderado, em vez de partir direto para o cálculo.
- **Estratégias para a Solução de Problemas** ensinam os alunos a tratar de tipos específicos de problemas.
- As **figuras** utilizam um estilo gráfico simplificado, com foco na física de uma situação, e incorporam mais **anotações explicativas** que na edição anterior. As duas técnicas têm demonstrado um forte efeito positivo sobre o aprendizado.
- Os populares **parágrafos de "Atenção"** focalizam as principais ideias erradas e as áreas problemáticas do aluno.
- As perguntas de **Teste sua compreensão**, ao final da seção, permitem que os alunos verifiquem se entenderam o material, usando um formato de exercício de múltipla escolha ou de ordenação, para descobrir problemas conceituais comuns.
- **Resumos visuais** ao final de cada capítulo apresentam as principais ideias em palavras, equações e imagens em miniatura, ajudando os alunos a revisarem de forma mais eficiente.

Para o aluno

Como aprender física para valer

***Mark Hollabaugh**, Normandale Community College, Professor Emérito*

A física abrange o pequeno e o grande, o velho e o novo. Dos átomos até as galáxias, dos circuitos elétricos até a aerodinâmica, a física é parte integrante do mundo que nos cerca. Você provavelmente está fazendo este curso de física baseada em cálculo como pré-requisito para cursos subsequentes que fará para se preparar para uma carreira de ciências ou engenharia. Seu professor deseja que você aprenda física e que goste da experiência. Ele está muito interessado em ajudá-lo a aprender essa fascinante matéria. Essa é uma das razões para ter escolhido este livro-texto para o seu curso. Também foi por isso que os doutores Young e Freedman me pediram para escrever esta seção introdutória. Desejamos seu sucesso!

O objetivo desta seção é fornecer algumas ideias que possam auxiliá-lo durante a aprendizagem. Após uma breve abordagem sobre hábitos e estratégias gerais de estudo, serão apresentadas sugestões específicas sobre como usar o livro-texto.

Preparação para este curso

Caso esteja adiantado em seus estudos de física, você aprenderá mais rapidamente alguns conceitos, por estar familiarizado com a linguagem dessa matéria. Da mesma forma, seus estudos de matemática facilitarão sua assimilação dos aspectos matemáticos da física. Seu professor poderá indicar alguns tópicos de matemática que serão úteis neste curso.

Aprendendo a aprender

Cada um de nós possui um estilo próprio e um método preferido de aprendizagem. Compreender seu estilo de aprender ajudará a focar nos aspectos da física que podem ser mais difíceis e a usar os componentes do seu curso que o ajudarão a superar as dificuldades. Obviamente, você preferirá dedicar mais tempo estudando os assuntos mais complicados. Se você aprende mais ouvindo, assistir às aulas e conferências será muito importante. Se aprende mais explicando, o trabalho em equipe vai lhe ser útil. Se a sua dificuldade está na solução de problemas, gaste uma parte maior do seu tempo aprendendo a resolver problemas. Também é fundamental desenvolver bons hábitos de estudo. Talvez a coisa mais importante que você possa fazer por si mesmo seja estabelecer uma rotina de estudos, em horários regulares e em um ambiente livre de distrações.

Responda para si mesmo as seguintes perguntas:

- Estou apto a usar os conceitos matemáticos fundamentais da álgebra, da geometria e da trigonometria? (Em caso negativo, faça um programa de revisão com a ajuda de seu professor.)
- Em cursos semelhantes, qual foi a atividade na qual tive mais dificuldade? (Dedique mais tempo a isso.) Qual foi a atividade mais fácil para mim? (Execute-a primeiro; isso lhe dará mais confiança.)
- Eu entendo melhor a matéria se leio o livro antes ou depois da aula? (Pode ser que você aprenda melhor fazendo uma leitura superficial da matéria, assistindo à aula e depois relendo com mais atenção.)
- Eu dedico tempo adequado aos meus estudos de física? (Uma regra prática para um curso deste tipo é dedicar, em média, 2h30 de estudos para cada hora de aula. Para uma semana com 5 horas de aula, deve-se dedicar cerca de 10 a 15 horas por semana estudando física.)
- Devo estudar física todos os dias? (Distribua as 10 ou 15 horas de estudos durante a semana!) Em que parte do dia meus estudos são mais eficientes? (Escolha um período específico do dia e atenha-se a ele.)
- Eu estudo em um ambiente silencioso, que favorece minha concentração? (As distrações podem quebrar sua rotina de estudos e atrapalhar a assimilação de pontos importantes.)

Trabalho em grupo

Cientistas e engenheiros raramente trabalham sozinhos e preferem cooperar entre si. Você aprenderá melhor e com mais prazer estudando física com outros colegas. Alguns professores aplicam métodos formais de aprendizagem cooperativa ou incentivam a formação de grupos de estudo. Você pode, por exemplo, formar seu próprio grupo de estudos com os colegas de sala de aula. Use e-mail para se comunicar com outros colegas. Seu grupo de estudos será um excelente recurso quando estiver fazendo revisões para os exames.

Aulas e anotações

Um componente importante de seu curso são as aulas e conferências. Na física isso é especialmente importante, porque seu professor geralmente faz demonstrações de princípios físicos, executa simulações em computador ou exibe vídeos. Todos esses recursos ajudam você a entender os princípios fundamentais da física. Não falte a nenhuma aula, e caso, por algum motivo, isso seja inevitável, peça a algum colega do seu grupo de estudos suas anotações e explique o que aconteceu.

Faça anotações das aulas sob a forma de tópicos e deixe para completar os detalhes do conteúdo mais tarde. É difícil anotar palavra por palavra, portanto, anote apenas as ideias básicas. O professor pode usar um diagrama contido no livro. Deixe um espaço em suas notas para inserir o diagrama depois. Após as aulas, revise suas anotações, preenchendo as lacunas e anotando os pontos que devem ser mais desenvolvidos posteriormente. Anote as referências de páginas, equações ou seções do livro.

Faça perguntas em classe ou procure o professor depois da aula. Lembre-se de que a única pergunta "tola" é aquela que não foi feita. Sua instituição poderá ter assistentes de ensino ou outros profissionais disponíveis para ajudá-lo com alguma dificuldade.

Exames

Fazer uma prova gera um elevado nível de estresse. Contudo, estar bem preparado e descansado alivia a tensão. Preparar-se para uma prova é um processo contínuo; ele começa assim que a última prova termina. Imediatamente depois de uma prova, você deve rever cuidadosamente os eventuais erros cometidos. Se tiver resolvido um problema e cometido erros, proceda do seguinte modo: divida uma folha de papel em duas colunas. Em uma delas, escreva a solução correta do problema. Na outra, coloque sua solução e, se souber, onde foi que errou. Caso não consiga identificar o erro com certeza, ou não souber como evitar cometê-lo novamente,

consulte seu professor. A física se constrói a partir de princípios básicos e é necessário corrigir imediatamente qualquer interpretação incorreta. *Atenção*: embora você possa passar em um exame deixando para estudar na última hora, não conseguirá reter adequadamente os conceitos necessários para serem usados na próxima prova.

AGRADECIMENTOS

Desejamos agradecer às centenas de revisores e colegas que ofereceram valiosos comentários e sugestões para este livro. O sucesso duradouro de *Física* deve-se, em grande medida, às suas contribuições.

Miah Adel (U. of Arkansas at Pine Bluff), Edward Adelson (Ohio State U.), Julie Alexander (Camosun C.), Ralph Alexander (U. of Missouri at Rolla), J. G. Anderson, R. S. Anderson, Wayne Anderson (Sacramento City C.), Sanjeev Arora (Fort Valley State U.), Alex Azima (Lansing Comm. C.), Dilip Balamore (Nassau Comm. C.), Harold Bale (U. of North Dakota), Arun Bansil (Northeastern U.), John Barach (Vanderbilt U.), J. D. Barnett, H. H. Barschall, Albert Bartlett (U. of Colorado), Marshall Bartlett (Hollins U.), Paul Baum (CUNY, Queens C.), Frederick Becchetti (U. of Michigan), B. Bederson, David Bennum (U. of Nevada, Reno), Lev I. Berger (San Diego State U.), Angela Biselli (Fairfield U.), Robert Boeke (William Rainey Harper C.), Bram Boroson (Clayton State U.), S. Borowitz, A. C. Braden, James Brooks (Boston U.), Nicholas E. Brown (California Polytechnic State U., San Luis Obispo), Tony Buffa (California Polytechnic State U., San Luis Obispo), Shane Burns (Colorado C.), A. Capecelatro, Michael Cardamone (Pennsylvania State U.), Duane Carmony (Purdue U.), Troy Carter (UCLA), P. Catranides, John Cerne (SUNY at Buffalo), Shinil Cho (La Roche C.), Tim Chupp (U. of Michigan), Roger Clapp (U. of South Florida), William M. Cloud (Eastern Illinois U.), Leonard Cohen (Drexel U.), W. R. Coker (U. of Texas, Austin), Malcolm D. Cole (U. of Missouri at Rolla), H. Conrad, David Cook (Lawrence U.), Gayl Cook (U. of Colorado), Hans Courant (U. of Minnesota), Carl Covatto (Arizona State U.), Bruce A. Craver (U. of Dayton), Larry Curtis (U. of Toledo), Jai Dahiya (Southeast Missouri State U.), Dedra Demaree (Georgetown U.), Steve Detweiler (U. of Florida), George Dixon (Oklahoma State U.), Steve Drasco (Grinnell C.), Donald S. Duncan, Boyd Edwards (West Virginia U.), Robert Eisenstein (Carnegie Mellon U.), Amy Emerson Missourn (Virginia Institute of Technology), Olena Erhardt (Richland C.), William Faissler (Northeastern U.), Gregory Falabella (Wagner C.), William Fasnacht (U.S. Naval Academy), Paul Feldker (St. Louis Comm. C.), Carlos Figueroa (Cabrillo C.), L. H. Fisher, Neil Fletcher (Florida State U.), Allen Flora (Hood C.), Robert Folk, Peter Fong (Emory U.), A. Lewis Ford (Texas A&M U.), D. Frantszog, James R. Gaines (Ohio State U.), Solomon Gartenhaus (Purdue U.), Ron Gautreau (New Jersey Institute of Technology), J. David Gavenda (U. of Texas, Austin), Dennis Gay (U. of North Florida), Elizabeth George (Wittenberg U.), James Gerhart (U. of Washington), N. S. Gingrich, J. L. Glathart, S. Goodwin, Rich Gottfried (Frederick Comm. C.), Walter S. Gray (U. of Michigan), Paul Gresser (U. of Maryland), Benjamin Grinstein (UC, San Diego), Howard Grotch (Pennsylvania State U.), John Gruber (San Jose State U.), Graham D. Gutsche (U.S. Naval Academy), Michael J. Harrison (Michigan State U.), Harold Hart (Western Illinois U.), Howard Hayden (U. of Connecticut), Carl Helrich (Goshen C.), Andrew Hirsch (Purdue U.), Linda Hirst (UC, Merced), Laurent Hodges (Iowa State U.), C. D. Hodgman, Elizabeth Holden (U. of Wisconsin, Platteville), Michael Hones (Villanova U.), Keith Honey (West Virginia Institute of Technology), Gregory Hood (Tidewater Comm. C.), John Hubisz (North Carolina State U.), Eric Hudson (Pennsylvania State U.), M. Iona, Bob Jacobsen (UC, Berkeley), John Jaszczak (Michigan Technical U.), Alvin Jenkins (North Carolina State U.), Charles Johnson (South Georgia State C.), Robert P. Johnson (UC, Santa Cruz), Lorella Jones (U. of Illinois), Manoj Kaplinghat (UC, Irvine), John Karchek (GMI Engineering & Management Institute), Thomas Keil (Worcester Polytechnic Institute), Robert Kraemer (Carnegie Mellon U.), Jean P. Krisch (U. of Michigan), Robert A. Kromhout, Andrew Kunz (Marquette U.), Charles Lane (Berry C.), Stewart Langton (U. of Victoria), Thomas N. Lawrence (Texas State U.), Robert J. Lee, Alfred Leitner (Rensselaer Polytechnic U.), Frederic Liebrand (Walla Walla U.), Gerald P. Lietz (DePaul U.), Gordon Lind (Utah State U.), S. Livingston (U. of Wisconsin, Milwaukee), Jorge Lopez (U. of Texas, El Paso),

Elihu Lubkin (U. of Wisconsin, Milwaukee), Robert Luke (Boise State U.), David Lynch (Iowa State U.), Michael Lysak (San Bernardino Valley C.), Jeffrey Mallow (Loyola U.), Robert Mania (Kentucky State U.), Robert Marchina (U. of Memphis), David Markowitz (U. of Connecticut), Philip Matheson (Utah Valley U.), R. J. Maurer, Oren Maxwell (Florida International U.), Joseph L. McCauley (U. of Houston), T. K. McCubbin, Jr. (Pennsylvania State U.), Charles McFarland (U. of Missouri at Rolla), James Mcguire (Tulane U.), Lawrence McIntyre (U. of Arizona), Fredric Messing (Carnegie Mellon U.), Thomas Meyer (Texas A&M U.), Andre Mirabelli (St. Peter's C., New Jersey), Herbert Muether (SUNY, Stony Brook), Jack Munsee (California State U., Long Beach), Lorenzo Narducci (Drexel U.), Van E. Neie (Purdue U.), Forrest Newman (Sacramento City C.), David A. Nordling (U.S. Naval Academy), Benedict Oh (Pennsylvania State U.), L. O. Olsen, Michael Ottinger (Missouri Western State U.), Russell Palma (Minnesota State U., Mankato), Jim Pannell (DeVry Institute of Technology), Neeti Parashar (Purdue U., Calumet), W. F. Parks (U. of Missouri), Robert Paulson (California State U., Chico), Jerry Peacher (U. of Missouri at Rolla), Arnold Perlmutter (U. of Miami), Lennart Peterson (U. of Florida), R. J. Peterson (U. of Colorado, Boulder), R. Pinkston, Ronald Poling (U. of Minnesota), Yuri Popov (U. of Michigan), J. G. Potter, C. W. Price (Millersville U.), Francis Prosser (U. of Kansas), Shelden H. Radin, Roberto Ramos (Drexel U.), Michael Rapport (Anne Arundel Comm. C.), R. Resnick, James A. Richards, Jr., John S. Risley (North Carolina State U.), Francesc Roig (UC, Santa Barbara), T. L. Rokoske, Richard Roth (Eastern Michigan U.), Carl Rotter (U. of West Virginia), S. Clark Rowland (Andrews U.), Rajarshi Roy (Georgia Institute of Technology), Russell A. Roy (Santa Fe Comm. C.), Desi Saludes (Hillsborough Comm. C.), Thomas Sandin (North Carolina A&T State U.), Dhiraj Sardar (U. of Texas, San Antonio), Tumer Sayman (Eastern Michigan U.), Bruce Schumm (UC, Santa Cruz), Melvin Schwartz (St. John's U.), F. A. Scott, L. W. Seagondollar, Paul Shand (U. of Northern Iowa), Stan Shepherd (Pennsylvania State U.), Douglas Sherman (San Jose State U.), Bruce Sherwood (Carnegie Mellon U.), Hugh Siefkin (Greenville C.), Christopher Sirola (U. of Southern Mississippi), Tomasz Skwarnicki (Syracuse U.), C. P. Slichter, Jason Slinker (U. of Texas, Dallas), Charles W. Smith (U. of Maine, Orono), Malcolm Smith (U. of Lowell), Ross Spencer (Brigham Young U.), Julien Sprott (U. of Wisconsin), Victor Stanionis (Iona C.), James Stith (American Institute of Physics), Chuck Stone (North Carolina A&T State U.), Edward Strother (Florida Institute of Technology), Conley Stutz (Bradley U.), Albert Stwertka (U.S. Merchant Marine Academy), Kenneth Szpara-DeNisco (Harrisburg Area Comm. C.), Devki Talwar (Indiana U. of Pennsylvania), Fiorella Terenzi (Florida International U.), Martin Tiersten (CUNY, City C.), David Toot (Alfred U.), Greg Trayling (Rochester Institute of Technology), Somdev Tyagi (Drexel U.), Matthew Vannette (Saginaw Valley State U.), Eswara Venugopal (U. of Detroit, Mercy), F. Verbrugge, Helmut Vogel (Carnegie Mellon U.), Aaron Warren (Purdue U., North Central), Robert Webb (Texas A&M U.), Thomas Weber (Iowa State U.), M. Russell Wehr (Pennsylvania State U.), Robert Weidman (Michigan Technical U.), Dan Whalen (UC, San Diego), Lester V. Whitney, Thomas Wiggins (Pennsylvania State U.), Robyn Wilde (Oregon Institute of Technology), David Willey (U. of Pittsburgh, Johnstown), George Williams (U. of Utah), John Williams (Auburn U.), Stanley Williams (Iowa State U.), Jack Willis, Suzanne Willis (Northern Illinois U.), Robert Wilson (San Bernardino Valley C.), L. Wolfenstein, James Wood (Palm Beach Junior C.), Lowell Wood (U. of Houston), R. E. Worley, D. H. Ziebell (Manatee Comm. C.), George O. Zimmerman (Boston U.)

Além disso, gostaria de agradecer aos meus colegas do passado e do presente da UCSB, incluindo Rob Geller, Carl Gwinn, Al Nash, Elisabeth Nicol e Francesc Roig, pelo dedicado apoio e pelas valiosas discussões. Expresso minha gratidão especial aos meus primeiros professores, Willa Ramsay, Peter Zimmerman, William Little, Alan Schwettman e Dirk Walecka, por me mostrarem como é claro e envolvente o ensino da física, e a Stuart Johnson, por me convidar a participar deste projeto como coautor deste livro a partir da nona edição. Meus especiais agradecimentos a Lewis Ford, por criar diversos novos problemas para esta edição, incluindo a nova categoria de problemas DADOS; a Wayne Anderson, que revisou cuidadosamente todos os problemas e os resolveu, com Forrest Newman e Michael Ottinger; e a Elizabeth George, que forneceu a maior parte da nova categoria de Problemas com Contexto. Agradeço em particular a Tom Sandin, por suas diversas contribuições para os problemas de final de capítulo, incluindo a verificação cuidadosa de todos eles e a escrita de outros novos. Também tiro meu chapéu e

dou as boas-vindas a Linda Hirst, por colaborar com uma série de ideias que se tornaram novos recursos de Aplicação nesta edição. Quero expressar meu agradecimento especial à equipe editorial da Pearson norte-americana: a Nancy Whilton, pela visão editorial; a Karen Karlin, por sua leitura atenta e cuidadoso desenvolvimento desta edição; a Charles Hibbard, pela cuidadosa leitura das provas; e a Beth Collins, Katie Conley, Sarah Kaubisch, Eric Schrader e Cindy Johnson, por manter a produção editorial fluindo. Acima de tudo, desejo expressar minha gratidão e meu amor à minha esposa, Caroline, a quem dedico minhas contribuições a este livro. Alô, Caroline, a nova edição finalmente saiu – vamos comemorar!

Diga-me o que você pensa!

Gosto de receber notícias de alunos e professores, especialmente com relação a erros ou defeitos que vocês encontrarem nesta edição. O falecido Hugh Young e eu dedicamos muito tempo e esforço para escrever o melhor livro que soubemos escrever, e espero que ele o ajude à medida que você ensina e aprende física. Por sua vez, você pode me ajudar avisando sobre o que ainda precisa ser melhorado! Por favor, fique à vontade para entrar em contato eletronicamente ou pelo correio comum. Seus comentários serão muito bem recebidos.

Agosto de 2014
Roger A. Freedman
Department of Physics
University of California, Santa Barbara
Santa Barbara, CA 93106-9530
airboy@physics.ucsb.edu
http://www.physics.ucsb.edu/~airboy/
Twitter: @RogerFreedman

Site de apoio do livro

Na Sala Virtual deste livro (<sv.pearson.com.br>), professores e estudantes podem acessar os seguintes materiais adicionais a qualquer momento:

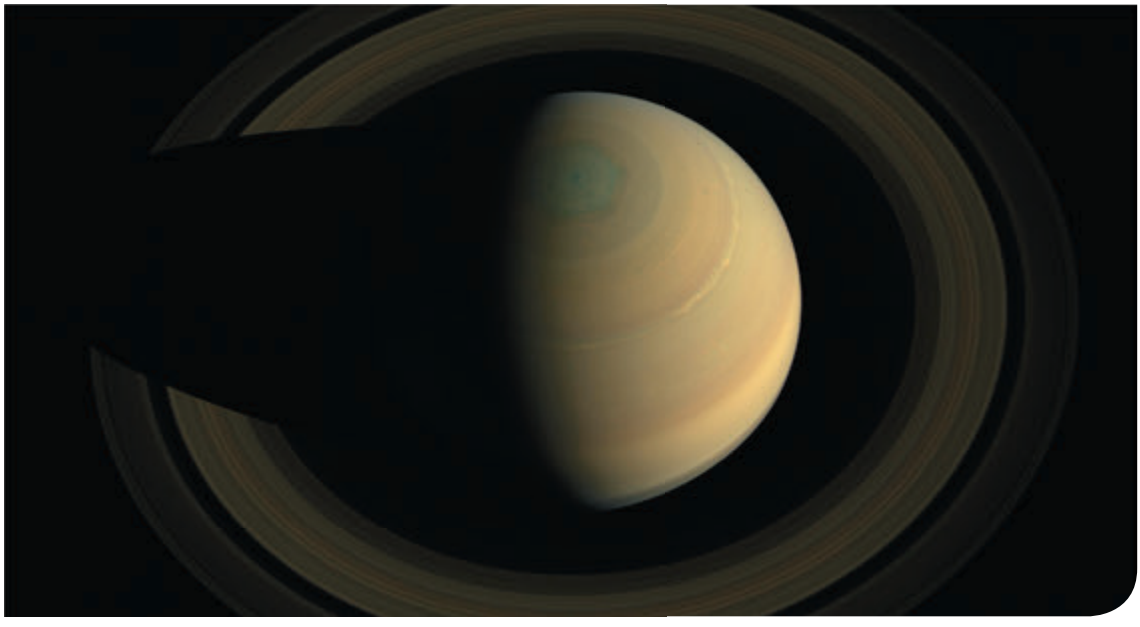
Para professores:

- Apresentações em PowerPoint;
- Manual de soluções;
- Exercícios adicionais (em inglês).

Esse material é de uso exclusivo para professores e está protegido por senha. Para ter acesso a ele, os professores que adotam o livro devem entrar em contato com seu representante Pearson ou enviar e-mail para <ensinosuperior@pearson.com>.

Para estudantes:

- Exercícios adicionais.



? Os anéis de Saturno são compostos de inúmeras partículas individuais orbitando. Em comparação com uma partícula de anel que descreve uma órbita distante de Saturno, uma partícula descreve uma órbita próxima de Saturno com (i) a mesma velocidade e maior aceleração; (ii) maior velocidade e mesma aceleração; (iii) menor velocidade e mesma aceleração; (iv) maior velocidade e maior aceleração; ou (v) nenhuma das respostas anteriores?

12 GRAVITAÇÃO

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **12.1** Como calcular as forças gravitacionais que dois corpos quaisquer exercem um sobre o outro.
- **12.2** Como relacionar o peso de um objeto à expressão geral para a força gravitacional.
- **12.3** Como usar e interpretar a expressão geral para a energia potencial gravitacional.
- **12.4** Como calcular a velocidade, o período orbital e a energia mecânica de um satélite em uma órbita circular.
- **12.5** Como aplicar e interpretar as três leis que descrevem os movimentos dos planetas.
- **12.6** Por que a força gravitacional exercida por um planeta esfericamente simétrico é a mesma que aquela que seria exercida supondo que a massa de todo o planeta estivesse concentrada em seu centro.
- **12.7** Como a rotação da Terra afeta o peso aparente de um objeto em diferentes latitudes.
- **12.8** O que são buracos negros, como calcular suas propriedades e como eles são encontrados.

Revendo conceitos de:

- **3.3** Movimento de projétil.
- **4.4** Peso.
- **5.2** Falta de peso aparente.
- **5.4** Força e aceleração no movimento circular uniforme.
- **5.5** As forças fundamentais da natureza.
- **7.1** Energia potencial gravitacional e conservação da energia mecânica.
- **7.4** Força e energia potencial.

Algumas das primeiras investigações em Física começaram com perguntas que as pessoas se faziam a respeito do céu noturno. Por que a Lua não cai sobre a Terra? Por que os planetas se deslocam no céu? Por que a Terra não sai voando no espaço em vez de permanecer em órbita ao redor do Sol? O estudo da interação gravitacional fornece respostas para essas e outras perguntas relacionadas.

Conforme acentuamos no Capítulo 5 (*Física I*), a gravitação é uma das quatro classes de interações presentes na natureza, e foi a primeira das quatro a ser estudada extensivamente. No século XVII, Newton descobriu que a interação que faz a maçã cair da árvore é a mesma que mantém os planetas em órbita ao redor do Sol. Essa descoberta assinalou o começo da *mecânica celeste*, o estudo da dinâmica dos objetos no espaço. Hoje, nossos conhecimentos da mecânica celeste nos permitem determinar como colocar um satélite artificial da Terra em uma órbita desejada, ou escolher a trajetória exata para enviar uma nave espacial a outro planeta.

Neste capítulo, estudaremos a lei básica que governa a interação gravitacional. Esta lei é *universal*: a gravidade atua do mesmo modo fundamental entre a Terra e o corpo do leitor deste livro, entre o Sol e um planeta, e entre um planeta e uma de suas luas. Aplicaremos a lei da gravitação a fenômenos como a variação do peso com a altura, as órbitas de um satélite em torno da Terra e as órbitas de planetas em torno do Sol.

12.1 LEI DE NEWTON DA GRAVITAÇÃO

Seu *peso*, a força que o(a) atrai para o centro da Terra, talvez seja o exemplo mais familiar de atração gravitacional para você. Estudando

o movimento da Lua e dos planetas, Newton descobriu uma **lei da gravitação** que oferece o caráter fundamental da atração gravitacional entre dois corpos de *qualquer* natureza. Com as três leis do movimento, Newton publicou a lei da gravitação em 1687. Ela pode ser enunciada do seguinte modo, em linguagem moderna:

Cada partícula do universo atrai qualquer outra partícula com uma força diretamente proporcional ao produto das respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as partículas.

A **Figura 12.1** representa essa lei, que pode ser expressa como uma equação:

Lei da gravitação de Newton: módulo da força gravitacional de atração entre duas partículas quaisquer

Constante gravitacional (a mesma para duas partículas quaisquer)

Massas das partículas

Distância entre partículas

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad (12.1)$$

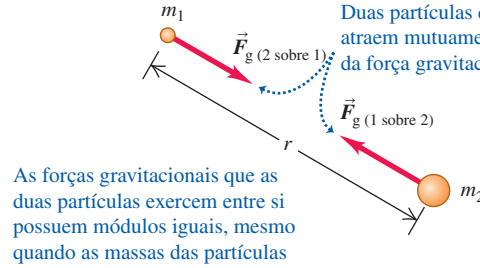
A **constante gravitacional** G na Equação 12.1 é uma constante física fundamental, que tem o mesmo valor para duas partículas *quaisquer*. Logo veremos qual é o valor de G e como esse valor é medido.

A Equação 12.1 nos mostra que a força gravitacional entre duas partículas diminui com o aumento da distância r: se a distância dobra, a força se reduz a um quarto, e assim por diante. Embora muitas estrelas no céu noturno possuam muito mais massa que o Sol, elas estão tão distantes que sua força gravitacional sobre a Terra pode ser desprezada, pois é muito pequena.

ATENÇÃO Não confunda *g* com *G* Os símbolos g e G são semelhantes, mas representam duas quantidades gravitacionais muito diferentes. A letra minúscula g é a aceleração da gravidade, que relaciona o peso p com a massa m do corpo pela equação $p = mg$. O valor de g varia em locais diferentes da Terra e sobre as superfícies de outros planetas. Em contraste, a letra maiúscula G relaciona a força entre dois corpos com suas massas e a distância entre eles. A constante G denomina-se *universal* porque possui sempre o mesmo valor para dois corpos, independentemente dos locais do universo nos quais os corpos estejam. Na próxima seção, mostraremos como G se relaciona com g.

As forças gravitacionais atuam sempre ao longo da linha que une as duas partículas, constituindo um par de ação e reação. Essas forças sempre possuem módulos iguais, mesmo quando as massas são diferentes (Figura 12.1). A força de atração que seu corpo exerce sobre a Terra possui o mesmo módulo da força de

Figura 12.1 Forças gravitacionais entre duas partículas de massas m_1 e m_2.



atração que a Terra exerce sobre você. Quando você salta do trampolim de uma piscina, a Terra se move em sua direção! (Por que você não nota isso? Porque a massa da Terra é cerca de 10^{23} vezes maior que a sua massa, de modo que a aceleração da Terra é igual a 10^{-23} da sua aceleração.)

Gravitação e corpos de simetria esférica

Enunciamos a lei da gravitação em termos da interação entre duas *partículas*. Verifica-se que a interação gravitacional entre dois corpos com distribuições de massa de *simetria esférica* (como esferas maciças ou ocas) é igual à interação gravitacional entre duas partículas localizadas nos centros das respectivas esferas, como indicado na **Figura 12.2**. Portanto, quando modelamos a Terra como um corpo esférico de massa m_T, a força que ela exerce sobre uma partícula ou sobre um corpo com simetria esférica de massa m, sendo r a distância entre seus respectivos centros, é dada por

$$F_g = \frac{Gm_T m}{r^2} \tag{12.2}$$

desde que o corpo esteja situado na parte externa da Terra. Uma força de mesmo módulo é realizada pelo corpo *sobre* a Terra. (Essas afirmações serão demonstradas na Seção 12.6.)

Para os pontos situados no *interior* da Terra, a situação é diferente. Se pudéssemos fazer um furo até o centro da Terra e medíssemos a força gravitacional em diferentes profundidades, verificaríamos que a força gravitacional *diminui* com o aumento da profundidade, em vez de crescer como $1/r^2$. À medida que um corpo penetra no interior da Terra (ou em qualquer outro corpo esférico), as partes externas da massa da Terra opostas em relação ao centro exercem forças em sentidos contrários sobre o corpo. Exatamente no centro, a força gravitacional exercida pela Terra sobre o corpo é igual a zero.

Corpos que possuem distribuição de massa com simetria esférica são muito importantes, porque luas, planetas e estrelas tendem a possuir forma esférica. Visto que todas as partículas de um corpo sofrem a ação de forças gravitacionais que tendem a aproximá-las entre si, as partículas tendem a se mover para minimizar a distância entre elas. Por causa disso, o corpo naturalmente tende a possuir uma forma esférica, do mesmo modo que uma porção de barro tende a assumir uma forma esférica quando você a comprime com força igual em todas as direções. Em corpos celestes com massa pequena, esse efeito é bastante reduzido, porque as forças gravitacionais são menos intensas, e esses corpos tendem a *não* assumir uma forma esférica (**Figura 12.3**).

Figura 12.2 O efeito gravitacional na parte *externa* de qualquer distribuição de massa com simetria esférica é o mesmo efeito produzido supondo-se que a massa total da esfera esteja reunida em seu centro.

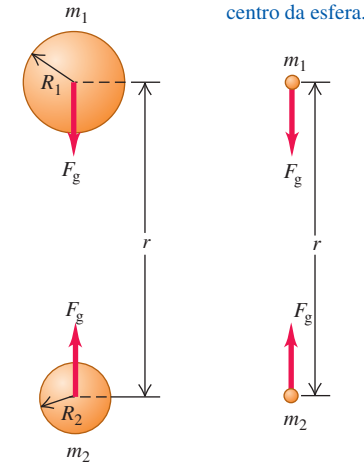


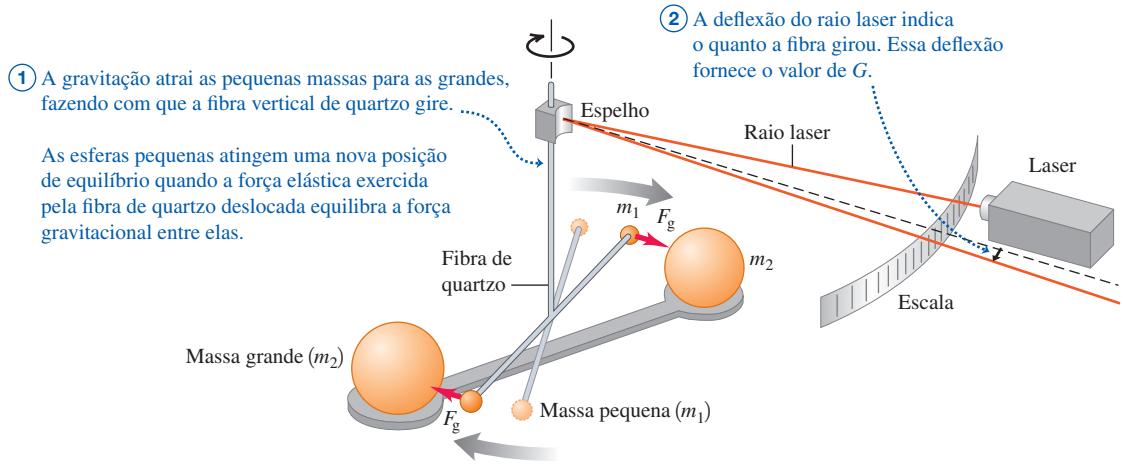
Figura 12.3 Corpos esféricos e não esféricos: o planeta Júpiter e uma de suas pequenas luas, Amalteia.

Determinação do valor de *G*

Para determinar o valor da constante gravitacional G, devemos *medir* a força gravitacional entre dois corpos de massas conhecidas, m_1 e m_2, separados por uma distância r conhecida. Essa força é extremamente pequena para corpos existentes em laboratórios, mas pode ser medida com um instrumento denominado *balança de torção*, usado em 1798 por Henry Cavendish para determinar o valor de G.

Uma versão moderna da balança de Cavendish é indicada na **Figura 12.4**. Uma haste leve e rígida em forma de letra T invertido é sustentada verticalmente por uma fibra de quartzo fina. Duas pequenas esferas, cada uma com massa m_1, estão fixadas nas extremidades dos braços horizontais da armação em forma de T. Ao aproximarmos duas esferas grandes, cada uma com massa m_2, nas posições

Figura 12.4 Princípio de funcionamento de uma balança de Cavendish, usada para a determinação do valor de G. O ângulo de deflexão está exagerado para dar mais clareza.



indicadas, as forças gravitacionais fazem o T girar em um pequeno ângulo em virtude da torção. Para medir esse ângulo, fazemos um feixe de luz incidir sobre um espelho fixado na haste do T. O feixe refletido atinge uma escala graduada e, quando o T sofre uma torção, o feixe refletido se move ao longo da escala.

Depois de calibrar a balança de Cavendish, podemos medir as forças gravitacionais e, assim, determinar o valor de G. O valor atualmente aceito (em unidades SI) é dado por

$$G = 6{,}67384(80) \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$$

Com três algarismos significativos, escrevemos: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$. Como $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg \cdot m/s^2}$, as unidades de G também podem ser expressas como $\mathrm{m^3/(kg \cdot s^2)}$.

As forças gravitacionais devem ser adicionadas vetorialmente. Se duas massas exercem forças gravitacionais sobre uma terceira massa, a força *resultante* sobre esta é igual à soma vetorial dessas duas forças gravitacionais. No Exemplo 12.3, utilizamos esta propriedade, normalmente chamada de *superposição de forças* (ver Seção 4.1).

EXEMPLO 12.1 CÁLCULO DE UMA FORÇA GRAVITACIONAL

A massa m_1 de uma das esferas pequenas da balança de Cavendish é igual a 0,0100 kg, a massa m_2 de uma das esferas grandes é igual a 0,500 kg, e a distância entre o centro de massa da esfera pequena e o centro de massa da esfera grande é igual a 0,0500 m. Calcule a força gravitacional F_g sobre cada esfera.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR, PREPARAR E EXECUTAR: como os objetos são esfericamente simétricos, podemos calcular a força gravitacional F_g que um exerce sobre o outro, supondo que eles sejam *partículas* distanciadas por 0,0500 m, como na Figura 12.2. Cada esfera recebe uma força de mesmo módulo da outra esfera. Usaremos a lei da gravitação, Equação 12.1, para determinar F_g:

$$F_g = \frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})\,(0{,}0100\ \mathrm{kg})\,(0{,}500\ \mathrm{kg})}{(0{,}0500\ \mathrm{m})^2}$$

$$= 1{,}33 \times 10^{-10}\ \mathrm{N}$$

AVALIAR: é incrível como uma força tão pequena pudesse ser medida — ou mesmo detectada — mais de 200 anos atrás. É preciso um objeto de massa realmente grande, como a Terra, para exercer uma força gravitacional que possa ser sentida.

EXEMPLO 12.2 ACELERAÇÃO PRODUZIDA POR ATRAÇÃO GRAVITACIONAL

Suponha que as duas esferas do Exemplo 12.1 sejam colocadas a uma distância de 0,0500 m (entre seus centros) em um local no espaço muito afastado de todos os outros corpos. Qual é o módulo da aceleração de cada esfera em relação a um sistema inercial?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR, PREPARAR E EXECUTAR: a força gravitacional que as duas esferas exercem uma sobre a outra possui o mesmo módulo F_g encontrado no Exemplo 12.1. Podemos desprezar quaisquer outras forças. Mas as *acelerações* das duas esferas, a_1 *e* a_2, são diferentes, porque suas massas são diferentes. Para achar o módulo da aceleração de cada esfera, usaremos a segunda lei de Newton:

$$a_1 = \frac{F_g}{m_1} = \frac{1{,}33 \times 10^{-10}\ \text{N}}{0{,}0100\ \text{kg}} = 1{,}33 \times 10^{-8}\ \text{m/s}^2$$

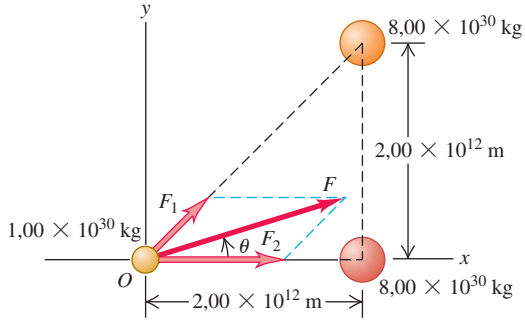
$$a_2 = \frac{F_g}{m_2} = \frac{1{,}33 \times 10^{-10}\ \text{N}}{0{,}500\ \text{kg}} = 2{,}66 \times 10^{-10}\ \text{m/s}^2$$

AVALIAR: a esfera maior possui 50 vezes mais massa que a menor e, assim, sua aceleração é igual a 1/50 da aceleração da menor. Note também que as acelerações *não* são constantes: as forças gravitacionais aumentam à medida que as esferas se aproximam.

EXEMPLO 12.3 SUPERPOSIÇÃO DE FORÇAS GRAVITACIONAIS

Muitas estrelas pertencem a *sistemas* de duas ou mais estrelas mantidas juntas pela atração gravitacional mútua. A **Figura 12.5** mostra um sistema de três estrelas em um instante em que elas estão localizadas nos vértices de um triângulo retângulo de 45°. Determine a força gravitacional resultante sobre a estrela menor exercida pela ação das duas estrelas maiores.

Figura 12.5 A força gravitacional resultante sobre a estrela menor (em O) é a soma vetorial das forças gravitacionais exercidas sobre ela pelas duas estrelas maiores. (Em comparação, a massa do Sol — uma estrela bastante comum — é $1{,}99 \times 10^{30}$ kg e a distância da Terra ao Sol é $1{,}50 \times 10^{11}$ m.)



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR, PREPARAR E EXECUTAR: devemos usar o princípio da superposição: a força total $\vec{F}$ sobre a estrela menor é a soma vetorial das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ produzidas pelas estrelas maiores, como mostra a Figura 12.5. Vamos supor que as estrelas sejam esferas, como na Figura 12.2. Primeiro calcularemos os módulos F_1 e F_2 de cada força, usando a Equação 12.1, e depois a soma vetorial, usando componentes:

$$F_1 = \frac{\left[\begin{array}{c}(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2) \\ \times\ (8{,}00 \times 10^{30}\ \text{kg})\ (1{,}00 \times 10^{30}\ \text{kg})\end{array}\right]}{(2{,}00 \times 10^{12}\ \text{m})^2 + (2{,}00 \times 10^{12}\ \text{m})^2}$$

$$= 6{,}67 \times 10^{25}\ \text{N}$$

$$F_2 = \frac{\left[\begin{array}{c}(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2) \\ \times\ (8{,}00 \times 10^{30}\ \text{kg})\ (1{,}00 \times 10^{30}\ \text{kg})\end{array}\right]}{(2{,}00 \times 10^{12}\ \text{m})^2}$$

$$= 1{,}33 \times 10^{26}\ \text{N}$$

Os componentes x e y destas forças são

$$F_{1x} = (6{,}67 \times 10^{25}\ \text{N})\,(\cos 45°) = 4{,}72 \times 10^{25}\ \text{N}$$
$$F_{1y} = (6.67 \times 10^{25}\ \text{N})\ (\text{sen}\,45°) = 4{,}72 \times 10^{25}\ \text{N}$$
$$F_{2x} = 1{,}33 \times 10^{26}\ \text{N}$$
$$F_{2y} = 0$$

Os componentes da força resultante $\vec{F}$ sobre a esfera menor são

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} = 1{,}81 \times 10^{26}\ \text{N}$$
$$F_y = F_{1y} + F_{2y} = 4{,}72 \times 10^{25}\ \text{N}$$

O módulo da força resultante $\vec{F}$ e seu ângulo θ (ver Figura 12.5) são

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$= \sqrt{(1{,}81 \times 10^{26}\ \text{N})^2 + (4{,}72 \times 10^{25}\ \text{N})^2}$$
$$= 1{,}87 \times 10^{26}\ \text{N}$$
$$\theta = \arctan\frac{F_y}{F_x} = \arctan\frac{4{,}72 \times 10^{25}\ \text{N}}{1{,}81 \times 10^{26}\ \text{N}} = 14{,}6°$$

AVALIAR: embora a força resultante F sobre a estrela pequena seja imensa, o módulo da aceleração resultante não é: $a = F/m = (1{,}87 \times 10^{26}\ \text{N})/(1{,}0 \times 10^{30}\ \text{kg}) = 1{,}87 \times 10^{-4}\ \text{m/s}^2$. Além do mais, a força $\vec{F}$ *não* está dirigida para o centro de massa das duas estrelas maiores.

DADOS MOSTRAM

Gravitação

Quando os alunos recebiam um problema sobre superposição de forças gravitacionais, mais de 60% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Supor que objetos de massa igual A e B deverão exercer atração gravitacional igualmente forte sobre um objeto C (o que não é verdade quando A e B estão a distâncias diferentes de C).
- Deixar de considerar a natureza vetorial da força. (Para somar duas forças que apontam em direções diferentes, não se pode simplesmente somar os módulos de força.)

Figura 12.6 Nosso sistema solar é parte de uma galáxia em espiral como esta, que contém aproximadamente 10^{11} estrelas, mas também gás, poeira e outros materiais. O conjunto todo é mantido agregado pela atração gravitacional mútua entre toda a matéria da galáxia.

Por que as forças gravitacionais são importantes

Comparando os exemplos 12.1 e 12.3, vemos que as forças gravitacionais entre objetos caseiros de tamanho normal são desprezíveis, mas bastante significativas entre objetos do tamanho de estrelas. Com efeito, a gravidade é a força mais importante na escala de planetas, estrelas e galáxias (**Figura 12.6**). Ela é responsável por manter a Terra agregada e os planetas girando ao redor do Sol. A atração gravitacional mútua entre as diversas partes do Sol comprime a massa em seu núcleo a intensidades e temperaturas muito altas, possibilitando as reações nucleares que acontecem lá. Essas reações geram a energia do Sol, que torna possível a existência de vida na Terra e permite que você esteja lendo estas palavras agora.

A força gravitacional é muito importante em escala cósmica porque ela atua *a distância*, sem nenhum contato direto entre os corpos. As forças elétricas e magnéticas também possuem essa notável propriedade, mas são menos importantes em escala astronômica, porque grandes acúmulos de matéria são eletricamente neutros; ou seja, contêm quantidades iguais de carga positiva e negativa. Como resultado, as forças elétricas e magnéticas entre estrelas e planetas aproximam-se de zero. As interações fortes e fracas discutidas na Seção 5.5 (*Física I*) também agem a distância, porém sua influência é desprezível em distâncias muito maiores que o diâmetro de um núcleo atômico (cerca de 10^{-14} m).

O conceito de *campo* é um método útil para descrever forças que atuam a distância. Um corpo produz uma perturbação ou campo em todos os pontos do espaço, e a força que atua sobre outro corpo situado em dado ponto é uma resposta do campo do primeiro corpo nesse ponto. Existem campos associados às forças que atuam a distância; por essa razão, mencionaremos campos gravitacionais, elétricos, magnéticos e assim por diante. Como não necessitamos do conceito de campo gravitacional para os estudos deste capítulo, não o mencionaremos mais aqui. No entanto, em capítulos posteriores, verificaremos que o conceito de campo é uma ferramenta extremamente poderosa para descrever interações elétricas e magnéticas.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 12.1 O planeta Saturno possui cerca de cem vezes a massa da Terra e fica cerca de dez vezes mais longe do Sol que a Terra. Comparada à aceleração da Terra provocada pela atração gravitacional do Sol, quão maior ou menor é a aceleração de Saturno em virtude da atração gravitacional do Sol? (i) Cem vezes maior; (ii) dez vezes maior; (iii) igual; (iv) $\frac{1}{10}$ da aceleração da Terra; (v) $\frac{1}{100}$ da aceleração da Terra. **I**

12.2 PESO

Definimos o *peso* de um corpo na Seção 4.4 (*Física I*) como a força de atração gravitacional exercida pela Terra sobre ele. Podemos agora estender nossa definição e dizer que *o peso de um corpo é a força gravitacional resultante exercida por todos os corpos do universo sobre esse corpo.* Quando o corpo está próximo da superfície terrestre, podemos desprezar todas as outras forças gravitacionais e considerar o peso apenas como a atração gravitacional exercida pela Terra sobre o corpo. Na superfície da *Lua*, consideramos o peso do corpo como a atração gravitacional exercida por ela sobre o corpo, e assim por diante.

Se modelarmos a Terra como um corpo esférico de raio R_T e massa m_T, o peso p de um corpo pequeno de massa m na superfície terrestre (a uma distância R_T do seu centro) é dado por

Constante gravitacional; Massa da Terra

O **peso** de um corpo na superfície da Terra... ...é igual à força gravitacional que a Terra exerce sobre o corpo.

$$p = F_g = \frac{Gm_T m}{R_T^2} \qquad (12.3)$$

Massa do corpo; Raio da Terra

Sabemos, porém, da Seção 4.4, que o peso p de um corpo é a força que produz uma aceleração g quando o corpo está em queda livre; então, pela segunda lei de Newton, $p = mg$. Igualando esta relação com a Equação 12.3 e dividindo por m, obtemos

Aceleração da gravidade na superfície da Terra

$$g = \frac{Gm_T}{R_T^2} \qquad (12.4)$$

(Constante gravitacional; Massa da Terra; Raio da Terra)

A aceleração da gravidade g é independente da massa m do corpo, porque m não aparece nesta equação. Já conhecíamos esse resultado, porém agora verificamos como ele decorre da lei da gravitação.

Com exceção de m_T, as demais grandezas da Equação 12.4 são *mensuráveis*, portanto, usando essa relação podemos determinar a massa da Terra. Explicitando m_T da Equação 12.4 e usando os valores $R_T = 6.370$ km $= 6{,}37 \times 10^6$ m e $g = 9{,}80$ m/s^2, achamos

$$m_T = \frac{gR_T^2}{G} = 5{,}96 \times 10^{24} \text{ kg}$$

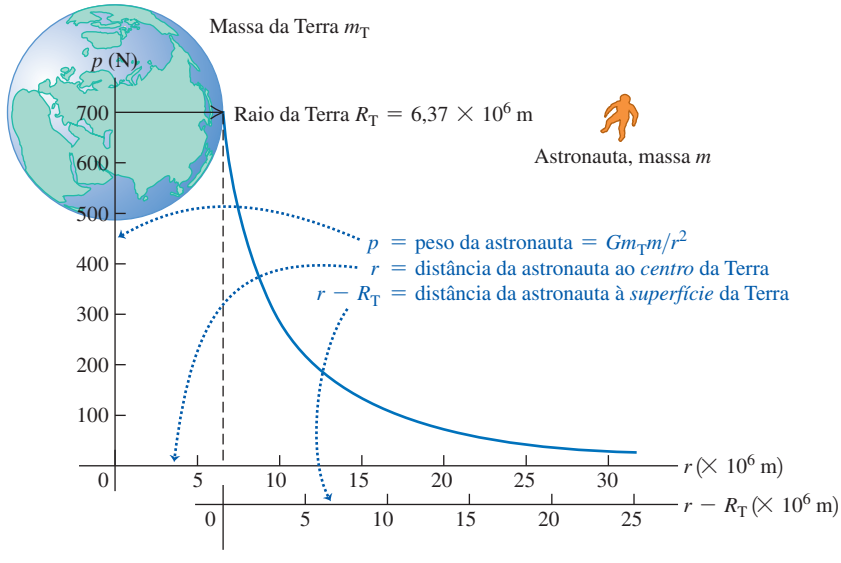
Esse resultado é bem próximo do valor de $5{,}972 \times 10^{24}$ kg atualmente aceito. Quando Cavendish mediu G, ele determinou a massa da Terra usando exatamente esse método.

Em um ponto acima da superfície terrestre, situado a uma distância r do centro da Terra (a uma altura $r - R_T$ acima da superfície), o peso de um corpo é dado pela Equação 12.3, substituindo-se R_T por r,

$$p = F_g = \frac{Gm_T m}{r^2} \qquad (12.5)$$

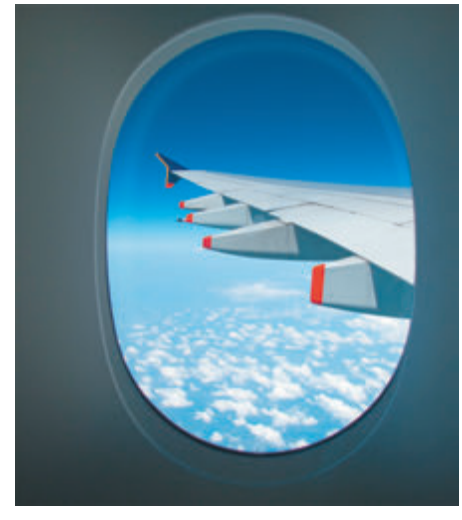
O peso de um corpo diminui com o inverso do quadrado de sua distância ao centro da Terra (**Figura 12.7**). A **Figura 12.8** mostra como o peso varia com a altura acima da Terra para uma astronauta que pesa 700 N na superfície terrestre.

Figura 12.8 Uma astronauta pesando 700 N na superfície terrestre sofre a ação de uma força gravitacional menor em pontos acima dessa superfície. A distância que importa é a distância r da astronauta ao *centro* da Terra (*não* a distância dela à superfície terrestre).



Aplicação Caminhando e correndo na Lua Você automaticamente passa de uma caminhada para uma corrida quando a força vertical que você exerce sobre o solo — que, segundo a terceira lei de Newton, é igual à força vertical que o solo exerce sobre você — é maior que o seu peso. Essa transição de caminhada para corrida acontece em velocidades muito mais lentas na Lua, onde os objetos pesam apenas 17% do peso na Terra. Logo, os astronautas da Apollo se achavam correndo mesmo quando se moviam de forma relativamente lenta durante suas "caminhadas" na Lua.

Figura 12.7 Quando está em um avião voando a uma altitude elevada, você pesa menos por estar mais longe do centro da Terra que quando está sobre a superfície terrestre. Você é capaz de mostrar que, a uma altura de 10 km acima da superfície terrestre, seu peso é precisamente 0,3% menor que seu peso sobre a superfície terrestre?



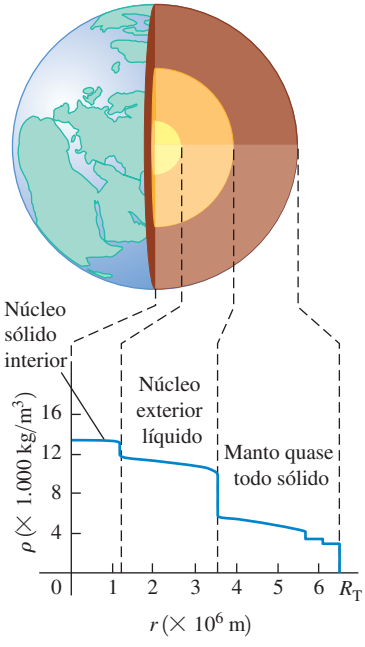


Figura 12.9 A densidade ρ diminui à medida que aumenta a distância r ao centro da Terra.

O peso *aparente* de um corpo na superfície terrestre difere ligeiramente da força de atração gravitacional exercida pela Terra porque esta gira e, portanto, não é precisamente um sistema de referência inercial. Em nossa discussão anterior desprezamos esse efeito, mas voltaremos a discuti-lo cuidadosamente na Seção 12.7.

Embora a Terra seja aproximadamente uma distribuição de massa esfericamente simétrica, isso *não* significa supor que ela seja uniforme. Para provar que ela não pode ser uniforme, inicialmente vamos calcular sua *densidade* média; ou seja, a massa por unidade de volume da Terra. Supondo que ela seja esférica, seu volume é

$$V_T = \tfrac{4}{3}\pi R_T^3 = \tfrac{4}{3}\pi (6{,}37 \times 10^6\ \text{m})^3 = 1{,}08 \times 10^{21}\ \text{m}^3$$

A densidade média ρ (letra grega "rô") é igual à massa total dividida pelo volume:

$$\rho = \frac{m_T}{V_T} = \frac{5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg}}{1{,}08 \times 10^{21}\ \text{m}^3}$$

$$= 5.500\ \text{kg/m}^3 = 5{,}5\ \text{g/cm}^3$$

(Compare com a densidade da água, dada por $1.000\ \text{kg/m}^3 = 1{,}00\ \text{g/cm}^3$.) Caso a Terra fosse uniforme, as rochas nas vizinhanças da superfície terrestre deveriam possuir a mesma densidade. Na realidade, a densidade das rochas de superfície é bem menor: entre aproximadamente $2.000\ \text{kg/m}^3$ para as rochas sedimentares e cerca de $3.300\ \text{kg/m}^3$ para o basalto. Portanto, a Terra *não pode* ser uniforme, e o interior dela deve possuir uma densidade maior que a da superfície terrestre para que sua *densidade* média seja de $5.500\ \text{kg/m}^3$. De acordo com modelos geofísicos do interior da Terra, a densidade máxima no centro da Terra é aproximadamente igual a $13.000\ \text{kg/m}^3$. A **Figura 12.9** mostra um gráfico da densidade em função da distância ao centro da Terra.

EXEMPLO 12.4 GRAVIDADE EM MARTE

Um veículo explorador não tripulado com peso na Terra igual a 3.430 N é enviado à superfície do planeta Marte, que possui raio $R_M = 3{,}39 \times 10^6$ m e massa $m_M = 6{,}42 \times 10^{23}$ kg (ver Apêndice F). Calcule o peso F_g do veículo na superfície marciana e a aceleração da gravidade, g_M.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: encontramos o peso F_g usando a Equação 12.3, substituindo m_T (a massa da Terra) por m_M (a massa de Marte) e R_T por R_M (raios da Terra e de Marte, respectivamente). Determinamos a massa do veículo, m, a partir de seu peso na Terra, p, e depois encontramos g_M usando a equação $F_g = mg_M$.

EXECUTAR: o peso do veículo na Terra é $p = mg$, portanto

$$m = \frac{p}{g} = \frac{3.430\ \text{N}}{9{,}80\ \text{m/s}^2} = 350\ \text{kg}$$

A massa é a mesma, não importa onde o veículo esteja. Pela Equação 12.3, o peso do veículo em Marte é

$$F_g = \frac{Gm_M m}{R_M^2}$$

$$= \frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(6{,}42 \times 10^{23}\ \text{kg})\,(350\ \text{kg})}{(3{,}39 \times 10^6\ \text{m})^2}$$

$$= 1{,}30 \times 10^3\ \text{N}$$

A aceleração da gravidade em Marte é

$$g_M = \frac{F_g}{m} = \frac{1{,}30 \times 10^3\ \text{N}}{350\ \text{kg}} = 3{,}7\ \text{m/s}^2$$

AVALIAR: embora Marte tenha apenas 11% da massa da Terra ($6{,}42 \times 10^{23}$ kg contra $5{,}97 \times 10^{24}$ kg), a aceleração da gravidade g_M (e, portanto, o peso do objeto F_g) é aproximadamente 40% de seu valor na Terra. Isso porque g_M também é inversamente proporcional ao quadrado do raio do planeta, e Marte tem apenas 53% do raio da Terra ($3{,}39 \times 10^6$ m contra $6{,}37 \times 10^6$ m).

Você pode verificar nosso resultado de g_M usando a Equação 12.4, com as devidas substituições. A resposta é a mesma?

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 12.2 Coloque os seguintes planetas hipotéticos em ordem, da maior à menor gravidade de superfície: (i) massa = 2 vezes a massa da Terra, raio = 2 vezes o raio da Terra; (ii) massa = 4 vezes a massa da Terra, raio = 4 vezes o raio da Terra; (iii) massa = 4 vezes a massa da Terra, raio = 2 vezes o raio da Terra; (iv) massa = 2 vezes a massa da Terra, raio = 4 vezes o raio da Terra. I

12.3 ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

Quando desenvolvemos o conceito de energia potencial gravitacional na Seção 7.1 (*Física I*), a força gravitacional da Terra que atua sobre um corpo de massa m não depende da altura do corpo. Isso levou ao resultado $U = mgy$. Mas a Equação 12.2, $F_g = Gm_Tm/r^2$, mostra que a força gravitacional exercida pela Terra (massa m_T) geralmente *depende* da distância r entre o corpo e o centro da Terra. Em problemas nos quais o corpo pode estar longe da superfície da Terra, precisamos de uma expressão mais genérica para a energia potencial gravitacional.

Para obter essa expressão, seguimos as mesmas etapas indicadas na Seção 7.1. Consideramos um corpo de massa m fora da Terra e, inicialmente, calculamos o trabalho W_{grav} realizado pela força gravitacional quando o corpo se move ao longo de uma reta que o une ao centro da Terra, movendo-se diretamente para cima ou para baixo, como na **Figura 12.10**, desde o ponto $r = r_1$ até o ponto $r = r_2$. Esse trabalho é dado por

$$W_{grav} = \int_{r_1}^{r_2} F_r\, dr \tag{12.6}$$

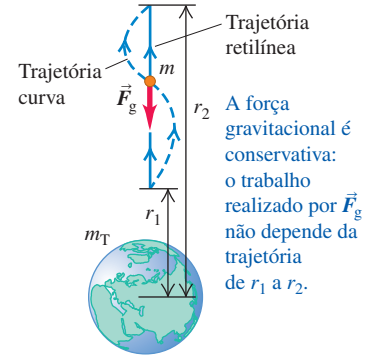
onde F_r é o componente radial da força gravitacional $\vec{F}$, ou seja, o componente que aponta para *fora* do centro da Terra. Como a força $\vec{F}$ aponta para *dentro* do centro da Terra, F_r é negativo. Esse componente é diferente da Equação 12.2, que fornece o módulo da força gravitacional, porque possui um sinal negativo:

$$F_r = -\frac{Gm_Tm}{r^2} \tag{12.7}$$

Substituindo a Equação 12.7 na 12.6, vemos que W_{grav} é dado por

$$W_{grav} = -Gm_Tm\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{Gm_Tm}{r_2} - \frac{Gm_Tm}{r_1} \tag{12.8}$$

Figura 12.10 Trabalho realizado pela força gravitacional quando o corpo se move da coordenada radial r_1 até r_2.



A trajetória não precisa ser retilínea; ela também poderia ser uma trajetória curva, como a indicada na Figura 12.10. Usando-se um método semelhante ao da Seção 7.1, vemos que esse trabalho depende apenas dos valores final e inicial de r, e não da trajetória descrita. Isso também prova que a força gravitacional é sempre *conservativa*.

Agora definimos a energia potencial gravitacional U correspondente de tal modo que $W_{grav} = U_1 - U_2$, como na Equação 7.3. Comparando este resultado com a Equação 12.8, vemos que a definição apropriada da **energia potencial gravitacional** é

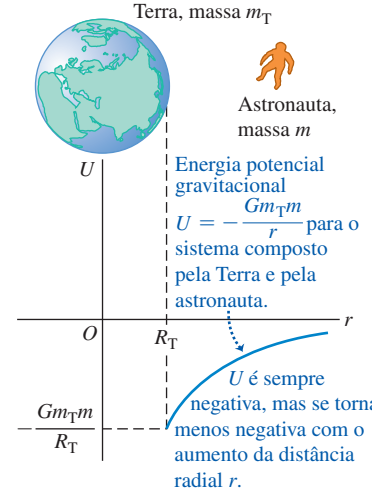
Energia potencial gravitacional (expressão geral)

$$U = -\frac{Gm_Tm}{r} \tag{12.9}$$

G: Constante gravitacional; m_T: Massa da Terra; m: Massa do corpo; r: Distância entre o corpo e o centro da Terra.

A **Figura 12.11** mostra como a energia potencial gravitacional depende da distância r entre o corpo de massa m e o centro da Terra. Quando o corpo se afasta da Terra, a distância r aumenta, a força gravitacional realiza um trabalho negativo e U aumenta (isto é, torna-se menos negativa). Quando o corpo "cai" em direção à Terra, a distância r diminui, a força gravitacional realiza um trabalho positivo e a energia potencial gravitacional diminui (isto é, torna-se mais negativa).

Figura 12.11 Gráfico da energia potencial gravitacional U para o sistema da Terra (massa m_T) e uma astronauta (massa m) em função da distância r da astronauta ao centro da Terra.



Talvez você fique confuso com a Equação 12.9, porque ela afirma que a energia potencial gravitacional é sempre negativa. No entanto, você já encontrou valores negativos para U anteriormente. Ao usar a relação $U = mgy$ na Seção 7.1, você verificou que U se tornava negativa quando o corpo de massa m se encontrava em uma altura y abaixo do ponto que você escolheu para $y = 0$, ou seja, sempre que a distância entre o corpo e a Terra era menor que uma certa distância arbitrária. (Veja o Exemplo 7.2 na Seção 7.1.) Ao definir U pela Equação 12.9, escolhemos $U = 0$ quando o corpo de massa m se encontra em uma distância infinita da Terra ($r = \infty$). À medida que o corpo se aproxima da Terra, a energia potencial gravitacional diminui e, portanto, torna-se negativa.

ATENÇÃO Força gravitacional *versus* energia potencial gravitacional Tome cuidado para não confundir a relação da força gravitacional, dada pela Equação 12.7, com a relação da energia potencial gravitacional, dada pela Equação 12.9. A força F_r é proporcional a $1/r^2$, enquanto a energia potencial gravitacional U é proporcional a $1/r$.

Caso quiséssemos, poderíamos fazer $U = 0$ na superfície terrestre, onde $r = R_T$, simplesmente adicionando a quantidade Gm_Tm/R_T à Equação 12.9. Isso faria U se tornar positiva para $r > R_T$. Não faremos isso por dois motivos: primeiro, porque tornaria a expressão de U mais complicada; segundo, porque o termo adicionado não alteraria a *diferença* de energia potencial entre dois pontos arbitrários, que é a única grandeza com significado físico.

Quando a força gravitacional da Terra sobre um corpo é a única que realiza trabalho, a energia mecânica total do sistema é constante ou se *conserva*. No exemplo fornecido a seguir, usaremos esse princípio para calcular a **velocidade de escape**, a velocidade mínima necessária para que um corpo escape completamente de um planeta.

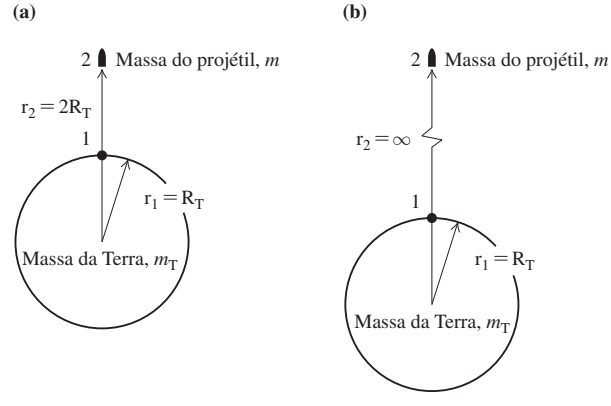
EXEMPLO 12.5 "DA TERRA À LUA"

No livro com esse título, escrito por Júlio Verne em 1865, um projétil com três homens foi disparado em direção à Lua por um gigantesco canhão semienterrado no solo na Flórida. (a) Calcule a velocidade mínima necessária na boca do canhão para que o projétil disparado verticalmente atinja uma altura igual ao raio da Terra R_T. (b) Calcule a *velocidade de escape* — ou seja, a velocidade mínima necessária para que o projétil deixe a Terra completamente. Despreze a resistência do ar, a rotação da Terra e a atração gravitacional da Lua. O raio da Terra é dado por $R_T = 6{,}37 \times 10^6$ m e a massa da Terra é $m_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: assim que o projétil sai da boca do canhão, apenas a força gravitacional (conservativa) realiza trabalho. Assim, podemos usar a conservação da energia mecânica para achar a velocidade com que o projétil precisa sair da boca do canhão a fim de parar (a) ao atingir uma distância de dois raios da Terra desde o centro do planeta e (b) ao atingir uma distância infinita da Terra. A equação de conservação de energia é $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$, em que a energia potencial U é dada pela Equação 12.9. Na **Figura 12.12**, o ponto 1 está em $r_1 = R_T$, em que o projétil sai do canhão com velocidade v_1 (a variável-alvo). O ponto 2 é onde o projétil atinge sua altura máxima; no item (a), $r_2 = 2R_T$ (Figura 12.12a), e no item (b), $r_2 = \infty$ (Figura 12.12b). Em ambos os casos, $v_2 = 0$ e $K_2 = 0$. Vamos considerar m a massa do projétil (com os passageiros).

Figura 12.12 Nossos esquemas para este problema.



EXECUTAR: (a) podemos calcular v_1 usando a equação da conservação da energia mecânica:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \left(-\frac{Gm_Tm}{R_T}\right) = 0 + \left(-\frac{Gm_Tm}{2R_T}\right)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{Gm_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg})}{6{,}37 \times 10^6\ \text{m}}}$$

$$= 7.910\ \text{m/s}\ (= 28.500\ \text{km/h} = 17.700\ \text{mi/h})$$

(*Continua*)

(*Continuação*)

(b) Agora, $r_2 = \infty$, e, portanto, $U_2 = 0$ (veja a Figura 12.11). Visto que $K_2 = 0$, a energia mecânica resultante $K_2 + U_2$ é zero neste caso. Novamente, explicitamos v_1 usando a equação da conservação da energia:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \left(-\frac{Gm_Tm}{R_T}\right) = 0 + 0$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Gm_T}{R_T}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg})}{6{,}37 \times 10^{6}\ \text{m}}}$$

$$= 1{,}12 \times 10^4\ \text{m/s}\ (= 40.200\ \text{km/h} = 25.000\ \text{mi/h})$$

AVALIAR: nossos resultados não dependem nem da massa do projétil nem da direção em que ele foi lançado. As modernas espaçonaves lançadas na Flórida devem atingir essencialmente a velocidade encontrada no item (b) para deixar a Terra; porém, antes do lançamento ela já está se movendo a 410 m/s para leste em virtude da rotação da Terra. Lançando-se a espaçonave para leste, ela recebe "gratuitamente" essa contribuição para a velocidade de escape.

Generalizando nosso resultado, a velocidade inicial v_1 necessária para que um corpo escape da superfície de um astro esférico de massa M e raio R (desprezando a resistência do ar) é dada por $v_1 = \sqrt{2GM/R}$ (velocidade de escape). Essa equação resulta em $5{,}03 \times 10^3$ m/s para Marte, $6{,}02 \times 10^4$ m/s para Júpiter e $6{,}18 \times 10^5$ m/s para o Sol.

Outras relações envolvendo energia potencial gravitacional

Como observação final, mostraremos que, quando estamos nas vizinhanças da superfície terrestre, a Equação 12.9 se reduz ao resultado familiar $U = mgy$ obtido no Capítulo 7. Inicialmente, reescrevemos a Equação 12.8 do seguinte modo:

$$W_{\text{grav}} = Gm_Tm\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}$$

Quando o corpo está nas vizinhanças da superfície terrestre, podemos substituir r_1 e r_2 pelo raio da Terra R_T no denominador; logo,

$$W_{\text{grav}} = Gm_Tm\frac{r_1 - r_2}{R_T^2}$$

Usando a Equação 12.4, $g = Gm_T/R_T^2$, obtemos

$$W_{\text{grav}} = mg\,(r_1 - r_2)$$

Substituindo-se cada r pelo respectivo y, obtemos justamente a Equação 7.1 referente ao trabalho realizado por uma força gravitacional constante. Na Seção 7.1 usamos essa relação para deduzir a Equação 7.2, $U = mgy$, de modo que podemos considerar a Equação 7.2 para a energia potencial gravitacional um caso particular da relação mais geral dada pela Equação 12.9.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 12.3 Se um planeta possui a mesma gravidade de superfície que a Terra (ou seja, o mesmo valor de g na superfície), qual é sua velocidade de escape? (i) A mesma que a da Terra; (ii) menor que a da Terra; (iii) maior que a da Terra; (iv) qualquer uma destas respostas é possível. I

Figura 12.13 Com uma massa de aproximadamente $4{,}5 \times 10^5$ kg e uma largura de mais de 108 m, a Estação Espacial Internacional é o maior satélite já colocado em órbita.

12.4 MOVIMENTO DE SATÉLITES

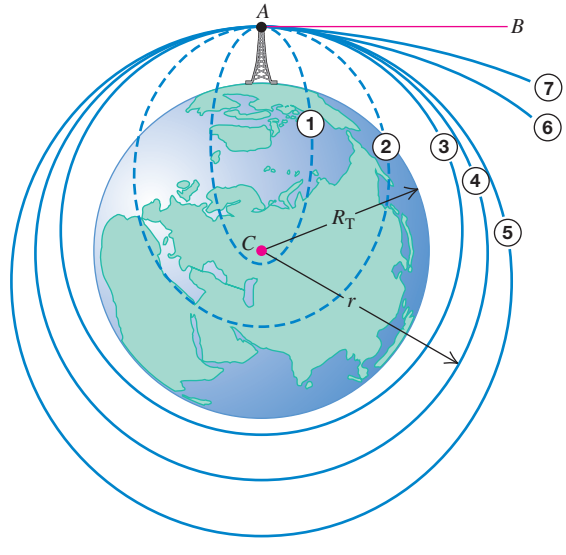
Satélites artificiais em órbita em torno da Terra constituem uma parte familiar da tecnologia (**Figura 12.13**). No entanto, quais são os fatores que determinam as propriedades de suas órbitas e como eles permanecem orbitando? As respostas podem ser fornecidas aplicando-se as leis de Newton e a lei da gravitação. Veremos na próxima seção que o movimento de planetas pode ser analisado de modo semelhante.

Para começar, lembre-se do raciocínio feito na Seção 3.3 (*Física I*), quando discutimos o movimento de um projétil. No Exemplo 3.6, um motociclista se lança horizontalmente da extremidade de um morro, descrevendo uma trajetória parabólica que termina no solo plano na base do morro. Caso ele sobreviva e repita essa experiência com velocidades crescentes em cada lançamento, ele chegará ao solo em pontos cada vez mais afastados do local do lançamento. É possível imaginar que ele se lance com uma velocidade suficientemente grande para que a curvatura da Terra passe a ser um fator importante. À medida que ele cai, a Terra se encurva embaixo dele. Caso ele se lance com uma velocidade suficientemente grande e o topo do morro seja suficientemente elevado, ele pode dar a volta na Terra sem retornar ao solo.

A **Figura 12.14** mostra uma variante do tema apresentado no parágrafo anterior. Lançamos um projétil de um ponto A em uma direção AB tangente à superfície terrestre. As trajetórias de (1) até (7) mostram o efeito do aumento da velocidade inicial. Nas trajetórias de (3) até (5), o projétil não volta para o solo e torna-se um satélite artificial da Terra. Caso não exista nenhuma força retardadora, como a resistência do ar, a velocidade quando ele retorna ao ponto A é igual à velocidade inicial, e o corpo repete esse movimento indefinidamente.

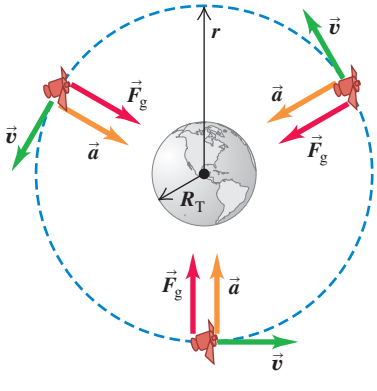
As trajetórias de (1) até (5) se fecham sobre si mesmas e denominam-se **órbitas fechadas**. Todas as órbitas fechadas ou são elipses ou segmentos de elipses; a trajetória (4) é uma circunferência, que é um caso particular de elipse. (Estudaremos as propriedades das elipses na Seção 12.5.) As trajetórias (6) e (7) denominam-se **órbitas abertas**. Nessas trajetórias, o projétil não retorna ao ponto A; em vez disso, afasta-se cada vez mais da Terra.

Figura 12.14 Trajetórias de um projétil lançado de uma grande altura (desprezando a resistência do ar). As órbitas 1 e 2 se completariam como mostrado se a Terra fosse uma massa pontual em C. (Esta ilustração se baseia em uma ilustração do livro *Principia*, de Isaac Newton.)



Um projétil é lançado de A para B. As trajetórias de (1) a (7) mostram o efeito do aumento da velocidade inicial.

Figura 12.15 A força $\vec{F}_g$ decorrente da atração gravitacional exercida pela Terra fornece a aceleração centrípeta necessária para manter o satélite em órbita. Compare esta figura com a Figura 5.28.



O satélite está em uma órbita circular: sua aceleração $\vec{a}$ é sempre perpendicular à sua velocidade $\vec{v}$, então o módulo da sua velocidade v é constante,

Satélites: órbitas circulares

Uma órbita *circular*, como a trajetória (4) indicada na Figura 12.14, é o caso mais simples. É também um caso importante, porque muitos satélites artificiais possuem órbitas quase circulares, assim como as órbitas dos planetas do sistema solar. A única força que atua sobre um satélite artificial em órbita circular em torno da Terra é sua atração gravitacional, que está orientada para o centro desta e, portanto, para o centro da órbita (**Figura 12.15**). Conforme discutimos na Seção 5.4, isso equivale a dizer que o satélite descreve um movimento circular *uniforme*

e sua velocidade é constante. Em sua queda, o satélite não vai *em direção à* Terra; em vez disso, ele segue constantemente *ao redor* dela, e sua velocidade tangencial na órbita circular é exatamente a necessária para manter constante sua distância ao centro da Terra.

Vejamos como é possível achar a velocidade constante v de um satélite em uma órbita circular. O raio da órbita é r, medido a partir do *centro* da Terra; a aceleração do satélite possui módulo $a_{rad} = v^2/r$ e ela está sempre dirigida para o centro do círculo. De acordo com a lei da gravitação, a força resultante (a força gravitacional) que atua sobre um satélite de massa m é dada por $F_g = Gm_T m/r^2$ e possui a mesma direção e sentido da aceleração. Então, a segunda lei de Newton ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$) permite escrever

$$\frac{Gm_T m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Explicitando v, obtemos

Velocidade do satélite em uma órbita circular em torno da Terra

$$v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}} \qquad (12.10)$$

Constante gravitacional; Massa da Terra; Raio da órbita

Essa relação mostra que a escolha de v não pode ser feita de modo independente da escolha de r; para um dado valor de r, a velocidade v de uma órbita circular é determinada por essa relação.

A massa m do satélite não aparece na Equação 12.10, o que mostra que o movimento de um satélite não depende de sua massa. Uma astronauta no interior de um ônibus espacial em órbita é ela própria um satélite artificial da Terra, mantida na mesma órbita do ônibus espacial em virtude da atração gravitacional do planeta. A aceleração e a velocidade da astronauta possuem valores iguais aos da aceleração e da velocidade do ônibus espacial, de modo que não existe nenhuma força empurrando-a nem contra a parede nem contra o piso. Ela está no chamado *estado de imponderabilidade,* no qual seu peso aparente é nulo, tal como no caso de um elevador em queda livre; veja a discussão que segue o Exemplo 5.9 da Seção 5.2. (Um *verdadeiro* estado de imponderabilidade ocorreria somente se ela estivesse muito afastada de qualquer corpo, de modo que a atração gravitacional sobre ela seria igual a zero.) Na verdade, todas as partes de seu corpo possuem um peso aparente igual a zero; ela não sente nenhuma força empurrando seu estômago contra seus intestinos ou sua cabeça contra seus ombros (**Figura 12.16**).

A ocorrência de um peso aparente igual a zero não é apenas característica de uma órbita circular; isso ocorrerá sempre que a atração gravitacional for a única força atuando sobre uma espaçonave. Portanto, ocorre em qualquer tipo de órbita, incluindo as órbitas abertas indicadas pelas trajetórias (6) e (7) na Figura 12.14.

Podemos deduzir uma relação entre o raio r de uma órbita circular e o período T, o tempo de uma revolução. A velocidade v é a distância $2\pi r$ percorrida durante uma revolução, dividida pelo período:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad (12.11)$$

Resolvemos a Equação 12.11 explicitando T e eliminamos v usando a Equação 12.10:

Período de uma órbita circular em torno da Terra

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{Gm_T}} = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{Gm_T}} \qquad (12.12)$$

Raio da órbita; Velocidade orbital; Constante gravitacional; Massa da Terra

Figura 12.16 Estes astronautas de um ônibus espacial encontram-se em estado de aparente imponderabilidade. Quais estão em pé e quais estão de cabeça para baixo?

As equações 12.10 e 12.12 mostram que as órbitas maiores correspondem a velocidades mais baixas e a períodos mais longos. Como um exemplo, a Estação Espacial Internacional (Figura 12.13) orbita a 6.800 km do centro da Terra (400 km acima da superfície da Terra) com uma velocidade orbital de 7,7 km/s e um período orbital de 93 minutos. A Lua circula a Terra em uma órbita muito maior, com raio de 384.000 km, e, portanto, possui velocidade orbital muito mais lenta (1,0 km/s) e período orbital muito mais longo (27,3 dias).

É interessante comparar a Equação 12.10 com o cálculo da velocidade de escape do Exemplo 12.5. Vemos que a velocidade de escape de um corpo esférico com raio R é $\sqrt{2}$ vezes maior que a velocidade de um satélite em uma órbita de mesmo raio. Caso nossa espaçonave esteja em uma órbita circular em torno de *qualquer* planeta, devemos multiplicar a velocidade dessa órbita por $\sqrt{2}$ para que ele escape para o infinito, qualquer que seja a massa do planeta.

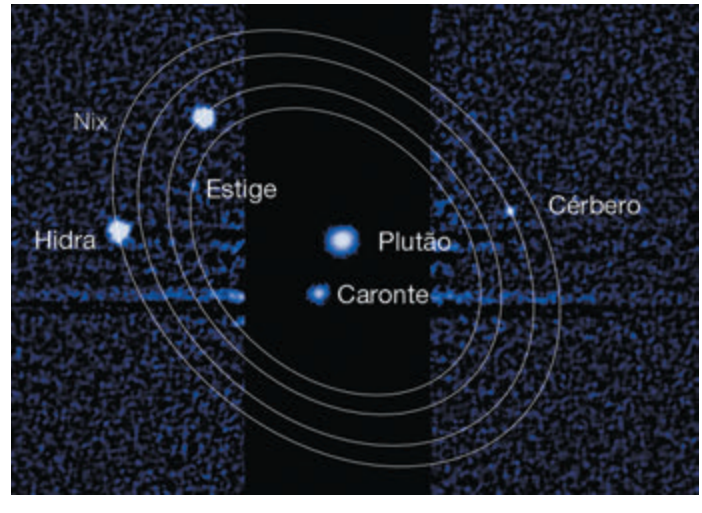
Uma vez que a velocidade v em uma órbita circular é determinada pela Equação 12.10 para um dado raio r da órbita, a energia mecânica total $E = K + U$ também pode ser determinada. Usando as equações 12.9 e 12.10, achamos

$$\begin{aligned} E = K + U &= \tfrac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{Gm_{\mathrm{T}}m}{r}\right) \\ &= \tfrac{1}{2}m\left(\frac{Gm_{\mathrm{T}}}{r}\right) - \frac{Gm_{\mathrm{T}}m}{r} \\ &= -\frac{Gm_{\mathrm{T}}m}{2r} \qquad \text{(órbita circular)} \end{aligned} \tag{12.13}$$

A energia mecânica total em uma órbita circular é negativa e igual à metade da energia potencial gravitacional. Aumentar o raio r da órbita significa aumentar a energia mecânica (isto é, fazer E ficar menos negativa). Quando o satélite está em uma órbita relativamente baixa no limiar da atmosfera terrestre, a energia mecânica diminui por causa do trabalho negativo realizado pela força de resistência do ar; portanto, o raio da órbita deve ir diminuindo até que o satélite queime na atmosfera ou caia no solo.

Temos nos referido principalmente a satélites artificiais da Terra, porém podemos aplicar a análise anterior para *qualquer* corpo submetido a uma atração gravitacional de um astro estacionário. A **Figura 12.17** mostra um exemplo.

Figura 12.17 O planeta-anão Plutão possui pelo menos cinco satélites. De acordo com as equações 12.10 e 12.12, quanto maior a órbita do satélite em torno de Plutão, menor é a velocidade orbital do satélite e maior seu período orbital.



EXEMPLO 12.6 UMA ÓRBITA DE SATÉLITE

Suponha que você deseje colocar um satélite meteorológico de 1.000 kg em uma órbita circular 300 km acima da superfície terrestre. (a) Quais seriam a velocidade, o período e a aceleração radial desse satélite? (b) Qual seria o trabalho necessário para colocar esse satélite em órbita? (c) Qual seria o trabalho adicional necessário para fazer esse satélite deixar a Terra? O raio e a massa da Terra podem ser encontrados no Exemplo 12.5 (Seção 12.3).

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o satélite está em uma órbita circular, então podemos usar as equações deduzidas nesta seção. No item (a), primeiro acharemos o raio r da órbita do satélite nessa altitude. Depois, calcularemos a velocidade v e o período T usando as equações 12.10 e 12.12 e a aceleração por $a_{rad} = v^2/r$. Nos itens (b) e (c), o trabalho necessário é a diferença entre as energias mecânicas inicial e final, que, para uma órbita circular, é dada pela Equação 12.13.

EXECUTAR: (a) o raio da órbita do satélite é $r = 6.370\ \text{km} + 300\ \text{km} = 6.670\ \text{km} = 6{,}67 \times 10^6\ \text{m}$. Pela Equação 12.10, a velocidade orbital é

$$v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}} = \sqrt{\frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg})}{6{,}67 \times 10^6\ \text{m}}}$$
$$= 7.730\ \text{m/s}$$

Pela Equação 12.12, o período orbital é

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\,(6{,}67 \times 10^6\ \text{m})}{7.730\ \text{m/s}} = 5.420\ \text{s} = 90{,}4\ \text{min}$$

Por fim, a aceleração radial é dada por

$$a_{rad} = \frac{v^2}{r} = \frac{(7.730\ \text{m/s})^2}{6{,}67 \times 10^6\ \text{m}} = 8{,}96\ \text{m/s}^2$$

Este é o valor de g na altura de 300 km acima da superfície da Terra; ele é aproximadamente 10% menor que o valor de g na superfície terrestre.

(b) O trabalho necessário é dado pela diferença entre a energia mecânica total E_2 quando o satélite está em órbita e a energia mecânica total original E_1 quando o satélite estava em repouso na plataforma de lançamento. Usando a Equação 12.13, obtemos a energia em órbita

$$E_2 = -\frac{Gm_Tm}{2r}$$
$$= -\frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg})\,(1.000\ \text{kg})}{2(6{,}67 \times 10^6\ \text{m})}$$
$$= -2{,}98 \times 10^{10}\ \text{J}$$

A energia cinética do satélite é zero na plataforma de lançamento ($r = R_T$), portanto:

$$E_1 = K_1 + U_1 = 0 + \left(-\frac{Gm_Tm}{R_T}\right)$$
$$= -\frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg})\,(1.000\ \text{kg})}{6{,}37 \times 10^6\ \text{m}}$$
$$= -6{,}25 \times 10^{10}\ \text{J}$$

Portanto, o trabalho necessário é

$$W_{\text{necessário}} = E_2 - E_1 = (-2{,}98 \times 10^{10}\ \text{J}) - (-6{,}25 \times 10^{10}\ \text{J})$$
$$= 3{,}27 \times 10^{10}\ \text{J}$$

(c) Vimos na parte (b) do Exemplo 12.5 que, para um satélite escapar até o infinito, a energia mecânica total deve ser igual a zero. Aqui, a energia mecânica total na órbita circular é $E_2 = -2{,}98 \times 10^{10}$ J; para fazer essa energia crescer até zero, seria preciso realizar um trabalho igual a $2{,}98 \times 10^{10}$ J no satélite, energia esta que poderia ser fornecida pelos motores de um foguete ligado ao satélite.

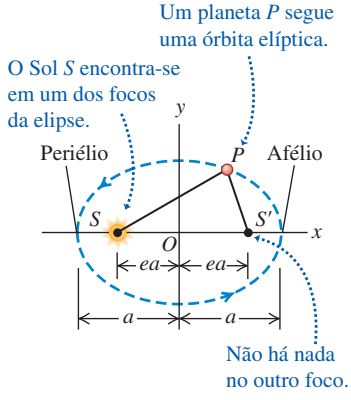
AVALIAR: na parte (b), desprezamos a energia cinética inicial do satélite (que ainda estava na plataforma de lançamento) em virtude da rotação da Terra. Que diferença faz esse fator? (Veja dados úteis no Exemplo 12.5.)

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 12.4 Sua espaçonave está em baixa altitude, em uma órbita circular ao redor da Terra. A resistência do ar nas regiões mais periféricas da atmosfera executa trabalho negativo sobre a espaçonave, fazendo com que o raio da órbita diminua um pouco. A velocidade da espaçonave (i) permanece a mesma, (ii) aumenta ou (iii) diminui? I

12.5 AS LEIS DE KEPLER E O MOVIMENTO DE PLANETAS

A palavra *planeta* deriva de um termo grego que significa "errante" e, na verdade, os planetas mudam constantemente de posição no céu em relação ao fundo de estrelas. Uma das maiores realizações intelectuais dos séculos XVI e XVII foi a verificação de três fatos: a Terra também é um planeta; todos os planetas descrevem órbitas em torno do Sol; os movimentos aparentes dos planetas vistos da Terra podem ser usados para determinar suas órbitas precisamente.

Figura 12.18 Geometria de uma elipse. A soma das distâncias SP e $S'P$ permanece constante para todos os pontos da curva. As dimensões do Sol (S) e do planeta (P) estão ampliadas exageradamente para dar maior clareza.

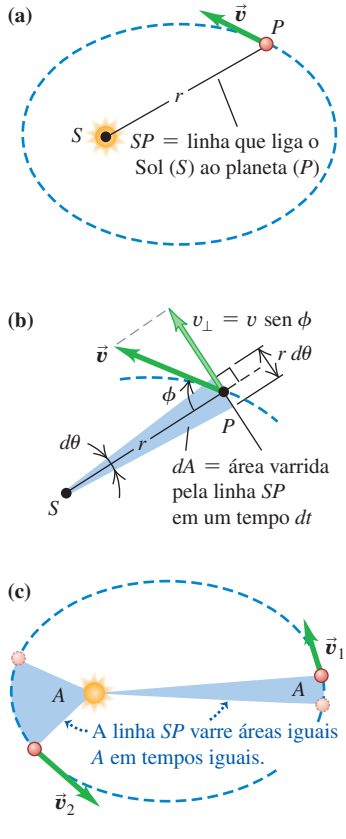


Nicolau Copérnico publicou em 1543, na Polônia, a primeira e a segunda dessas conclusões. A determinação das órbitas dos planetas foi realizada entre 1601 e 1619, pelo astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler, usando um conjunto volumoso de dados precisos sobre os movimentos planetários aparentes, compilados por seu preceptor, o astrônomo dinamarquês Tycho Brahe. Pelo método de tentativa e erro, Kepler descobriu três leis empíricas que descrevem com precisão o movimento dos planetas:

1. **Cada planeta se move em uma órbita elíptica, com o Sol ocupando um dos focos da elipse.**
2. **A linha que liga o Sol a um planeta varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.**
3. **O período de um planeta é proporcional à potência $\frac{3}{2}$ do comprimento do eixo maior da elipse descrita pelo respectivo planeta.**

Kepler não sabia *por que* os planetas se moviam desse modo. Três gerações mais tarde, quando Newton estudava o movimento dos planetas, descobriu que todas as leis de Kepler poderiam ser *deduzidas*; elas decorrem das leis do movimento de Newton e da lei da gravitação. Vamos examinar cada uma das leis de Kepler separadamente.

Figura 12.19 (a) O planeta (P) se move ao redor do Sol (S), descrevendo uma órbita elíptica. (b) Em um intervalo dt, a linha SP varre uma área $dA = \frac{1}{2}(r\,d\theta)r = \frac{1}{2}r^2\,d\theta$. (c) A velocidade do planeta varia de tal modo que a linha SP varre a mesma área A em um dado tempo t, qualquer que seja a posição do planeta em sua órbita.



Primeira lei de Kepler

Inicialmente, vamos considerar a órbita elíptica mencionada na primeira lei de Kepler. A **Figura 12.18** mostra a geometria de uma elipse. A dimensão maior corresponde ao *eixo maior*, e a é a metade do comprimento do eixo maior; esta metade é o **semieixo maior**. A soma das distâncias de S até P e de S' até P é a mesma para todos os pontos sobre a curva. Os pontos S e S' são os *focos*. O Sol está no ponto S (*não* no centro da elipse) e o planeta, no ponto P; consideramos esses astros como pontos porque suas dimensões são muito menores que a distância entre eles. Não existe nada no outro foco, S'.

A distância de cada foco até o centro da elipse é igual a ea, onde e é um número sem dimensões entre 0 e 1, denominado **excentricidade**. Quando $e = 0$, os dois focos coincidem e a elipse é uma circunferência. As órbitas reais dos planetas são aproximadamente circulares; suas excentricidades variam de 0,007 para Vênus a 0,206 para Mercúrio (a órbita da Terra tem $e = 0{,}017$). O *periélio* corresponde ao ponto mais próximo do Sol na órbita do planeta e o *afélio* corresponde ao ponto mais afastado do Sol na órbita do planeta.

Newton verificou que, quando uma força de atração proporcional a $1/r^2$ atua sobre um corpo, as únicas órbitas fechadas possíveis são a elipse e a circunferência; ele também mostrou que órbitas abertas [trajetórias (6) e (7) na Figura 12.14] devem ser parábolas ou hipérboles. Esses resultados podem ser obtidos de forma direta usando-se as leis do movimento de Newton e a lei da gravitação, com várias outras equações diferenciais que você ainda não está pronto para utilizar.

Segunda lei de Kepler

A segunda lei de Kepler é mostrada na **Figura 12.19**. Em um pequeno intervalo dt, a linha que liga o Sol S ao planeta P descreve um ângulo $d\theta$. A área varrida é dada pelo triângulo sombreado de altura r, base $r\,d\theta$ e área $dA = \frac{1}{2}r^2\,d\theta$ na Figura 12.19b. A taxa com a qual essa área é varrida, dA/dt, é denominada *velocidade setorial:*

$$\frac{dA}{dt} = \tfrac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt} \tag{12.14}$$

A essência da segunda lei de Kepler consiste em dizer que a velocidade setorial permanece constante, qualquer que seja o ponto da órbita. Quando o planeta está

próximo do Sol, r é pequeno e $d\theta/dt$ possui valor grande; quando o planeta está longe do Sol, r é grande e $d\theta/dt$ possui valor pequeno.

Para ver como a segunda lei de Kepler é deduzida a partir das leis de Newton, escrevemos dA/dt em termos do vetor velocidade $\vec{\boldsymbol{v}}$ do planeta P. O componente de $\vec{\boldsymbol{v}}$ perpendicular à linha radial é dado por $v_\perp = v \operatorname{sen}\phi$. Pela Figura 12.19b, o deslocamento ao longo da direção de $v_\perp$ durante um intervalo dt é $r\,d\theta$, de modo que obtemos $v_\perp = r\,d\theta/dt$. Substituindo essa relação na Equação 12.14, achamos

$$\frac{dA}{dt} = \tfrac{1}{2} r v \operatorname{sen}\phi \qquad \text{(velocidade do setor)} \tag{12.15}$$

Agora, rv sen ϕ é o módulo do produto vetorial $\vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{v}}$, que, por sua vez, é igual a $1/m$ vezes o momento angular $\vec{\boldsymbol{L}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times m\vec{\boldsymbol{v}}$ do planeta em relação ao Sol. Assim, obtemos

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2m}\left|\vec{\boldsymbol{r}} \times m\vec{\boldsymbol{v}}\right| = \frac{L}{2m} \tag{12.16}$$

Portanto, a segunda lei de Kepler, segundo a qual a velocidade setorial é constante, significa que o momento angular é constante!

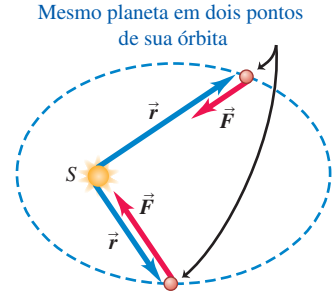
É fácil provar que o momento angular de um planeta *deve* ser constante. De acordo com a Equação 10.26, a taxa de variação de $\vec{\boldsymbol{L}}$ é igual ao torque da força gravitacional $\vec{\boldsymbol{F}}$ que atua sobre o planeta:

$$\frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt} = \vec{\tau} = \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}}$$

Neste caso, $\vec{\boldsymbol{r}}$ é o vetor que liga o Sol ao planeta, e a força gravitacional $\vec{\boldsymbol{F}}$ é direcionada do planeta ao Sol (**Figura 12.20**). Portanto, esses dois vetores sempre estão sobre a mesma direção, e o produto vetorial $\vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}}$ é igual a zero. Logo, $d\vec{\boldsymbol{L}}/dt = \mathbf{0}$. Essa conclusão não depende do fato de a força ser proporcional a $1/r^2$; o momento angular se conserva para *qualquer* força que sempre atua ao longo da linha que liga a partícula a um ponto fixo. Esse tipo de força denomina-se *força central*. (A primeira e a terceira leis de Kepler são válidas *somente* quando a força é proporcional a $1/r^2$.)

A conservação do momento angular também explica por que a órbita deve estar contida em um plano. O vetor $\vec{\boldsymbol{L}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times m\vec{\boldsymbol{v}}$ é sempre perpendicular ao plano formado pelos vetores $\vec{\boldsymbol{r}}$ e $\vec{\boldsymbol{v}}$; como $\vec{\boldsymbol{L}}$ é um vetor constante em módulo e direção, $\vec{\boldsymbol{r}}$ é $\vec{\boldsymbol{v}}$ devem sempre estar sobre um mesmo plano, que é justamente o plano da órbita do planeta.

Figura 12.20 Como a força gravitacional que o Sol exerce sobre um planeta produz torque zero em torno do Sol, o momento angular do planeta em torno do Sol permanece constante.



- A força gravitacional $\vec{\boldsymbol{F}}$ sobre o planeta tem diferentes módulos em diferentes pontos, mas é sempre oposta ao vetor $\vec{\boldsymbol{r}}$ do Sol até o planeta.
- Logo, $\vec{\boldsymbol{F}}$ produz torque zero em torno do Sol.

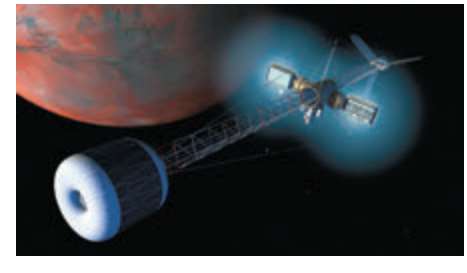
Terceira lei de Kepler

Já deduzimos a terceira lei de Kepler para o caso particular de órbitas circulares. A Equação 12.12 mostra que o período de um satélite ou planeta em uma órbita circular é proporcional à potência $\frac{3}{2}$ do raio da órbita. Newton mostrou que essa mesma relação também vale no caso de uma órbita *elíptica*, substituindo-se o raio da órbita r pelo semieixo maior a:

$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{G m_S}} \qquad \text{(órbita elíptica em torno do Sol)} \tag{12.17}$$

Uma vez que o planeta descreve a órbita em torno do Sol, e não em torno da Terra, substituímos a massa da Terra m_T na Equação 12.12 pela massa do Sol m_S. Note que o período não depende da excentricidade e. Um asteroide em uma órbita elíptica alongada com um semieixo maior a terá o mesmo período orbital que um planeta que descreva uma órbita circular com raio a. A diferença principal é que o

BIO Aplicação Danos biológicos das viagens interplanetárias Uma espaçonave enviada da Terra a outro planeta passa a maior parte de sua jornada fazendo uma órbita elíptica com o Sol em um foco. Os foguetes são usados apenas no início e no final da viagem, e até mesmo a viagem a um planeta próximo como Marte leva vários meses. Durante essa jornada, a espaçonave é exposta a raios cósmicos — radiação que emana de todas as partes da nossa galáxia. (Na Terra, somos protegidos dessa radiação pelo campo magnético do nosso planeta, conforme explicaremos no Capítulo 27.) Isso não impõe problema algum para uma espaçonave robótica, mas poderia causar um dano biológico grave aos astronautas que estão realizando tal viagem.



asteroide se move com velocidades diversas em diferentes pontos da órbita elíptica (Figura 12.19c), enquanto a velocidade do planeta se mantém constante ao longo de sua órbita circular.

EXEMPLO CONCEITUAL 12.7 VELOCIDADES ORBITAIS

Em que ponto de uma órbita elíptica (Figura 12.19) um planeta apresenta a maior velocidade? E a menor?

SOLUÇÃO

A energia mecânica se conserva enquanto o planeta se move ao redor da órbita. A energia cinética do planeta $K = \frac{1}{2}mv^2$ é máxima quando a energia potencial $U = -Gm_S m/r$ é mínima (isto é, o mais negativa possível; veja a Figura 12.11), o que ocorre quando a distância r, entre o sol e o planeta, é mínima. Assim, a velocidade v é máxima no periélio. De modo semelhante, K é mínimo quando r é máximo, de modo que a velocidade é mais lenta no afélio.

Sua intuição a respeito de corpos que caem é útil aqui. Enquanto o planeta "cai" na direção do Sol, ele acelera, e sua velocidade é máxima quando está mais perto do Sol. Pelo mesmo raciocínio, o planeta desacelera quando se afasta do Sol, e sua velocidade é mínima no afélio.

EXEMPLO 12.8 TERCEIRA LEI DE KEPLER

O asteroide Palas tem um período orbital de 4,62 anos e uma excentricidade orbital de 0,233. Encontre o semieixo maior de sua órbita.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este exemplo usa a terceira lei de Kepler, que relaciona o período T com o semieixo maior a de um objeto (como um asteroide) em órbita. Usamos a Equação 12.17 para encontrar a; pelo Apêndice F, temos $m_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg, e um fator de conversão do Apêndice E fornece $T = (4{,}62 \text{ anos})(3{,}156 \times 10^7 \text{ s/ano}) = 1{,}46 \times 10^8$ s. Note que não precisamos do valor da excentricidade.

EXECUTAR: pela Equação 12.17, $a^{3/2} = [(Gm_S)^{1/2}T]/2\pi$. Para explicitar a, elevamos essa expressão à potência $\frac{2}{3}$:

$$a = \left(\frac{Gm_S T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 4{,}15 \times 10^{11} \text{ m}$$

(Substitua você mesmo os números para verificar.)

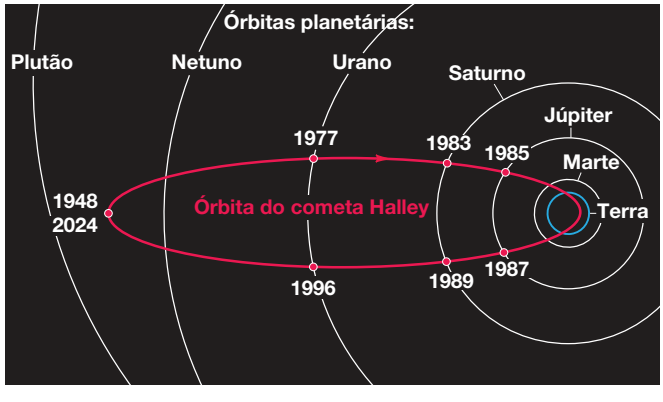
AVALIAR: nosso resultado fica entre os semieixos maiores de Marte e Júpiter (veja o Apêndice F). Com efeito, a maioria dos asteroides conhecidos orbita em um "cinturão de asteroides" entre as órbitas desses dois planetas.

EXEMPLO 12.9 O COMETA HALLEY

O cometa Halley se move em uma órbita alongada ao redor do Sol (**Figura 12.21**). No periélio, a distância entre o cometa e o Sol é igual a $8{,}75 \times 10^7$ km; no afélio, é igual a $5{,}26 \times 10^9$ km. Calcule o semieixo maior, a excentricidade e o período orbital.

Figura 12.21 (a) A órbita do cometa Halley. (b) Imagem do cometa Halley quando ele apareceu em 1986. No coração do cometa existe uma camada de gelo, chamada núcleo, que possui diâmetro de aproximadamente 10 km. Quando a órbita do cometa faz com que ele se aproxime do Sol, o calor produz uma vaporização parcial do núcleo. O material evaporado constitui a cauda, que pode se projetar até uma distância de dezenas de milhões de quilômetros.

(a)



(b)

(*Continua*)

(*Continuação*)

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: precisamos descobrir o semieixo maior a, a excentricidade e e o período orbital T. Podemos usar a Figura 12.18 para encontrar a e e a partir das distâncias do periélio e do afélio. Assim que soubermos o valor de a, podemos encontrar o período orbital T usando a terceira lei de Kepler, Equação 12.17.

EXECUTAR: vemos, na Figura 12.18, que o comprimento do eixo maior é igual à soma da distância entre o cometa e o Sol no periélio e a distância entre o cometa e o Sol no afélio. Logo,

$$a = \frac{(8{,}75 \times 10^7\ \text{km}) + (5{,}26 \times 10^9\ \text{km})}{2} = 2{,}67 \times 10^9\ \text{km}$$

A Figura 12.18 também mostra que a distância entre o cometa e o Sol no periélio é $a - ea = a(1 - e)$. Como sabemos que a distância é $8{,}75 \times 10^7$ km, a excentricidade é

$$e = 1 - \frac{8{,}75 \times 10^7\ \text{km}}{a} = 1 - \frac{8{,}75 \times 10^7\ \text{km}}{2{,}67 \times 10^9\ \text{km}} = 0{,}967$$

O período pode ser obtido usando-se a Equação 12.17:

$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{Gm_S}} = \frac{2\pi\,(2{,}67 \times 10^{12}\ \text{m})^{3/2}}{\sqrt{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(1{,}99 \times 10^{30}\ \text{kg})}}$$

$$= 2{,}38 \times 10^9\ \text{s} = 75{,}5\ \text{anos}$$

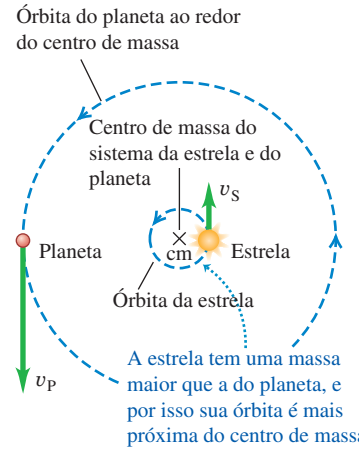
AVALIAR: a excentricidade é muito próxima de 1, portanto a órbita do cometa é muito alongada (veja a Figura 12.21a). O cometa Halley atingiu o periélio no início de 1986. A próxima vez que ele atingirá o periélio será em 2061.

Movimentos planetários e o centro de massa

Havíamos suposto que, quando um planeta ou um cometa descreve uma órbita em torno do Sol, este permanece absolutamente estacionário. Obviamente isso não é correto; como o Sol exerce uma força gravitacional sobre o planeta, este exerce uma força gravitacional sobre o Sol de mesmo módulo e direção. Na realidade, o *Sol* e o *planeta* descrevem uma órbita em torno do centro de massa comum (**Figura 12.22**). Ao desprezarmos esse efeito, no entanto, cometemos apenas um pequeno erro, porque a massa do Sol é aproximadamente 750 vezes maior que a soma das massas de todos os planetas, de modo que o centro de massa do sistema solar não está muito afastado do centro do Sol. É interessante observar que os astrônomos utilizam esse efeito para detectar a presença de planetas orbitando ao redor de outras estrelas. Telescópios sensíveis são capazes de detectar a "oscilação" aparente de uma estrela ao orbitar ao redor do centro comum de massa de uma estrela e de um planeta não visível que a acompanha. (Os planetas não são suficientemente iluminados para serem observados diretamente.) Analisando essas "oscilações", os astrônomos descobriram planetas orbitando ao redor de centenas de outras estrelas.

O resultado mais impressionante do trabalho de Newton é que as *mesmas* leis usadas para descrever o movimento de corpos na Terra podem ser usadas para descrever o movimento de todos os corpos do universo. Essa *síntese newtoniana*, como se costuma dizer, é um dos grandes princípios unificadores da ciência. Isso produziu efeitos profundos no modo como a humanidade passou a encarar o universo — não como uma realidade misteriosa e impenetrável, mas como uma extensão de nosso mundo cotidiano, sujeita ao cálculo e ao estudo científico.

Figura 12.22 Uma estrela e seu planeta orbitam ao redor de seu centro de massa comum.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 12.5 A órbita do Cometa X possui um semieixo quatro vezes maior que o do Cometa Y. Qual é a razão entre o período orbital de X e o de Y? (i) 2; (ii) 4; (iii) 8; (iv) 16; (v) 32; (vi) 64. ❙

12.6 DISTRIBUIÇÃO ESFÉRICA DE MASSA

Afirmamos sem demonstrar que a interação gravitacional entre dois corpos que possuem distribuições de massa com simetria esférica, para pontos externos das esferas, é igual à interação gravitacional entre duas partículas localizadas nos centros das respectivas esferas. Agora, estamos preparados para demonstrar essa afirmação. Newton passou vários anos em busca dessa demonstração e atrasou a publicação da lei da gravitação até conseguir encontrá-la.

Em vez de começar com dois corpos de simetria esférica, vamos estudar o problema mais simples da atração entre uma partícula de massa m interagindo com uma fina casca esférica de massa M. Mostraremos que, quando a massa m está fora da esfera, a *energia potencial* associada a esse sistema é a mesma obtida supondo que toda a massa M da esfera esteja concentrada em seu centro. Vimos, na Seção 7.4, que a força é a derivada da energia potencial com o sinal negativo, de modo que a *força* sobre m também é a mesma obtida para a massa M. Nosso resultado também será válido para *qualquer* distribuição de massa M com simetria esférica, que pode ser imaginada como se fosse constituída por uma superposição de muitas cascas esféricas concêntricas.

Uma massa pontual no exterior de uma casca esférica

Começamos considerando um anel sobre a superfície de uma casca esférica (**Figura 12.23a**), centralizado sobre a reta que une m ao centro da casca. Escolhemos esse exemplo porque nele todas as partículas sobre o anel estão a uma mesma distância s da massa pontual m. Pela Equação 12.9, a energia potencial gravitacional da interação entre a massa pontual m e a Terra (massa m_T), separada pela distância r, é dada por $U = -Gm_Tm/r$. Por essa relação, vemos que a energia potencial gravitacional da interação entre a massa pontual m e uma partícula de massa m_i no interior do anel é dada por

$$U_i = -\frac{Gmm_i}{s}$$

Para achar a energia potencial dU da interação entre m e o anel inteiro cuja massa é $dM = \sum_i m_i$, somamos a expressão anterior de U_i a todas as partículas que constituem o anel:

$$dU = \sum_i U_i = \sum_i \left(-\frac{Gmm_i}{s}\right) = -\frac{Gm}{s}\sum_i m_i = -\frac{Gm\,dM}{s} \qquad (12.18)$$

Para prosseguir, precisamos conhecer a massa dM do anel. Podemos encontrá-la com o auxílio da geometria. O raio da casca esférica é igual a R; portanto, em termos do ângulo ϕ mostrado na figura, o raio do anel é dado por R sen ϕ, e sua circunferência possui comprimento $2\pi R$ sen ϕ. A largura do anel é $R\,d\phi$, e sua área dA é aproximadamente igual à sua largura multiplicada por sua circunferência:

$$dA = 2\pi R^2 \operatorname{sen}\phi\, d\phi$$

A razão entre a massa do anel dM e a massa total M da casca esférica é igual à razão entre a área dA do anel e a área total $A = 4\pi R^2$ da casca esférica:

$$\frac{dM}{M} = \frac{2\pi R^2 \operatorname{sen}\phi\, d\phi}{4\pi R^2} = \tfrac{1}{2}\operatorname{sen}\phi\, d\phi \qquad (12.19)$$

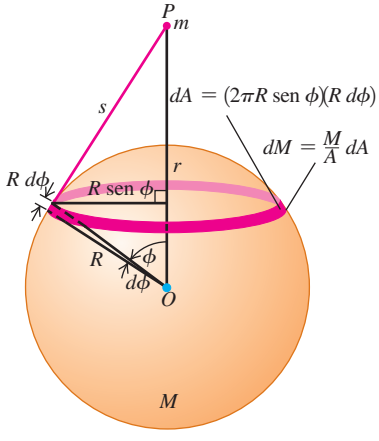
Agora, explicite dM da Equação 12.19 e substitua o resultado na Equação 12.18 para achar a energia potencial da interação entre a massa pontual m e o anel:

$$dU = -\frac{GMm \operatorname{sen}\phi\, d\phi}{2s} \qquad (12.20)$$

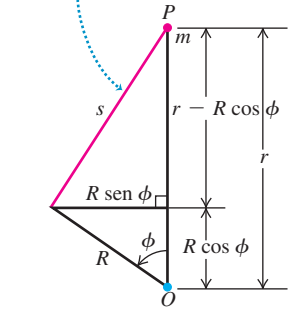
A energia potencial total da interação entre a massa pontual e a *casca esférica* é dada pela integral da Equação 12.20 sobre a esfera inteira quando ϕ varia de zero

Figura 12.23 Calculando a energia potencial gravitacional da interação entre uma massa pontual m no exterior de uma casca esférica e um anel sobre a superfície da casca, com massa M.

(a) Geometria da situação



(b) A distância s é a hipotenusa de um triângulo retângulo cujos lados são $(r - R\cos\phi)$ e R sen ϕ.



até π (e não de zero até 2π!) e s varia de $r - R$ até $r + R$. Para poder integrar, devemos escrever o integrando em termos de uma única variável; escolhemos s. Para expressar ϕ e $d\phi$ em função de s, é necessário usar a geometria. A Figura 12.23b mostra que s é a hipotenusa de um triângulo retângulo cujos lados são $(r - R\cos\phi)$ e $R\,\text{sen}\,\phi$. Então, o teorema de Pitágoras fornece

$$\begin{aligned} s^2 &= (r - R\cos\phi)^2 + (R\,\text{sen}\,\phi)^2 \\ &= r^2 - 2rR\cos\phi + R^2 \end{aligned} \tag{12.21}$$

Diferenciando os dois membros dessa relação:

$$2s\,ds = 2rR\,\text{sen}\,\phi\,d\phi$$

Dividindo por $2rR$ e substituindo o resultado na Equação 12.20, obtemos:

$$dU = -\frac{GMm}{2s}\frac{s\,ds}{rR} = -\frac{GMm}{2rR}ds \tag{12.22}$$

Podemos agora integrar a Equação 12.22, lembrando que s varia de $r - R$ a $r + R$:

$$U = -\frac{GMm}{2rR}\int_{r-R}^{r+R} ds = -\frac{GMm}{2rR}[(r + R) - (r - R)] \tag{12.23}$$

Finalmente, temos

$$U = -\frac{GMm}{r} \qquad \begin{array}{l}\text{(massa } m \text{ no exterior da} \\ \text{casca esférica de massa } M)\end{array} \tag{12.24}$$

Isso é igual à energia potencial de duas massas pontuais m e M separadas por uma distância r. Portanto, provamos que a energia potencial de uma massa pontual m interagindo com uma casca esférica de massa M para qualquer distância r é a mesma obtida supondo-se uma interação entre duas massas pontuais. Como a força é dada por $F_r = -dU/dr$, o mesmo raciocínio também vale para a força.

A força gravitacional entre distribuições esféricas de massa

Qualquer distribuição de massa com simetria esférica pode ser imaginada como se fosse constituída por uma superposição de muitas cascas esféricas concêntricas. Aplicando o princípio da superposição das forças, concluímos que o que é verdadeiro para uma camada também o é para o conjunto inteiro das camadas. Portanto, provamos metade do que desejávamos demonstrar, ou seja, que a interação gravitacional entre uma massa pontual e uma distribuição de massa com simetria esférica é a mesma, como se toda a massa da distribuição de massa com simetria esférica estivesse concentrada no centro da esfera.

A outra metade a ser provada é que *duas* distribuições de massa com simetria esférica interagem como se ambas fossem pontos. Esta parte é mais fácil. Na Figura 12.23a, as forças de atração formam um par de ação e reação, e elas obedecem à terceira lei de Newton. Portanto, provamos também que a força exercida por m *sobre* a esfera de massa M é a mesma que se M estivesse concentrada em um ponto. Substituímos agora a massa m por uma distribuição de massa com simetria esférica centralizada no ponto onde se encontrava a massa m; a força gravitacional resultante sobre qualquer parte de M é a mesma que a mencionada anteriormente e, portanto, a força total também será a mesma. Isso completa nossa demonstração.

Massa pontual no interior de uma casca esférica

Havíamos considerado que a massa pontual m estava no exterior da casca esférica, portanto nossa demonstração só vale quando a massa m se encontra no exterior de uma distribuição de massa com simetria esférica. Quando a massa pontual m se encontra no *interior* da casca, a geometria é indicada na **Figura 12.24**. A análise inteira segue os mesmos passos da dedução anterior; continuam válidas as relações desde a Equação 12.18 até a 12.22. Porém, na Equação 12.23, os limites de integração devem ser alterados; os novos limites são de $R - r$ até $R + r$. Obtemos

$$U = -\frac{GMm}{2rR}\int_{R-r}^{R+r} ds = -\frac{GMm}{2rR}[(R + r) - (R - r)] \qquad (12.25)$$

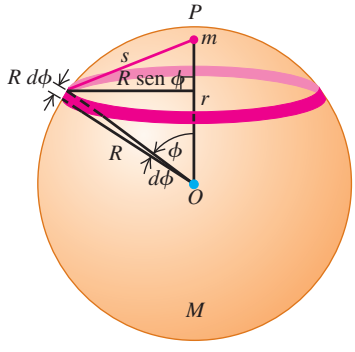
e o resultado final é

$$U = -\frac{GMm}{R} \qquad \begin{array}{l}\text{(massa } m \text{ no interior de uma}\\ \text{casca esférica de massa } M\text{)}\end{array} \qquad (12.26)$$

Compare esse resultado com a Equação 12.24: em vez de termos no denominador a distância r entre m e o centro de M, temos R, o raio da casca. Isso nos leva a concluir que U na Equação 12.26 não depende de r e, portanto, possui o mesmo valor no interior da casca esférica. Quando m se move no interior da esfera, nenhum trabalho é realizado sobre ela, de modo que a força que atua sobre a massa pontual m é igual a zero em qualquer ponto do interior da casca.

Generalizando, em qualquer ponto no interior de uma distribuição de massa com simetria esférica (não necessariamente uma casca), a uma distância r do centro, a força gravitacional sobre uma massa pontual m é a mesma força que seria produzida se removêssemos todas as massas situadas em pontos com distâncias ao centro maiores que r e concentrássemos toda a massa da esfera restante no centro desta.

Figura 12.24 Quando uma massa pontual m está no *interior* de uma casca esférica de massa M, a energia potencial é sempre a mesma, qualquer que seja o ponto onde se encontra a massa pontual no interior da casca esférica. A interação gravitacional mútua resultante das massas é igual a zero.



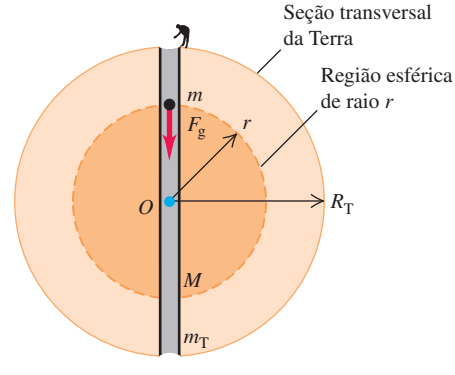
EXEMPLO 12.10 "VIAGEM AO CENTRO DA TERRA"

Suponha que você faça um buraco através de um diâmetro da Terra e deixe cair nele um malote de correspondência. Deduza uma expressão da força gravitacional F_g sobre o malote em função de sua distância r ao centro. Suponha que a densidade da Terra seja constante (este não é um modelo realista; veja a Figura 12.9).

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como dissemos anteriormente, a força gravitacional F_g a uma distância r do centro é determinada apenas pela massa M dentro de uma região esférica de raio r (**Figura 12.25**). A força gravitacional resultante sobre o malote é a mesma que se toda a massa M dentro de um raio r estivesse concentrada no centro da Terra. A massa de uma esfera uniforme é proporcional ao volume da esfera, que é $\frac{4}{3}\pi r^3$ para uma esfera de raio r e $\frac{4}{3}\pi R_T^3$ para a Terra inteira.

Figura 12.25 Um buraco é feito através do centro da Terra (supostamente uniforme). Quando um objeto está a uma distância r do centro, somente a massa no interior de uma esfera de raio r exerce uma força gravitacional resultante sobre ele.



(*Continua*)

(*Continuação*)

EXECUTAR: a razão entre a massa M da esfera de raio r e a massa da Terra, m_T, é

$$\frac{M}{m_T} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{r^3}{R_T^3} \quad \text{então} \quad M = m_T\frac{r^3}{R_T^3}$$

O módulo da força gravitacional resultante sobre m é dado por

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} = \frac{Gm}{r^2}\left(m_T\frac{r^3}{R_T^3}\right) = \frac{Gm_Tm}{R_T^3}r$$

AVALIAR: para pontos no interior da esfera de densidade uniforme, F_g é *diretamente proporcional* à distância r ao centro da esfera, em vez de ser proporcional a $1/r^2$ para pontos no exterior da esfera. Diretamente sobre a superfície, onde $r = R_T$, a expressão anterior fornece $F_g = Gm_Tm/R_T^2$, como esperado. No próximo capítulo, aprenderemos como calcular o tempo que o malote levaria para emergir no lado oposto da Terra.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 12.6 No clássico livro de ficção científica de 1913, *Tarzan no centro da Terra*, de Edgar Rice Burroughs, exploradores descobrem que a Terra é uma esfera oca e que existe uma civilização morando dentro dela. Seria possível ficar em pé e caminhar sobre a superfície interna de um planeta oco e sem rotação? ❙

12.7 PESO APARENTE E ROTAÇÃO DA TERRA

Como a Terra gira em torno de seu eixo, não podemos considerá-la precisamente um sistema de referência inercial. Por essa razão, o peso aparente de um corpo sobre a Terra não é exatamente igual à força de atração gravitacional que a Terra exerce sobre esse corpo, a qual chamamos de **peso real** $\vec{p}_0$ do corpo. A **Figura 12.26** exibe um corte da Terra, mostrando três observadores. Cada observador segura uma balança de mola com um corpo de massa m pendurado em cada uma. Cada balança exerce uma tensão $\vec{F}$ sobre o corpo que nela está pendurado, e a leitura da balança fornece o módulo F dessa força. Caso os observadores não tivessem consciência do movimento da Terra, cada um deles *pensaria* que a leitura da escala da balança seria igual ao peso do corpo, porque pensa que o corpo está em equilíbrio na balança. Sendo assim, cada observador pensa que a tensão $\vec{F}$ deve ser igual e oposta à força $\vec{p}$, que chamamos de **peso aparente**. Entretanto, como os corpos estão girando com a Terra, eles *não* estão exatamente em equilíbrio. Nossa tarefa consiste em encontrar a relação entre o peso aparente $\vec{p}$ e o peso real $\vec{p}_0$.

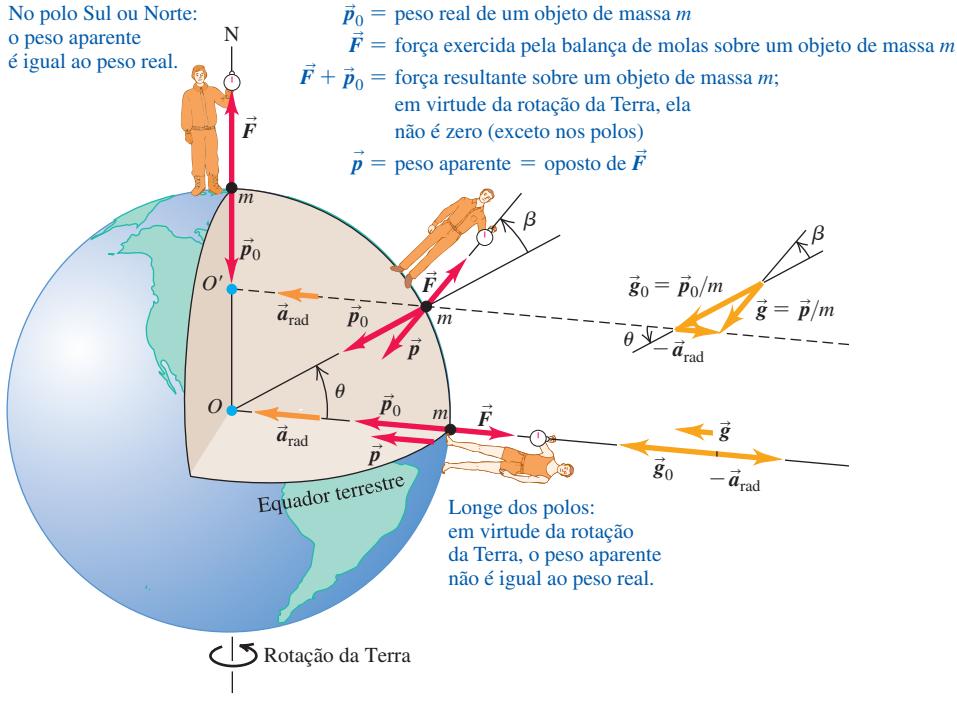


Figura 12.26 Exceto nos polos, as leituras das balanças (o *peso aparente*) são menores que a força de atração gravitacional sobre o objeto (o *peso real*). Isso acontece porque é preciso haver uma força resultante que forneça uma aceleração centrípeta enquanto o objeto gira com a Terra. Para maior visibilidade, a ilustração exagera o ângulo β entre os vetores do peso real e do peso aparente.

Supondo que a Terra seja esfericamente simétrica, então o peso aparente possui módulo Gm_Tm/R_T^2, onde m_T e R_T são a massa e o raio da Terra. Esse valor é o mesmo para todos os pontos da superfície terrestre. Caso o centro da Terra seja a origem de um sistema inercial, então um corpo no Polo Norte realmente *está* em equilíbrio em um sistema inercial, e a leitura da balança do observador é igual a p_0. No entanto, um corpo no equador terrestre se move em um círculo de raio R_T com velocidade v, e deverá haver uma força resultante para dentro igual à massa vezes a aceleração centrípeta:

$$p_0 - F = \frac{mv^2}{R_T}$$

Portanto, o módulo do peso aparente (igual ao módulo de F) é dado por

$$p = p_0 - \frac{mv^2}{R_T} \qquad \text{(no equador)} \tag{12.27}$$

Se a Terra não estivesse girando, quando um corpo fosse liberado ele teria uma aceleração em queda livre dada por $g_0 = p_0/m$. Visto que a Terra *está* girando, a aceleração real do corpo que cai em relação a um observador no equador é $g = p/m$. Dividindo a Equação 12.27 por m e usando essas relações, encontramos

$$g = g_0 - \frac{v^2}{R_T} \qquad \text{(no equador)}$$

Para calcular v^2/R_T, notamos que um ponto sobre o equador leva 86.164 s para percorrer uma distância igual ao comprimento da circunferência da Terra, $2\pi R_T = 2\pi(6{,}37 \times 10^6 \text{ m})$. (O dia solar, 86.400 s, é $\frac{1}{365}$ vezes maior que esse valor, porque em um dia a Terra percorre uma fração de sua órbita em torno do Sol.) Portanto, achamos

$$v = \frac{2\pi\,(6{,}37 \times 10^6 \text{ m})}{86.164 \text{ s}} = 465 \text{ m/s}$$

$$\frac{v^2}{R_T} = \frac{(465 \text{ m/s})^2}{6{,}37 \times 10^6 \text{ m}} = 0{,}0339 \text{ m/s}^2$$

Logo, considerando a Terra esfericamente simétrica, a aceleração da gravidade no equador é cerca de 0,03 m/s^2 menor que a aceleração da gravidade nos polos.

Nos locais intermediários entre o equador e os polos, o peso real $\vec{\boldsymbol{p}}_0$ e a força centrípeta não estão alinhados na mesma direção, e devemos escrever uma equação vetorial correspondente à Equação 12.27. Pela Figura 12.26, vemos que a equação apropriada é

$$\vec{\boldsymbol{p}} = \vec{\boldsymbol{p}}_0 - m\vec{\boldsymbol{a}}_{\text{rad}} = m\vec{\boldsymbol{g}}_0 - m\vec{\boldsymbol{a}}_{\text{rad}} \tag{12.28}$$

A diferença entre os módulos g e g_0 está compreendida entre zero e 0,0339 m/s^2. Como indicado na Figura 12.26, existe um pequeno ângulo β, da ordem de 0,1° ou menos, entre a *direção* do vetor peso aparente e a direção que liga o ponto ao centro da Terra.

A **Tabela 12.1** fornece valores de g em diversos locais. Além de variações moderadas com a latitude, existem, também, pequenas variações adicionais provocadas pela elevação, variações locais de densidade e o desvio da Terra de uma simetria esférica perfeita.

TABELA 12.1 Variações de *g* com a latitude e a altitude.

Local	Latitude Norte	Altitude (m)	g (m/s^2)
Zona do Canal	9°	0	9,78243
Jamaica	18°	0	9,78591
Bermuda	32°	0	9,79806
Denver, CO	40°	1.638	9,79609
Pittsburgh, PA	40,5°	235	9,80118
Cambridge, MA	42°	0	9,80398
Groenlândia	70°	0	9,82534

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 12.7 Imagine um planeta que possua a mesma massa e raio que a Terra, mas complete dez rotações no mesmo tempo em que a Terra completa uma. Qual seria a diferença entre a aceleração da gravidade no equador do planeta e a aceleração da gravidade nos polos? (i) 0,00339 m/s^2; (ii) 0,0339 m/s^2; (iii) 0,339 m/s^2; (iv) 3,39 m/s^2. I

12.8 BURACO NEGRO

Em 1916, Albert Einstein apresentou sua teoria geral da relatividade, que incluía um novo conceito de natureza da gravitação. Em sua teoria, um objeto que possui massa realmente muda a geometria do espaço ao seu redor. Outros objetos sentem essa geometria alterada e respondem sendo atraídos ao primeiro objeto. A teoria geral da relatividade está fora do escopo deste capítulo, mas podemos examinar uma de suas previsões mais surpreendentes: a existência de **buracos negros**, objetos cuja influência gravitacional é tão grande que nada — nem mesmo a luz — pode escapar deles. Podemos compreender a ideia básica de um buraco negro usando os princípios da mecânica newtoniana.

Velocidade de escape de uma estrela

Pense nas propriedades do nosso Sol. Sua massa $M = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg e o raio $R = 6{,}96 \times 10^8$ m são muito maiores que os de qualquer planeta; em comparação com outras estrelas, contudo, o Sol não possui massa excepcionalmente grande. Você pode calcular a densidade média ρ do Sol como calculamos a densidade média da Terra na Seção 12.2:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1{,}99 \times 10^{30}\ \text{kg}}{\frac{4}{3}\pi\,(6{,}96 \times 10^8\ \text{m})^3} = 1.410\ \text{kg/m}^3$$

A temperatura do Sol varia entre 5.800 K (cerca de 5.500 °C) na superfície e $1{,}5 \times 10^7$ K em seu interior, de modo que ele certamente não contém sólidos ou líquidos. Contudo, a atração gravitacional aglutina os átomos dos gases, fazendo com que ele tenha uma densidade 41% mais elevada que a da água, e cerca de 1.200 vezes maior que a densidade do ar que respiramos.

Pense agora na velocidade de escape de um corpo da superfície do Sol. No Exemplo 12.5 (Seção 12.3), verificamos que a velocidade de escape da superfície de um corpo esférico com massa M e raio R é dada por $v = \sqrt{2GM/R}$. Substituindo $M = \rho V = \rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$ na relação da velocidade de escape, obtemos

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{8\pi G\rho}{3}}R \tag{12.29}$$

Usando qualquer uma das duas relações anteriores, você pode mostrar que a velocidade de escape de um corpo da superfície do Sol é dada por $v = 6{,}18 \times 10^5$ m/s

(cerca de 2,2 milhões de km/h). Esse valor, igual a aproximadamente $\frac{1}{500}$ da velocidade da luz no vácuo, é independente da massa do corpo que escapa; depende apenas da massa e do raio (ou do raio e da densidade média) do Sol.

Considere, agora, diversas estrelas com a mesma densidade média ρ, mas diferentes raios R. A Equação 12.29 mostra que, para um dado valor da densidade média ρ, a velocidade de escape v é diretamente proporcional a R. Em 1783, o Reverendo John Mitchell, um astrônomo amador, notou que, se um corpo com a mesma densidade média do Sol tivesse um raio aproximadamente 500 vezes maior que o do Sol, o módulo da velocidade de escape seria maior que a velocidade da luz no vácuo, c. Com a afirmação de que "toda luz emitida por esse corpo seria atraída para seu interior", Mitchell tornou-se o primeiro homem a sugerir a existência do que hoje chamamos de buraco negro.

Buracos negros, raio de Schwarzschild e horizonte de eventos

A primeira expressão para a velocidade de escape indicada na Equação 12.29 sugere que o corpo de massa M atuará como um buraco negro caso seu raio R seja menor ou igual a um certo raio crítico. Como determinar esse raio? Talvez você pense que basta substituir $v = c$ na Equação 12.29. Na realidade, esse procedimento fornece uma resposta correta, mas somente por causa de dois erros que se compensam. A energia cinética da luz *não* é dada por $mc^2/2$, e a energia potencial gravitacional nas vizinhanças de um buraco negro *não* é dada pela Equação 12.9. Em 1916, Karl Schwarzschild usou a teoria da relatividade geral de Einstein para deduzir uma expressão para o raio crítico R_S, atualmente chamado de **raio de Schwarzschild**. Verifica-se que o resultado é igual ao obtido quando substituímos $v = c$ na Equação 12.29. Portanto,

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R_S}}$$

Explicitando o raio de Schwarzschild R_S, obtemos

Raio de Schwarzschild de um buraco negro

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \qquad (12.30)$$

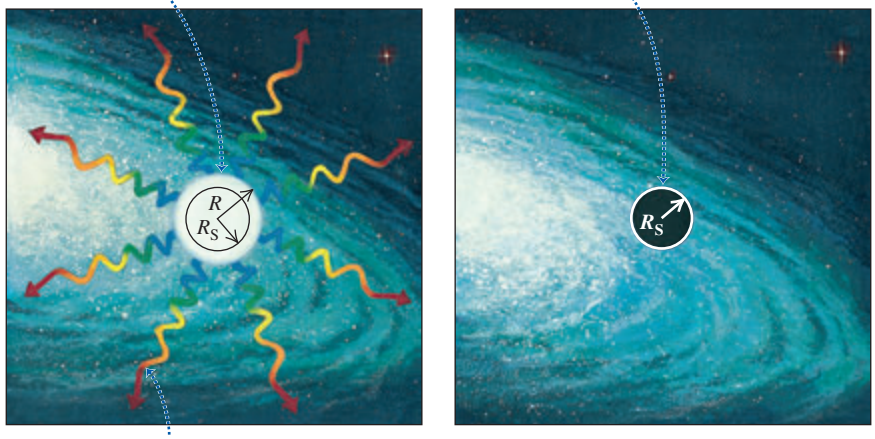
G: Constante gravitacional; M: Massa do buraco negro; c: Velocidade da luz no vácuo

Quando um corpo esférico de massa M, que não está girando, possui raio menor que R_S, então *nada* (nem mesmo a luz) pode escapar da superfície do corpo, e este é um buraco negro (**Figura 12.27**). Neste caso, qualquer outro corpo situado até uma distância igual a R_S do centro dele é aprisionado por sua atração gravitacional, e não pode escapar.

A superfície da esfera de raio R_S que cerca o buraco negro denomina-se **horizonte de eventos** porque, uma vez que a luz não pode escapar de seu interior, não podemos ver nenhum evento que ocorre nessa esfera. Tudo o que um observador situado no exterior do horizonte de eventos pode conhecer a respeito de um buraco negro é sua massa (em virtude dos efeitos gravitacionais produzidos sobre outros corpos), sua carga elétrica (em virtude das forças elétricas produzidas sobre outros corpos carregados) e seu momento angular (porque um buraco negro que gira tende a arrastar o espaço — e tudo o que existe nesse espaço — em torno de sua fronteira). Todas as outras informações sobre o corpo são perdidas de modo irrecuperável quando ele cai em seu horizonte de eventos.

(a) Quando o raio R de um corpo é maior que o raio de Schwarzschild R_S, a luz pode escapar da superfície do corpo.

(b) Se toda a massa do corpo estiver dentro do raio R_S, esse corpo é um buraco negro. Nenhuma luz pode escapar dele.



A gravidade provoca "desvios para o vermelho" da luz que sai do corpo, aumentando seu comprimento de onda.

Figura 12.27 (a) Um corpo de raio R maior que o raio de Schwarzschild R_S. (b) Se o corpo passa a ter um raio menor que R_S, ele é um buraco negro que possui uma velocidade de escape maior que a velocidade da luz. A superfície da esfera de raio R_S é chamada horizonte de eventos do buraco negro.

EXEMPLO 12.11 CÁLCULOS SOBRE BURACOS NEGROS

A teoria astrofísica sugere que uma estrela que terminou de queimar todo o seu combustível pode entrar em colapso gravitacional e formar um buraco negro quando sua massa for três vezes menor que a massa do Sol. Caso ela possua esse raio-limite, qual seria seu horizonte de eventos?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR, PREPARAR E EXECUTAR: o raio pedido corresponde ao raio de Schwarzschild. Usamos a Equação 12.30 com um valor de M igual a três massas solares, ou $M = 3(1{,}99 \times 10^{30}\ \text{kg}) = 6{,}0 \times 10^{30}\ \text{kg}$:

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(6{,}0 \times 10^{30}\ \text{kg})}{(3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s})^2}$$

$$= 8{,}9 \times 10^{3}\ \text{m} = 8{,}9\ \text{km}$$

AVALIAR: a densidade média desse corpo é

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{6{,}0 \times 10^{30}\ \text{kg}}{\frac{4}{3}\pi(8{,}9 \times 10^{3}\ \text{m})^3} = 2{,}0 \times 10^{18}\ \text{kg/m}^3$$

Essa densidade é cerca de 10^{15} vezes maior que a densidade dos corpos comuns na Terra, sendo comparável à densidade de núcleos atômicos. Na realidade, depois que o corpo se contrai até o raio R_S, nada pode impedir que haja um colapso posterior produzindo maior contração. Toda a matéria no interior do buraco negro é esmagada até atingir um ponto em seu centro denominado *singularidade*. Esse ponto possui volume igual a zero e, portanto, sua densidade é *infinita*.

Visita a um buraco negro

Em pontos muito distantes de um buraco negro, o efeito gravitacional é igual ao produzido por qualquer corpo normal com a mesma massa. Caso o Sol sofresse um colapso e se transformasse em um buraco negro, as órbitas dos planetas não seriam afetadas. Porém, nas vizinhanças de um buraco negro, os eventos ocorrem de forma drasticamente diferente. Caso você decidisse se tornar um mártir da ciência e pulasse para dentro de um buraco negro, quem o estivesse observando notaria diversos efeitos adversos à medida que você se aproximasse do horizonte de eventos, quase todos ligados à relatividade geral.

Se você levasse um transmissor de rádio para comentar sua viagem, seria necessário sintonizar os sinais para frequências cada vez menores, um efeito chamado de *deslocamento para o vermelho gravitacional*. Em virtude desse deslocamento, os relógios (eletrônicos ou biológicos) que estivessem com você pareceriam cada vez mais lentos, um efeito chamado *dilatação do tempo*. Na realidade, durante suas vidas seus observadores jamais veriam você chegar ao horizonte de eventos.

No sistema de referência deles, você conseguiria atingir o horizonte de eventos em um intervalo muito curto, mas de uma forma bastante perturbadora. Quando você se aproximasse da superfície do buraco negro, a força gravitacional sobre os seus pés seria maior que a força sobre sua cabeça, que estaria ligeiramente mais afastada do centro do buraco. As *diferenças* entre as forças gravitacionais ao longo de seu corpo seriam suficientemente elevadas a ponto de achatar seu corpo comprimindo-o em direção ao buraco negro. Esses efeitos (chamados de *forças de maré*) fariam você se estilhaçar em um grupo de átomos, e a seguir fariam esses átomos se estilhaçarem antes que você chegasse ao horizonte de eventos.

Detectando um buraco negro

Considerando o fato de um buraco negro não permitir que a luz escape dele e o de possuir um raio tão pequeno quanto o indicado no Exemplo 12.11, como podemos verificar se esse corpo existe no espaço? Isso é possível porque poeiras e gases existentes nas vizinhanças do buraco negro são agrupados, formando um *disco de acréscimo* que gira formando uma espiral em torno do buraco negro, de modo semelhante a um redemoinho (**Figura 12.28**). O atrito entre as partes do material que constitui o disco de acréscimo produz uma perda de energia mecânica, fazendo o material cair dentro do buraco negro e formando uma espiral; à medida que o disco se move para dentro, ele sofre uma compressão. Isso produz um aquecimento do material, como o aquecimento do ar comprimido no interior de uma bomba que você usa para encher o pneu de uma bicicleta. Temperaturas superiores a 10^6 K podem ocorrer no interior de um disco de acréscimo, tão quentes que o disco emite não apenas luz visível (como no caso de um corpo "quente vermelho" ou um corpo "quente branco"), mas raios X. Os astrônomos procuram esses raios X (emitidos *antes* de o disco de acréscimo cruzar o horizonte de eventos) para sinalizar a presença de um buraco negro. Diversos candidatos promissores já foram encontrados, e os astrônomos contemporâneos acreditam firmemente na existência de buracos negros.

Um buraco negro em um sistema de estrela binária como o retratado na Figura 12.28 possui massas algumas vezes maiores que a massa do Sol. Há também numerosos indícios da existência de *buracos negros com supermassas*. Acredita-se que um exemplo desses buracos negros ocorra no centro de nossa Via Láctea, a cerca de 26.000 anos-luz da Terra na direção da constelação de Sagitário. Imagens de alta resolução do centro da galáxia mostram estrelas se movendo em velocidades maiores que 1.500 km/s perto de um objeto invisível localizado na posição de uma fonte

Figura 12.28 Em um sistema de estrela *binária*, duas estrelas giram em torno uma da outra; neste caso especial, uma das estrelas é um buraco negro. O buraco negro em si não pode ser visto, mas os raios X de seu disco de acréscimo podem ser detectados.

de ondas de rádio chamada Sgr A* (**Figura 12.29**). Analisando esses movimentos, os astrônomos podem deduzir o período T e o semieixo maior a da órbita de cada estrela. A massa do objeto invisível pode ser calculada por meio da terceira lei de Kepler na forma dada na Equação 12.17, substituindo a massa do Sol, m_S, por m_X:

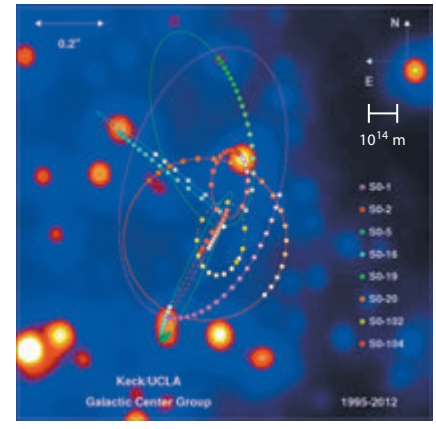
$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{Gm_X}} \qquad \text{logo} \qquad m_X = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$$

A conclusão extraída desse cálculo é que o misterioso objeto negro no centro da galáxia possui uma massa de $8{,}2 \times 10^{36}$ kg, ou seja, 4,1 *milhões* de vezes a massa do Sol. Apesar disso, observações com radiotelescópios mostram que ele possui um raio de não mais que cerca de $4{,}4 \times 10^{10}$ m, comparável a um terço da distância entre a Terra e o Sol. Essas observações sugerem que esse objeto de massa elevada, compacto, é um buraco negro com um raio de Schwarzschild de $1{,}1 \times 10^{10}$ m. Os astrônomos esperam aperfeiçoar a resolução de suas observações de modo a poderem realmente ver o horizonte de eventos desse buraco negro.

Outras linhas de pesquisa sugerem que haveria buracos negros ainda maiores, de massa 10^9 vezes maior que a do Sol, nos centros de outras galáxias. Os estudos observacionais e teóricos de buracos negros de todos os tamanhos continuam sendo uma área fascinante de pesquisas, tanto na física quanto na astronomia.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 12.8 Se o Sol, de alguma forma, sofrer um colapso e formar um buraco negro, que efeito esse acontecimento teria sobre a órbita da Terra? (i) A órbita encolheria; (ii) a órbita se expandiria; (iii) a órbita permaneceria do mesmo tamanho. I

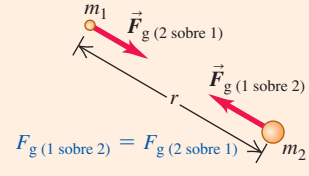
Figura 12.29 Esta imagem em falsa cor mostra o movimento de estrelas no centro de nossa galáxia durante um período de 17 anos. Analisando essas órbitas por meio da terceira lei de Kepler, vemos que as estrelas estão se movendo ao redor de um objeto não visível cuja massa é cerca de $4{,}1 \times 10^6$ vezes maior que a massa do Sol. A escala indica uma distância de 10^{14} m (670 vezes a distância da Terra ao Sol) do centro da galáxia.



CAPÍTULO 12 RESUMO

Lei de Newton da gravitação: *quaisquer* dois corpos de massas m_1 e m_2, separados por uma distância r, são mutuamente atraídos por forças inversamente proporcionais a r^2. Essas forças formam um par de ação e reação e obedecem à terceira lei de Newton. Quando dois ou mais corpos exercem atrações gravitacionais sobre um corpo particular, a força gravitacional resultante sobre esse corpo é dada pela soma vetorial de todas as forças gravitacionais exercidas pelos outros corpos sobre o corpo em particular. A interação gravitacional entre dois corpos que possuem distribuições de massa com simetria esférica, como planetas ou estrelas, é a mesma que existiria se toda a massa dos corpos estivesse concentrada no centro de cada corpo. (Veja os exemplos 12.1-12.3 e 12.10.)

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad (12.1)$$



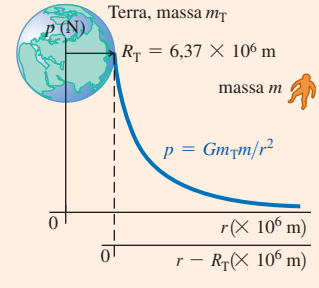
Força gravitacional, peso e energia potencial gravitacional: o peso p de um corpo é a força gravitacional resultante decorrente da ação de todas as forças gravitacionais exercidas pelos outros corpos do universo sobre o corpo considerado. Nas vizinhanças da superfície da Terra (massa m_T e raio R_T), o peso é basicamente dado pela força gravitacional da Terra. A energia potencial gravitacional U de dois corpos de massas m e m_T separados por uma distância r é

$$p = F_g = \frac{Gm_Tm}{R_T^2} \qquad (12.3)$$

(peso na superfície da Terra)

$$g = \frac{Gm_T}{R_T^2} \qquad (12.4)$$

(aceleração da gravidade na superfície da Terra)



inversamente proporcional a r. A energia potencial nunca é positiva; ela é igual a zero somente quando os dois corpos estão separados por uma distância infinita. (Veja os exemplos 12.4 e 12.5.)

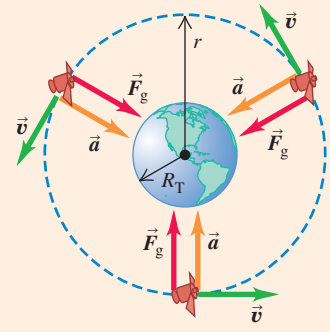
$$U = -\frac{Gm_T m}{r} \qquad (12.9)$$

Órbitas: quando um satélite se move ao longo de uma órbita circular, a aceleração centrípeta é fornecida pela atração gravitacional da Terra. As três leis de Kepler descrevem o caso mais geral: uma órbita elíptica de um planeta em torno do Sol ou um satélite em torno de seu planeta. (Veja os exemplos 12.6 a 12.9.)

$$v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}} \qquad (12.10)$$

(velocidade na órbita circular)

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{Gm_T}} = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{Gm_T}} \qquad (12.12)$$



Buracos negros: caso uma distribuição de massa com simetria esférica, sem rotação e que apresente uma massa resultante M possua raio menor que o raio de Schwarzschild, R_S, tal corpo denomina-se buraco negro. A interação gravitacional impede o escape de qualquer tipo de matéria, incluindo a luz, do interior da esfera com raio R_S. (Veja o Exemplo 12.11.)

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \qquad (12.30)$$

(raio de Schwarzschild)

Se todo o corpo estiver dentro de seu raio de Schwarzschild $R_S = 2GM/c^2$, esse corpo é um buraco negro.

Problema em destaque Velocidades em uma órbita elíptica

Um cometa circunda o Sol (massa m_S) em uma órbita elíptica do semieixo maior a e excentricidade e. (a) Determine as expressões para as velocidades do cometa no periélio e no afélio. (b) Avalie essas expressões para o cometa Halley (veja o Exemplo 12.9) e determine energia cinética, energia potencial gravitacional e energia mecânica total para esse cometa no periélio e no afélio. Considere que a massa do cometa Halley seja $2{,}2 \times 10^{14}$ kg.

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Faça o diagrama da situação; mostre todas as dimensões relevantes. Rotule o periélio e o afélio. (Veja a Figura 12.18.)
2. Liste as incógnitas e identifique as variáveis-alvo.
3. Assim como para um satélite em órbita da Terra, a energia mecânica é conservada para um cometa orbitando em torno do Sol. (Por quê?) Que outra quantidade é conservada enquanto o cometa se move em sua órbita? (*Dica:* veja a Seção 12.5.)

EXECUTAR

4. Você precisará pelo menos de duas equações que envolvem as duas velocidades desconhecidas, além de expressões para as distâncias entre o Sol e o cometa no periélio e no afélio. (*Dica:* veja a Figura 12.18.)
5. Resolva as equações para suas variáveis-alvo. Compare suas expressões: qual é a velocidade mais baixa? Ela faz sentido?
6. Use suas expressões do item 5 para determinar as velocidades no periélio e no afélio para o cometa Halley. (*Dica:* veja o Apêndice F.)
7. Use seus resultados da etapa 6 para achar a energia cinética K, a energia potencial gravitacional U e a energia mecânica total E para o cometa Halley no periélio e no afélio.

AVALIAR

8. Verifique se seus resultados do item (a) fazem sentido para o caso especial de uma órbita circular ($e = 0$).
9. No item (b), como seus valores calculados de E no periélio e no afélio estão relacionados? Isso faz sentido? O que significa se E for negativo?

PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS:** problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q12.1 Um estudante escreveu: "A única razão pela qual a maçã cai no sentido da Terra em vez de a Terra subir no sentido da maçã é que a massa da Terra é muito maior que a massa da maçã e, portanto, ela exerce uma atração muito maior". Por favor, comente.

Q12.2 Se todos os planetas tivessem a mesma densidade média, como a aceleração da gravidade na superfície de um planeta dependeria de seu raio?

Q12.3 Cem gramas de manteiga na Terra possuem a mesma quantidade de manteiga que cem gramas em Marte? O que você diria sobre um quilograma de manteiga? Explique.

Q12.4 O Exemplo 12.2 (Seção 12.1) mostra que a aceleração de cada esfera produzida pela força gravitacional é inversamente proporcional à massa da respectiva esfera. Então, como você explica que qualquer corpo caindo nas vizinhanças da superfície terrestre possui a mesma aceleração da gravidade?

Q12.5 Quando a atração gravitacional entre você e o Sol é maior: ao meio-dia ou à meia-noite? Explique.

Q12.6 Visto que a Lua é constantemente atraída pela força gravitacional da Terra, por que elas não se chocam?

Q12.7 Uma espaçonave executa uma órbita circular com período T ao redor de uma estrela. Se uma estrela com três vezes a massa da primeira estivesse em órbita, à mesma distância, o novo período (em termos de T) seria (a) $3T$, (b) $T\sqrt{3}$ (c) T, (d) $T/\sqrt{3}$ ou (e) $T/3$?

Q12.8 Um planeta executa uma órbita circular com período T ao redor de uma estrela. Se um planeta com três vezes a massa do primeiro planeta estivesse em órbita, à mesma distância, o novo período (em termos de T) seria (a) $3T$, (b) $T\sqrt{3}$ (c) T, (d) $T/\sqrt{3}$ ou (e) $T/3$?

Q12.9 O Sol puxa a Lua com uma força duas vezes maior que a força de atração entre a Terra e a Lua. Então, por que o Sol não afasta a Lua da Terra?

Q12.10 O que exige mais combustível: uma viagem da Terra até a Lua ou da Lua até a Terra? Explique.

Q12.11 Um planeta se move com velocidade de módulo constante em uma órbita circular em torno de uma estrela. Em uma órbita completa, o trabalho total realizado pela força gravitacional da estrela sobre o planeta é positivo, negativo ou nulo? Qual seria a resposta a essa pergunta no caso de uma órbita elíptica ao longo da qual o módulo da velocidade não é constante? Explique suas respostas.

Q12.12 A velocidade de escape de um corpo na superfície terrestre depende da direção em que ele é lançado? Explique. Sua resposta depende da inclusão ou não do efeito da resistência do ar?

Q12.13 Quando um projétil é disparado verticalmente de baixo para cima da superfície terrestre, o que ocorreria se sua energia mecânica total (cinética mais potencial) fosse: (a) menor que zero? (b) maior que zero? Em cada caso, despreze a resistência do ar e os efeitos gravitacionais do Sol, da Lua e dos outros planetas.

Q12.14 Verifique se a seguinte afirmação é correta: "Na ausência da resistência do ar, a trajetória de um projétil nas vizinhanças da superfície terrestre é uma *elipse*, e não uma parábola".

Q12.15 A Terra está mais próxima do Sol em novembro do que em maio. Em qual desses meses a velocidade da Terra é maior em sua órbita? Explique o motivo.

Q12.16 Uma empresa de comunicações deseja colocar um satélite em órbita de modo que ele sempre sobrevoe a Terra ao longo do paralelo 45 (latitude norte de 45°). Isso significa que o plano da órbita não passará pelo centro da Terra. Essa órbita seria possível? Explique por quê.

Q12.17 Em qual ponto de uma órbita elíptica a aceleração é máxima? Em qual ponto ela é mínima? Justifique suas respostas.

Q12.18 Como seria enunciada a terceira lei de Kepler na hipótese de uma órbita circular, caso a lei de Newton da gravitação fosse alterada de modo que a força fosse inversamente proporcional a r^3? Essa alteração modificaria as outras duas leis de Kepler? Explique.

Q12.19 Na órbita elíptica do cometa Halley, indicada na Figura 12.21a, a gravidade do Sol faz o cometa cair aproximando-se do Sol do afélio para o periélio. Porém, qual é o efeito responsável pelo afastamento do cometa do periélio até o afélio?

Q12.20 Muitas pessoas acreditam que astronautas em órbita não sentem seu peso porque estão "fora da atração da gravidade terrestre". Qual deveria ser a distância entre uma espaçonave e a Terra para que ela realmente ficasse fora da influência do campo gravitacional da Terra? Caso a espaçonave realmente ficasse fora da atração terrestre, ela poderia permanecer em órbita? Explique. Qual é a verdadeira razão pela qual astronautas em órbita sentem como se não tivessem peso?

Q12.21 Como parte do treinamento para poder permanecer em órbita, astronautas pilotam um avião que voa ao longo de uma trajetória parabólica como um projétil em queda livre. Explique como a sensação existente nesse caso é a mesma que a experimentada em órbita quando o peso aparente é igual a zero.

EXERCÍCIOS

Seção 12.1 Lei de Newton da gravitação

12.1 • Calcule a razão da força de atração gravitacional do Sol sobre a Lua e a força da Terra sobre a Lua. (Suponha que a distância da Lua ao Sol seja aproximadamente a mesma da Terra ao Sol.) Use dados do Apêndice F. É mais preciso dizer que a Lua está em órbita ao redor da Terra ou que a Lua está em órbita ao redor do Sol?

12.2 •• **PC** **Experiência de Cavendish.** Para usar a balança de Cavendish mostrada na Figura 12.4, suponha que $m_1 = 1{,}10$ kg, $m_2 = 25{,}0$ kg e a haste que conecta os pares de m_1 possui 30,0 cm de comprimento. Se, em cada par, m_1 e m_2 estão a 12,0 cm de

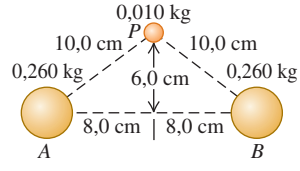
distância de centro a centro, encontre (a) a força resultante e (b) o torque resultante (em relação ao eixo de rotação) na parte rotatória do aparelho. (c) Você acha que o torque na parte (b) seria suficiente para girar a haste facilmente? Sugira modos de aperfeiçoar a sensibilidade do experimento.

12.3 • **Encontro no espaço!** Um casal de astronautas concorda em se encontrar no espaço depois do horário de trabalho. O plano deles é deixar que a gravidade os aproxime. Um deles tem uma massa de 65 kg e o outro, de 72 kg, e eles partem do repouso afastados por 20,0 m um do outro. (a) Desenhe um diagrama do corpo livre de cada astronauta e use-o para descobrir sua aceleração inicial. Como uma aproximação bruta, podemos modelar os astronautas como esferas uniformes. (b) Se a aceleração dos astronautas permanecesse constante, quantos dias eles teriam de esperar antes que um alcance o outro? (Cuidado! *Ambos* possuem aceleração em direção ao outro.) (c) Sua aceleração realmente permaneceria constante? Se não, ela aumentaria ou diminuiria? Por quê?

12.4 •• Duas esferas uniformes, cada uma com massa M e raio R, estão em contato. Qual é o módulo da força de atração gravitacional entre elas?

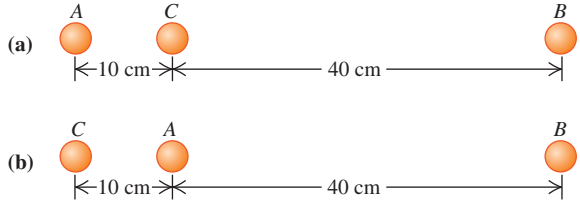
12.5 • Duas esferas uniformes, cada uma com massa igual a 0,260 kg, estão fixas nos pontos A e B (**Figura E12.5**). Determine o módulo, a direção e o sentido da aceleração inicial de uma esfera uniforme com massa 0,010 kg quando ela é liberada do repouso no ponto P e sofrendo apenas atrações gravitacionais das esferas situadas em A e B.

Figura E12.5



12.6 •• Ache o módulo, a direção e o sentido da força gravitacional resultante sobre a massa A decorrente das massas B e C na **Figura E12.6**. Cada massa é igual a 2,00 kg.

Figura E12.6



12.7 • Um homem adulto típico possui massa igual a 70 kg. (a) Qual é a força que a Lua cheia exerce sobre esse homem quando ela está diretamente sobre ele a uma distância de 378.000 km? (b) Compare essa força com a força exercida sobre o homem pela Terra.

12.8 •• Duas massas pontuais, uma de 8,00 kg e outra de 12,0 kg, são mantidas fixas a 50,0 cm de distância. Uma partícula de massa m é solta de um ponto entre as duas massas a 20,0 cm da massa de 8,0 kg ao longo da linha que conecta as duas massas fixas. Ache o módulo, a direção e o sentido da aceleração da partícula.

12.9 •• Uma partícula de massa $3m$ está localizada a 1,00 m de outra partícula de massa m. (a) Onde você deve colocar uma terceira massa M de modo que a força gravitacional resultante sobre M em virtude das duas massas seja exatamente zero? (b) O equilíbrio de M é estável ou instável (i) em pontos ao longo da linha que conecta m e $3m$, e (ii) em pontos ao longo da linha que passa por M e é perpendicular à linha que conecta m e $3m$?

12.10 •• As massas pontuais m e $2m$ estão situadas ao longo do eixo x, com m na origem e $2m$ em $x = L$. Uma terceira massa pontual M é deslocada ao longo do eixo x. (a) Em que ponto a força gravitacional resultante sobre M em virtude das duas outras massas é igual a zero? (b) Desenhe o componente x da força resultante sobre M em virtude de m e $2m$, supondo que as grandezas à direita sejam positivas. Inclua as regiões $x < 0$, $0 < x < L$ e $x > L$. Não deixe de mostrar o comportamento do gráfico em ambos os lados de $x = 0$ e $x = L$.

Seção 12.2 Peso

12.11 •• Sabendo que a aceleração da gravidade na superfície da Terra é igual a 9,80 m/s^2, qual deve ser a altura acima da superfície terrestre na qual a aceleração da gravidade é igual a 0,980 m/s^2?

12.12 • A massa de Vênus é igual a 81,5% da massa da Terra, e seu raio é 94,9% do raio da Terra. (a) Usando esses dados, calcule a aceleração da gravidade na superfície de Vênus. (b) Se uma pedra pesa 75,0 N na Terra, qual seria seu peso na superfície de Vênus?

12.13 • Titânia, a maior lua do planeta Urano, possui um raio igual a $\frac{1}{8}$ do raio da Terra e massa igual a $\frac{1}{1700}$ da massa da Terra. (a) Qual é a aceleração da gravidade na superfície de Titânia? (b) Qual é a densidade média de Titânia? (Esse valor é menor que a densidade média das rochas, uma evidência a favor da hipótese de que Titânia seja basicamente constituída por gelo.)

12.14 • Reia, uma das luas de Saturno, possui raio igual a 764 km e a aceleração da gravidade na sua superfície é igual a 0,265 m/s^2. Calcule sua massa e sua densidade média.

12.15 •• Calcule a força da gravidade exercida pela Terra sobre um astronauta de 75 kg que está consertando o Telescópio Espacial Hubble a 600 km acima da superfície de nosso planeta, e depois compare esse valor com o peso dele na superfície. Diante de seu resultado, explique por que dizemos que os astronautas não têm peso quando orbitam a Terra em um satélite, como um ônibus espacial. Isso se deve ao fato de a atração gravitacional da Terra ser tão pequena a ponto de poder ser desprezada?

Seção 12.3 Energia potencial gravitacional

12.16 •• **Vulcões em Io.** A lua Io de Júpiter possui vulcões ativos (na verdade, esse é o corpo mais vulcanicamente ativo no sistema solar) que ejetam material a uma altura de 500 km (ou ainda mais) acima da superfície. Io possui uma massa de $8{,}93 \times 10^{22}$ kg e um raio de 1.821 km. Para esse cálculo, ignore qualquer variação na gravidade pelo alcance de 500 km dos fragmentos. Que altura esse material alcançaria na Terra se fosse ejetado com a mesma velocidade que em Io?

12.17 • Use os resultados do Exemplo 12.5 (Seção 12.3) para calcular a velocidade de escape para uma espaçonave sair (a) da superfície de Marte; (b) da superfície de Júpiter. Use dados do Apêndice F. (c) Por que a velocidade de escape não depende da massa da espaçonave?

12.18 •• Dez dias após seu lançamento para Marte, em dezembro de 1998, a espaçonave *Mars Climate Orbiter* (massa de 629 kg) estava a uma distância de $2{,}87 \times 10^6$ km da Terra e se deslocava com velocidade igual a $1{,}20 \times 10^4$ km/h em relação à Terra. Nesse momento, qual era (a) a energia cinética da espaçonave em relação à Terra e (b) a energia potencial do sistema espaçonave-Terra?

12.19 •• Um planeta na órbita de uma estrela distante possui raio de $3{,}24 \times 10^6$ m. A velocidade de escape para um objeto lançado da superfície desse planeta é de $7{,}65 \times 10^3$ m/s. Qual é a aceleração da gravidade na superfície do planeta?

Seção 12.4 Movimento de satélites

12.20 • Um satélite terrestre move-se em uma órbita circular com uma velocidade orbital de 6.200 m/s. Determine (a) o tempo de uma revolução do satélite; (b) a aceleração radial do satélite em sua órbita.

12.21 • Para um satélite estar em uma órbita circular 890 km acima da superfície da Terra, (a) que velocidade orbital deve ser dada a ele, e (b) qual é o período da órbita (em horas)?

12.22 •• **Missão Aura.** Em 15 de julho de 2004, a Nasa lançou a espaçonave *Aura* para estudar o clima e a atmosfera da Terra. Esse satélite foi colocado em uma órbita 705 km acima da superfície da Terra. Suponha uma órbita circular. (a) Quantas horas esse satélite leva para completar uma órbita? (b) Com que velocidade (em km/s) a espaçonave *Aura* está se movendo?

12.23 •• Dois satélites estão em órbitas circulares em torno de um planeta com raio de $9{,}00 \times 10^6$ m. Um satélite tem massa de 68,0 kg, raio orbital de $7{,}00 \times 10^7$ m e velocidade orbital de 4.800 m/s. O segundo satélite tem massa de 84,0 kg e raio orbital de $3{,}00 \times 10^7$m. Qual é a velocidade orbital desse segundo satélite?

12.24 •• **Estação Espacial Internacional.** Em sua órbita diária, a Estação Espacial Internacional completa 15,65 revoluções ao redor da Terra. Supondo uma órbita circular, a que altura acima da Terra esse satélite se encontra?

12.25 • Deimos, uma das luas de Marte, possui cerca de 12 km de diâmetro e $1{,}5 \times 10^{15}$ kg de massa. Suponha que você tenha sido abandonado sozinho em Deimos e queira jogar beisebol. Você seria o arremessador e o rebatedor ao mesmo tempo! (a) Com que velocidade você teria de arremessar uma bola de beisebol para que ela entrasse em órbita circular um pouco acima da superfície e retornasse a você para que pudesse rebatê-la? Você acha que poderia realmente arremessar a bola a essa velocidade? (b) Quanto tempo (em horas) depois de arremessar a bola você deveria se preparar para rebatê-la? Haveria muita "ação" nesse jogo de beisebol?

Seção 12.5 As leis de Kepler e o movimento de planetas

12.26 •• **Planeta Vulcano.** Suponha que houvesse sido descoberto um planeta entre o Sol e Mercúrio, com uma órbita circular de raio igual a $\frac{2}{3}$ do raio orbital médio de Mercúrio. Qual seria o período orbital desse planeta? (Antigamente acreditava-se que esse planeta existisse, em parte para explicar a precessão da órbita de Mercúrio. Chegou-se mesmo a batizá-lo de Vulcano, embora hoje em dia não se tenha nenhuma evidência de que ele realmente exista. A precessão de Mercúrio é explicada pela relatividade geral.)

12.27 •• A estrela Rho^{1}Cancri está a uma distância de 57 anos-luz da Terra e possui massa igual a 0,85 da massa do Sol. Verificou-se que existe um planeta descrevendo uma órbita circular em torno de Rho^1 Cancri com raio igual a 0,11 do raio da órbita da Terra em torno do Sol. (a) Qual é a velocidade orbital e (b) o período orbital do planeta de Rho^1 Cancri?

12.28 •• Em março de 2006, foram descobertos dois pequenos satélites orbitando Plutão, um deles a uma distância de 48.000 km e o outro a 64.000 km. Já se sabia que Plutão possuía um grande satélite, Caronte, orbitando a 19.600 km com um período orbital de 6,39 dias. Supondo que os satélites não se afetem um ao outro, encontre os períodos orbitais dos dois satélites *sem* usar a massa de Plutão.

12.29 • O planeta-anão Plutão possui uma órbita elíptica com um semieixo maior de $5{,}91 \times 10^{12}$ m e excentricidade 0,249. (a) Calcule o período orbital de Plutão. Expresse sua resposta em segundos e em anos terrestres. (b) Durante a órbita de Plutão em torno do Sol, quais são suas distâncias mais próxima e mais distante do Sol?

12.30 •• **Júpiter quente.** Em 2004, astrônomos relataram a descoberta de um planeta tão grande quanto Júpiter orbitando muito perto da estrela HD 179949 (daí o termo "Júpiter quente"). A órbita é exatamente $^1/_9$ da distância de Mercúrio ao nosso Sol, e o planeta leva apenas 3,09 dias para completar uma órbita (suponha que a órbita seja circular). (a) Qual é a massa da estrela? Dê sua resposta em quilogramas e como um múltiplo da massa de nosso Sol. (b) Qual é a velocidade (em km/s) com que esse planeta se move?

12.31 •• **Planetas além do sistema solar.** Em 15 de outubro de 2001, descobriu-se um planeta orbitando em torno da estrela HD 68988. Sua distância orbital foi medida como 10,5 milhões de quilômetros do centro da estrela, e seu período orbital foi estimado em 6,3 dias. Qual é a massa da HD 68988? Expresse sua resposta em quilogramas e em termos da massa do nosso Sol. (Consulte o Apêndice F.)

Seção 12.6 Distribuição esférica de massa

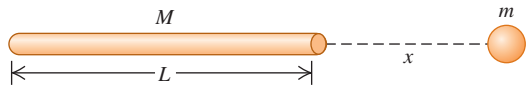
12.32 • Uma casca esférica, uniforme, de massa igual a 1.000 kg, possui raio de 5,00 m. (a) Ache a força gravitacional que essa casca exerce sobre uma massa pontual de 2,0 kg colocada nas seguintes distâncias do centro da casca: (i) 5,01 m, (ii) 4,99 m, (iii) 2,72 m. (b) Desenhe um gráfico qualitativo do módulo da força gravitacional que essa esfera exerce sobre uma massa pontual m em função da distância r de m do centro da esfera. Inclua a região de $r = 0$ a $r \to \infty$.

12.33 •• Uma esfera sólida, uniforme, de massa igual a 1.000 kg, possui um raio de 5,00 m. (a) Ache a força gravitacional que essa esfera exerce sobre uma massa pontual de 2,0 kg colocada nas seguintes distâncias do centro da esfera: (i) 5,01 m e (ii) 2,50 m. (b) Desenhe um gráfico qualitativo do módulo da força gravitacional que essa esfera exerce sobre uma massa pontual m em função da distância r de m do centro da esfera. Inclua a região de $r = 0$ a $r \to \infty$.

12.34 • **CALC** Uma barra delgada uniforme possui massa M e comprimento L. Uma pequena esfera uniforme de massa m é situada a uma distância x de uma das extremidades da barra ao longo do eixo da barra (**Figura E12.34**). (a) Calcule a energia potencial gravitacional do sistema barra-esfera. Considere a energia potencial gravitacional igual a zero quando a distância entre a barra e a esfera for igual ao infinito. Mostre que o resultado se reduz ao esperado quando x for muito maior que L. (*Dica*: use o desenvolvimento em série de potências da função $\ln(1 + x)$ indicado no Apêndice B.) (b) Use a relação $F_x = -dU/dx$ para achar o módulo e a direção da força gravitacional exercida pela

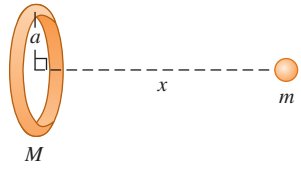
barra sobre a esfera (veja a Seção 7.4). Mostre que o resultado se reduz ao esperado quando x for muito maior que L.

Figura E12.34



12.35 • CALC Considere o corpo em forma de anel indicado na **Figura E12.35**. Uma partícula de massa m é colocada a uma distância x do centro do anel ao longo de seu eixo e perpendicularmente a seu plano. (a) Calcule a energia potencial gravitacional U desse sistema. Considere a energia potencial gravitacional igual a zero quando os dois objetos estiverem muito distantes. (b) Mostre que o resultado da parte (a) se reduz ao esperado quando x for muito maior que o raio a do anel. (c) Use a relação $F_x = -dU/dx$ para achar o módulo e a direção da força gravitacional exercida pelo anel sobre a partícula (veja a Seção 7.4). (d) Mostre que sua resposta da parte (c) se reduz ao esperado quando x for muito maior que a. (e) Quais são os valores de U e de F_x quando $x = 0$? Explique por que esses resultados fazem sentido.

Figura E12.35



Seção 12.7 Peso aparente e rotação da Terra

12.36 •• Visita ao Papai Noel. Você decide visitar o Papai Noel no Polo Norte para falar sobre seu excelente comportamento durante o ano. Enquanto está lá, você observa que o anão Atchim, quando pendurado em uma corda, produz uma tensão de 395,0 N na corda. Se Atchim se pendurar de uma corda semelhante enquanto entrega presentes no equador terrestre, qual será a tensão na corda? (Lembre-se de que a Terra está girando em torno de um eixo que atravessa seus polos Norte e Sul.) Consulte o Apêndice F e comece com um diagrama do corpo livre do Atchim no equador.

12.37 • A aceleração da gravidade no polo norte de Netuno é aproximadamente igual a 11,2 m/s^2. Netuno possui massa igual a $1{,}02 \times 10^{26}$ kg e raio igual a $2{,}46 \times 10^4$ km, girando uma vez em torno de seu eixo em cerca de 16 h. (a) Qual é a força gravitacional sobre um objeto de 3,00 kg no polo norte de Netuno? (b) Qual é o peso aparente do mesmo objeto no equador de Netuno? (Note que a "superfície" de Netuno é gasosa, e não sólida, de modo que é impossível ficar em pé sobre ela.)

Seção 12.8 Buraco negro

12.38 •• Miniburacos negros. Os cosmólogos especulam que buracos negros do tamanho de um próton poderiam ter se formado durante os primeiros dias do Big Bang, quando o universo teve início. Se considerarmos o diâmetro de um próton como $1{,}0 \times 10^{-15}$ m, qual seria a massa de um miniburaco negro?

12.39 •• No núcleo da Via Láctea. Astrônomos observaram um objeto pequeno com massa elevada no centro da nossa galáxia, a Via Láctea (veja a Seção 12.8). Giram em torno desse objeto materiais distribuídos ao longo de um anel; o diâmetro desse anel é aproximadamente igual a 15 anos-luz e sua velocidade orbital é aproximadamente igual a 200 km/s. (a) Determine a massa desse objeto no centro da Via Láctea. Dê a resposta em quilogramas e em massas solares (a massa solar é uma unidade de massa igual à massa do Sol). (b) Observações de estrelas, bem como teorias das estruturas estelares, sugerem que é impossível que uma única estrela possua massa maior que 50 massas solares. Esse objeto com massa elevada seria constituído por uma única estrela? (c) Muitos astrônomos acreditam que esse objeto no centro da Via Láctea seja um buraco negro. Caso seja, qual deveria ser seu raio de Schwarzschild? Um buraco negro desse tamanho caberia no interior da órbita da Terra em torno do Sol?

12.40 • Em 2005, foi anunciada a descoberta de um grande buraco negro na galáxia Markarian 766. Esse buraco negro possuía blocos de matéria completando uma órbita a cada 27 horas e movendo-se a 30.000 km/s. (a) A que distância do centro do buraco negro esses blocos estão? (b) Qual é a massa desse buraco negro, supondo órbitas circulares? Dê a resposta em quilogramas e como um múltiplo da massa do nosso Sol. (c) Qual é o raio do horizonte de eventos desse buraco negro?

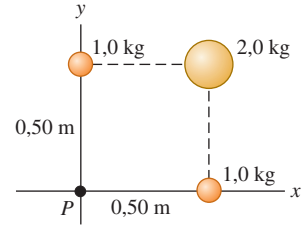
PROBLEMAS

12.41 ••• Estrelas de nêutrons, como a que se localiza no centro da Nebulosa do Caranguejo, têm aproximadamente a mesma massa que nosso Sol, mas um diâmetro *muito* menor. Se você pesasse 675 N na Terra, qual seria seu peso na superfície de uma estrela de nêutrons que possuísse a mesma massa de nosso Sol e um diâmetro de 20 km?

12.42 ••• Quatro massas idênticas de 8,00 kg cada são colocadas nos cantos de um quadrado cujo lado mede 2,00 m. Qual é a força gravitacional resultante (módulo, direção e sentido) sobre uma das massas em virtude das outras três?

12.43 • Três esferas uniformes estão fixadas nas posições indicadas na **Figura P12.43**. (a) Determine o módulo, a direção e o sentido da força sobre uma partícula de 0,0150 kg situada no ponto P. (b) Se essas esferas estivessem nas profundezas do espaço sideral e uma partícula de 0,0150 kg fosse liberada do repouso a 300 m da origem ao longo de uma reta a 45° abaixo do eixo $-x$, qual seria a velocidade da partícula quando ela atingisse a origem?

Figura P12.43



12.44 ••• PC Explorando Europa. Há fortes indícios de que Europa, um satélite de Júpiter, tenha um oceano líquido sob a superfície de gelo. Muitos cientistas acham que deveríamos enviar um módulo espacial para lá em busca de vida. Antes de lançá-lo, deveríamos testar o módulo sob as condições de gravidade na superfície de Europa. Um modo de fazer isso é colocar o módulo na extremidade de um braço rotativo em um satélite orbitando ao redor da Terra. Se o braço possuir 4,25 m de comprimento e girar ao redor de uma extremidade, em que velocidade angular (em

rpm) ele deveria girar para que a aceleração do módulo espacial fosse a mesma que a aceleração da gravidade na superfície de Europa? A massa de Europa é $4{,}8 \times 10^{22}$ kg e seu diâmetro é 3.120 km.

12.45 •• Uma esfera uniforme de massa igual a 50,0 kg é mantida fixa com seu centro na origem e uma segunda esfera uniforme de massa igual a 80,0 kg é mantida fixa com seu centro no ponto $x = 0$, $y = 3{,}00$ m. (a) Determine o módulo, a direção e o sentido da força gravitacional resultante produzida por essas esferas sobre uma terceira esfera uniforme com massa igual a 0,500 kg situada no ponto $x = 4{,}00$ m, $y = 0$. (b) Em que ponto, sem ser o infinito, a terceira esfera deve ser colocada para que a força gravitacional resultante que atua sobre ela seja igual a zero?

12.46 •• **Missão para Titã.** Em 25 de dezembro de 2004, a sonda *Huygens* separou-se da espaçonave *Cassini*, que orbitava em Saturno, e iniciou uma jornada de 22 dias até a lua gigante Titã, de Saturno, em cuja superfície pousou. Além dos dados do Apêndice F, é útil saber que Titã está a $1{,}22 \times 10^6$ km do centro de Saturno e possui massa de $1{,}35 \times 10^{23}$ kg e diâmetro de 5.150 km. A que distância de Titã sua atração gravitacional deverá equilibrar a atração gravitacional de Saturno?

12.47 ••• PC Realiza-se uma experiência nas profundezas do espaço sideral com duas esferas uniformes de mesmo raio, uma com massa igual a 50,0 kg e a outra com massa igual a 100,0 kg. As esferas possuem raios de mesmo tamanho, $r = 0{,}20$ m, e são liberadas do repouso com seus centros a 40,0 m de distância. Elas aceleram uma ao encontro da outra em virtude da atração gravitacional entre elas. Despreze outras forças gravitacionais além da existente entre as esferas. (a) Explique por que existe conservação do momento linear. (b) Quando a distância entre seus centros for igual a 20,0 m, calcule (i) a velocidade de cada esfera e (ii) o módulo da velocidade relativa da aproximação entre as duas esferas. (c) Qual é a distância entre o ponto ocupado pelo centro da esfera de 50,0 kg e o ponto no qual as superfícies das duas esferas colidem?

12.48 ••• Em um dado instante, a Terra, a Lua e uma espaçonave de massa igual a 1.250 kg ocupam os vértices de um triângulo equilátero de lado igual a $3{,}84 \times 10^5$ km. (a) Determine o módulo, a direção e o sentido da força gravitacional resultante exercida pela Terra e pela Lua sobre a espaçonave. Descreva a direção em termos do ângulo a partir da linha que liga a Terra com a espaçonave. Faça um diagrama mostrando a Terra, a Lua, a espaçonave e o vetor força. (b) Qual seria o trabalho mínimo que você deveria realizar para afastar a espaçonave até uma distância infinita da Terra e da Lua? Despreze os efeitos gravitacionais produzidos pelo Sol e pelos outros planetas.

12.49 • **Satélites geossíncronos.** Muitos satélites se movem em um círculo no plano equatorial da Terra. Eles estão a uma altura tal que sempre permanecem sobre um mesmo ponto. (a) Ache a altura desses satélites acima da superfície terrestre. (Esse tipo de órbita é denominado *geossíncrono*.) (b) Faça um diagrama para mostrar que um receptor a uma latitude norte superior a 81,3° N não pode receber sinais de rádio emitidos por esse tipo de satélite.

12.50 •• PC **Submarinos na Europa.** Alguns cientistas desejam enviar um submarino de controle remoto à lua Europa de Júpiter para procurar vida em seus oceanos abaixo da crosta de gelo do satélite. Considera-se que a massa de Europa seja $4{,}80 \times 10^{22}$ kg, seu diâmetro seja 3.120 km e ela não possua atmosfera considerável. Suponha que a camada de gelo na superfície não seja grossa o suficiente para exercer uma força substancial sobre a água. Se cada uma das escotilhas sendo projetadas para o submarino tiver uma área de 625 cm^2 e puder suportar uma força máxima de fora para dentro de 8.750 N por escotilha, qual é a maior profundidade à qual o submarino poderá mergulhar com segurança?

12.51 ••• Qual é a velocidade de escape de um asteroide com diâmetro de 300 km e densidade igual a 2.500 kg/m^3?

12.52 ••• Um módulo espacial de massa igual a 12.500 kg está em uma órbita circular $5{,}75 \times 10^5$ sobre a superfície de um planeta. O período da órbita é 5.800 s. Os astronautas no módulo medem o diâmetro do planeta e obtêm $9{,}60 \times 10^6$ m. O módulo espacial pousa no polo norte do planeta. Qual é o peso de um astronauta de 85,6 kg ao descer à superfície do planeta?

12.53 •• O Planeta X gira, do mesmo modo que a Terra, ao redor de um eixo que passa por seus polos norte e sul, e é perfeitamente esférico. Um astronauta que pesa 943,0 N na Terra pesa 915,0 N no polo norte do Planeta X, e apenas 850,0 N em seu equador. A distância do polo norte ao equador é 18.850 km, medidos ao longo da superfície do Planeta X. (a) Qual a duração do dia no Planeta X? (b) Se um satélite de 45.000 kg for colocado em uma órbita circular 2.000 km acima da superfície do Planeta X, qual será seu período orbital?

12.54 ••• (a) Suponha que você esteja no equador da Terra e observe um satélite passando bem em cima de sua cabeça e movendo-se de oeste para leste no céu. Exatamente 12,0 horas depois, você vê esse satélite sobre sua cabeça outra vez. A que distância da superfície da Terra está a órbita do satélite? (b) Você vê outro satélite bem em cima de sua cabeça e seguindo de leste para oeste. Esse satélite está novamente sobre sua cabeça em 12,0 horas. A que distância da superfície da Terra está a órbita desse satélite?

12.55 •• PC Uma astronauta, cuja missão é ir até onde ninguém jamais foi, pousa em um planeta esférico em uma galáxia distante. Ao pousar na superfície do planeja, ela lança uma pequena pedra que parte do repouso e descobre que ela precisa de 0,480 s para descer 1,90 m. Se o raio do planeta é de $8{,}60 \times 10^7$ m, qual é a massa do planeta?

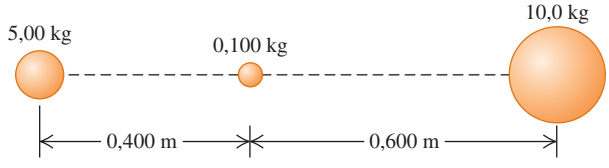
12.56 ••• PC Sua espaçonave, a *Andarilha Errante,* pousa no misterioso planeta Mongo. Como engenheiro e cientista-chefe, você efetua as seguintes medidas: uma pedra de massa igual a 2,50 kg jogada para cima a partir do solo a 12,0 m/s e retorna ao solo em 4,80 s; a circunferência de Mongo no equador é $2{,}00 \times 10^5$ km; e não existe atmosfera significativa em Mongo. O comandante da nave, Capitão Confusão, pede as seguintes informações: (a) Qual é a massa de Mongo? (b) Se a *Andarilha Errante* entrar em uma órbita circular 30.000 km acima da superfície de Mongo, quantas horas ela levará para completar uma órbita?

12.57 •• PC Você está explorando um planeta distante. Quando sua espaçonave está em uma órbita circular a uma distância de 630 km acima da superfície do planeta, a velocidade orbital da espaçonave é de 4.900 m/s. Observando o planeta, você determina o raio como sendo $4{,}48 \times 10^6$ m. Então, você pousa na superfície e, em um local onde o solo é nivelado, lança um pequeno projétil com velocidade inicial de 12,6 m/s a um

ângulo de 30,8° acima do plano horizontal. Desprezando a resistência devida à atmosfera do planeta, qual é o alcance horizontal desse projétil?

12.58 •• A esfera de 0,100 kg da **Figura P12.58** é lançada do repouso em uma posição mostrada no desenho, com seu centro a 0,400 m do centro da massa de 5,00 kg. Suponha que as únicas forças sobre a esfera de 0,100 kg sejam as forças gravitacionais exercidas pelas duas outras esferas e que as esferas de 5,00 e 10,00 kg sejam mantidas no local em suas posições iniciais. Qual é a velocidade da esfera de 0,100 kg quando ela tiver se movido 0,400 m à direita de sua posição inicial?

Figura P12.58



12.59 ••• Uma espaçonave não tripulada descreve uma órbita circular em torno da Lua, observando a superfície desta de uma altura de 50,0 km (ver o Apêndice F). Para surpresa dos cientistas na Terra, em decorrência de uma falha elétrica, um dos motores da espaçonave deixa de funcionar, fazendo sua velocidade diminuir 20,0 m/s. Caso nada seja feito para corrigir sua órbita, com que velocidade (em km/h) a espaçonave atingiria a superfície da Lua?

12.60 ••• **Massa de um cometa.** Em 4 de julho de 2005, a espaçonave *Deep Impact* da Nasa lançou um projétil sobre a superfície do Cometa Tempel 1. Esse cometa tem um diâmetro de cerca de 9,0 km. Observações dos fragmentos provocados pelo impacto na superfície revelaram a liberação de poeira do cometa com uma velocidade bastante reduzida, de cerca de 1,0 m/s. (a) Supondo uma forma esférica, qual é a massa desse cometa? (*Dica:* veja o Exemplo 12.5 na Seção 12.3.) (b) A que distância do centro do cometa estará um fragmento quando ele houver perdido (i) 90,0% de sua energia cinética inicial na superfície; e (ii) toda a energia cinética que possuía na superfície?

12.61 • **Martelo em queda.** Um martelo com massa m é largado de uma altura h acima da superfície da Terra. Essa altura não é necessariamente pequena em comparação ao raio da Terra R_T. Desprezando a resistência do ar, deduza uma expressão para a velocidade v do martelo quando ele atinge a superfície da Terra. Essa expressão deve envolver h, R_T e m_T (a massa da Terra).

12.62 • (a) Calcule o trabalho necessário para lançar uma espaçonave de massa m da superfície da Terra (massa m_T e raio R_T) e colocá-la em uma *órbita terrestre baixa*, isto é, uma órbita cuja altura acima da superfície da Terra seja muito menor que R_T. (Como exemplo, a Estação Espacial Internacional está em uma órbita terrestre baixa a uma altura de 400 km, que é muito menor que $R_T = 6.370$ km.) Despreze a energia cinética que a espaçonave possui na superfície da Terra em virtude da rotação da Terra. (b) Calcule o trabalho adicional mínimo necessário para fazer a espaçonave se deslocar da órbita terrestre até uma distância muito grande da Terra. Despreze os efeitos gravitacionais do Sol, da Lua e dos outros planetas. (c) Justifique a seguinte afirmação: "Em termos de energia, uma órbita terrestre baixa está na metade da distância até o limite do universo".

12.63 • **Estrela binária – massas iguais.** Duas estrelas idênticas, cada uma com massa M, giram em torno de seus centros de massa. Cada órbita é circular e possui raio R, de modo que as duas estrelas estão sempre em lados opostos do círculo. (a) Ache a força gravitacional de uma estrela sobre a outra. (b) Ache a velocidade orbital de cada estrela e o período da órbita. (c) Qual deve ser a energia necessária para separar as duas estrelas até uma distância infinita?

12.64 •• PC **Estrela binária – massas diferentes.** Duas estrelas, uma com massa M_1 e a outra com massa M_2, descrevem uma órbita circular em torno de seus centros de massa. A estrela de massa M_1 possui uma órbita com raio R_1, e a estrela de massa M_2 possui uma órbita com raio R_2. (a) Mostre que a razão entre os raios orbitais das duas estrelas é inversamente proporcional à razão entre suas massas, ou seja, mostre que $R_1/R_2 = M_2/M_1$. (b) Explique por que as duas estrelas possuem o mesmo período orbital e mostre que o período T é dado por $T = 2\pi(R_1 + R_2)^{3/2}/\sqrt{G(M_1 + M_2)}$. (c) As duas estrelas de um certo sistema de estrela binária descrevem órbitas circulares. A primeira estrela, Alfa, possui velocidade orbital igual a 36,0 km/s. A outra estrela, Beta, possui velocidade orbital igual a 12,0 km/s. O período orbital é igual a 137 d. Quais são as massas de cada uma das duas estrelas? (d) Presume-se que um dos melhores candidatos a buraco negro se encontre no sistema binário denominado A0620-0090. Os dois corpos desse sistema são uma estrela laranja, V616 Monocerotis, e um corpo compacto que parece ser um buraco negro (Figura 12.28). O período orbital do binário A0620-0090 é igual a 7,75 horas. Estima-se que a massa de V616 Monocerotis seja igual a 0,67 vez a massa do Sol, e que a massa do buraco negro seja igual a 3,8 vezes a massa do Sol. Supondo que as órbitas sejam circulares, calcule o raio da órbita e a velocidade orbital de cada um desses corpos. Compare suas respostas com o raio orbital e com a velocidade da Terra em sua órbita em torno do Sol.

12.65 ••• Os cometas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol com elevadas excentricidades. Se um cometa possui velocidade igual a $2,0 \times 10^4$ m/s, quando sua distância ao centro do Sol é igual a $2,5 \times 10^{11}$ m, qual é sua velocidade quando a uma distância do centro do Sol de $5,0 \times 10^{10}$ m?

12.66 • O planeta Urano possui raio igual a 25.360 km e a aceleração da gravidade em sua superfície nos polos é igual a 9,0 m/s^2. Sua lua Miranda (descoberta por Kuiper em 1948) descreve uma órbita circular em torno de Urano a uma altura de 104.000 km acima da superfície desse planeta. Miranda possui massa igual a $6,6 \times 10^{19}$ kg e raio igual a 236 km. (a) Calcule a massa de Urano usando os dados anteriores. (b) Calcule o módulo da aceleração de Miranda em sua órbita em torno de Urano. (c) Calcule a aceleração da gravidade na superfície de Miranda. (d) Suas respostas dos itens (b) e (c) significam que um objeto lançado a 1 m acima da superfície de Miranda no lado voltado para Urano cairia *para cima* em relação a Miranda? Explique.

12.67 ••• PC Considere uma espaçonave percorrendo uma órbita elíptica em torno da Terra. Em seu ponto inferior, ou perigeu de sua órbita, ela está a uma altura de 400 km acima da superfície terrestre; em seu ponto superior, ou apogeu de sua órbita, ela está a uma altura de 4.000 km acima da superfície terrestre. (a) Qual é o período da órbita da espaçonave? (b) Usando a conservação do momento angular, ache a razão entre as velocidades no perigeu e no apogeu. (c) Usando a conservação da energia, ache as velocidades no perigeu e no apogeu. (d) Desejamos fazer a espaçonave escapar completamente da

Terra. Se os motores dos foguetes forem acionados durante o perigeu, quanto a velocidade deve aumentar para atingir esse objetivo? E se os motores forem acionados durante o apogeu? Qual é o ponto da órbita mais eficiente para usar?

12.68 •• Um foguete com massa de $5{,}00 \times 10^3$ kg está em uma órbita circular de raio $7{,}20 \times 10^6$ m em torno da Terra. Os motores do foguete são acionados por um período para aumentar esse raio para $8{,}80 \times 10^6$ m, com a órbita novamente circular. (a) Qual é a variação da energia cinética do foguete? Ela aumenta ou diminui? (b) Qual é a variação da energia potencial gravitacional do foguete? Ela aumenta ou diminui? (c) Qual é o trabalho realizado pelos motores do foguete na mudança do raio orbital?

12.69 ••• Uma espaçonave de 5.000 kg descreve uma órbita circular a uma altura de 2.000 km acima da superfície de Marte. Qual é o trabalho realizado pelos motores da espaçonave para transportá-la até uma órbita circular a 4.000 km acima da superfície?

12.70 •• Um satélite com massa de 848 kg está em uma órbita circular com velocidade orbital de 9.640 m/s em torno da Terra. Qual é a nova velocidade orbital depois que o atrito causado pela atmosfera superior da Terra tiver realizado um trabalho de $-7{,}50 \times 10^9$ J sobre o satélite? Sua velocidade aumenta ou diminui?

12.71 ••• **CALC** Planetas não são uniformes por dentro. Normalmente eles são mais densos no núcleo e sua densidade vai decrescendo de dentro para fora até a superfície. Modele um planeta esfericamente simétrico, de mesmo raio que a Terra, tendo uma densidade que diminui linearmente com a distância a partir do centro. Suponha que a densidade seja $15{,}0 \times 10^3$ kg/m^3 no núcleo e $2{,}0 \times 10^3$ kg/m^3 na superfície. Qual é a aceleração da gravidade na superfície desse planeta?

12.72 •• Um dos cometas mais brilhantes que apareceram no século XX foi o cometa Hyakutake, que passou nas proximidades do Sol em torno de 1996. Estimou-se em 30.000 anos o período orbital desse cometa. Calcule o semieixo maior da órbita desse cometa. Compare o resultado com a distância média entre o Sol e Plutão e com a distância da estrela mais próxima do Sol, Alfa Centauro, situada a uma distância da Terra aproximadamente igual a 4,3 anos-luz.

12.73 ••• **CALC** Um corpo com forma de anel fino possui raio a e massa M. Uma esfera uniforme de raio R e massa m é colocada com seu centro situado a uma distância x à direita do centro do anel, sobre a linha que une os centros, perpendicular ao plano do anel (Figura E12.35). Qual é a força gravitacional que a esfera exerce sobre o corpo em forma de anel? Mostre que seu resultado se reduz ao esperado quando x for muito maior do que a.

12.74 •• **CALC** Um fio uniforme de comprimento L e massa M está curvado em semicírculo. Calcule o módulo, a direção e o sentido da força gravitacional que o fio exerce sobre uma partícula de massa m situada no centro da curvatura do semicírculo.

12.75 • **CALC** Perfuramos um túnel da superfície até o centro da Terra (Figura 12.25). Como no Exemplo 12.10 (Seção 12.6), considere a hipótese bastante irreal de que a densidade da Terra seja constante. Com essa aproximação, a força gravitacional exercida sobre um objeto de massa m no interior da Terra, situado a uma distância r de seu centro, possui módulo dado por $F_g = Gm_{\mathrm{T}}mr/R_{\mathrm{T}}^3$ (como deduzido no Exemplo 12.10) e aponta para o centro da Terra. (a) Deduza uma expressão para a energia potencial gravitacional $U(r)$ do sistema objeto-Terra em função da distância entre o objeto e o centro da Terra. Considere a energia potencial gravitacional igual a zero quando o objeto está no centro da Terra. (b) Se um objeto fosse liberado dentro do túnel na superfície terrestre, qual seria sua velocidade quando ele atingisse o centro da Terra?

12.76 •• **DADOS** Para cada um dos oito planetas de Mercúrio a Netuno, o semieixo maior a de sua órbita e seu período orbital T são os seguintes:

Planeta	Semieixo maior (10^6 km)	Período orbital (dias)
Mercúrio	57,9	88,0
Vênus	108,2	224,7
Terra	149,6	365,2
Marte	227,9	687,0
Júpiter	778,3	4.331
Saturno	1.426,7	10.747
Urano	2.870,7	30.589
Netuno	4.498,4	59.800

(a) Explique por que esses valores, quando desenhados como T^2 em função de a^3, ficam próximos de uma linha reta. Qual das leis de Kepler está sendo testada? Entretanto, os valores de T^2 e a^3 cobrem uma extensão tão grande que esse desenho não é um modo muito prático de representar os dados graficamente. (Experimente.) Em vez disso, desenhe $\log(T)$ (com T em segundos) em função de $\log(a)$ (com a em metros). Explique por que os dados também deverão ficar próximos de uma linha reta nesse desenho. (b) De acordo com as leis de Kepler, qual deverá ser a inclinação de seu gráfico de $\log(T)$ em função de $\log(a)$ no item (a)? Seu gráfico tem essa inclinação? (c) Usando $G = 6{,}674 \times 10^{-11}$ N · m^2/kg^2, calcule a massa do Sol a partir da interceptação y de seu gráfico. Como seu valor calculado se relaciona com o valor dado no Apêndice F? (d) O único asteroide visível a olho nu (e somente sob condições ideais de visualização) é Vesta, que possui um período orbital de 1.325,4 dias. Qual é o comprimento do semieixo maior da órbita de Vesta? Onde isso coloca a órbita de Vesta em relação às órbitas dos oito principais planetas? Alguns cientistas argumentam que Vesta deveria ser chamado de um planeta menor, em vez de asteroide.

12.77 •• **DADOS** Para um planeta esférico com massa M, volume V e raio R, derive uma expressão para a aceleração da gravidade na superfície do planeta, g, em termos da densidade média do planeta, $\rho = M/V$, e seu diâmetro, $D = 2R$. A tabela fornece os valores de D e g para os oito principais planetas:

Planeta	D (km)	g (m/s^2)
Mercúrio	4.879	3,7
Vênus	12.104	8,9
Terra	12.756	9,8
Marte	6.792	3,7
Júpiter	142.984	23,1
Saturno	120.536	9,0
Urano	51.118	8,7
Netuno	49.528	11,0

(a) Trate os planetas como esferas. Sua equação para g em função de ρ e D mostra que, se a densidade média dos planetas for constante, um gráfico de g em função de D será bem representado por uma linha reta. Desenhe o gráfico de g em

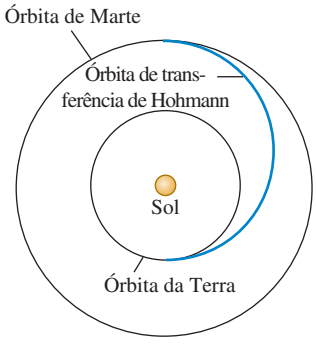
função de D para os oito principais planetas. O que o gráfico informa a respeito da variação na densidade média? (b) Calcule a densidade média para cada um dos principais planetas. Relacione os planetas em ordem decrescente de densidade, indicando a densidade média calculada de cada um. (c) A Terra não é uma esfera uniforme, e possui maior densidade perto de seu centro. É razoável supor que isso também poderia acontecer com outros planetas. Discuta o efeito que essa não uniformidade tem sobre sua análise. (d) Se Saturno tivesse a mesma densidade média que a Terra, qual seria o valor de g na superfície desse planeta?

12.78 ••• DADOS Para um planeta em nosso sistema solar, suponha que o eixo da órbita esteja no Sol e seja circular. Então, o momento angular em torno desse eixo em razão do movimento orbital do planeta é $L = MvR$. (a) Derive uma expressão para L em termos da massa M do planeta, raio orbital R e período T da órbita. (b) Usando os dados do Apêndice F, calcule o módulo do momento angular orbital para cada um dos oito principais planetas. (Considere uma órbita circular.) Some esses valores para obter o momento angular total dos principais planetas em virtude de seu movimento orbital. (Todos esses planetas orbitam na mesma direção, próximos do mesmo plano, de modo que a soma dos módulos para obter o valor total é uma aproximação razoável.) (c) O período rotacional do Sol é de 24,6 dias. Usando os dados do Apêndice F, calcule o momento angular que o Sol tem em decorrência da rotação em torno de seu eixo. (Suponha que o Sol seja uma esfera uniforme.) (d) Qual é a relação entre o momento angular rotacional do Sol e o momento angular orbital total dos planetas? Qual é a relação entre a massa do Sol e a massa total dos planetas? O fato de o Sol ter a maior parte da massa do sistema solar, mas apenas uma pequena fração de seu momento angular total, deve ser levado em consideração nos modelos da formação do sistema solar. (e) O Sol tem uma densidade que diminui com a distância a partir de seu centro. Isso significa que seu cálculo no item (c) superestima ou subestima o momento angular rotacional do Sol? Ou a densidade não uniforme não possui efeito algum?

PROBLEMAS DESAFIADORES

12.79 ••• Navegação interplanetária. O método mais eficiente para enviar uma espaçonave da Terra a outro planeta consiste em usar uma *órbita de transferência de Hohmann* (**Figura P12.79**). Se as órbitas da partida e do destino forem circulares, a órbita de transferência de Hohmann será uma elipse cujo periélio tangencia a órbita de um dos planetas e cujo afélio tangencia a órbita do outro planeta. Os foguetes são acionados brevemente na órbita de partida para colocar a espaçonave na órbita de transferência; a seguir, a espaçonave viaja até atingir o planeta desejado. Depois, os foguetes são novamente acionados para colocar a espaçonave na mesma órbita em torno do Sol descrita pelo planeta do destino. (a) Para uma viagem da Terra até Marte, qual deve ser a direção e o sentido em que o foguete deve ser disparado na Terra e em Marte: no sentido do movimento ou no sentido oposto ao movimento? E no caso de uma viagem de Marte até a Terra? (b) Quanto tempo entre os disparos dos foguetes levaria uma viagem de ida da Terra até Marte? (c) Para atingir Marte a partir da Terra, o lançamento deve ser cronometrado de modo que Marte deve estar no local exato de sua órbita quando a trajetória da espaçonave tangencia a órbita do planeta em torno do Sol. Qual deve ser o ângulo entre a direção do lançamento e a direção da linha que une o Sol com Marte e da linha que une o Sol com a Terra? Use dados do Apêndice F.

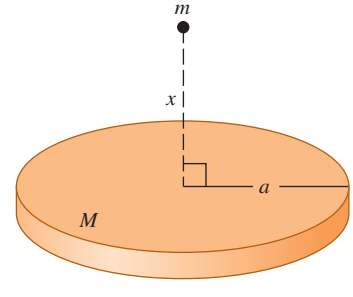
Figura P12.79



12.80 ••• PC Forças de maré nas vizinhanças de um buraco negro. Uma astronauta no interior de uma espaçonave, que a protege das radiações perigosas, descreve uma órbita em torno de um buraco negro a uma distância de 120 km de seu centro. O buraco negro possui massa igual a 5,00 vezes a massa do Sol e um raio de Schwarzschild igual a 15,0 km. A astronauta está posicionada no interior da espaçonave de tal modo que uma de suas orelhas, com 0,030 kg, está 6,0 cm mais afastada do centro do buraco negro que o centro de massa da espaçonave e a outra orelha está 6,0 cm mais próxima. (a) Qual é a tensão entre suas orelhas? A astronauta poderia suportar essa força ou seria rasgada por ela? (Uma vez que o corpo inteiro da astronauta descreve a órbita com a mesma velocidade angular, por causa da diferença entre os raios, uma das orelhas se move com velocidade maior que a outra. Portanto, sua cabeça deverá exercer forças sobre as orelhas para mantê-las na órbita.) (b) O centro de massa da sua cabeça está situado no mesmo ponto de seu centro de gravidade? Explique.

12.81 ••• CALC A massa M está uniformemente distribuída ao longo de um disco de raio a. Determine o módulo, a direção e o sentido da força gravitacional entre o disco e a partícula de massa m localizada a uma distância x acima do centro do disco (**Figura P12.81**). Seu resultado se reduz a uma expressão correta quando x assume valores muito elevados? (*Dica:* divida o disco em anéis finos concêntricos infinitesimais; a seguir, use a expressão deduzida no Exercício 12.35 para a força gravitacional de cada anel e integre o resultado para achar a força total.)

Figura P12.81



Problemas com contexto

BIO **Exoplanetas.** Enquanto planetas com diversas propriedades estão sendo descobertos fora do nosso sistema solar, astrobiólogos estão imaginando se e como poderia haver vida em planetas muito diferentes da Terra. Um planeta recentemente descoberto fora do sistema solar, ou exoplaneta, está em órbita de uma estrela cuja massa é 0,70 vez a massa do nosso Sol. Descobriu-se que esse planeta possui 2,3 vezes o diâmetro da Terra e 7,9 vezes a sua massa. Para os planetas nessa faixa de tamanho, os modelos de computador indicam um relacionamento entre a densidade do planeta e sua composição:

Densidade relativa à Terra	Composição
2-3 vezes	Principalmente ferro
0,9-2 vezes	Núcleo de ferro com crosta de rocha
0,4-0,9 vez	Núcleo de ferro com crosta de rocha e alguns elementos mais leves, como o gelo (água)
< 0,4 vez	Gases de hidrogênio e/ou hélio

Baseado em S. Seager et al., "Mass-radius relationships for solid exoplanets"; arXiv:0707.2895 [astro-ph].

12.82 Com base nesses dados, qual é a composição mais provável desse planeta? (a) Principalmente ferro; (b) ferro e rocha; (c) ferro e rocha com alguns elementos mais leves; (d) gases de hidrogênio e hélio.

12.83 A aceleração da gravidade perto da superfície desse planeta é quantas vezes a aceleração da gravidade g perto da superfície da Terra? (a) Cerca de $0{,}29g$; (b) cerca de $0{,}65g$; (c) cerca de $1{,}5g$; (d) cerca de $7{,}9g$.

12.84 As observações desse planeta com o tempo mostram que ele está em uma órbita quase circular em torno de sua estrela e completa uma órbita em apenas 9,5 dias. O raio orbital r da Terra em torno do Sol é quantas vezes o raio orbital desse exoplaneta em torno de sua estrela? Suponha que a Terra também esteja em uma órbita quase circular. (a) $0{,}026r$; (b) $0{,}078r$; (c) $0{,}70r$; (d) $2{,}3r$.

RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

(iv) Para um satélite, uma distância r do centro de seu planeta, a velocidade orbital é proporcional a $\sqrt{1/r}$ e a aceleração da gravidade é proporcional a $1/r^2$ (veja a Seção 12.4). Assim, uma partícula que orbita próximo a Saturno possui velocidade e aceleração maiores que uma partícula orbitando a uma distância maior.

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

12.1 Resposta **(v)** Pela Equação 12.1, a força gravitacional do Sol (massa m_1) sobre um planeta (massa m_2) a uma distância r tem módulo $F_g = Gm_1m_2/r^2$. Comparado à Terra, Saturno possui um valor de r^2, que é cem vezes maior, e um valor de m_2, que também é cem vezes maior. Portanto, a *força* que o Sol exerce sobre Saturno tem o mesmo módulo que a força exercida pelo Sol sobre a Terra. A *aceleração* de um planeta é igual à força resultante dividida pela massa do planeta: como Saturno possui cem vezes mais massa que a Terra, sua aceleração é $\frac{1}{100}$ da aceleração da Terra.

12.2 Resposta **(iii)**, **(i)**, **(ii)**, **(iv)** Pela Equação 12.4, a aceleração da gravidade na superfície de um planeta de massa m_P e raio R_P é $g_P = Gm_P/R_P^2$. Ou seja, g_P é diretamente proporcional à massa do planeta e inversamente proporcional ao quadrado de seu raio. Segue-se que, comparado ao valor de g na superfície da Terra, o valor de g_P em cada planeta é (i) $2/2^2 = \frac{1}{2}$ do valor de g; (ii) $4/4^2 = \frac{1}{4}$ do valor de g; (iii) $4/2^2 = 1$ vez o valor de g — ou seja, igual a g; e (iv) $2/4^2 = \frac{1}{8}$ do valor de g.

12.3 Resposta **(iv)** Para um planeta com massa m_P e raio R_P, a gravidade na superfície é Gm_P/R_P^2, enquanto a velocidade de escape é $v_{esc} = \sqrt{2Gm_P/R_P}$. Comparando essas duas expressões, você obtém $v_{esc} = \sqrt{2gR_P}$. Logo, mesmo que um planeta tenha o mesmo valor de g que a Terra, sua velocidade de escape pode ser diferente, dependendo de como seu raio R_P está relacionado ao raio da Terra. Para o planeta Saturno, por exemplo, m_P é cerca de cem vezes a massa da Terra e R_P é cerca de dez vezes o raio da Terra. O valor de g é diferente do que é na Terra por um fator $(100)/(10)^2 = 1$ (isto é, é o mesmo que na Terra), enquanto a velocidade de escape é maior por um fator de $\sqrt{100/10} = 3{,}2$.

12.4 Resposta **(ii)** A Equação 12.10 mostra que, em uma órbita de raio menor, a espaçonave apresenta uma maior velocidade. O trabalho negativo realizado pela resistência do ar reduz a energia mecânica *total*, $E = K + U$; a energia cinética K aumenta (torna-se mais positiva), mas a energia potencial gravitacional U diminui (torna-se mais negativa) muito mais.

12.5 Resposta **(iii)** A Equação 12.17 indica que o período orbital T é proporcional à potência $\frac{3}{2}$ do semieixo maior a. Assim, o período orbital do Cometa X é maior que o do Cometa Y por um fator de $4^{3/2} = 8$.

12.6 Resposta **não.** Nossa análise mostra que existe uma força gravitacional de valor *zero* dentro de uma casca esférica oca. Dessa forma, os visitantes do interior de um planeta oco ficariam sem peso e não poderiam ficar em pé ou caminhar pela superfície interna desse planeta.

12.7 Resposta **(iv)** Ao analisar a Equação 12.27, vimos que a diferença entre a aceleração da gravidade no equador e nos polos é v^2/R_T. Como esse planeta possui o mesmo raio e, portanto, a mesma circunferência que a Terra, a velocidade v em seu equador deve ser dez vezes a velocidade no equador da Terra. Logo, v^2/R_T é $10^2 = 100$ vezes maior que na Terra, ou $100(0{,}0339\ \text{m/s}^2) = 3{,}39\ \text{m/s}^2$. A aceleração da gravidade nos polos é $9{,}80\ \text{m/s}^2$, enquanto no equador é drasticamente menor: $9{,}80\ \text{m/s}^2 - 3{,}39\ \text{m/s}^2 = 6{,}41\ \text{m/s}^2$. Pode-se demonstrar que, se esse planeta precisasse girar 17,0 vezes mais rápido que a Terra, a aceleração da gravidade no equador seria *zero* e objetos soltos sairiam voando da superfície do equador!

12.8 Resposta **(iii)** Se o Sol se transformasse em um buraco negro (o que, segundo nosso conhecimento das estrelas,

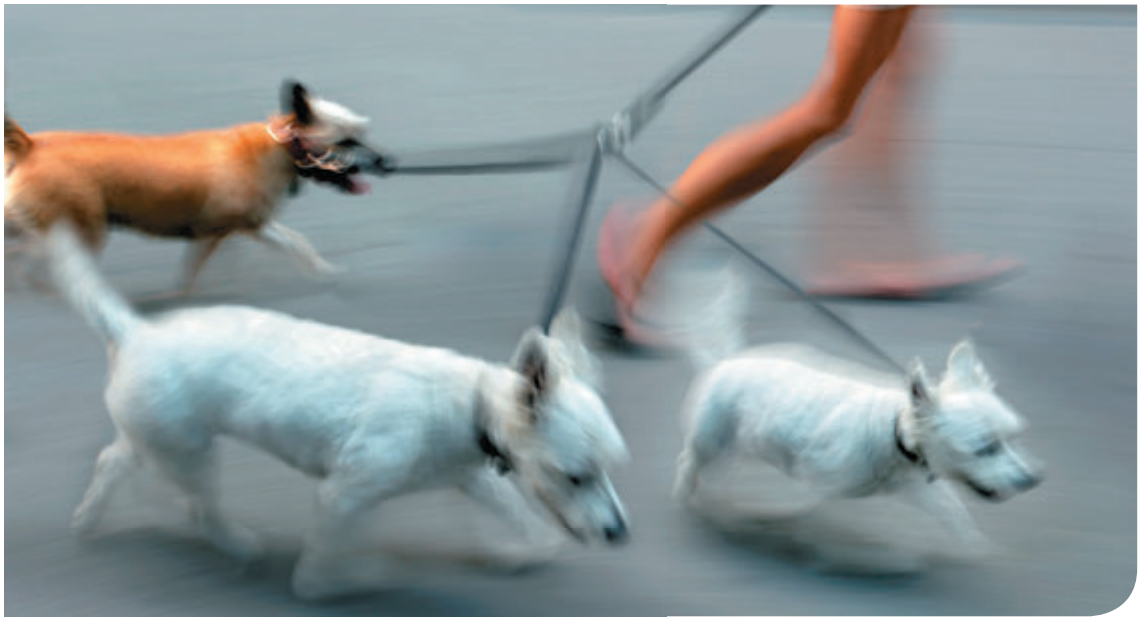
é impossível), ele teria a mesma massa, porém um raio muito menor. Como a atração gravitacional exercida pelo Sol sobre a Terra não depende do raio do Sol, a órbita da Terra não seria afetada.

Problema em destaque

(a) Periélio: $v_P = \sqrt{\frac{Gm_S}{a}\frac{(1+e)}{(1-e)}}$

Afélio: $v_A = \sqrt{\frac{Gm_S}{a}\frac{(1-e)}{(1+e)}}$

(b) $v_P = 54{,}4$ km/s, $v_A = 0{,}913$ km/s; $K_P = 3{,}26 \times 10^{23}$ J, $U_P = -3{,}31 \times 10^{23}$ J, $E_P = -5{,}47 \times 10^{21}$ J, $K_A = 9{,}17 \times 10^{19}$ J, $U_A = -5{,}56 \times 10^{21}$ J, $E_A = -5{,}47 \times 10^{21}$ J



? Cães caminham com passos muito mais rápidos que os humanos. Isso ocorre principalmente porque, em comparação com as pernas dos humanos, as pernas dos cães (i) são mais curtas; (ii) possuem mais massa; (iii) possuem maior razão entre músculos e gordura; (iv) possuem patas em vez de dedos do pé; ou (v) mais de um desses fatores?

13 MOVIMENTO PERIÓDICO

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **13.1** Como descrever oscilações em termos de amplitude, período, frequência e frequência angular.
- **13.2** Como fazer cálculos com movimento harmônico simples (MHS), um tipo importante de oscilação.
- **13.3** Como usar conceitos de energia para analisar MHS.
- **13.4** Como aplicar os conceitos envolvidos em um MHS a diferentes situações físicas.
- **13.5** Como analisar os movimentos de um pêndulo simples.
- **13.6** O que é um pêndulo físico e como calcular as propriedades de seu movimento.
- **13.7** O que determina o quão rapidamente uma oscilação chega ao fim.
- **13.8** Como uma força propulsora aplicada a um oscilador na frequência certa pode provocar uma resposta muito intensa, ou ressonância.

Revendo conceitos de:

- **1.3** Padrões de tempo.
- **3.4** Movimento circular uniforme.
- **6.3** Lei de Hooke.
- **7.2, 7.4** Energia potencial elástica; relação entre força e energia potencial.
- **9.3** Relação entre movimento angular e movimento linear.
- **10.2** Segunda lei de Newton para o movimento de rotação.

Muitos tipos de movimento se repetem indefinidamente: a vibração de um cristal de quartzo em um relógio, a oscilação do pêndulo de um relógio de carrilhão, as vibrações sonoras produzidas por um clarinete ou pelo tubo de um órgão e as oscilações produzidas pelos pistões no motor de um automóvel. Esse tipo de movimento, chamado de **movimento periódico** ou **oscilação**, é o assunto deste capítulo. O entendimento do movimento periódico será essencial para os estudos que faremos sobre as ondas, o som, as correntes elétricas e a luz.

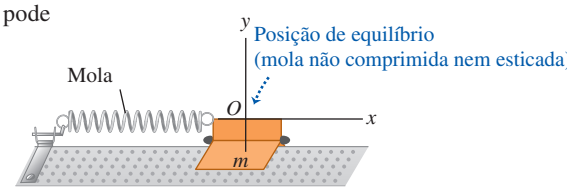
Um corpo que executa movimento periódico encontra-se sempre em uma posição de equilíbrio estável. Quando ele é deslocado dessa posição e liberado, surge uma força ou um torque que o faz retornar à sua posição de equilíbrio. Quando ele atinge esse ponto, entretanto, pelo fato de haver acumulado energia cinética, ele o ultrapassa, parando em algum ponto do outro lado e sendo novamente puxado para sua posição de equilíbrio. Imagine uma bola rolando para a frente e para trás no interior de um recipiente côncavo, ou um pêndulo que oscila de um lado para o outro passando por sua posição de equilíbrio na vertical.

Neste capítulo, concentraremos nossa atenção em dois exemplos simples de sistemas que executam movimentos periódicos: o sistema massa-mola e o pêndulo. Também estudaremos por que as oscilações diminuem de intensidade com o tempo e por que algumas oscilações podem se superpor e construir deslocamentos cada vez maiores quando forças periódicas atuam sobre o sistema.

13.1 CAUSAS DA OSCILAÇÃO

Na **Figura 13.1**, vemos um dos sistemas mais simples que podem executar um movimento periódico. Um corpo de massa m está em repouso sobre

Figura 13.1 Um sistema que pode ter movimento periódico.



um trilho horizontal sem atrito, como no caso de um trilho de ar linear, de modo que ele pode se mover apenas ao longo do eixo Ox. A mola presa ao corpo possui massa desprezível e pode ser comprimida ou esticada. A extremidade esquerda da mola é mantida fixa e sua extremidade direita está presa ao corpo. A força da mola é a única força horizontal que atua sobre o corpo; a força vertical normal sempre anula a força gravitacional.

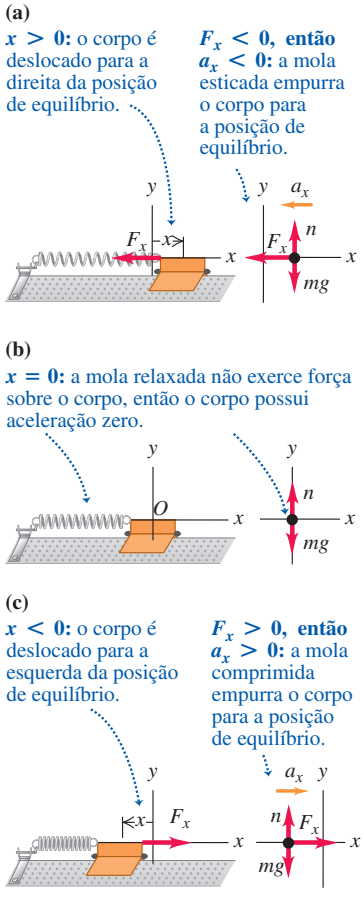
É mais simples definir o sistema de coordenadas com a origem O na posição de equilíbrio para a qual a mola não está esticada nem comprimida. Então x fornece o componente x do vetor **deslocamento** do corpo a partir da posição de equilíbrio e também indica a variação de comprimento da mola. A mola exerce uma força sobre o corpo com componente x igual a F_x, e o componente x da aceleração é $a_x = F_x/m$.

A **Figura 13.2** mostra diagramas do corpo livre para as três diferentes posições da mola. Quando o corpo é deslocado da posição de equilíbrio da mola, a força da mola tende a fazer o corpo voltar para a posição de equilíbrio. Chamamos essa força de **força restauradora**. Uma oscilação só ocorre quando existe uma força restauradora que obriga o sistema a voltar para sua posição de equilíbrio.

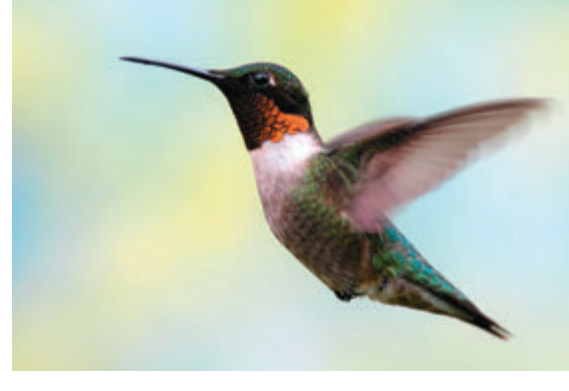
Vamos analisar como as oscilações ocorrem nesse sistema. Quando deslocamos o corpo para a direita até a posição $x = A$ e a seguir o liberamos, a força resultante e a aceleração são orientadas para a esquerda (Figura 13.2a). A velocidade aumenta até o corpo atingir a posição de equilíbrio O. Quando o corpo está no ponto O, a força resultante que atua sobre ele é igual a zero (Figura 13.2b); mas, em razão de seu movimento, ele *ultrapassa* a posição de equilíbrio. No outro lado da posição de equilíbrio, a velocidade do corpo está orientada para a esquerda, porém a força resultante e sua aceleração estão orientadas para a direita (Figura 13.2c); consequentemente, a velocidade diminui até o corpo parar. Mostraremos mais adiante que, no caso da mola ideal, o corpo para no ponto $x = -A$. A seguir, o corpo acelera para a direita, ultrapassa novamente a posição de equilíbrio e para no ponto $x = A$, pronto para repetir o processo inteiro. O corpo está oscilando! Caso não existisse atrito nem outra força capaz de remover a energia mecânica do sistema, esse movimento se repetiria eternamente; a força restauradora sempre obrigaria o corpo a voltar para sua posição de equilíbrio e todas as vezes ele ultrapassaria essa posição.

Em situações diferentes, a força pode depender do deslocamento x a partir do equilíbrio de diferentes modos. Entretanto, as oscilações *sempre* ocorrem quando existe uma força *restauradora* que obriga o sistema a voltar para sua posição de equilíbrio.

Figura 13.2 Exemplo de um movimento periódico. Quando o corpo é deslocado de sua posição de equilíbrio em $x = 0$, a mola exerce uma força restauradora que o leva de volta à posição de equilíbrio.



BIO Aplicação Frequências da asa O beija-flor-do-pescoço-vermelho (*Archilochus colubris*) normalmente bate suas asas com uma frequência de 50 ciclos por segundo, produzindo o som que dá nome a esse pássaro em inglês (que significa pássaro de zumbido). Insetos podem bater suas asas em taxas ainda maiores, de 330 ciclos para uma mosca doméstica a 600 ciclos para um mosquito e incríveis 1.040 ciclos para um minúsculo pernilongo.



Amplitude, período, frequência e frequência angular

A seguir, definimos alguns termos que serão usados na discussão de todos os tipos de movimentos periódicos.

A **amplitude** do movimento, designada por A, é o módulo máximo do vetor deslocamento do corpo a partir da posição de equilíbrio; isto é, o valor máximo de $|x|$. Ela é sempre positiva. Se a mola da Figura 13.2 for ideal, a amplitude total do movimento será $2A$. A unidade SI de A é o metro. Uma vibração completa, ou **ciclo**, é um percurso completo de ida e volta — digamos, de A até $-A$ e retornando ao ponto A, ou de O até A, de volta a O, seguindo até $-A$ e retornando a O. Note que o movimento de uma extremidade a outra (digamos, de $-A$ até A) constitui um semiciclo e não um ciclo completo.

O **período**, T, é o tempo correspondente a um ciclo. Ele é sempre positivo. A unidade SI é o segundo, porém algumas vezes ele é expresso em "segundos por ciclo".

A **frequência**, f, é o número de ciclos em uma unidade de tempo. Ela é sempre positiva. A unidade SI de frequência é o *hertz*, uma unidade designada em homenagem ao físico alemão Heinrich Hertz:

$$1 \text{ hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ ciclo/s} = 1 \text{ s}^{-1}$$

A **frequência angular**, ω, é 2π vezes a frequência:

$$\omega = 2\pi f$$

Em breve veremos por que ω é uma grandeza útil. Ela representa uma taxa de variação de uma grandeza angular (não necessariamente relacionada ao movimento de rotação) que é sempre medida em radianos; portanto, ela possui unidades de rad/s. Uma vez que f é em ciclo/s, podemos interpretar o fator 2π como se tivesse unidades de rad/ciclo.

Por definição, período e frequência são recíprocos:

No movimento periódico, **frequência e período** são recíprocos.

$$f = \frac{1}{T} \qquad T = \frac{1}{f} \tag{13.1}$$

(Período: T; Frequência: f)

Além disso, da definição de ω,

Frequência angular relacionada à frequência e ao período.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \tag{13.2}$$

(Frequência: f; Período: T)

EXEMPLO 13.1 PERÍODO, FREQUÊNCIA E FREQUÊNCIA ANGULAR

Um transdutor ultrassônico (uma espécie de alto-falante), usado para diagnóstico médico, oscila com uma frequência igual a 6,7 MHz = $6{,}7 \times 10^6$ Hz. Quanto dura uma oscilação e qual é a frequência angular?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: as variáveis procuradas são o período T e a frequência angular ω. Temos a frequência f, portanto, podemos achar as variáveis que desejamos usando as equações 13.1 e 13.2.

EXECUTAR: usando as equações 13.1 e 13.2, obtemos

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{6{,}7 \times 10^6 \text{ Hz}} = 1{,}5 \times 10^{-7} \text{ s} = 0{,}15\ \mu\text{s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\,(6{,}7 \times 10^6 \text{ Hz})$$

$$= (2\pi \text{ rad/ciclo})\,(6{,}7 \times 10^6 \text{ ciclo/s}) = 4{,}2 \times 10^7 \text{ rad/s}$$

AVALIAR: trata-se de uma vibração muito rápida, com valores elevados de f e ω e um valor pequeno para T. Em uma vibração lenta, f e ω são pequenos, e T é elevado.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 13.1 Um corpo como o mostrado na Figura 13.2 oscila para a frente e para trás. Para cada um dos seguintes valores da velocidade v_x, e da aceleração a_x do corpo ao longo do eixo Ox, diga se o deslocamento x é positivo, negativo ou zero. (a) $v_x > 0$ e $a_x > 0$; (b) $v_x > 0$ e $a_x < 0$; (c) $v_x < 0$ e $a_x > 0$; (d) $v_x < 0$ e $a_x < 0$; (e) $v_x = 0$ e $a_x < 0$; (f) $v_x > 0$ e $a_x = 0$.

13.2 MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

O tipo mais simples de oscilação ocorre quando a força restauradora F_x é *diretamente proporcional* ao deslocamento x da posição de equilíbrio. Isso ocorre quando a mola das figuras 13.1 e 13.2 é ideal, ou seja, quando ela obedece à *lei de Hooke* (veja a Seção 6.3). A constante de proporcionalidade entre F_x e x é a constante da força ou constante k. Nos dois lados da posição de equilíbrio, F_x e x sempre possuem sinais opostos. Na Seção 6.3 representamos a força que atua *sobre* a mola por $F_x = kx$. O componente x da força que a mola exerce *sobre o corpo* é o negativo disso, portanto

Força restauradora exercida por uma **mola ideal**: $F_x = -kx$ (13.3)

(F_x: componente x da força; $-kx$: deslocamento; k: constante de força da mola)

Essa equação fornece corretamente o módulo e o sinal da força, independentemente de o valor de x ser positivo, negativo ou nulo (**Figura 13.3**). A constante da mola k é sempre positiva e suas unidades são N/m (um conjunto de unidades alternativo e útil é kg/s^2). Supondo que não exista atrito, a Equação 13.3 fornece a força *resultante* sobre o corpo.

Quando a força restauradora é diretamente proporcional ao deslocamento da posição de equilíbrio, conforme indicado na Equação 13.3, a oscilação denomina-se **movimento harmônico simples**, abreviado por **MHS**. A aceleração $a_x = d^2x/dt^2 = F_x/m$ de um corpo que executa um MHS é dada por

Equação para o movimento harmônico simples: $a_x = \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{k}{m}x$ (13.4)

(a_x: componente x da aceleração; d^2x/dt^2: segunda derivada do deslocamento; k: constante de força da força restauradora; x: deslocamento; m: massa do objeto)

O sinal negativo indica que, no MHS, a aceleração sempre possui sentido contrário ao do deslocamento. Essa aceleração *não* é constante, portanto nem pense em usar as fórmulas deduzidas no Capítulo 2 (*Física I*) para o movimento com aceleração constante. Em breve mostraremos como resolver essa equação para encontrar o deslocamento x em função do tempo. Um corpo que executa um movimento harmônico simples é chamado **oscilador harmônico**.

Por que o movimento harmônico simples é tão importante? Não se esqueça de que nem todos os movimentos periódicos constituem um movimento harmônico simples; em movimentos periódicos em geral, a força restauradora depende do deslocamento de modo mais complicado que o indicado na Equação 13.3. Contudo, em muitos sistemas a força restauradora é *aproximadamente* proporcional ao deslocamento no caso de ele ser suficientemente pequeno (**Figura 13.4**). Ou seja, no caso de uma amplitude suficientemente pequena, as oscilações do sistema constituem aproximadamente um movimento harmônico simples que pode ser descrito pela Equação 13.4. Logo, podemos notar que o MHS é um modelo simples para descrever diversos tipos de movimentos periódicos, como a vibração de um diapasão de afinação, a corrente elétrica em um circuito de corrente alternada e as vibrações dos átomos nas moléculas e nos sólidos.

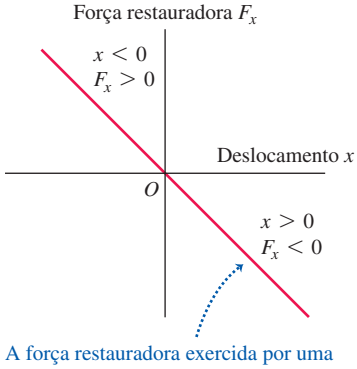


Figura 13.3 Uma mola ideal exerce uma força restauradora que obedece à lei de Hooke, $F_x = -kx$. Uma oscilação com uma força restauradora desse tipo é chamada de movimento harmônico simples.

A força restauradora exercida por uma mola ideal é diretamente proporcional ao deslocamento (lei de Hooke, $F_x = -kx$):o gráfico de F_x em função de x é uma linha reta.

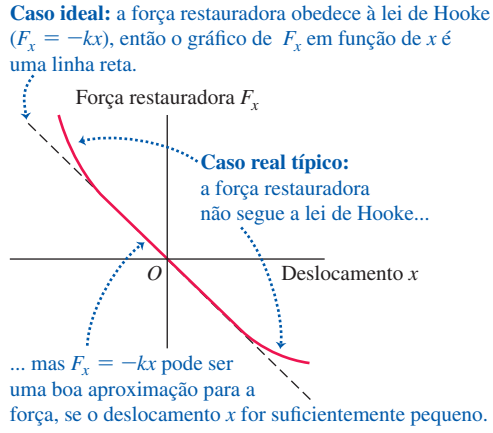


Figura 13.4 Em muitas oscilações reais, a lei de Hooke se aplica desde que o corpo não se afaste muito da posição de equilíbrio. Em tal caso, as oscilações de pequena amplitude podem ser consideradas aproximadamente como harmônicas simples.

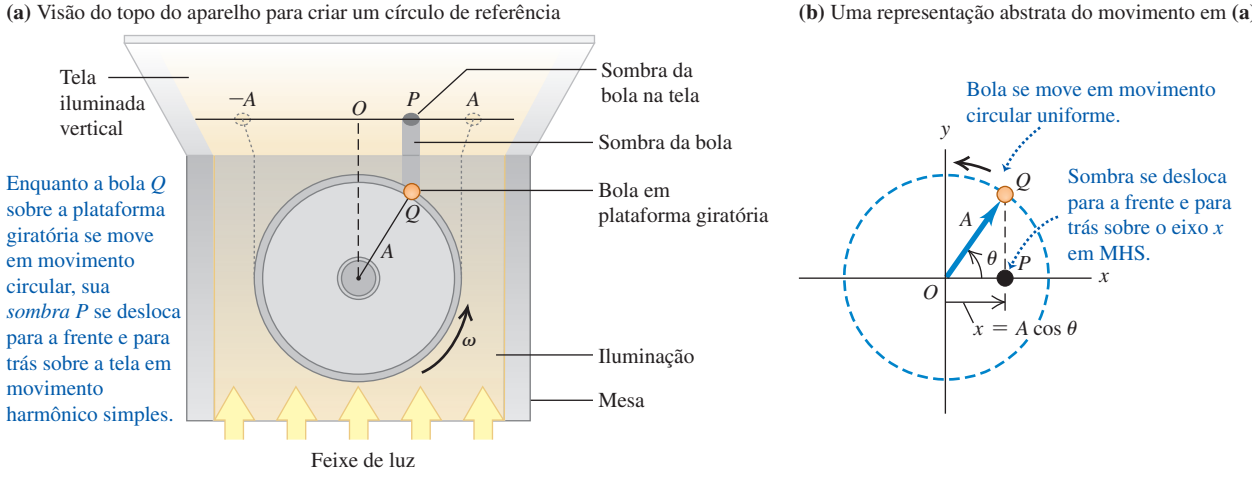
Movimento circular e as equações do MHS

Para explorar as propriedades do movimento harmônico simples, devemos representar a distância x do corpo que oscila em função do tempo, $x(t)$. A segunda derivada dessa função, d^2x/dt^2, deve ser igual a $(-k/m)$ multiplicada pela própria função, conforme exigido pela Equação 13.4. Como já dissemos, as fórmulas para aceleração constante da Seção 2.4 não servem para este caso, porque a aceleração varia constantemente à medida que x varia. Em vez disso, deduziremos uma expressão para $x(t)$ notando que o MHS está relacionado ao *movimento circular uniforme*, que estudamos na Seção 3.4.

A **Figura 13.5a** mostra a vista do topo de um disco horizontal de raio A com uma bola presa em sua periferia no ponto Q. O disco gira com velocidade angular constante ω (medida em rad/s), de modo que a bola gira com movimento circular uniforme. Um feixe de luz horizontal projeta a sombra da bola sobre uma tela. A sombra do ponto P oscila para a frente e para trás enquanto a bola faz um movimento circular. Agora colocamos um corpo na extremidade de uma mola ideal, como indicado nas figuras 13.1 e 13.2, de modo que o corpo oscile paralelamente à direção do deslocamento da sombra. Mostraremos que o movimento desse corpo e o da sombra são *idênticos* quando a amplitude do movimento do corpo é igual ao raio A do disco, e que a frequência angular $2\pi f$ do corpo oscilante é igual à velocidade angular do disco que gira. Ou seja, *o movimento harmônico simples é a projeção de um movimento circular uniforme sobre um diâmetro do círculo.*

Podemos verificar essa importante conclusão determinando a aceleração da sombra no ponto P e comparando o resultado com a aceleração de um corpo que executa

Figura 13.5 (a) Relacionando o movimento circular uniforme e o movimento harmônico simples. (b) A sombra da bola se move exatamente como um corpo oscilando em uma mola ideal.



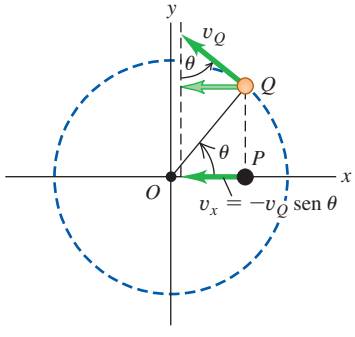
um MHS, dada a Equação 13.4. O círculo, ao longo do qual a bola se move de modo que sua projeção se superpõe à do movimento oscilatório do corpo, denomina-se **círculo de referência**; chamaremos o ponto Q de *ponto de referência*. Consideramos o círculo de referência contido em um plano xy, com a origem O no centro do círculo (Figura 13.5b). No instante t, o vetor OQ que liga a origem ao ponto Q faz um ângulo θ com o sentido positivo do eixo Ox. À medida que o ponto Q percorre o círculo de referência com velocidade angular constante ω, o vetor OQ gira com a mesma velocidade angular. Esse vetor girante denomina-se **fasor**. (Este termo era usado muito antes da invenção da arma paralisante, de nome semelhante, do seriado "Jornada nas Estrelas".) Utilizaremos fasores novamente quando estudarmos circuitos de corrente alternada no Capítulo 31 — *Física III* — e ao analisarmos a interferência da luz nos capítulos 35 e 36 — *Física IV*.

O componente x do fasor no instante t nada mais é que a coordenada x do ponto Q:

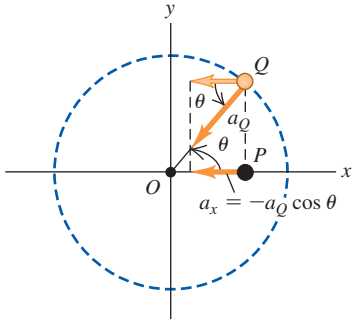
$$x = A\cos\theta \tag{13.5}$$

Figura 13.6 A (a) velocidade x e (b) aceleração x da sombra da bola P (veja a Figura 13.5) são, respectivamente, os componentes x dos vetores velocidade e aceleração da bola Q.

(a) Usando o círculo de referência para determinar a velocidade x do ponto P



(b) Usando o círculo de referência para determinar a aceleração x do ponto P



Essa relação também fornece a coordenada x da sombra P, que é a *projeção* do ponto Q sobre o eixo Ox. Portanto, a velocidade da sombra P ao longo do eixo Ox é igual ao componente x do vetor velocidade do ponto de referência Q (**Figura 13.6a**) e a aceleração da sombra P ao longo do eixo Ox é igual ao componente x do vetor aceleração do ponto de referência Q (Figura 13.6b). Visto que o ponto Q possui movimento circular uniforme, o vetor aceleração $\vec{a}_Q$ está sempre orientado para o ponto O. Além disso, o módulo de $\vec{a}_Q$ é constante e dado pelo quadrado da velocidade angular multiplicado pelo raio do círculo (ver a Seção 9.3):

$$a_Q = \omega^2 A \tag{13.6}$$

A Figura 13.6b mostra que o componente x de $\vec{a}_Q$ é dado por $a_x = -a_Q\cos\theta$. Combinando esse resultado com as equações 13.5 e 13.6, obtemos a aceleração do ponto P na forma

$$a_x = -a_Q\cos\theta = -\omega^2 A\cos\theta \tag{13.7}$$

ou

$$a_x = -\omega^2 x \tag{13.8}$$

A aceleração do ponto P é diretamente proporcional ao deslocamento x e sempre possui sentido contrário a ele. Essas são precisamente as características básicas do movimento harmônico simples.

A Equação 13.8 é *exatamente* igual à Equação 13.4, que fornece a aceleração de um movimento harmônico simples, desde que a velocidade angular ω do ponto de referência Q esteja relacionada à constante da mola k e à massa m do corpo que oscila por

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{ou} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13.9}$$

Temos usado o mesmo símbolo ω para a *velocidade* angular do ponto de referência Q e para a *frequência* angular do ponto oscilante P. Isso é feito porque essas grandezas são iguais! Se o ponto Q executa uma revolução completa no tempo T, então o ponto P realiza o ciclo completo da oscilação no mesmo intervalo; portanto, T é o período da oscilação. Durante o tempo T, o ponto Q se move 2π radianos; logo, sua velocidade angular é $\omega = 2\pi/T$. Porém, esse resultado é exatamente igual à Equação 13.2, para a frequência angular do ponto P, confirmando

nossa afirmação acerca das duas interpretações de ω. Essa foi a razão pela qual introduzimos o conceito de frequência angular na Seção 13.1; essa é a grandeza que estabelece a conexão entre a oscilação e o movimento circular. Logo, podemos interpretar novamente a Equação 13.9 como uma relação para a frequência angular do movimento harmônico simples:

Frequência angular para o movimento harmônico simples

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (13.10)$$

(k: constante de força da força restauradora; m: massa do objeto)

Quando você inicia um corpo oscilando em MHS, não é você quem escolhe o valor de ω; ele é predeterminado pelos valores de k e de m. As unidades de k são N/m ou kg/s^2, logo, k/m possui unidades de (kg/s^2)/kg = s^{-2}. Quando extraímos a raiz quadrada da Equação 13.10, obtemos s^{-1} ou, mais apropriadamente, rad/s, porque se trata de uma frequência *angular* (lembre-se de que radiano não é uma unidade verdadeira).

De acordo com as equações 13.1 e 13.2, a frequência f e o período T são

Frequência para o movimento harmônico simples

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (13.11)$$

(ω: frequência angular; k: constante de força da força restauradora; m: massa do objeto)

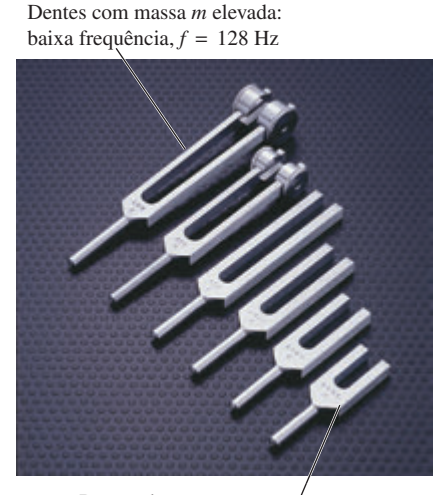
Período para o movimento harmônico simples

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (13.12)$$

(f: frequência; ω: frequência angular; m: massa do objeto; k: constante de força da força restauradora)

Com a Equação 13.12, notamos que, para um corpo de massa m maior, a aceleração é menor; ele se move mais lentamente e leva um tempo maior para completar um ciclo (**Figura 13.7**). Quando a mola é mais dura (com valor elevado da constante da mola k), a força exercida é maior para a mesma deformação x, produzindo aceleração mais elevada, velocidade maior e tempo T menor por ciclo.

Figura 13.7 Quanto maior a massa m de cada dente do garfo do diapasão, menor será a frequência da oscilação, $f = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$ e menor a frequência do som que o diapasão produz.



ATENÇÃO Não confunda frequência e frequência angular Você poderá se atrapalhar caso não saiba a diferença entre a frequência f e a frequência angular $\omega = 2\pi f$. A frequência informa o número de ciclos por segundo, enquanto a frequência angular informa o número de radianos por segundo correspondente ao círculo de referência. Ao resolver um problema, verifique cuidadosamente se o objetivo é achar f ou ω.

Período e amplitude no MHS

As equações 13.11 e 13.12 mostram que o período e a frequência do movimento harmônico simples são completamente determinados pela massa m e pela constante de força k. *No movimento harmônico simples, o período e a frequência não dependem da amplitude A*. Para dados valores de m e de k, o tempo de uma oscilação completa não depende do fato de a amplitude ser grande ou pequena. A Equação 13.3 mostra por que essa conclusão deveria ser esperada. Um valor maior de A significa que o corpo alcança valores maiores de $|x|$ e está sujeito a forças restauradoras maiores. Isso faz aumentar a velocidade média do corpo ao longo de um ciclo completo, compensando a distância maior a ser percorrida e resultando no mesmo tempo total.

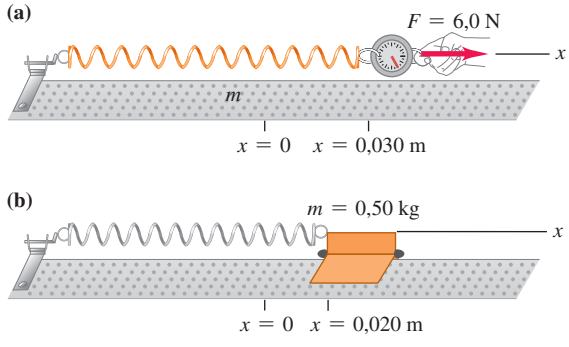
As vibrações de um diapasão constituem aproximadamente um movimento harmônico simples, o que significa que sua frequência não depende de sua amplitude. Essa é a razão pela qual o diapasão é usado como padrão para identificar o tom de uma nota musical. Se não fosse por essa característica do movimento

harmônico simples, seria impossível fazer os relógios mecânicos e eletrônicos que conhecemos funcionarem com precisão, ou tocar a maior parte dos instrumentos musicais de modo afinado. Quando você encontrar um corpo oscilando com um período que *dependa* da amplitude, a oscilação *não* corresponderá a um movimento harmônico simples.

EXEMPLO 13.2 FREQUÊNCIA, FREQUÊNCIA ANGULAR E PERÍODO NO MHS

A extremidade esquerda de uma mola horizontal é mantida fixa. Ligamos um dinamômetro na extremidade livre da mola e puxamos para a direita (**Figura 13.8a**); verificamos que a força que estica a mola é proporcional ao deslocamento e que uma força de 6,0 N produz um deslocamento igual a 0,030 m. A seguir, removemos o dinamômetro e amarramos a extremidade livre a um corpo de 0,50 kg, o puxamos até uma distância de 0,020 m para a direita ao longo de um percurso sem atrito e o liberamos do repouso (Figura 13.8b). (a) Calcule a força constante k da mola. (b) Calcule a frequência ω, a frequência f e o período T da oscilação resultante.

Figura 13.8 (a) A força exercida *sobre* a mola (indicada pelo vetor F) possui um componente no eixo x $F_x = +6{,}0$ N. A força exercida *pela* mola possui um componente no eixo x igual a $F_x = -6{,}0$ N. (b) Um corpo é preso à mesma mola e pode oscilar livremente.



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como a força da mola (igual em módulo à força que a estica) é proporcional ao deslocamento, o movimento é harmônico simples. Encontramos o valor da constante da mola k usando a lei de Hooke, Equação 13.3, e os valores de ω, f e T por meio das equações 13.10, 13.11 e 13.12, respectivamente.

EXECUTAR: (a) quando $x = 0{,}030$ m, a força que a mola exerce sobre o dinamômetro é $F_x = -6{,}0$ N. Usando a Equação 13.3,

$$k = -\frac{F_x}{x} = -\frac{-6{,}0\ \text{N}}{0{,}030\ \text{m}} = 200\ \text{N/m} = 200\ \text{kg/s}^2$$

(b) Substituindo $m = 0{,}50$ kg na Equação 13.10, encontramos

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200\ \text{kg/s}^2}{0{,}50\ \text{kg}}} = 20\ \text{rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\ \text{rad/s}}{2\pi\ \text{rad/ciclo}} = 3{,}2\ \text{ciclos/s} = 3{,}2\ \text{Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3{,}2\ \text{ciclos/s}} = 0{,}31\ \text{s}$$

AVALIAR: a amplitude da oscilação é igual a 0,020 m, que corresponde à deformação inicial da mola quando puxamos o corpo para a direita antes de libertá-lo. Em um MHS, a frequência angular, a frequência e o período são todos independentes da amplitude. Observe que o período normalmente é indicado em "segundos", em vez de "segundos por ciclo".

Deslocamento, velocidade e aceleração no MHS

Ainda precisamos achar o deslocamento x em função do tempo para um oscilador harmônico. A Equação 13.4 para um corpo que descreve um movimento harmônico simples ao longo do eixo Ox é idêntica à Equação 13.8 para a coordenada x de um ponto de referência que descreve um movimento circular uniforme com uma velocidade angular constante dada por $\omega = \sqrt{k/m}$. Da Equação 13.5, vemos que $x = A\cos\theta$ descreve a coordenada x em ambas as situações. Se em $t = 0$, o fasor OQ faz um ângulo ϕ com o sentido positivo do eixo Ox, então, para qualquer outro instante posterior t, esse ângulo é dado por $\theta = \omega t + \phi$. Substituindo na Equação 13.5, obtemos

Deslocamento no movimento harmônico simples em função do tempo

Amplitude, Tempo, Ângulo da fase, Frequência angular $= \sqrt{k/m}$

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \qquad (13.13)$$

A **Figura 13.9** mostra um gráfico da Equação 13.13 para o caso particular $\phi = 0$. Poderíamos também ter escrito a Equação 13.13 em termos de uma função senoidal em vez de usar o cosseno, usando a identidade $\cos\alpha = \text{sen}(\alpha + \pi/2)$.

No movimento harmônico simples, o deslocamento é uma função periódica e senoidal do tempo. Existem muitas outras funções periódicas; contudo, nenhuma delas é tão simples quanto uma função seno ou cosseno.

O valor da função cosseno está sempre compreendido entre –1 e 1. Assim, na Equação 13.13, o valor de x está sempre entre $-A$ e A, o que confirma que A é a amplitude do movimento.

A função cosseno na Equação 13.13 se repete todas as vezes que o tempo t aumenta em um período T, ou quando $\omega t + \phi$ aumenta em 2π radianos. Logo, se começamos no instante $t = 0$, o tempo T necessário para completar um ciclo é dado por

$$\omega T = \sqrt{\frac{k}{m}}T = 2\pi \qquad \text{ou} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

que é exatamente a Equação 13.12. Fazendo-se variar m ou k, o período T varia, conforme indicado nas **figuras 13.10a** e 13.10b, mas T não depende da amplitude A (Figura 13.10c).

A constante ϕ indicada na Equação 13.13 denomina-se **ângulo de fase**. Ela nos informa em que ponto do ciclo o movimento se encontrava em $t = 0$ (equivalente a dizer em que ponto da circunferência estava o ponto Q em $t = 0$). Vamos designar como x_0 a posição em $t = 0$. Substituindo $t = 0$ e $x = x_0$ na Equação 13.13, obtemos

$$x_0 = A\cos\phi \tag{13.14}$$

Se $\phi = 0$, então $x_0 = A\cos 0 = A$, e o corpo começa em seu deslocamento positivo máximo. Se $\phi = \pi$, então $x_0 = A\cos\pi = -A$, e o corpo começa em seu deslocamento *negativo* máximo. Se $\phi = \pi/2$, então $x_0 = A\cos(\pi/2) = 0$, e o corpo está inicialmente na origem. A **Figura 13.11** mostra o deslocamento x em função do tempo para três ângulos de fase diferentes.

Achamos a velocidade v_x e a aceleração a_x em função do tempo para um oscilador harmônico tomando as derivadas da Equação 13.13 em função do tempo:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega A\,\text{sen}\,(\omega t + \phi) \qquad \text{(velocidade em MHS)} \tag{13.15}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) \qquad \text{(aceleração em MHS)} \tag{13.16}$$

Figura 13.9 Gráfico de x em função de t (ver Equação 13.13) em um movimento harmônico simples. No caso mostrado, $\phi = 0$.

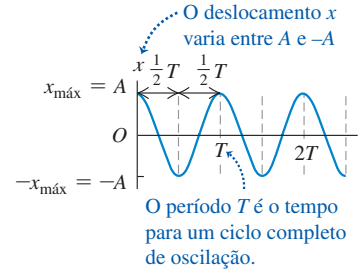
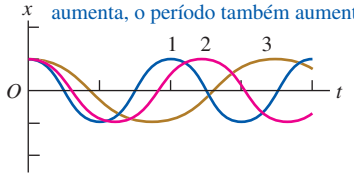


Figura 13.10 Variações em um movimento harmônico simples. Todos os casos indicados são para $\phi = 0$ (ver Equação 13.13).

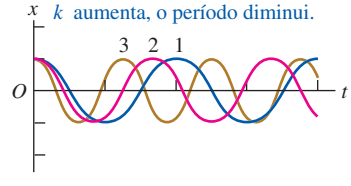
(a) m aumenta; A e k não variam

A massa m aumenta da curva 1 a 2 e a 3. Como apenas m aumenta, o período também aumenta.



(b) k aumenta; A e m não variam

A constante da força k aumenta da curva 1 a 2 e a 3. Como apenas k aumenta, o período diminui.



(c) A aumenta; k e m não variam

A amplitude A aumenta da curva 1 a 2 e a 3. Como apenas A varia, o período não se altera.

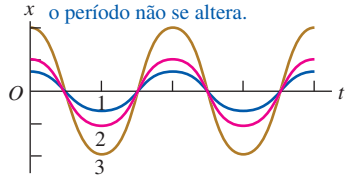


Figura 13.11 Variações do MHS: mesmos m, k e A, com diferentes ângulos ϕ de fase.

Estas três curvas mostram MHS com o mesmo período T e amplitude A, mas com ângulos ϕ de fase diferentes.

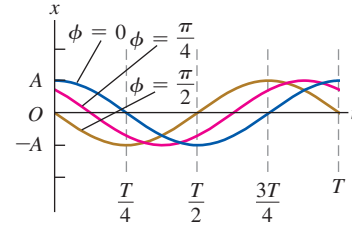
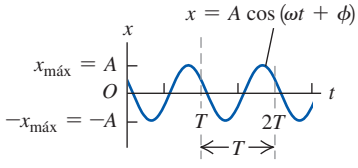
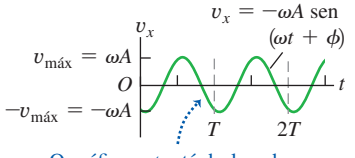


Figura 13.12 Gráficos de (a) x em função de t, (b) v_x em função de t e (c) a_x em função de t para um corpo em MHS. Para o movimento descrito nestes gráficos, $\phi = \pi/3$.

(a) Deslocamento x em função do tempo t

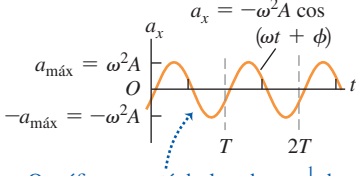


(b) Velocidade v_x em função do tempo t



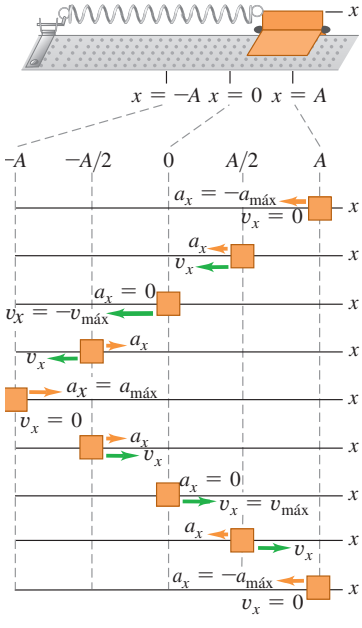
O gráfico $v_x t$ está deslocado por $\frac{1}{4}$ de ciclo em relação ao gráfico xt.

(c) Aceleração a_x em função do tempo t



O gráfico $a_x t$ está deslocado por $\frac{1}{4}$ de ciclo em relação ao gráfico $v_x t$ e por $\frac{1}{2}$ ciclo em relação ao gráfico xt.

Figura 13.13 Como a velocidade v_x e a aceleração a_x ao longo do eixo Ox variam durante um ciclo de MHS.



A velocidade v_x oscila entre os valores $v_{máx} = +\omega A$ e $-v_{máx} = -\omega A$, e a aceleração a_x oscila entre os valores $a_{máx} = +\omega^2 A$ e $-a_{máx} = -\omega^2 A$ (**Figura 13.12**). Comparando a Equação 13.16 com a Equação 13.13 e lembrando da Equação 13.9, em que $\omega^2 = k/m$, vemos que

$$a_x = -\omega^2 x = -\frac{k}{m}x$$

que é exatamente a Equação 13.4 do movimento harmônico simples. Isso confirma a validade da Equação 13.13 para x em função do tempo.

Na realidade, já havíamos deduzido a Equação 13.16 de forma geométrica considerando o componente x do vetor aceleração do ponto de referência Q. Isso foi feito na Figura 13.6b e na Equação 13.7 (lembre-se de que $\theta = \omega t + \phi$). Do mesmo modo, poderíamos ter deduzido a Equação 13.15 tomando o componente x do vetor velocidade de Q, conforme indicado na Figura 13.6b. Deixaremos os detalhes para você resolver.

Note que o gráfico senoidal do deslocamento em função do tempo (Figura 13.12a) está deslocado em um quarto de período em relação ao gráfico da velocidade em função do tempo (Figura 13.12b) e em meio período do gráfico da aceleração em função do tempo (Figura 13.12c). A **Figura 13.13** mostra por que isso acontece. Quando o corpo está passando pela posição de equilíbrio, de modo que seu deslocamento é igual a zero, sua velocidade será $v_{máx}$ ou $-v_{máx}$ (dependendo do sentido do movimento do corpo) e sua aceleração é igual a zero. Quando o corpo está em seu ponto de deslocamento máximo, $x = +A$, ou em seu ponto de deslocamento negativo máximo, $x = -A$, sua velocidade é nula, e o corpo fica momentaneamente em repouso. Nesses pontos, a força restauradora $F_x = -kx$ e a aceleração do corpo possuem os módulos máximos. Em $x = +A$, a aceleração é negativa e igual a $-a_{máx}$. Em $x = -A$, a aceleração é positiva: $a_x = +a_{máx}$.

Conhecendo-se a posição inicial x_0 e a velocidade inicial v_{0x} de um corpo oscilante, podemos determinar a amplitude A e a fase ϕ. A velocidade inicial v_{0x} é a velocidade no tempo $t = 0$; substituindo $v_x = v_{0x}$ e $t = 0$ na Equação 13.15, temos

$$v_{0x} = -\omega A \operatorname{sen}\phi \tag{13.17}$$

Para achar ϕ, divida a Equação 13.17 pela Equação 13.14. Essa divisão elimina A, e a seguir podemos explicitar ϕ:

$$\frac{v_{0x}}{x_0} = \frac{-\omega A \operatorname{sen}\phi}{A\cos\phi} = -\omega\tan\phi$$

$$\phi = \arctan\left(-\frac{v_{0x}}{\omega x_0}\right) \qquad \text{(ângulo de fase no MHS)} \tag{13.18}$$

Também é fácil achar a amplitude A quando conhecemos x_0 e v_{0x}. Vamos esquematizar a dedução e você acrescentará os detalhes. Eleve a Equação 13.14 ao quadrado; divida a Equação 13.17 por ω, eleve o resultado ao quadrado e some com o quadrado da Equação 13.14. O membro direito será igual a $A^2(\operatorname{sen}^2\phi + \cos^2\phi)$, que é igual a A^2. O resultado final é

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_{0x}^2}{\omega^2}} \qquad \text{(amplitude no MHS)} \tag{13.19}$$

Note que, quando o corpo apresenta tanto uma posição inicial x_0 quanto uma velocidade inicial v_{0x} diferente de zero, a amplitude A *não* é igual ao deslocamento inicial. Isso é razoável; se o corpo está na posição inicial positiva x_0 e você fornece a ele uma velocidade inicial v_{0x} positiva, ele deverá ir *além* do ponto x_0 antes de parar e retornar, e, portanto, $A > x_0$.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 13.1 MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES I: DESCREVENDO O MOVIMENTO

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* um sistema em oscilação está em movimento harmônico simples (MHS) *apenas* se a força restauradora for diretamente proporcional ao deslocamento.

PREPARAR *o problema* seguindo estes passos:

1. Identifique as grandezas conhecidas e as grandezas ignoradas, e verifique quais são as variáveis-alvo.
2. É útil distinguir entre dois tipos de grandeza. As *propriedades do sistema* incluem a massa m e a constante da força k, assim como as grandezas derivadas a partir de m e k, como o período T, a frequência f e a frequência angular ω. As *propriedades do movimento* descrevem como o sistema se comporta quando é colocado em movimento de certa maneira e incluem a amplitude A, a velocidade máxima $v_{máx}$ e o ângulo de fase ϕ, assim como os valores do deslocamento x, da velocidade v_x e da aceleração a_x em um dado instante.
3. Se necessário, defina um eixo Ox como na Figura 13.13, com a posição de equilíbrio em $x = 0$.

EXECUTAR *a solução* como segue:

1. Use as equações dadas nas seções 13.1 e 13.2 para encontrar as variáveis-alvo.
2. Se você precisar encontrar os valores de x, v_x e a_x em diversos tempos, use as equações 13.13, 13.15 e 13.16, respectivamente. Se tanto a posição inicial x_0 quanto a velocidade inicial v_{0x} forem dadas, você pode calcular ϕ e A pelas equações 13.18 e 13.19. Se o corpo apresentar um deslocamento inicial positivo x_0, mas uma velocidade inicial nula ($v_{0x} = 0$), então a amplitude é $A = x_0$ e o ângulo de fase é $\phi = 0$. Se o corpo tiver uma posição inicial nula ($x_0 = 0$) e uma velocidade inicial v_{0x} positiva, então a amplitude é dada por $A = v_{0x}/\omega$, e o ângulo de fase é $\phi = -\pi/2$. Expresse todos os ângulos de fase em *radianos*.

AVALIAR *sua resposta:* confira seus resultados para ter certeza de que são coerentes. Por exemplo, suponha que você tenha usado x_0 e v_{0x} para encontrar expressões gerais para x e v_x no tempo t. Se você substituir o valor de t fazendo $t = 0$ nessas expressões, você deve retornar aos valores corretos de x_0 e v_{0x}.

EXEMPLO 13.3 DESCREVENDO UM MHS

Vamos dar ao corpo descrito no Exemplo 13.2 um deslocamento inicial $x_0 = +0{,}015$ m e uma velocidade inicial $v_{0x} = +0{,}40$ m/s. (a) Calcule o período, a amplitude e o ângulo de fase do movimento. (b) Escreva equações para o deslocamento, a velocidade e a aceleração em função do tempo.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como no Exemplo 13.2, as oscilações são um MHS. Podemos usar as expressões deduzidas nesta seção e os valores indicados $k = 200$ N/m, $m = 0{,}50$ kg, x_0 e v_{0x} para calcular as variáveis-alvo A e ϕ e obter as expressões para x, v_x e a_x.

EXECUTAR: (a) no MHS, o período e a frequência angular são *propriedades do sistema* que dependem apenas de k e m, e não da amplitude, de modo que são exatamente iguais aos obtidos no Exemplo 13.2 ($T = 0{,}31$ s e $\omega = 20$ rad/s). Logo, conforme a Equação 13.19, a amplitude é

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_{0x}^2}{\omega^2}} = \sqrt{(0{,}015\text{ m})^2 + \frac{(0{,}40\text{ m/s})^2}{(20\text{ rad/s})^2}} = 0{,}025\text{ m}$$

Para achar o ângulo de fase, usamos a Equação 13.18:

$$\phi = \arctan\left(-\frac{v_{0x}}{\omega x_0}\right)$$

$$= \arctan\left(-\frac{0{,}40\text{ m/s}}{(20\text{ rad/s})\,(0{,}015\text{ m})}\right) = -53° = -0{,}93\text{ rad}$$

(b) O deslocamento, a velocidade e a aceleração em qualquer instante são dados pelas equações 13.13, 13.15 e 13.16, respectivamente. Substituindo os valores de A, ω e ϕ nessas equações, obtemos:

$$x = (0{,}025\text{ m})\cos[(20\text{ rad/s})\,t - 0{,}93\text{ rad}]$$

$$v_x = -(0{,}50\text{ m/s})\,\text{sen}[(20\text{ rad/s})\,t - 0{,}93\text{ rad}]$$

$$a_x = -(10\text{ m/s}^2)\cos[(20\text{ rad/s})\,t - 0{,}93\text{ rad}]$$

AVALIAR: é possível verificar os resultados de x e v_x confirmando que, ao substituir $t = 0$, eles resultam em $x = x_0 = 0{,}015$ m e $v_x = v_{0x} = 0{,}40$ m/s.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 13.2 Um corpo está preso a uma mola, como mostra a Figura 13.13. Se o corpo é deslocado para $x = 0{,}10$ m e liberado a partir do repouso no tempo $t = 0$, ele irá oscilar com amplitude $A = 0{,}10$ m e ângulo de fase $\phi = 0$. (a) Suponha agora que, em $t = 0$, o corpo esteja em $x = 0{,}10$ m e movendo-se para a direita, conforme a Figura 13.13. Nessas condições, a amplitude é maior, menor ou igual, se comparada ao valor anterior de 0,10 m? E o ângulo de fase é maior, menor ou igual a zero? (b) Suponha desta vez que, em $t = 0$, o corpo esteja em $x = 0{,}10$ m e movendo-se para a esquerda, conforme a Figura 13.13. Nessas condições, a amplitude é maior, menor ou igual, se comparada ao valor anterior de 0,10 m? E o ângulo de fase é maior, menor ou igual a zero?

13.3 ENERGIA NO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

DADOS MOSTRAM

Oscilações e MHS

Quando os alunos recebiam um problema sobre oscilações e movimento harmônico simples, mais de 26% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Esquecer que o período T é o tempo para um ciclo de movimento completo, e *não* o tempo para o trajeto entre $x = -A$ e $x = +A$.
- Não usar a Equação 13.18 para determinar o ângulo de fase ϕ.

Podemos aprender ainda mais sobre o movimento harmônico simples levando em conta aspectos relacionados à energia. A única força horizontal que atua sobre o corpo no MHS nas figuras 13.2 e 13.13 é a força conservadora exercida por uma mola ideal. As forças verticais não realizam trabalho, de modo que a energia mecânica total do sistema é *conservada.* Vamos também supor que a massa da mola seja desprezível.

A energia cinética do corpo é dada por $K = \frac{1}{2}mv^2$, e a energia potencial da mola é $U = \frac{1}{2}kx^2$, como na Seção 7.2. Não existe nenhuma força não conservadora realizando trabalho, logo, a energia mecânica total $E = K + U$ é conservada:

$$E = \tfrac{1}{2}mv_x^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \text{constante} \tag{13.20}$$

(Como o movimento é unidimensional, $v^2 = v_x^2$.)

A energia mecânica total E também é relacionada diretamente com a amplitude A do movimento. Quando o corpo atinge o ponto $x = A$, seu deslocamento máximo a partir do ponto de equilíbrio, ele para momentaneamente e depois retorna a seu ponto de equilíbrio. Ou seja, quando $x = A$ (ou $-A$), $v_x = 0$. Nesse ponto, a energia é inteiramente potencial, e $E\frac{1}{2}kA^2$. Como E é constante, ela permanece sempre igual a $\frac{1}{2}kA^2$ em qualquer outro ponto. Combinando essa expressão com a Equação 13.20, obtemos

Energia mecânica total no MHS

$$E = \tfrac{1}{2}mv_x^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2 = \text{constante} \tag{13.21}$$

(Massa; Constante de força da força restauradora; Velocidade; Deslocamento; Amplitude)

Podemos verificar essa equação substituindo x e v_x fornecidos pelas equações 13.13 e 13.15, e usando a relação $\omega^2 = k/m$ da Equação 13.9:

$$E = \tfrac{1}{2}mv_x^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}m[-\omega A\,\text{sen}(\omega t + \phi)]^2 + \tfrac{1}{2}k[A\cos(\omega t + \phi)]^2$$
$$= \tfrac{1}{2}kA^2\,\text{sen}^2(\omega t + \phi) + \tfrac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \phi) = \tfrac{1}{2}kA^2$$

(Lembre-se de que $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.) Portanto, nossas expressões para o deslocamento e para a velocidade no MHS são consistentes com a conservação da energia, como era de se esperar.

Podemos usar a Equação 13.21 para explicitar a velocidade v_x do corpo em função do deslocamento x:

$$v_x = \pm\sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{A^2 - x^2} \tag{13.22}$$

O sinal $\pm$ significa que, em um dado ponto x, o corpo pode estar se deslocando em qualquer um dos dois sentidos. Por exemplo, quando $x = \pm A/2$, temos

$$v_x = \pm\sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{A^2 - \left(\pm\frac{A}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}\sqrt{\frac{k}{m}}A$$

A Equação 13.22 também mostra que o módulo da velocidade *máxima* $v_{\text{máx}}$ ocorre em $x = 0$. Usando a Equação 13.10, $\omega = \sqrt{k/m}$, verificamos que

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{k}{m}}A = \omega A \tag{13.23}$$

Esse resultado concorda com a Equação 13.15, a qual indica que v_x oscila entre $-\omega A$ e $+\omega A$.

Interpretando *E*, *K* e *U* no MHS

A **Figura 13.14** mostra as energias E, K e U para os pontos $x = 0$, $x = \pm A/2$ e $x = \pm A$. A **Figura 13.15** é uma representação gráfica da Equação 13.21; o eixo vertical indica a energia (cinética, potencial e total) e a posição x é indicada no eixo horizontal. A curva parabólica mostrada na Figura 13.15a representa a energia potencial $U = \frac{1}{2}kx^2$. A linha horizontal representa a energia mecânica total E que permanece constante e não varia com a posição x. Em qualquer valor de x entre $-A$ e A, a distância vertical do eixo x até a parábola é U; como $E = K + U$, a distância vertical restante até a linha horizontal é K. A Figura 13.15b mostra K e U em função de x. A linha horizontal para E corta a curva da energia potencial nos pontos $x = -A$ e $x = A$, nos quais a energia é totalmente potencial, a energia cinética é nula e o corpo entra momentaneamente em repouso antes de inverter o sentido. Enquanto o corpo oscila entre $-A$ e A, a energia é continuamente transformada de potencial para cinética e vice-versa.

A Figura 13.15a mostra a conexão entre a amplitude A e a energia mecânica total correspondente $E = \frac{1}{2}kA^2$. Se tentássemos fazer x maior que A (ou menor que $-A$), U seria maior que E, e K seria negativa. Porém, K nunca pode ser negativa, logo, x não pode ser maior que A nem menor que $-A$.

Figura 13.14 Gráficos de E, K e U em função do deslocamento em MHS. A velocidade do corpo *não* é constante, portanto essas imagens do corpo em posições com intervalos espaciais iguais entre si *não* estão posicionadas em intervalos iguais no tempo.

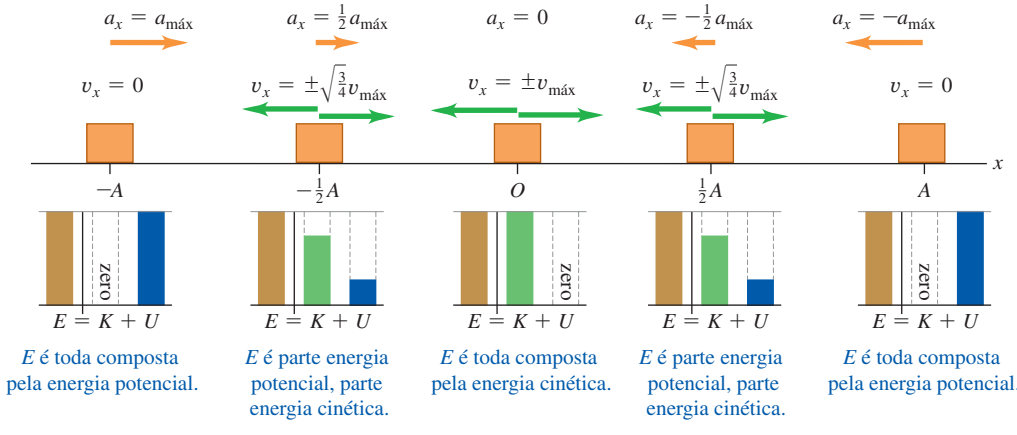
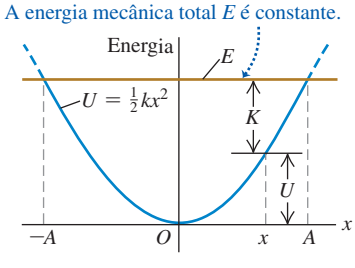
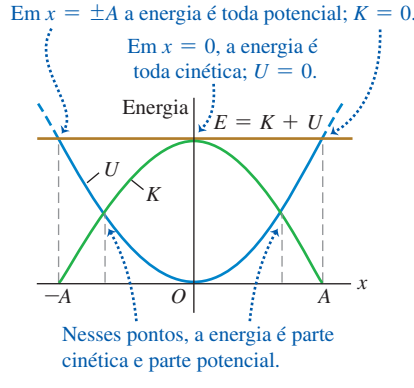


Figura 13.15 Energia cinética K, energia potencial U e energia mecânica total E em função da posição no MHS. Em cada ponto x, a soma dos valores de K e de U é sempre igual ao valor constante E. Você consegue demonstrar que a energia é em parte cinética e em parte potencial em $x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}A$?

(a) A energia potencial U e a energia mecânica total E de um corpo em MHS em função do deslocamento x



(b) O mesmo gráfico do item **(a)**, mostrando também a energia cinética K



ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 13.2 MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES II: ENERGIA

A equação para a energia no MHS, Equação 13.21, fornece uma relação útil entre a velocidade, o deslocamento e a energia mecânica total. Caso o problema envolva uma relação entre deslocamento, velocidade e aceleração sem fazer referência ao tempo, em geral é mais fácil usar a Equação 13.4 (da segunda lei de Newton) ou a Equação 13.21 (da conservação da energia). Como a Equação 13.21 envolve x^2 e v_x^2, você precisa deduzir os *sinais* de x e de v_x para cada situação. Por exemplo, se o corpo for deslocado da sua posição de equilíbrio para o ponto de seu deslocamento positivo máximo, então x é positivo e v_x também é positiva.

EXEMPLO 13.4 VELOCIDADE, ACELERAÇÃO E ENERGIA EM UM MHS

(a) Ache as velocidades máxima e mínima atingidas pelo corpo que oscila no Exemplo 13.2. (b) Ache as acelerações máxima e mínima. (c) Calcule a velocidade v_x e a aceleração a_x quando o corpo está na metade da distância entre sua posição inicial e a posição de equilíbrio $x = 0$. (d) Ache as energias total, potencial e cinética nesse ponto.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o problema trata do movimento em diversas *posições*, não em *tempos* específicos, e, portanto, podemos usar as relações de energia vistas nesta seção. A Figura 13.13 mostra a escolha do eixo Ox. O deslocamento máximo a partir da posição de equilíbrio é A = 0,020 m. Usamos as equações 13.22 e 13.4 para achar a velocidade v_x e a aceleração a_x, respectivamente, para qualquer posição x. Para os valores dados de x e v_x, usamos a Equação 13.21 para encontrar o valor das energias total, potencial e cinética, E, U e K.

EXECUTAR: (a) a velocidade v_x em função do deslocamento x é dada pela Equação 13.22:

$$v_x = \pm\sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{A^2 - x^2}$$

A *velocidade* máxima ocorre no ponto em que o corpo está se deslocando por $x = 0$:

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{k}{m}}\,A = \sqrt{\frac{200\ \text{N/m}}{0{,}50\ \text{kg}}}(0{,}020\ \text{m}) = 0{,}40\ \text{m/s}$$

As *velocidades* máxima e mínima (ou seja, a mais negativa) são +0,40 m/s e –0,40 m/s, que ocorrem quando o corpo está se deslocando por $x = 0$ para a direita e para a esquerda, respectivamente.

(b) Pela Equação 13.4, $a_x = –(k/m)x$. A aceleração máxima do corpo (ou seja, a mais positiva) ocorre no valor mais negativo de x, ou seja, para $x = –A$:

$$a_{máx} = -\frac{k}{m}(-A) = -\frac{200\ \text{N/m}}{0{,}50\ \text{kg}}(-0{,}020\ \text{m}) = 8{,}0\ \text{m/s}^2$$

A aceleração mínima (ou seja, a mais negativa) é $a_{mín} = –8{,}0\ \text{m/s}^2$ e ocorre no ponto $x = +A = +0{,}020$ m.

(c) O ponto na metade da distância entre $x = x_0 = A$ e $x = 0$ é $x = A/2 = 0{,}010$ m. Pela Equação 13.22, neste ponto,

$$v_x = -\sqrt{\frac{200\ \text{N/m}}{0{,}50\ \text{kg}}}\sqrt{(0{,}020\ \text{m})^2 - (0{,}010\ \text{m})^2}$$
$$= -0{,}35\ \text{m/s}$$

Escolhemos a raiz quadrada negativa porque o corpo está se deslocando de $x = A$ até o ponto $x = 0$. Pela Equação 13.4,

$$a_x = -\frac{200\ \text{N/m}}{0{,}50\ \text{kg}}(0{,}010\ \text{m}) = -4{,}0\ \text{m/s}^2$$

As condições nos pontos $x = 0$, $x = \pm A/2$ e $x = \pm A$ são indicadas na Figura 13.14.

(d) As energias são

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}(200\ \text{N/m})(0{,}020\ \text{m})^2 = 0{,}040\ \text{J}$$
$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}(200\ \text{N/m})(0{,}010\ \text{m})^2 = 0{,}010\ \text{J}$$
$$K = \tfrac{1}{2}mv_x^2 = \tfrac{1}{2}(0{,}50\ \text{kg})(-0{,}35\ \text{m/s})^2 = 0{,}030\ \text{J}$$

AVALIAR: nesse ponto $x = A/2$, a energia total E é composta por $\frac{1}{4}$ de energia potencial e por $\frac{3}{4}$ de energia cinética. Você pode verificar isso observando a Figura 13.15b.

EXEMPLO 13.5 ENERGIA E MOMENTO NO MHS

Um bloco de massa M preso a uma mola horizontal de constante de força k descreve um movimento harmônico simples (MHS) com amplitude A_1. No instante em que o bloco passa pela posição de equilíbrio, um pedaço de massa de vidraceiro, de massa m, cai verticalmente de uma pequena altura sobre o bloco e gruda nele. (a) Calcule a nova amplitude e o período do movimento. (b) Repita a parte (a), supondo que a massa caia sobre o bloco no momento em que ele está na extremidade de sua trajetória.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o problema envolve o movimento em uma dada posição, e não em dado instante, portanto, podemos usar os métodos de energia. A **Figura 13.16** mostra nossos esboços. Antes de a massa cair, a energia mecânica do sistema mola-bloco era constante. Na parte (a), quando a massa gruda no bloco, a colisão é completamente inelástica: existe conservação do componente horizontal do momento linear, a energia cinética diminui e a quantidade de massa oscilante aumenta. Depois da

(*Continua*)

(*Continuação*)
colisão, a energia mecânica permanece constante em um novo valor. Na parte (b), a massa oscilante também aumenta, mas o bloco não está se movendo quando a massa é acrescentada; efetivamente, não há colisão alguma, e nenhuma energia mecânica é perdida. Encontramos a amplitude A_2 depois da colisão a partir da energia final do sistema usando a Equação 13.21 e a conservação do momento. O período T_2 após a colisão é o mesmo nas partes (a) e (b), pois a massa final é a mesma; ela pode ser achada com a Equação 13.12.

EXECUTAR: (a) antes da colisão, a energia mecânica total da mola e do bloco é dada por $E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2$. Como o bloco está $x = 0$, então $U = 0$, e a energia é puramente cinética (Figura 13.16a). Designando por v_1 a velocidade do bloco nesse ponto, então $E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}Mv_1^2$ e

$$v_1 = \sqrt{\frac{k}{M}}A_1$$

Durante a colisão, existe conservação do componente x do momento linear do sistema massa-bloco. (Por quê?) Imediatamente antes da colisão, esse momento linear é dado pela soma de Mv_1 (para o bloco) e zero (para a massa). Imediatamente depois da colisão, o bloco e a massa se movem juntos com velocidade v_2, e o momento linear desse conjunto é dado por $(M + m)v_2$. Pela lei da conservação do momento linear, obtemos

$$Mv_1 + 0 = (M + m)v_2 \quad \text{logo} \quad v_2 = \frac{M}{M + m}v_1$$

A colisão dura um instante muito pequeno, de modo que, imediatamente depois da colisão, o bloco e a massa se encontram ainda na posição de equilíbrio. A energia ainda é puramente cinética, porém é *menor* que a energia cinética antes da colisão:

$$E_2 = \tfrac{1}{2}(M + m)v_2^2 = \tfrac{1}{2}\frac{M^2}{M + m}v_1^2$$
$$= \frac{M}{M + m}\left(\tfrac{1}{2}Mv_1^2\right) = \left(\frac{M}{M + m}\right)E_1$$

Como E_2 é igual a $E_2 = \frac{1}{2}kA_2^2$, onde A_2 é a amplitude depois da colisão, temos

$$\tfrac{1}{2}kA_2^2 = \left(\frac{M}{M + m}\right)\tfrac{1}{2}kA_1^2$$

$$A_2 = A_1\sqrt{\frac{M}{M + m}}$$

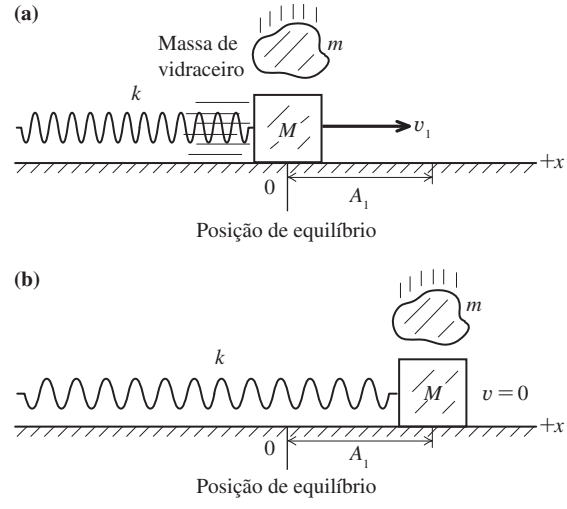
Pela Equação 13.12, o período de oscilação após a colisão é

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{M + m}{k}}$$

(b) Quando a massa de vidraceiro cai sobre o bloco, ele está momentaneamente em repouso (Figura 13.16b). O componente x do momento linear é zero, tanto antes quanto depois da colisão. A massa e o bloco possuem energia cinética zero imediatamente antes e depois da colisão. A energia é toda composta de energia potencial armazenada na mola, portanto, o acréscimo da massa de vidraceiro não exerce *nenhum efeito* sobre a energia mecânica. Ou seja, $E_2 = E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2$, e a amplitude não se altera após a colisão: $A_2 = A_1$. O período é novamente $T_2 = 2\pi\sqrt{(M + m)/k}$.

AVALIAR: a energia é perdida na parte (a) porque a massa de vidraceiro desliza contra o bloco em movimento durante a colisão, e a energia é dissipada por atrito cinético. Nenhuma energia é perdida na parte (b), pois não há deslizamento durante a colisão.

Figura 13.16 Nossos esboços para este problema.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 13.3 (a) Para dobrar a energia total em um sistema massa-mola que oscila em MHS, por qual fator a amplitude deve aumentar? (i) 4; (ii) 2; (iii) $\sqrt{2} = 1{,}414$; (iv) $\sqrt[4]{2} = 1{,}189$. (b) Por qual fator a frequência irá variar em virtude desse aumento na amplitude? (i) 4; (ii) 2; (iii) $\sqrt{2} = 1{,}414$; (iv) $\sqrt[4]{2} = 1{,}189$; (v) não se altera. ❙

13.4 APLICAÇÕES DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

Até o momento, analisamos muitos exemplos de uma *única* situação em que ocorre o movimento harmônico simples (MHS): o caso da mola horizontal ideal ligada a um corpo. Porém, o MHS pode ocorrer em qualquer sistema no qual exista uma força restauradora diretamente proporcional ao deslocamento a partir da posição de equilíbrio, como na Equação 13.3, $F_x = -kx$. A força restauradora pode surgir de diferentes modos em situações variadas, então a constante k dessa força

deve ser achada examinando a força resultante que atua sobre o sistema. Depois dessa determinação, torna-se fácil achar a frequência angular ω, a frequência f e o período T; basta substituir o valor obtido para k nas equações 13.10, 13.11 e 13.12, respectivamente. Vamos usar esse procedimento para examinar diversos exemplos de movimento harmônico simples.

MHS na direção vertical

Suponha que penduremos um corpo de massa m em uma certa mola que possui constante de força k (**Figura 13.17a**). As oscilações agora ocorrem na direção vertical; elas ainda constituem um MHS? Na Figura 13.17b, o corpo está suspenso na mola em equilíbrio. Nessa posição, a mola está esticada de um valor Δl suficiente para que a força vertical da mola sobre o corpo $k\,\Delta l$ equilibre o peso do corpo mg:

$$k\,\Delta l = mg$$

Considere $x = 0$ a posição de equilíbrio e oriente o sentido positivo do eixo Ox de baixo para cima. Quando o corpo está a uma distância x *acima* da posição de equilíbrio (Figura 13.17c), a deformação da mola é $\Delta l - x$. Logo, a força de baixo para cima exercida pela mola sobre o corpo é $k(\Delta l - x)$, e o componente x da força total resultante sobre o corpo é

$$F_{\text{res}} = k(\Delta l - x) + (-mg) = -kx$$

ou seja, uma força resultante orientada de cima para baixo de módulo igual a kx. Analogamente, quando o corpo está *abaixo* da posição de equilíbrio, existe uma força resultante orientada de baixo para cima de módulo igual a kx. Quando o corpo se move verticalmente, ele oscila em MHS com a mesma frequência angular que teria caso estivesse oscilando na horizontal, $\omega = \sqrt{k/m}$. Portanto, o MHS vertical é essencialmente análogo ao MHS horizontal. A única diferença real é que a posição de equilíbrio (ponto $x = 0$) não corresponde mais ao ponto em que a mola não está deformada. O raciocínio anterior também vale quando um corpo com peso mg é colocado verticalmente sobre uma mola (**Figura 13.18**) e a comprime até uma distância Δl.

Figura 13.17 Um corpo preso na extremidade de uma mola suspensa.

(a) Uma mola suspensa que obedece à lei de Hooke

(b) Um corpo suspenso na extremidade da mola está em equilíbrio quando a força da mola de baixo para cima possui módulo igual ao do peso do corpo.

(c) Se o corpo sofre um deslocamento a partir da posição de equilíbrio, a força restauradora do corpo é proporcional a esse deslocamento. As oscilações constituem um MHS.

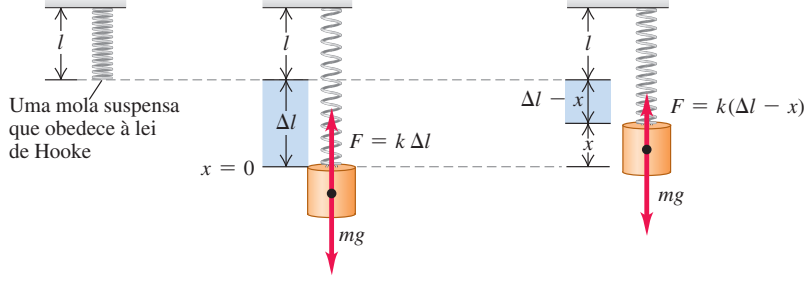
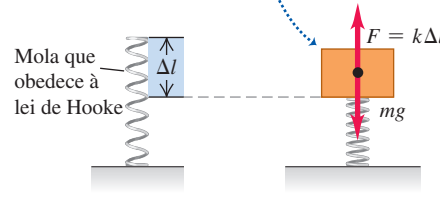


Figura 13.18 Quando o peso mg comprime a mola até uma distância Δl, a constante de força é dada por $k = mg/\Delta l$ e a frequência angular do MHS vertical é dada por $\omega = \sqrt{k/m}$ — a mesma que o corpo apresentaria se estivesse suspenso na mola (veja a Figura 13.17).

Um corpo é colocado sobre a mola. Ele está em equilíbrio quando a força de baixo para cima exercida pela mola comprimida for igual ao peso do corpo.



EXEMPLO 13.6 MHS VERTICAL EM UM CARRO VELHO

Os amortecedores de um carro velho de 1.000 kg estão completamente gastos. Quando uma pessoa de 980 N sobe lentamente no centro de gravidade do carro, ele se abaixa 2,8 cm. Quando essa pessoa está dentro do carro durante uma colisão com um quebra-molas, o carro oscila verticalmente com MHS. Crie um modelo do carro e da pessoa como um único corpo sobre uma única mola e calcule o período e a frequência da oscilação.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a situação é semelhante à mostrada na Figura 13.18. A compressão da mola quando o peso adicional é acrescentado nos mostra a constante de força, que podemos usar para achar o período e a frequência (as variáveis-alvo).

EXECUTAR: quando a força aumenta em 980 N, a mola sofre uma compressão adicional de 0,028 m, e a coordenada x do carro varia em –0,028 m. Portanto, a constante da mola efetiva (incluindo o efeito da suspensão toda) é

$$k = -\frac{F_x}{x} = -\frac{980\ \text{N}}{-0{,}028\ \text{m}} = 3{,}5 \times 10^4\ \text{kg/s}^2$$

A massa da pessoa é $p/g = (980\ \text{N})/(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 100$ kg. A massa *total* que oscila é $m = 1.000\ \text{kg} + 100\ \text{kg} = 1.100$ kg. O período T é

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.100\ \text{kg}}{3{,}5 \times 10^4\ \text{kg/s}^2}} = 1{,}11\ \text{s}$$

A frequência é $f = 1/T = 1/(1{,}11\ \text{s}) = 0{,}90$ Hz.

AVALIAR: uma oscilação persistente com um período de cerca de um segundo não é nada agradável durante a viagem. O propósito dos amortecedores é fazer com que tais oscilações sejam reduzidas (veja a Seção 13.7).

MHS angular

A **Figura 13.19** mostra a roda de balanço de um relógio mecânico. A roda possui um momento de inércia I em torno de seu eixo. Uma mola helicoidal exerce um torque restaurador τ_z proporcional ao deslocamento angular θ a partir da posição de equilíbrio. Escrevemos $\tau_z = -\kappa\theta$, onde κ (letra grega "capa") é uma constante denominada *constante de torção*. Usando o análogo rotacional da segunda lei de Newton para um corpo rígido, $\sum\tau_z = I\alpha_z = I\,d^2\theta/dt^2$, Equação 10.7, encontramos

$$-\kappa\theta = I\alpha \qquad \text{ou} \qquad \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{\kappa}{I}\theta$$

Essa equação possui forma exatamente igual à da Equação 13.4 para um movimento harmônico simples, se substituirmos x por θ e k/m por κ/I. Logo, trata-se da forma *angular* do movimento harmônico simples. A frequência angular ω e a frequência f são dadas, respectivamente, pelas equações 13.10 e 13.11, fazendo-se as mesmas substituições mencionadas:

MHS angular — Frequência angular: $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$ e Frequência: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa}{I}}$ (13.24)

Constante de torção dividida pelo momento de inércia

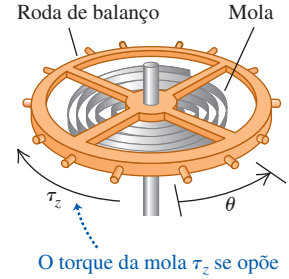
O deslocamento angular θ em função do tempo é descrito pela função

$$\theta = \Theta\cos(\omega t + \phi)$$

onde Θ (a letra grega "teta" maiúscula) desempenha o papel de uma amplitude angular.

É vantajoso que a oscilação de uma roda de balanço *seja* um movimento harmônico simples. Caso não fosse, a frequência dependeria da amplitude, e o relógio poderia adiantar ou atrasar quando a mola se desgastasse.

Figura 13.19 A roda de balanço de um relógio mecânico. A mola helicoidal exerce um torque restaurador proporcional ao deslocamento angular θ. Logo, o movimento é um MHS.



Vibrações das moléculas

O estudo que faremos a seguir sobre as vibrações das moléculas usa o teorema binomial. Caso você não esteja familiarizado com esse teorema, consulte a seção adequada em um livro de matemática.

Quando dois átomos estão separados por uma distância da ordem de alguns diâmetros atômicos, eles exercem uma força de atração entre si. Porém, quando eles estão suficientemente próximos, de modo que haja superposição entre suas respectivas nuvens eletrônicas, os átomos passam a se repelir. Entre essas duas situações extremas, pode existir uma posição de equilíbrio, na qual os dois átomos constituem uma *molécula*. Quando esses átomos são ligeiramente deslocados de suas posições de equilíbrio, eles começam a oscilar.

Consideraremos um tipo de força entre átomos, conhecida como *interação de van der Waals*. No momento, nossa tarefa imediata aqui é estudar oscilações; por isso, não forneceremos detalhes acerca do processo dessas interações. Suponha que o centro de massa de um dos átomos seja a origem e que o centro do outro átomo esteja a uma distância r (**Figura 13.20a**); a distância de equilíbrio entre os centros é dada por $r = R_0$. A experiência mostra que a interação de van der Waals pode ser descrita pela seguinte função de energia potencial:

$$U = U_0\left[\left(\frac{R_0}{r}\right)^{12} - 2\left(\frac{R_0}{r}\right)^{6}\right] \tag{13.25}$$

onde U_0 é uma constante positiva com unidade de joules. Quando a distância entre os dois átomos for muito grande, $U = 0$; quando a separação entre os dois átomos for igual à distância de equilíbrio $r = R_0$, $U = -U_0$. Pela Seção 7.4, a força sobre o segundo átomo é obtida pela derivada negativa da Equação 13.25:

$$F_r = -\frac{dU}{dr} = U_0\left[\frac{12R_0^{12}}{r^{13}} - 2\frac{6R_0^{6}}{r^{7}}\right] = 12\frac{U_0}{R_0}\left[\left(\frac{R_0}{r}\right)^{13} - \left(\frac{R_0}{r}\right)^{7}\right] \tag{13.26}$$

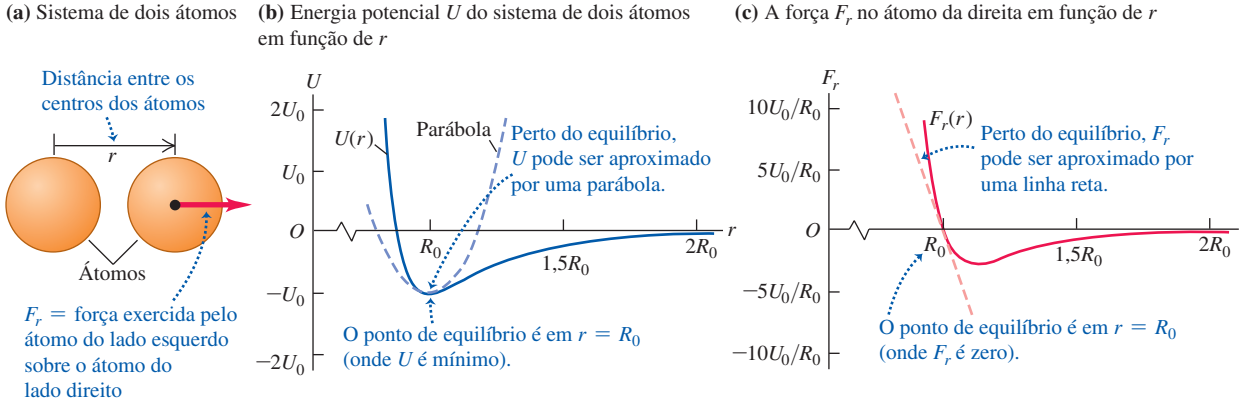
As figuras 13.20b e 13.20c indicam, respectivamente, a energia potencial e a força. A força é positiva para $r < R_0$ e negativa para $r > R_0$; logo, ela é uma força *restauradora*.

Vamos examinar a força restauradora F_r na Equação 13.26. Considere que x descreva o deslocamento a partir do equilíbrio:

$$x = r - R_0, \quad \text{logo } r = R_0 + x$$

Em termos de x, a força F_r na Equação 13.26 torna-se

Figura 13.20 (a) Dois átomos com os centros separados por uma distância r. (b) Energia potencial U e (c) força F_r na interação de van der Waals.



$$F_r = 12\frac{U_0}{R_0}\left[\left(\frac{R_0}{R_0 + x}\right)^{13} - \left(\frac{R_0}{R_0 + x}\right)^{7}\right]$$

$$= 12\frac{U_0}{R_0}\left[\frac{1}{(1 + x/R_0)^{13}} - \frac{1}{(1 + x/R_0)^{7}}\right] \qquad (13.27)$$

Essa força não se parece em nada com a lei de Hooke, $F_x = -kx$, de modo que poderíamos ser induzidos a pensar que as oscilações moleculares não constituem um MHS. Porém, vamos restringir nosso estudo a oscilações com *pequenas amplitudes*, de modo que o módulo do deslocamento x seja pequeno em comparação com R_0 e o módulo da razão x/R_0 seja muito menor que 1. Podemos então simplificar a Equação 13.27 usando o *teorema binomial*:

$$(1 + u)^n = 1 + nu + \frac{n(n-1)}{2!}u^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}u^3 + \cdots \qquad (13.28)$$

Quando $|u|$ for muito menor que 1, cada termo sucessivo da Equação 13.28 é muito menor que o termo precedente, e podemos aproximar com segurança $(1 + u)^n$ usando apenas os dois primeiros termos. Na Equação 13.27, substituindo u por x/R_0 e fazendo n igual a –13 ou –7, obtemos

$$\frac{1}{(1 + x/R_0)^{13}} = (1 + x/R_0)^{-13} \approx 1 + (-13)\frac{x}{R_0}$$

$$\frac{1}{(1 + x/R_0)^{7}} = (1 + x/R_0)^{-7} \approx 1 + (-7)\frac{x}{R_0}$$

$$F_r \approx 12\frac{U_0}{R_0}\left[\left(1 + (-13)\frac{x}{R_0}\right) - \left(1 + (-7)\frac{x}{R_0}\right)\right] = -\left(\frac{72U_0}{R_0^2}\right)x \qquad (13.29)$$

Essa é precisamente a lei de Hooke, com a constante da força dada por $k = 72U_0/R_0^2$. (Note que k apresenta as unidades corretas J/m^2 ou N/m.) Logo, as oscilações das moléculas ligadas pela interação de van der Waals podem constituir um movimento harmônico simples, desde que a amplitude seja pequena em comparação a R_0, de modo que seja válida a aproximação $|x/R_0| << 1$, usada na dedução da Equação 13.29.

Podemos também usar o teorema binomial para mostrar que a energia potencial U na Equação 13.25 pode ser escrita como $U \approx \frac{1}{2}kx^2 + C$, onde $C = -U_0$ e k é novamente igual a $72U_0/R_0^2$. Quando se adiciona uma constante, a energia potencial não se altera fisicamente, portanto, o sistema constituído por dois átomos é essencialmente semelhante ao sistema da massa ligada a uma mola horizontal para a qual $U = \frac{1}{2}kx^2$.

EXEMPLO 13.7 VIBRAÇÃO MOLECULAR

Dois átomos de argônio podem formar uma molécula Ar_2, como resultado de uma interação de van der Waals com $U_0 = 1{,}68 \times 10^{-21}$ J e $R_0 = 3{,}82 \times 10^{-10}$ m. Calcule a frequência das pequenas oscilações de um átomo de Ar em torno da posição de equilíbrio.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: esta é a mesma situação mostrada na Figura 13.20. Como as oscilações são pequenas, podemos usar a Equação 13.29 para obter a constante de força k e a Equação 13.11 para obter a frequência do MHS.

EXECUTAR: pela Equação 13.29,

$$k = \frac{72U_0}{R_0^2} = \frac{72\,(1{,}68 \times 10^{-21}\ \text{J})}{(3{,}82 \times 10^{-10}\ \text{m})^2} = 0{,}829\ \text{J/m}^2 = 0{,}829\ \text{N/m}$$

(Esta constante de força é comparável àquela de uma mola frouxa, como as molas usadas em brinquedos do tipo "mola maluca". Pelo Apêndice D, a massa atômica média do argônio é (39,948 u) $(1{,}66 \times 10^{-27}$ kg/1 u) $= 6{,}63 \times 10^{-26}$ kg.

Pela Equação 13.11, se um átomo estiver fixo e o outro oscilar,

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{0{,}829\ \text{N/m}}{6{,}63 \times 10^{-26}\ \text{kg}}} = 5{,}63 \times 10^{11}\ \text{Hz}$$

AVALIAR: nossa resposta para f não é muito correta. Quando não existe nenhuma força externa atuando sobre a molécula, o centro de massa da molécula (localizado na metade da distância entre os dois átomos) não acelera, de modo que *os dois* átomos oscilam com a mesma amplitude em sentidos opostos. Podemos dar conta dessa questão substituindo m por $m/2$ em nossa expressão de f. Isso faz f aumentar por um fator $\sqrt{2}$, de modo que a frequência

(*Continua*)

(*Continuação*)
correta é $f = \sqrt{2}(5{,}63 \times 10^{11}\ \text{Hz}) = 7{,}96 \times 10^{11}\ \text{Hz}$. Uma complicação adicional ocorre porque, na escala atômica, devemos usar a *mecânica quântica*, em vez da mecânica newtoniana, para descrever o movimento; felizmente, a mecânica quântica também resulta em $f = 7{,}96 \times 10^{11}$ Hz.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 13.4 Um bloco suspenso em uma mola ideal oscila para cima e para baixo sobre a Terra com um período igual a 10 s. Se você levar o bloco e a mola para Marte, onde a aceleração da gravidade é apenas 40% da aceleração da gravidade da Terra, qual será o novo período de oscilação? (i) 10 s; (ii) mais de 10 s; (iii) menos de 10 s. I

13.5 O PÊNDULO SIMPLES

Um **pêndulo simples** é um modelo idealizado constituído por um corpo puntiforme suspenso por um fio inextensível de massa desprezível. Quando esse corpo é puxado lateralmente a partir de sua posição de equilíbrio e a seguir liberado, ele oscila em torno da posição de equilíbrio. Algumas situações familiares, como uma bola de demolição presa ao cabo de um guindaste ou uma criança sentada em um balanço (**Figura 13.21a**), podem ser consideradas pêndulos simples.

A trajetória do corpo puntiforme (algumas vezes chamado de *peso do pêndulo*) não é uma linha reta, mas um arco de circunferência de raio L igual ao comprimento do fio (Figura 13.21b). Usaremos como coordenada a distância x medida ao longo do arco. Para que a oscilação seja um movimento harmônico simples, é necessário que a força restauradora seja diretamente proporcional à distância x ou a θ (porque $x = L\theta$). Será que isso está correto?

Na Figura 13.21b, representamos a força sobre o peso em termos dos componentes radial e do tangencial. A força restauradora F_θ é o componente tangencial da força resultante:

$$F_\theta = -mg \operatorname{sen} \theta \tag{13.30}$$

A força restauradora F_θ é fornecida pela gravidade; a tensão T atua meramente para fazer o peso puntiforme se deslocar ao longo de um arco. Como a força F_θ *não* é proporcional a θ, mas sim a sen θ, o movimento *não* é harmônico simples. Contudo, quando o ângulo θ é *pequeno*, sen θ é aproximadamente igual ao ângulo θ em radianos (**Figura 13.22**). (Quando $\theta = 0{,}1$ rad, aproximadamente igual a 6°, sen $\theta = 0{,}998$. Essa é uma diferença de apenas 0,2%.) Com essa aproximação, podemos escrever a Equação 13.30 na forma

$$F_\theta = -mg\theta = -mg\frac{x}{L} = -\frac{mg}{L}x \tag{13.31}$$

A força restauradora é, então, proporcional à coordenada para pequenos deslocamentos, e a constante da força é dada por $k = mg/L$. Pela Equação 13.10, a frequência angular ω de um pêndulo simples com pequena amplitude é dada por

Frequência angular do pêndulo simples, pequena amplitude

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg/L}{m}} = \sqrt{\frac{g}{L}} \tag{13.32}$$

Massa do pêndulo (anula-se); Aceleração da gravidade; Comprimento do pêndulo

A frequência e o período correspondentes são dados por

Frequência do pêndulo simples, pequena amplitude

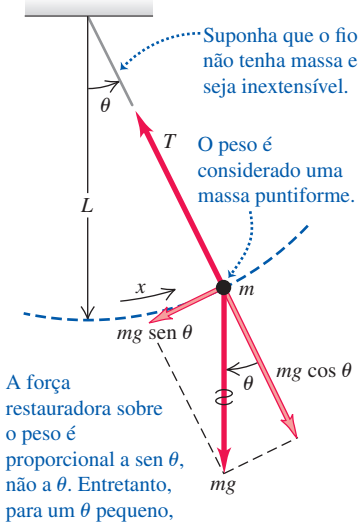
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \tag{13.33}$$

Frequência angular; Aceleração da gravidade; Comprimento do pêndulo

Figura 13.21 A dinâmica de um pêndulo simples.

(a) Um pêndulo real

(b) Um pêndulo ideal simples



A força restauradora sobre o peso é proporcional a sen θ, não a θ. Entretanto, para um θ pequeno, sen $\theta \approx \theta$, então o movimento é *aproximadamente* harmônico simples.

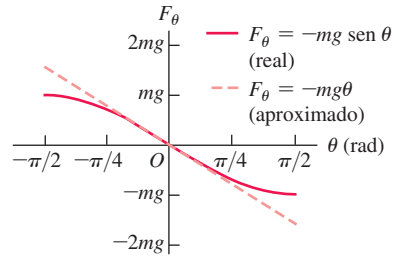


Figura 13.22 Em deslocamentos angulares θ pequenos, a força restauradora $F_\theta = -mg\,\theta \operatorname{sen}\theta$ sobre um pêndulo simples é aproximadamente igual a $-mg\theta$; isto é, é aproximadamente proporcional ao deslocamento θ. Assim, para ângulos pequenos, as oscilações são movimentos harmônicos simples.

Período do pêndulo simples, pequena amplitude

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{13.34}$$

ω: Frequência angular; f: Frequência; L: Comprimento do pêndulo; g: Aceleração da gravidade

Essas expressões não envolvem a *massa* da partícula. Isso ocorre porque a força restauradora gravitacional, que é um componente do peso da partícula, é proporcional a m. Logo, a massa é cancelada porque aparece em *ambos* os membros da equação $\sum\vec{F} = m\vec{a}$. (Esse raciocínio físico é o mesmo usado para mostrar que todos os corpos caem com a mesma aceleração no vácuo.) Em pequenas oscilações, o período de um pêndulo simples para um dado valor de g é determinado exclusivamente pelo seu comprimento.

As equações de 13.32 a 13.34 nos dizem que um pêndulo comprido possui um período maior que um pêndulo curto. Quando g aumenta, a força restauradora torna-se maior, fazendo aumentar a frequência e diminuir o período.

O movimento do pêndulo simples é *aproximadamente* harmônico simples. Quando o deslocamento angular máximo Θ (amplitude) não é pequeno, o desvio do comportamento harmônico simples pode ser significativo. Em geral, o período T é dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1 + \frac{1^2}{2^2}\operatorname{sen}^2\frac{\Theta}{2} + \frac{1^2\cdot 3^2}{2^2\cdot 4^2}\operatorname{sen}^4\frac{\Theta}{2} + \cdots\right) \tag{13.35}$$

Podemos calcular o período com a precisão desejada se tomarmos na série o número de termos necessários. Convidamos você a mostrar que, quando $\Theta = 15^\circ$, o período real é menos de 0,5% maior que o período aproximado indicado pela Equação 13.34.

A utilidade de um pêndulo para medir o tempo depende do fato de o período ser *aproximadamente* independente da amplitude, desde que seja pequena. Portanto, quando um relógio de pêndulo envelhece e a amplitude das oscilações diminui um pouco, o relógio continua a medir o tempo de modo aproximadamente correto.

EXEMPLO 13.8 UM PÊNDULO SIMPLES

Calcule a frequência e o período de um pêndulo simples de 1,000 m de comprimento em um local onde $g = 9{,}800\ \text{m/s}^2$.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como se trata de um pêndulo simples, podemos usar a Equação 13.34 para calcular o período T do pêndulo a partir de seu comprimento, e a Equação 13.1 para achar a frequência f a partir de T.

EXECUTAR: pelas equações 13.34 e 13.1,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}000\ \text{m}}{9{,}800\ \text{m/s}^2}} = 2{,}007\ \text{s}$$

e

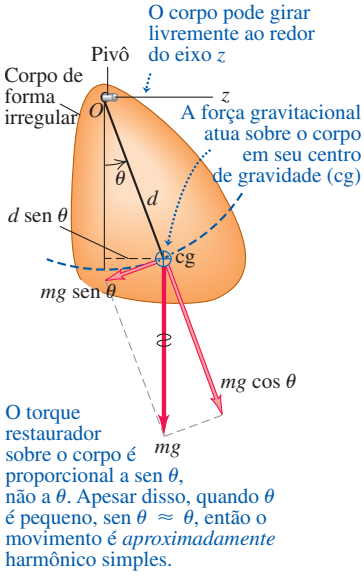
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}007\ \text{s}} = 0{,}4983\ \text{Hz}$$

AVALIAR: o período é quase exatamente igual a 2 s. De fato, quando o sistema métrico foi estabelecido, o segundo foi *definido* como a metade do período de um pêndulo de 1 m. Porém, essa não foi uma boa escolha para um padrão de tempo, porque o valor de g varia de um local para outro. Na Seção 1.3, discutimos padrões mais modernos para a marcação do tempo.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 13.5 Quando um corpo que oscila preso a uma mola horizontal passa por sua posição de equilíbrio, sua aceleração é igual a zero (ver Figura 13.2b). Quando o peso de um pêndulo simples oscilando passa pela posição de equilíbrio, sua aceleração é (i) igual a zero; (ii) para a esquerda; (iii) para a direita; (iv) para cima; ou (v) para baixo?

13.6 O PÊNDULO FÍSICO

Figura 13.23 Dinâmica de um pêndulo físico.



Um **pêndulo físico** é qualquer pêndulo *real*, que usa um corpo com volume finito, em contraste com o modelo idealizado do pêndulo *simples*, que usa um corpo cuja massa está concentrada em um único ponto. A **Figura 13.23** mostra um corpo de forma irregular suspenso por um pivô e girando sem atrito ao redor de um eixo que passa pelo ponto O. Na posição de equilíbrio, o centro de gravidade (cg) está diretamente abaixo do pivô; na posição indicada na figura, o corpo está deslocado de um ângulo θ, que usaremos como a coordenada do sistema. A distância entre o ponto O e o centro de gravidade é d; o momento de inércia do corpo em torno do eixo de rotação passando pelo ponto O é I, e a massa total é igual a m. Quando o corpo é deslocado conforme indicado, o peso mg produz um torque restaurador

$$\tau_z = -(mg)\,(d \operatorname{sen}\theta) \tag{13.36}$$

O sinal negativo mostra que o torque restaurador possui sentido anti-horário quando o deslocamento possui sentido horário e vice-versa.

Quando o corpo é liberado, ele oscila em torno da posição de equilíbrio. O movimento não é harmônico simples porque o torque restaurador não é proporcional a τ_z, mas sim a sen θ. Contudo, quando o ângulo é pequeno, podemos novamente aproximar sen θ por θ em radianos, como fizemos ao analisar o pêndulo simples. Dessa forma, o movimento é *aproximadamente* harmônico simples. Com essa aproximação,

$$\tau_z = -(mgd)\theta$$

Pelo que vimos na Seção 10.2, a equação do movimento é $\sum\tau_z = I\alpha_z$, logo

$$-(mgd)\theta = I\alpha_z = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgd}{I}\theta \tag{13.37}$$

Comparando esse resultado com a Equação 13.4, vemos que o termo (k/m) do sistema massa-mola é análogo ao termo (mgd/I). Portanto, a frequência angular é dada por

Frequência angular do pêndulo físico, pequena amplitude

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \tag{13.38}$$

Massa; Aceleração da gravidade; Distância do eixo de rotação ao centro de gravidade; Momento de inércia

A frequência f é $\frac{1}{2\pi}$ desse valor, e o período T é dado por $1/f$:

Período do pêndulo físico, pequena amplitude

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \tag{13.39}$$

Momento de inércia; Distância do eixo de rotação ao centro de gravidade; Massa; Aceleração decorrente da gravidade

A Equação 13.39 é a base para a determinação do momento de inércia de um corpo com uma forma complicada. Inicialmente, localize o centro de gravidade do corpo efetuando testes de equilíbrio. A seguir, o corpo é suspenso de modo que possa girar livremente em torno de um eixo, e meça o período T das oscilações com amplitude pequena. Por fim, use a Equação 13.39 para calcular o momento de inércia I em torno desse eixo a partir de T, a massa m e a distância d entre o eixo e o centro de gravidade (ver o Exercício 13.55). Pesquisadores de biomecânica usam esse método para calcular o momento de inércia dos membros inferiores de animais. Essa informação é importante para analisar como um animal caminha, conforme veremos no segundo dos dois exemplos apresentados a seguir.

EXEMPLO 13.9 PÊNDULO FÍSICO CONTRA PÊNDULO SIMPLES

Suponha que o corpo da Figura 13.23 seja uma barra uniforme de comprimento L, suspensa em uma de suas extremidades. Calcule o período de seu movimento como um pêndulo.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a variável que queremos encontrar é o período da oscilação T de uma barra que age como um pêndulo físico. Encontramos o momento de inércia da barra na Tabela 9.2 e depois determinamos T pela Equação 13.39.

EXECUTAR: o momento de inércia de uma barra uniforme em relação a um eixo passando em sua extremidade é $I = \frac{1}{3}ML^2$. A distância entre o pivô e o centro de gravidade é $d = L/2$. Pela Equação 13.39,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ML^2}{MgL/2}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

AVALIAR: caso a barra seja uma régua de um metro ($L = 1{,}00$ m) e $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$, obtemos

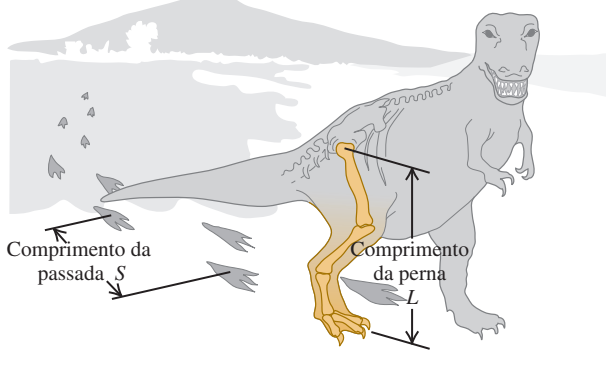
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2(1{,}00\ \text{m})}{3(9{,}80\ \text{m/s}^2)}} = 1{,}64\ \text{s}$$

Esse período é $\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}816$ menor que o período do pêndulo simples de mesmo comprimento calculado no Exemplo 13.8. O momento de inércia da barra em torno de uma de suas extremidades, $I = \frac{1}{3}ML^2$, é um terço do momento da inércia do pêndulo simples, e a distância entre o cg da barra e o pivô é a metade da distância entre o cg do pêndulo simples e o pivô. Você pode demonstrar que, juntas na Equação 13.39, essas duas diferenças são responsáveis pelo fator $\sqrt{\frac{2}{3}}$ pelo qual os períodos diferem.

EXEMPLO 13.10 *TYRANNOSAURUS REX* E O PÊNDULO FÍSICO

Todos os animais que caminham, inclusive os homens, possuem um ritmo natural de caminhada, ou seja, um número de passos por minuto mais confortável que um ritmo mais lento ou veloz. Suponha que esse ritmo natural seja igual ao período da perna, encarada como um pêndulo físico. (a) Como o ritmo de uma caminhada natural depende do comprimento L da perna, medido do quadril até o pé? (b) Evidências de fósseis mostram que o *Tyrannosaurus rex*, um dinossauro com duas pernas que viveu há 65 milhões de anos, tinha pernas de comprimento $L = 3{,}1$ m e uma passada (distância entre uma pegada e a pegada seguinte do mesmo pé) $S = 4{,}0$ m (**Figura 13.24**). Estime a velocidade da caminhada do *Tyrannosaurus rex*.

Figura 13.24 A velocidade de caminhada do *Tyrannosaurus rex* pode ser estimada a partir do comprimento de sua perna L e do comprimento de sua passada S.



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: as variáveis procuradas são (a) a relação entre o ritmo de caminhada e o comprimento da perna L e (b) a velocidade de caminhada do *T. rex*. Vamos considerar a perna como um pêndulo físico, com um período de oscilação dado como no Exemplo 13.9. Podemos encontrar a velocidade de caminhada a partir do período e do comprimento da passada.

EXECUTAR: (a) conforme o Exemplo 13.9, o período de oscilação da perna é $T = 2\pi\sqrt{2L/3g}$, proporcional a $\sqrt{L}$. Cada passo leva metade de um período, então o ritmo da caminhada (em passos por segundo) é igual ao dobro da frequência de oscilação $f = 1/T$ e é proporcional a $1\sqrt{L}$. Quanto maior a perna, mais lento é o ritmo da caminhada.

(b) De acordo com nosso modelo, o tempo de uma passada na caminhada do *T. rex* é dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2(3{,}1\ \text{m})}{3(9{,}8\ \text{m/s}^2)}} = 2{,}9\ \text{s}$$

de modo que a velocidade da caminhada seja

$$v = \frac{S}{T} = \frac{4{,}0\ \text{m}}{2{,}9\ \text{s}} = 1{,}4\ \text{m/s} = 5{,}0\ \text{km/h} = 3{,}1\ \text{mi/h}$$

Esse valor é aproximadamente igual ao da velocidade da caminhada típica de um humano adulto.

(*Continua*)

(*Continuação*)

AVALIAR: uma barra uniforme não é um modelo muito bom para uma perna. As pernas de muitos animais, incluindo o homem e o *T. rex*, são afuniladas; a quantidade de massa entre o joelho e o quadril é muito maior que entre o joelho e o pé. Logo, o centro de massa está a uma distância menor que $L/2$ a partir do quadril; uma estimativa razoável pode ser $L/4$. O momento de inércia é *consideravelmente* menor que $ML^2/3$, provavelmente em torno de $ML^2/15$. Experimente essas estimativas seguindo o Exemplo 13.9; você obterá um período mais curto para as oscilações e um fator ainda maior para a velocidade da caminhada do *T. rex*.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 13.6 O centro de gravidade de um pêndulo simples de massa m e comprimento L está localizado na posição do peso do pêndulo, a uma distância L do ponto de suspensão. O centro de gravidade de uma barra uniforme com a mesma massa m e comprimento $2L$ em torno de uma extremidade também está a uma distância L do ponto de suspensão. Em relação ao período do pêndulo simples, o período dessa barra uniforme é (i) maior; (ii) menor; (iii) igual?

13.7 OSCILAÇÕES AMORTECIDAS

Os sistemas oscilantes ideais discutidos até o momento não possuíam atrito. Nesses sistemas, as forças são conservativas, a energia mecânica total é constante e, quando o sistema começa a oscilar, ele continua oscilando eternamente, sem nenhuma diminuição da amplitude.

Contudo, os sistemas reais sempre possuem alguma força dissipativa, e a amplitude das oscilações vai diminuindo com o tempo, a menos que seja fornecida alguma energia para suprir a energia mecânica dissipada (**Figura 13.25**). Um relógio de pêndulo mecânico continua a oscilar porque a energia potencial acumulada em uma mola ou sistema de pesos suspensos é usada para suprir a dissipação da energia mecânica no pivô e nas engrenagens. Porém, a mola acaba se desgastando, ou os pesos acabam atingindo o final de seus percursos. Então, não existe mais energia disponível e a amplitude das oscilações diminui até o pêndulo parar.

Figura 13.25 Um sino balançando por si só acaba parando de oscilar em virtude das forças amortecedoras (resistência do ar e atrito no ponto de suspensão).

A diminuição da amplitude provocada por uma força dissipativa denomina-se **amortecimento** e o movimento correspondente denomina-se **oscilação amortecida**. O caso mais simples a ser examinado em detalhe é um oscilador harmônico simples com uma força de atrito amortecedora diretamente proporcional à *velocidade* do corpo que oscila. Esse comportamento ocorre no escoamento de um fluido viscoso, como em um amortecedor ou no caso do atrito entre superfícies lubrificadas com óleo. Neste caso, existe uma força de atrito adicional que atua sobre o corpo, dada por $F_x = -bv_x$, onde $v_x = dx/dt$ é a velocidade e b é uma constante que descreve a intensidade da força de amortecimento. O sinal negativo indica que a força possui sempre um sentido contrário ao da velocidade. Portanto, a força *resultante* sobre o corpo é dada por

$$\Sigma F_x = -kx - bv_x \tag{13.40}$$

e a segunda lei de Newton para o sistema é

$$-kx - bv_x = ma_x \qquad \text{ou} \qquad -kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} \tag{13.41}$$

A Equação 13.41 é uma equação diferencial para x; a única diferença entre ela e a Equação 13.4, que fornece a aceleração no MHS, é que ela possui um termo adicional $-bdx/dt$. Não daremos os detalhes dessa solução aqui; simplesmente a mostraremos. Quando a força de amortecimento é relativamente pequena, o movimento é descrito por

Deslocamento do oscilador com pequeno amortecimento

Amplitude inicial; Constante de amortecimento; Massa; Tempo; Frequência angular das oscilações amortecidas; Ângulo de fase

$$x = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega' t + \phi) \qquad (13.42)$$

A frequência angular dessas oscilações amortecidas é dada por

Frequência angular do oscilador com pequeno amortecimento

Constante de força da força restauradora; Constante de amortecimento; Massa

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \qquad (13.43)$$

Podemos verificar que a Equação 13.42 é uma solução da Equação 13.41 calculando a primeira e a segunda derivadas de x, substituindo o resultado na Equação 13.41 e conferindo se o membro esquerdo é igual ao direito.

O movimento descrito pela Equação 13.42 difere do caso sem amortecimento de dois modos. Primeiro, a amplitude $Ae^{-(b/2m)t}$ não é constante e diminui com o tempo por causa do fator decrescente $e^{-(b/2m)t}$. A **Figura 13.26** é um gráfico da Equação 13.42 para um ângulo de fase $\phi = 0$; ela mostra que, quanto maior for o valor de b, mais rapidamente a amplitude diminuirá.

Segundo, a frequência angular ω', dada pela Equação 13.43, não é mais igual a $\omega = \sqrt{k/m}$, e sim ligeiramente menor. Ela tende a zero quando b é tão grande que

$$\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2} = 0 \qquad \text{ou} \qquad b = 2\sqrt{km} \qquad (13.44)$$

Quando a Equação 13.44 é satisfeita, ocorre o chamado **amortecimento crítico**. O sistema não oscila mais e, ao ser deslocado e liberado, retorna para sua posição de equilíbrio sem oscilar.

A condição b maior que $2\sqrt{km}$ corresponde ao **superamortecimento**. Novamente, o sistema não oscila, porém retorna para sua posição de equilíbrio mais lentamente que no caso do amortecimento crítico. Para o caso do superamortecimento, as soluções da Equação 13.41 possuem a seguinte forma:

$$x = C_1 e^{-a1t} + C_2 e^{-a2t}$$

onde C_1 e C_2 são constantes que dependem das condições iniciais, e a_1 e a_2 são constantes determinadas por m, k e b.

Para b menor que o valor crítico, quando a Equação 13.42 é satisfeita, a condição denomina-se **subamortecimento**. O sistema oscila com uma amplitude que diminui continuamente.

Em um diapasão vibrando ou na corda de um violão, geralmente se deseja o menor amortecimento possível. Em contraste, o amortecimento tem um efeito benéfico no sistema de suspensão de um automóvel. As forças de amortecimento de um carro dependem da velocidade e impedem que ele oscile o tempo todo ao passar por alguma saliência em seu caminho (**Figura 13.27**). Para o maior conforto do passageiro, o sistema deve ser criticamente amortecido ou ligeiramente subamortecido. Amortecimento demais é contraproducente; se a suspensão estiver superamortecida e o carro passar por outra saliência logo após a primeira, as molas da suspensão ainda estarão comprimidas em razão do primeiro solavanco e não conseguirão absorver completamente o impacto.

Figura 13.26 Gráfico do deslocamento em função do tempo de um oscilador com leve amortecimento (ver Equação 13.42) e com um ângulo de fase $\phi = 0$. As curvas mostram dois valores da constante de amortecimento b.

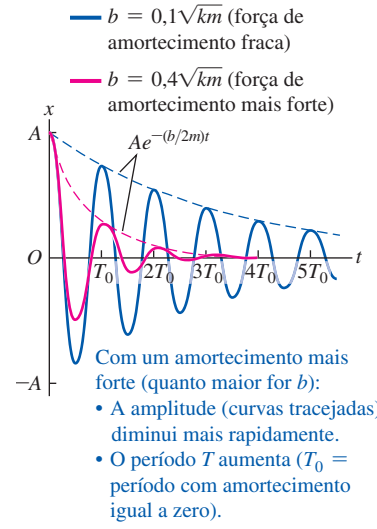
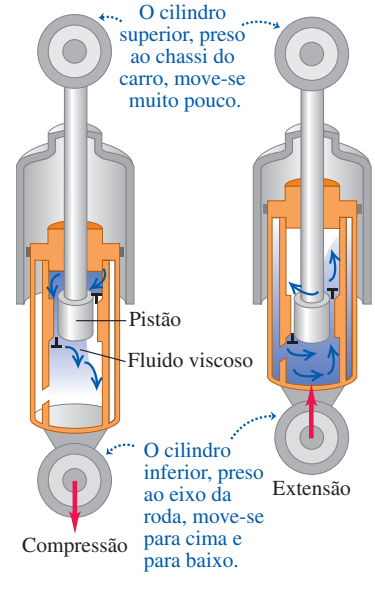


Figura 13.27 Amortecedor de um carro. O fluido viscoso produz uma força de amortecimento que depende da velocidade relativa entre as duas extremidades da unidade.



Energia em oscilações amortecidas

Nas oscilações amortecidas, a força do amortecimento não é conservativa; a energia mecânica do sistema não é constante e diminui continuamente, tendendo a zero depois de um longo tempo. A fim de deduzir uma expressão para a taxa de variação da energia, inicialmente escrevemos uma expressão para a energia mecânica total E em qualquer instante:

$$E = \tfrac{1}{2}mv_x^2 + \tfrac{1}{2}kx^2$$

Para determinar a taxa de mudança dessa quantidade, tomamos sua derivada em relação ao tempo:

$$\frac{dE}{dt} = mv_x\frac{dv_x}{dt} + kx\frac{dx}{dt}$$

Porém, $dv_x/dt = a_x$ e, logo, $dx/dt = v_x$, então

$$\frac{dE}{dt} = v_x(ma_x + kx)$$

Pela Equação 13.41, $ma_x + kx = -bdx/dt, = -bv_x$, logo,

$$\frac{dE}{dt} = v_x(-bv_x) = -bv_x^2 \qquad \text{(oscilações amortecidas)} \qquad (13.45)$$

O membro direito da Equação 13.45 é negativo sempre que o corpo oscilante estiver em movimento, independentemente de a velocidade v_x ser positiva ou negativa. Isso mostra que, quando o corpo se move, a energia diminui, embora com uma taxa não uniforme. O termo $-bv_x^2 = (-bv_x)v_x$ (força vezes velocidade) é a taxa com a qual a força do amortecimento realiza trabalho (negativo) sobre o sistema (ou seja, a *potência* do amortecimento). Ela é igual à taxa de variação da energia mecânica total do sistema.

Um comportamento semelhante ocorre em circuitos elétricos contendo indutores, capacitores e resistores. Existe uma frequência natural da oscilação, e a resistência desempenha o papel da constante de amortecimento b. Estudaremos esses circuitos em detalhes nos capítulos 30 e 31.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 13.7 Um avião está voando em linha reta a uma altitude constante. Se uma rajada de vento soprar e erguer o nariz do avião, o nariz oscilará para cima e para baixo até que o avião volte à sua posição original. Essas oscilações são (i) não amortecidas, (ii) subamortecidas, (iii) criticamente amortecidas ou (iv) superamortecidas? I

13.8 OSCILAÇÕES FORÇADAS E RESSONÂNCIA

Quando um oscilador amortecido é deixado livre, suas oscilações tendem a parar. Porém, podemos manter constante a amplitude das oscilações aplicando uma força que varia periodicamente com o tempo. Como exemplo, considere seu primo Tobias oscilando no balanço de um *playground*. Você pode manter a amplitude das oscilações constante se fornecer a ele um pequeno empurrão ao final de cada ciclo. Essa força adicional é chamada de **força propulsora**.

Oscilações amortecidas com uma força propulsora periódica

Quando aplicamos uma força propulsora variando periodicamente com uma frequência angular ω_d a um oscilador harmônico amortecido, o movimento resultante

é uma **oscilação forçada** ou uma *oscilação com força propulsora*. Trata-se de um movimento diferente do ocorrido quando simplesmente deslocamos o sistema de sua posição de equilíbrio e o deixamos livre; neste caso, o sistema oscila com uma **frequência angular natural** ω', determinada por m, k e b, como na Equação 13.43. Contudo, no caso de uma oscilação forçada, a frequência angular da oscilação da massa é igual à frequência angular da força propulsora ω_d. Essa frequência *não* precisa ser igual à frequência angular natural ω'. Quando você segura as cordas do balanço de Tobias, pode forçá-lo a oscilar com a frequência que desejar.

Suponha que você force o oscilador a vibrar com uma frequência angular ω_d quase *igual* à frequência angular ω' com a qual ele oscilaria sem a ação de nenhuma força propulsora. O que ocorreria? O oscilador teria uma tendência natural a oscilar com uma frequência angular $\omega = \omega'$, então é de se esperar que a amplitude da oscilação resultante seja maior que a amplitude existente quando as frequências são muito diferentes. Uma análise detalhada e dados experimentais mostram que isso é exatamente o que ocorre. O caso mais simples a ser analisado é o de uma força que varia *senoidalmente*, digamos, com a forma $F(t) = F_{máx} \cos \omega_d t$. Quando variamos a frequência angular ω_d da força propulsora, a amplitude da oscilação forçada resultante varia de modo interessante (**Figura 13.28**). Quando existe um amortecimento muito pequeno (b pequeno), a amplitude tende a crescer fortemente até atingir um pico agudo, quando a frequência angular ω_d da força propulsora aproxima-se da frequência angular natural ω'. Quando o amortecimento é aumentado (b maior), o pico se torna mais largo, a amplitude se torna menor e se desloca para frequências menores.

Usando mais equações diferenciais do que você pode estar preparado para resolver, podemos deduzir uma expressão para a amplitude A da oscilação forçada em função da frequência angular de uma força propulsora. O resultado obtido é:

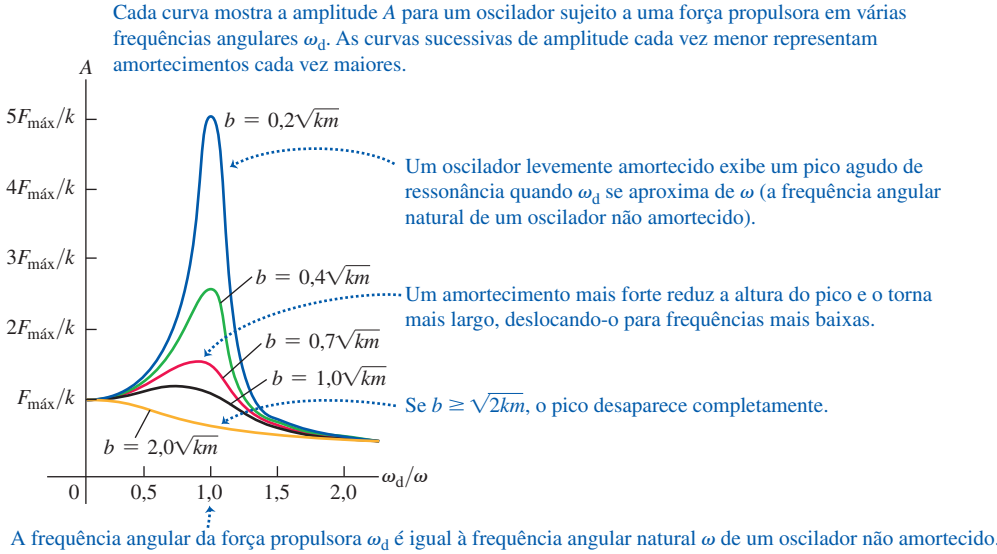
Amplitude de um oscilador forçado

$$A = \frac{F_{máx}}{\sqrt{(k - m\omega_d^2)^2 + b^2\omega_d^2}} \qquad (13.46)$$

Valor máximo da força propulsora; Constante de amortecimento; Constante de força da força restauradora; Massa; Frequência angular da força propulsora

BIO Aplicação Oscilações forçadas Esta joaninha (da família Coccinellidae) voa por meio de uma oscilação forçada. Diferentemente das asas dos pássaros, as asas deste inseto são extensões de seu exoesqueleto. Os músculos ligados ao interior do exoesqueleto aplicam uma força propulsora periódica que deforma o exoesqueleto de modo rítmico, fazendo com que as asas conectadas batam para cima e para baixo. A frequência de oscilação das asas e do exoesqueleto é a mesma que a frequência da força propulsora.

Figura 13.28 Gráfico da amplitude A da oscilação forçada em função da frequência angular ω_d da força propulsora. O eixo horizontal indica a razão entre a frequência angular ω_d e a frequência angular $\omega = \sqrt{k/m}$ de um oscilador não amortecido. Cada curva apresenta um valor diferente da constante de amortecimento b.



Quando $k - m\omega_d^2 = 0$, o primeiro termo sob o sinal da raiz quadrada é zero, de modo que o valor de A se torna máximo para $\omega_d = \sqrt{k/m}$. A altura da curva nesse ponto é proporcional a $1/b$; quanto menor for o amortecimento, mais elevado se torna o pico. No caso extremo de baixas frequências, quando $\omega_d = 0$, obtemos $A = F_{máx}/k$. Isso corresponde a uma força *constante* $F_{máx}$ e a um deslocamento constante $A = F_{máx}/k$ a partir do equilíbrio, como era de se esperar.

A ressonância e suas consequências

BIO Aplicação Ressonância canina Diferente dos humanos, os cães não possuem glândulas sudoríparas e, portanto, precisam respirar de forma ofegante para poder resfriar-se. A frequência com que um cão respira é muito próxima da frequência de ressonância de seu sistema respiratório. Isso produz a quantidade máxima de entrada e saída de ar e, portanto, reduz o esforço que o cão precisa exercer para resfriar-se.

A **ressonância** é o fenômeno que ocorre quando existe um pico de amplitude provocado por uma força cuja frequência está próxima da frequência de oscilação natural do sistema. A física está repleta de exemplos de ressonância; um deles é criar oscilações com grande amplitude empurrando uma criança em um balanço com uma frequência igual à da oscilação natural do balanço. A forte vibração que ocorre em um carro quando o motor gira em determinadas rotações é outro exemplo. Um alto-falante barato geralmente produz um ruído desagradável quando uma nota musical coincide com a frequência da oscilação natural da caixa ou do cone do alto-falante. No Capítulo 16, estudaremos outros exemplos de ressonância que envolvem som. Circuitos elétricos também apresentam ressonância, como veremos no Capítulo 31: os circuitos de sintonia do rádio ou da televisão respondem fortemente a ondas que possuam uma frequência próxima de sua frequência natural. Esse fenômeno nos permite selecionar uma emissora e rejeitar outras.

A ressonância de um sistema mecânico pode ser destrutiva. Uma tropa de soldados, em certa ocasião, destruiu uma ponte porque a atravessou em passo de marcha; a frequência da marcha era próxima da frequência da vibração natural da ponte, e o crescimento das amplitudes da oscilação resultante foi suficiente para quebrá-la. Depois desse desastre, os soldados são orientados a não marcharem de modo cadenciado ao atravessar uma ponte. Há alguns anos, as vibrações do motor de um avião atingiram uma frequência próxima da frequência de ressonância das asas. As oscilações se somaram e as asas se partiram.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 13.8 Quando submetido a uma força propulsora com frequência próxima à natural, um oscilador com amortecimento muito fraco apresenta uma resposta muito maior que o mesmo oscilador com amortecimento mais forte. Quando submetido a uma força propulsora com frequência muito maior ou muito menor do que a natural, qual oscilador apresentará uma resposta maior: (i) aquele com amortecimento muito fraco ou (ii) aquele com amortecimento mais forte? ❙

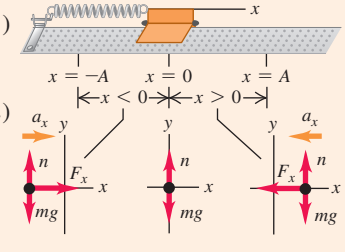
CAPÍTULO 13 RESUMO

Movimento periódico: o movimento periódico é aquele que se repete em um ciclo definido. Ele ocorre quando o corpo possui uma posição de equilíbrio estável e uma força restauradora que atua sobre o corpo quando ele é deslocado de sua posição de equilíbrio. O período T é o tempo necessário para completar um ciclo. A frequência f é o número de ciclos por unidade de tempo. A frequência angular ω é 2π vezes a frequência. (Veja o Exemplo 13.1.)

$$f = \frac{1}{T} \qquad T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \tag{13.1}$$

(13.2)

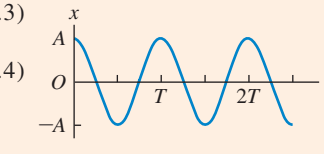


Movimento harmônico simples: quando a força restauradora F_x no movimento periódico for diretamente proporcional ao deslocamento x, o movimento denomina-se movimento harmônico simples (MHS). Em muitos casos, essa condição é satisfeita se o deslocamento a partir do equilíbrio for pequeno. A frequência angular, a frequência e o período no MHS

$$F_x = -kx$$

$$a_x = \frac{F_x}{m} = -\frac{k}{m}x \tag{13.3}$$

(13.4)



não dependem da amplitude, apenas da massa m e da constante de força k. O deslocamento, a velocidade e a aceleração no MHS são funções senoidais do tempo; a amplitude A e o ângulo de fase ϕ da oscilação são determinados pela posição inicial e velocidade do corpo. (Veja os exemplos 13.2, 13.3, 13.6 e 13.7.)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13.10}$$

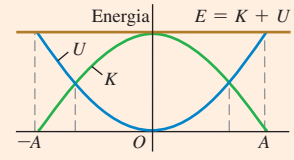
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13.11}$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{13.12}$$

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \tag{13.13}$$

Energia no movimento harmônico simples: a energia se conserva no MHS. A energia total pode ser expressa em termos da constante de força k e da amplitude A. (Veja os exemplos 13.4 e 13.5.)

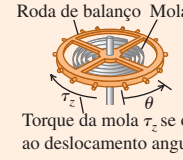
$$E = \tfrac{1}{2}mv_x^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2 = \text{constante} \tag{13.21}$$



Movimento harmônico simples angular: no MHS angular, a frequência e a frequência angular são relacionadas ao momento de inércia I e à constante de torção κ.

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \quad \text{e} \tag{13.24}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa}{I}}$$

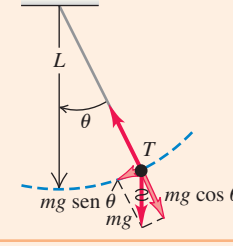


Pêndulo simples: um pêndulo simples é constituído por uma massa pontual m presa à extremidade de um fio sem massa de comprimento L. Seu movimento é aproximadamente harmônico simples para amplitudes suficientemente pequenas; portanto, a frequência angular, a frequência e o período dependem apenas de g e L, não da massa ou da amplitude. (Veja o Exemplo 13.8.)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \tag{13.32}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \tag{13.33}$$

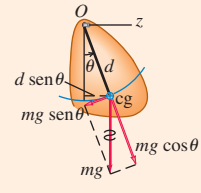
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{13.34}$$



Pêndulo físico: um pêndulo físico é qualquer corpo suspenso em um eixo de rotação. A frequência angular, a frequência e o período, para oscilações de pequena amplitude, são independentes da amplitude, mas dependem da massa m, da distância d do eixo de rotação ao centro de gravidade e do momento de inércia I em torno do eixo de rotação. (Veja os exemplos 13.9 e 13.10.)

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \tag{13.38}$$

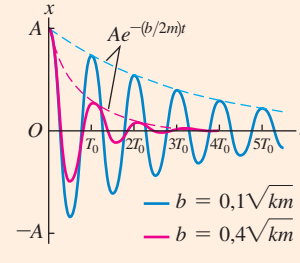
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \tag{13.39}$$



Oscilações amortecidas: quando uma força $F_x = -bv_x$ é acrecentada a um oscilador harmônico simples, o movimento denomina-se oscilação amortecida. Se $b < 2\sqrt{km}$ (subamortecimento), o sistema oscila com uma amplitude cada vez menor e uma frequência angular ω' menor do que seria sem o amortecimento. Se $b = 2\sqrt{km}$ (amortecimento crítico) ou se $b > 2\sqrt{km}$ (superamortecimento), então o sistema, ao ser deslocado, retorna ao equilíbrio sem oscilar.

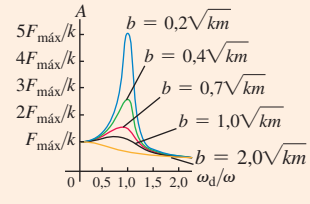
$$x = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega' t + \phi) \tag{13.42}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \tag{13.43}$$



Oscilações forçadas e ressonância: quando uma força propulsora que varia senoidalmente atua sobre um oscilador harmônico amortecido, o movimento resultante denomina-se oscilação forçada. A amplitude é dada em função da frequência angular ω_d da força propulsora, e atinge um pico quando a frequência da força propulsora possui um valor próximo da frequência da oscilação natural do sistema. Esse fenômeno denomina-se ressonância.

$$A = \frac{F_{máx}}{\sqrt{(k - m\omega_d^2)^2 + b^2\omega_d^2}} \tag{13.46}$$



Problema em destaque Oscilando e rolando

Dois cilindros sólidos e uniformes com raio R e massa total M estão conectados ao longo de seu eixo comum por uma barra curta e leve, repousados sobre uma mesa horizontal (**Figura 13.29**). Um anel sem atrito no centro da barra é preso a uma mola com constante de força k; a outra ponta da mola está fixa. Os cilindros são puxados para a esquerda a uma distância x, esticando a mola, e depois liberados do repouso. Em razão do atrito entre a mesa e os cilindros, estes rolam sem desligar enquanto oscilam. Mostre que o movimento do centro de massa dos cilindros é harmônico simples e ache seu período.

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Que condição deverá ser satisfeita para que o movimento do centro de massa dos cilindros seja harmônico simples (MHS)?
2. Que equações você deverá usar para descrever os movimentos de translação e rotação dos cilindros? Que equação você deverá usar para descrever a condição de que os cilindros rolam sem deslizar? (*Dica:* consulte a Seção 10.3.)
3. Faça um esboço da situação e escolha um sistema de coordenadas. Liste as quantidades desconhecidas e decida qual é a variável-alvo.

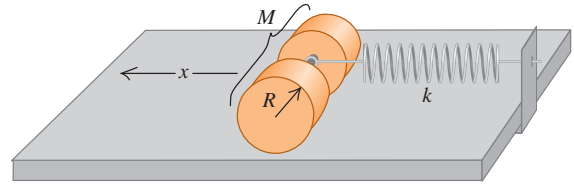
EXECUTAR

4. Desenhe um diagrama do corpo livre para os cilindros quando eles são deslocados a uma distância x do equilíbrio.
5. Resolva as equações para achar uma expressão para a aceleração do centro de massa dos cilindros. O que essa expressão informa?
6. Use seu resultado do item 5 para determinar o período de oscilação do centro de massa dos cilindros.

AVALIAR

7. Qual seria o período de oscilação se não houvesse atrito e os cilindros não rolassem? Esse período é maior ou menor que seu resultado do item 6? Isso é razoável?

Figura 13.29 Cilindros rolando presos a uma mola.



PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS:** problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q13.1 Um objeto está se movendo na extremidade de uma mola com MHS de amplitude A. Se a amplitude for dobrada, o que acontece com a distância total que o objeto percorre em um período? O que acontece com o período? O que acontece com a velocidade máxima do objeto? Discuta como essas respostas estão relacionadas.

Q13.2 Forneça diversos exemplos da vida cotidiana de movimentos que possam ser considerados, pelo menos aproximadamente, harmônicos simples. Em que aspectos eles diferem do MHS?

Q13.3 Um diapasão ou um dispositivo semelhante usado para afinar um instrumento musical executa um movimento harmônico simples? Por que essa questão é essencial para os músicos?

Q13.4 Uma caixa contendo uma pedrinha é presa a uma mola ideal horizontal e está oscilando em uma mesa de ar sem atrito. Quando a caixa atinge sua distância máxima do ponto de equilíbrio, a pedrinha é subitamente içada na vertical sem que a caixa seja movida. Diga quais das seguintes grandezas aumentarão, diminuirão ou permanecerão inalteradas no movimento subsequente da caixa: (a) frequência; (b) período; (c) amplitude; (d) a energia cinética máxima da caixa; (e) a velocidade máxima da caixa. Justifique cada resposta.

Q13.5 Se uma certa mola uniforme fosse cortada em duas partes iguais, qual seria a constante da mola de cada metade? Justifique sua resposta. Usando-se a mesma massa na extremidade, qual seria a diferença entre a frequência do MHS da metade da mola e a frequência da mola inteira?

Q13.6 Um corpo é preso a uma mola ideal fixa e oscila sobre um trilho de ar horizontal, sem atrito. Uma moeda encontra-se sobre o corpo e oscila com ele. Em que pontos do movimento a força de atrito sobre a moeda é maior? E quando ela é menor? Justifique suas respostas.

Q13.7 Dois corpos idênticos sobre um trilho de ar estão ligados por uma certa mola ideal. A oscilação desse sistema constitui um MHS? Explique. Como esse período pode ser comparado com o de um único corpo preso a uma mola cuja outra extremidade está presa a um objeto fixo? Explique.

Q13.8 Você é capturado por marcianos, levado para a nave deles e posto para dormir. Você acorda algum tempo depois e se vê trancado em uma sala pequena, sem janelas. Tudo o que os marcianos lhe deixaram é seu relógio digital de pulso, o anel que usava e sua longa corrente de prata. Explique como você pode verificar se ainda está na Terra ou se foi levado para Marte.

Q13.9 O sistema indicado na Figura 13.17 é montado em um elevador. O que acontece com o período do movimento (aumenta, diminui ou permanece constante) se o elevador (a) está subindo com aceleração igual a 5,0 m/s^2; (b) está subindo com velocidade constante de 5,0 m/s; e (c) está descendo com aceleração igual a 5,0 m/s^2? Justifique suas respostas.

Q13.10 Se um pêndulo possui um período de 2,5 s na Terra, qual seria seu período em uma estação espacial em órbita ao redor da Terra? Se uma massa suspensa em uma mola vertical possui um período de 5,0 s na Terra, qual seria seu período na estação espacial? Justifique todas as suas respostas.

Q13.11 Um pêndulo simples é montado em um elevador. O que acontece com o período do movimento (aumenta, diminui ou permanece constante) se o elevador (a) está subindo com aceleração igual a 5,0 m/s^2; (b) está subindo com velocidade constante de 5,0 m/s; (c) está descendo com aceleração igual a 5,0 m/s^2; (d) está descendo com aceleração igual a 9,8 m/s^2? Justifique suas respostas.

Q13.12 Explique o que você deve fazer com o comprimento do fio de um pêndulo simples para: (a) dobrar sua frequência; (b) dobrar seu período; (c) dobrar sua frequência angular.

Q13.13 Se um relógio de pêndulo for transportado ao topo de uma montanha, ele se atrasará ou adiantará, supondo que mostrasse a hora certa na base da montanha? Justifique sua resposta.

Q13.14 Quando a amplitude de um pêndulo simples aumenta, seu período aumenta ou diminui? Forneça um argumento qualitativo; não se baseie na Equação 13.35. Seu argumento também seria válido para um pêndulo físico?

Q13.15 Por que um cão com patas curtas (como o da raça chihuahua) caminha com passos mais velozes que um cão com patas longas (como o dogue alemão)?

Q13.16 Em que ponto do movimento de um pêndulo simples a tensão no fio atinge o valor máximo? E o valor mínimo? Em cada caso, explique o raciocínio usado na resposta.

Q13.17 Um padrão de tempo pode ser baseado no período de um certo pêndulo-padrão? Quais seriam as vantagens e as desvantagens desse padrão em relação ao padrão atual de tempo discutido na Seção 1.3?

Q13.18 Em um pêndulo simples, distinga claramente entre ω (a velocidade angular) e ω (a frequência angular). Qual é constante e qual é variável?

Q13.19 Ao projetar uma estrutura em uma região propensa à ocorrência de terremotos, qual deve ser a relação entre a frequência da estrutura e a frequência típica de um terremoto? Por quê? A estrutura deve possuir um amortecimento grande ou pequeno?

EXERCÍCIOS

Seção 13.1 Causas da oscilação

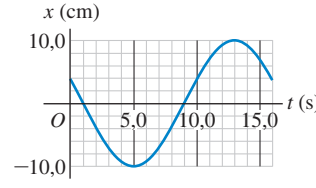
13.1 • BIO (a) **Música.** Quando uma pessoa canta, suas cordas vocais vibram em um padrão repetitivo que tem a mesma frequência da nota cantada. Se alguém cantar a nota Si bemol, que tem uma frequência de 466 Hz, quanto tempo leva para as cordas vocais da pessoa vibrarem por um ciclo completo, e qual é a frequência angular das cordas? (b) **Audição.** Quando ondas de som atingem o tímpano, essa membrana vibra com a mesma frequência do som. O tom mais alto que humanos jovens podem ouvir tem um período de 50,0 μs. Quais são a frequência e a frequência angular do tímpano vibrando para esse som? (c) **Visão.** Quando uma luz possuindo vibrações com frequência angular variando de $2{,}7 \times 10^{15}$ rad/s a $4{,}7 \times 10^{15}$ rad/s atinge a retina, ela estimula as células receptoras lá existentes e é percebida como luz visível. Quais são os limites do período e a frequência dessa luz? (d) **Ultrassom.** Ondas de som de alta frequência (ultrassom) são usadas para sondar o interior do corpo, assim como os raios X. Para detectar pequenos objetos como tumores, uma frequência em torno de 5,0 MHz é utilizada. Quais são o período e a frequência angular das vibrações de moléculas causadas por esse pulso de som?

13.2 • Se um objeto sobre uma superfície horizontal, sem atrito, é preso a uma mola, deslocado e depois liberado, ele irá oscilar. Se ele for deslocado 0,120 m de sua posição de equilíbrio e liberado com velocidade inicial igual a zero, depois de 0,800 s verifica-se que seu deslocamento é de 0,120 m no lado oposto e que ele ultrapassou uma vez a posição de equilíbrio durante esse intervalo. Ache (a) a amplitude; (b) o período; (c) a frequência.

13.3 • A extremidade de um diapasão executa 440 vibrações completas em 0,500 s. Calcule a frequência angular e o período do movimento.

13.4 • O deslocamento de um objeto oscilando em função do tempo é mostrado na **Figura E13.4**. Quais são: (a) a frequência; (b) a amplitude; (c) o período; (d) a frequência angular desse movimento?

Figura E13.4



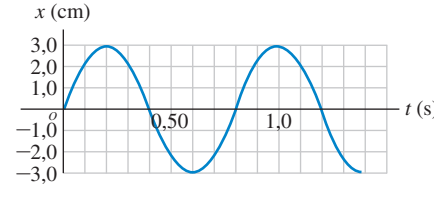
13.5 •• A peça de uma máquina está se movendo em MHS com uma frequência igual a 4,00 Hz e amplitude igual a 1,80 cm. Quanto tempo leva para a peça ir de $x = 0$ até $x = -1{,}80$ cm?

13.6 • BIO As asas do beija-flor-de-garganta-azul (*Lampornis clemenciae*), que habita no México e no sudoeste dos Estados Unidos, batem a uma taxa de até 900 vezes por minuto. Calcule (a) o período de vibração das asas desse pássaro, (b) a frequência de vibração das asas e (c) a frequência angular das batidas de asa do pássaro.

Seção 13.2 Movimento harmônico simples

13.7 • Uma bola de 2,40 kg está presa a uma mola desconhecida e oscila com ela. A **Figura E13.7** mostra um gráfico da posição x da bola como uma função do tempo t. Qual é (a) o período da oscilação, (b) sua frequência, (c) sua frequência angular e (d) sua amplitude? (e) Qual é a constante de força da mola?

Figura E13.7



13.8 •• Em um laboratório de física, você liga o cavaleiro de um trilho de ar com 0,200 kg à extremidade de uma mola ideal com massa desprezível e inicia a oscilação. O tempo decorrido entre o instante em que o cavaleiro ultrapassa a posição de equilíbrio e a segunda vez que ele ultrapassa esse ponto é igual a 2,60 s. Calcule o valor da constante de força da mola.

13.9 • Quando um corpo de massa desconhecida é ligado a uma mola ideal cuja constante é igual a 120 N/m, verifica-se que ele oscila com uma frequência igual a 6,00 Hz. Ache (a) o período; (b) a frequência angular; (c) a massa do corpo.

13.10 • Quando uma massa de 0,750 kg oscila em uma mola ideal, a frequência é igual a 1,75 Hz. Qual será a frequência se 0,220 kg (a) forem adicionados à massa original e (b) subtraídos

da massa original? Tente resolver este problema *sem* achar a constante de força da mola.

13.11 •• Um objeto executa um MHS com período de 0,900 s e amplitude igual a 0,320 m. Em $t = 0$, o objeto está em $x = 0{,}320$ m e instantaneamente em repouso. Calcule o tempo gasto para o objeto passar (a) de $x = 0{,}320$ m para $x = 0{,}160$ m e (b) de $x = 0{,}160$ m para $x = 0$.

13.12 • Um pequeno bloco está preso a uma mola ideal e move-se em MHS sobre uma superfície horizontal sem atrito. Quando o bloco está em $x = 0{,}280$ m, a aceleração do bloco é $-5{,}30$ m/s^2. Qual é a frequência do movimento?

13.13 • Um bloco de 2,00 kg sem atrito está preso a uma mola ideal cuja constante é igual a 300 N/m. Em $t = 0$ a mola não está comprimida nem esticada, e o bloco se move no sentido negativo com 12,0 m/s. Ache (a) a amplitude e (b) o ângulo de fase. (c) Escreva uma equação para a posição em função do tempo.

13.14 •• Repita o Exercício 13.13, porém suponha que em $t = 0$ o bloco possua velocidade igual a $-4{,}0$ m/s e deslocamento igual a $+0{,}200$ m.

13.15 • A ponta da agulha de uma máquina de costura se move com MHS ao longo de um eixo Ox com uma frequência de 2,5 Hz. Em $t = 0$, os componentes da posição e da velocidade são, respectivamente, $+1{,}1$ cm e -15 cm/s. (a) Ache o componente da aceleração da agulha para $t = 0$. (b) Escreva equações para os componentes da posição, da velocidade e da aceleração do ponto considerado em função do tempo.

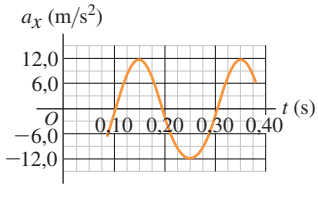
13.16 •• Um pequeno bloco está preso a uma mola ideal e move-se em MHS sobre uma superfície horizontal sem atrito. Quando a amplitude do movimento é 0,090 m, o bloco leva 2,70 s para passar de $x = 0{,}090$ m para $x = -0{,}090$ m. Se a amplitude for dobrada, para 0,180 m, quanto tempo levará para o bloco passar (a) de $x = 0{,}180$ m para $x = -0{,}180$ m e (b) de $x = 0{,}090$ m para $x = -0{,}090$ m?

13.17 • BIO **Pesando astronautas.** Este procedimento tem sido usado para "pesar" astronautas no espaço: uma cadeira de 42,5 kg é presa a uma mola e deixada para oscilar livremente. Quando vazia, a cadeira leva 1,30 s para completar uma vibração. Mas com uma astronauta sentada nela, sem apoiar os pés no chão, a cadeira leva 2,54 s para completar um ciclo. Qual é a massa da astronauta?

13.18 • Um objeto de 0,400 kg em MHS possui uma aceleração $a_x = -1{,}80$ m/s^2 quando $x = 0{,}300$ m. Qual é a duração de uma oscilação?

13.19 • Sobre um trilho de ar sem atrito, horizontal, um corpo oscila na extremidade de uma mola ideal de força constante 2,50 N/cm. O gráfico da **Figura E13.19** mostra a aceleração do corpo em função do tempo. Encontre: (a) a massa do corpo; (b) o deslocamento máximo do corpo a partir do ponto de equilíbrio; (c) a força máxima que a mola exerce sobre o corpo.

Figura E13.19



13.20 • Uma massa de 0,500 kg oscilando em uma mola tem a velocidade em função do tempo dada por $v_x(t) = -(3{,}60\text{ cm/s})\,\text{sen}\,[(4{,}71\text{ rad/s})t - (\pi/2)]$. Qual é (a) o período; (b) a amplitude; (c) a aceleração máxima da massa; (d) a constante de força da mola?

13.21 • Uma massa de 1,50 kg oscilando em uma mola tem o deslocamento em função do tempo dado pela equação

$$x(t) = (7{,}40\text{ cm})\cos[(4{,}16\text{ rad/s})t - 2{,}42]$$

Encontre: (a) o tempo de uma vibração completa; (b) a constante de força da mola; (c) a velocidade máxima da massa; (d) a força máxima sobre a massa; (e) posição, velocidade e aceleração da massa em $t = 1{,}00$ s; (f) a força sobre a massa nesse instante.

13.22 • BIO **Pesando um vírus.** Em fevereiro de 2004, os cientistas da Purdue University usaram uma técnica altamente sensível para medir a massa do vaccinia vírus (o tipo de vírus usado na vacina contra varíola). O procedimento envolvia medir a frequência de oscilação de um minúsculo pedaço de silício (com apenas 30 nm de comprimento) com um laser, primeiro sem o vírus e depois quando ele estivesse preso ao silício. A diferença na massa causava uma variação na frequência. Podemos modelar esse processo como uma certa massa sobre uma dada mola. (a) Mostre que a razão entre a frequência com o vírus preso (f_{S+V}) e a frequência sem o vírus (f_S) é dada por $f_{S+V}/f_S = 1/\sqrt{1 + (m_V/m_S)}$, onde m_V é a massa do vírus e m_S é a massa do pedaço de silício. Observe que *não* é necessário saber ou medir a constante de força da mola. (b) Em alguns dados, o pedaço de silício tem uma massa de $2{,}10 \times 10^{-16}g$ e uma frequência de $2{,}00 \times 10^{15}$ Hz sem o vírus e $2{,}87 \times 10^{14}$ Hz com o vírus. Qual é a massa do vírus, em gramas?

13.23 •• CALC **Sacudida**. Uma corda de guitarra vibra a uma frequência de 440 Hz. Um ponto em seu centro move-se em MHS com uma amplitude de 3,0 mm e um ângulo de fase de zero. (a) Escreva uma equação para a posição do centro da corda em função do tempo. (b) Quais são os valores máximos dos módulos da velocidade e da aceleração do centro da corda? (c) A derivada da aceleração em função do tempo é uma quantidade chamada de *sacudida*. Escreva uma equação para a sacudida do centro da corda em função do tempo e encontre o valor máximo do módulo da sacudida.

Seção 13.3 Energia no movimento harmônico simples

13.24 •• Para o objeto oscilante na Figura E13.4, quais são (a) sua velocidade máxima e (b) sua aceleração máxima?

13.25 • Um pequeno bloco é preso a uma mola ideal e move-se em MHS sobre uma superfície horizontal sem atrito. A amplitude do movimento é de 0,165 m. A velocidade máxima do bloco é 3,90 m/s. Qual é o módulo máximo da aceleração do bloco?

13.26 • Um pequeno bloco é preso a uma mola ideal e move-se em MHS sobre uma superfície horizontal sem atrito. A amplitude do movimento é de 0,250 m e o período é de 3,20 s. Quais são a velocidade e a aceleração do bloco quando $x = 0{,}160$ m?

13.27 • Um brinquedo de 0,150 kg executa um MHS na extremidade de uma mola horizontal com uma constante $k = 300$ N/m. Quando o objeto está a uma distância de 0,0120 m da posição de equilíbrio, verifica-se que ele possui uma velocidade igual a 0,400 m/s. Quais são (a) a energia mecânica total do brinquedo em qualquer ponto; (b) a amplitude do movimento; (c) a velocidade máxima atingida durante o movimento?

13.28 •• Um oscilador harmônico possui frequência ω e amplitude A. (a) Quais são os valores dos módulos da posição e da velocidade quando a energia potencial elástica é igual à energia cinética? (Suponha que $U = 0$ no equilíbrio.) (b) Quantas vezes isso ocorre em cada ciclo? Qual é o intervalo entre duas ocorrências consecutivas? (c) No momento em que o deslocamento é

igual a $A/2$, qual é a fração da energia total do sistema referente à energia cinética e a qual fração corresponde à energia potencial?

13.29 • Um corpo de 0,500 kg, ligado à extremidade de uma mola ideal de constante de força $k = 450$ N/m, executa um MHS com amplitude igual a 0,040 m. Calcule: (a) a velocidade máxima do corpo; (b) a velocidade do corpo quando ele está no ponto $x = -0{,}015$ m; (c) o módulo da aceleração máxima do corpo; (d) a aceleração do corpo quando ele está no ponto $x = -0{,}015$ m; (e) sua energia mecânica total quando ele está em qualquer ponto em seu movimento.

13.30 •• Uma animadora de torcida faz seu pompom oscilar em MHS com uma amplitude de 18,0 cm e frequência igual a 0,850 Hz. Ache: (a) o módulo da velocidade e da aceleração máxima; (b) o módulo da velocidade e da aceleração quando a coordenada do pompom é $x = +9{,}0$ cm; (c) o tempo necessário para ele se deslocar da posição de equilíbrio até o ponto $x = 12{,}0$ cm a partir do equilíbrio. (d) Quais das grandezas solicitadas nas partes (a), (b) e (c) podem ser obtidas usando-se o método da energia da Seção 13.3 e quais não podem? Explique.

13.31 • **PC** Para a situação descrita no item (a) do Exemplo 13.5, qual deveria ser o valor m da porção de massa de vidraceiro para que a amplitude depois da colisão fosse igual à metade da amplitude original? Para esse valor de m, qual é a fração da energia mecânica original convertida em calor?

13.32 •• Um bloco com massa $m = 0{,}300$ kg é preso a uma extremidade de uma mola ideal e move-se sobre uma superfície horizontal sem atrito. A outra extremidade da mola é presa a uma parede. Quando o bloco está em $x = +0{,}240$ m, sua aceleração é $a_x = -12{,}0$ m/s^2 e sua velocidade é $v_x = +4{,}00$ m/s. Quais são: (a) a constante de força da mola k; (b) a amplitude do movimento; (c) a velocidade máxima do bloco durante seu movimento; e (d) o módulo máximo da aceleração do bloco durante seu movimento?

13.33 •• Você observa um objeto movendo-se em MHS. Quando o objeto é deslocado até 0,600 m à direita de sua posição de equilíbrio, sua velocidade é igual a 2,20 m/s para a direita, e sua aceleração é igual a 8,40 m/s^2 para a esquerda. A que distância máxima desse ponto o objeto irá se mover antes de parar momentaneamente e depois começar a se mover de volta para a esquerda?

13.34 • Um bloco de 2,00 kg sem atrito é preso a uma mola ideal com constante de força de 315 N/m. Inicialmente, a mola não está esticada nem comprimida, mas o bloco move-se na direção negativa a 12,0 m/s. Ache (a) a amplitude do movimento, (b) a aceleração máxima do bloco e (c) a força máxima que a mola exerce sobre o bloco.

13.35 • Um bloco de 2,00 kg sem atrito preso a uma mola ideal com constante de força de 315 N/m passa por um MHS. Quando o bloco tem deslocamento +0,200 m, ele se move na direção x negativa com uma velocidade de 4,00 m/s. Ache: (a) a amplitude do movimento; (b) a aceleração máxima do bloco; e (c) a força máxima que a mola exerce sobre o bloco.

13.36 •• Uma massa está oscilando com amplitude A na extremidade de uma mola. A que distância (em termos de A) essa massa está da posição de equilíbrio da mola quando a energia potencial elástica é igual à energia cinética?

Seção 13.4 Aplicações do movimento harmônico simples

13.37 • Um corpo de 175 g sobre um trilho de ar horizontal, sem atrito, é preso a uma mola fixa ideal de constante 155 N/m. No instante em que você efetua medições sobre o corpo, ele está se movendo a 0,815 m/s e está a 3,0 cm de seu ponto de equilíbrio. Use a *conservação da energia* para achar (a) a amplitude do movimento e (b) a velocidade máxima do corpo. (c) Qual é a frequência angular das oscilações?

13.38 • Um orgulhoso pescador de águas marinhas profundas pendura um peixe de 65,0 kg na extremidade de uma certa mola ideal com massa desprezível. O peixe estica a mola em 0,180 m. (a) Qual é a constante de força da mola? Agora o peixe é puxado para baixo por 5,00 cm e liberado. (b) Qual é o período da oscilação do peixe? (c) Que velocidade máxima ele alcançará?

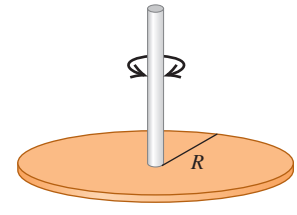
13.39 • Um gato com massa igual a 4,00 kg está preso por arreios a uma mola ideal de massa desprezível e oscila verticalmente em MHS. A amplitude do movimento é 0,050 m. No ponto mais alto do movimento, a mola está na posição natural, ou seja, não está esticada. Calcule a energia potencial elástica da mola (considerando-a igual a zero quando ela não está esticada), a energia cinética do gato, a energia potencial gravitacional do sistema em relação ao ponto mais baixo do movimento e a soma dessas três energias quando o gato está (a) no ponto mais alto do movimento; (b) no ponto mais baixo; (c) no ponto de equilíbrio.

13.40 •• Um disco de metal sólido, uniforme, de massa igual a 6,50 kg e diâmetro igual a 24,0 cm, está suspenso em um plano horizontal, sustentado em seu centro por um fio de metal na vertical. Você descobre que é preciso uma força horizontal de 4,23 N tangente à borda do disco para girá-lo em 3,34°, torcendo, assim, o fio de metal. A seguir, você remove essa força e libera o disco a partir do repouso. (a) Qual é a constante de torção do fio de metal? (b) Quais são a frequência e o período das oscilações de torção do disco? (c) Escreva a equação do movimento para $\theta(t)$ do disco.

13.41 •• Um relógio dá quatro tiques a cada segundo; cada tique corresponde à metade do período. A roda de balanço do relógio consiste em uma fina camada circular com raio de 0,55 cm, conectada ao conjunto da roda por meio de raios com massas desprezíveis. A massa total da roda é igual a 0,90 g. (a) Qual é o momento de inércia da roda em torno do eixo central? (b) Qual é a constante de torção da mola capilar (Figura 13.19)?

13.42 • Um disco metálico fino de massa igual a $2{,}00 \times 10^{-3}$ kg e raio igual a 2,20 cm está suspenso em seu centro por uma longa fibra (**Figura E13.42**). O disco, depois de torcido e liberado, oscila com um período igual a 1,00 s. Calcule a constante de torção da fibra.

Figura E13.42



13.43 •• Você deseja determinar o momento de inércia de certa parte complicada de uma máquina em relação a um eixo passando em seu centro de massa. Você suspende o objeto por um fio ao longo desse eixo. A constante de torção do fio é igual a 0,450 N · m/rad. Você torce ligeiramente o objeto ao redor desse eixo e o libera, cronometrando 165 oscilações em 265 s. Qual é o momento de inércia?

13.44 •• **CALC** A roda de balanço de um relógio vibra com amplitude angular Θ, frequência angular ω e ângulo de fase $\phi = 0$. (a) Determine uma expressão para a velocidade angular $d\theta/dt$ e para a aceleração angular $d^2\theta/dt^2$ em função do tempo. (b) Determine a velocidade angular e a aceleração angular da roda quando seu deslocamento angular for igual a Θ, e quando seu deslocamento angular for igual a $\Theta/2$ e θ estiver diminuindo. (*Dica:* faça um gráfico de θ em função de t.)

Seção 13.5 O pêndulo simples

13.45 •• Você puxa lateralmente um pêndulo simples de 0,240 m de comprimento até um ângulo de 3,50° e solta-o a seguir. (a) Quanto tempo leva para o peso do pêndulo atingir a velocidade mais elevada? (b) Quanto tempo levaria se o pêndulo simples fosse solto em um ângulo de 1,75° em vez de 3,50°?

13.46 • Um alpinista de 85,0 kg planeja saltar, a partir do repouso, de uma saliência de um rochedo usando uma corda leve de 6,50 m de comprimento. Ele segura uma das extremidades da corda, e a outra extremidade é amarrada em uma parede de rocha mais acima. Como a saliência onde ele está não fica muito distante da parede de rocha, a corda forma um ângulo pequeno com a vertical. No ponto mais baixo de seu oscilar, o alpinista planeja largar a corda e cair de uma altura não muito elevada até o chão. (a) Quanto tempo depois de saltar segurando a corda o alpinista chegará pela primeira vez ao seu ponto mais baixo? (b) Se ele perder a primeira oportunidade de soltar a corda, quanto tempo após o início de sua oscilação o alpinista chegará ao seu ponto mais baixo pela segunda vez?

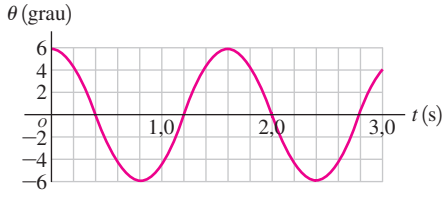
13.47 • Um prédio em São Francisco (Estados Unidos) tem enfeites luminosos que consistem em pequenos bulbos de 2,35 kg com quebra-luzes pendendo do teto na extremidade de cordas leves e finas de 1,50 m de comprimento. Se houver um terremoto de intensidade fraca, quantas oscilações por segundo esses enfeites farão?

13.48 • **Um pêndulo em Marte.** Um pêndulo simples possui um período igual a 1,60 s na Terra. Qual é o período na superfície de Marte, onde $g = 3{,}71\ \text{m/s}^2$?

13.49 • Depois de pousar em um planeta desconhecido, uma exploradora do espaço constrói um pêndulo simples de 50,0 cm de comprimento. Ela verifica que o pêndulo simples executa 100 oscilações completas em 136 s. Qual é o valor de g nesse planeta?

13.50 •• No laboratório, um aluno de física estuda um pêndulo representando o ângulo θ que o fio faz com a vertical em função do tempo t, obtendo o gráfico mostrado na **Figura E13.50**. (a) Quais são o período, a frequência, a frequência angular e a amplitude do movimento do pêndulo? (b) Qual é a duração do pêndulo? (c) É possível determinar a massa do peso do pêndulo?

Figura E13.50



13.51 • Um pêndulo simples, de 2,0 m de comprimento, oscila em um ângulo máximo de 30,0° com a vertical. Calcule seu período (a) supondo uma amplitude pequena e (b) usando os três primeiros termos da Equação 13.35. (c) Qual das respostas aos itens (a) e (b) é mais precisa? A resposta menos precisa está errada em que porcentagem em relação à mais precisa?

13.52 •• Uma pequena esfera de massa m está presa a uma barra sem massa, de comprimento L, por meio de um pivô em sua extremidade superior, formando um pêndulo simples. O pêndulo é puxado lateralmente até um ângulo θ com a vertical e a seguir é liberado a partir do repouso. (a) Desenhe um diagrama mostrando o pêndulo logo após o instante em que ele é liberado. Desenhe vetores representando as *forças* que atuam sobre a esfera e a *aceleração* da esfera. A precisão é importante! Nesse ponto, qual é a aceleração linear da esfera? (b) Repita o item (a) para o instante em que o pêndulo forma um ângulo $\theta/2$ com a vertical. (c) Repita o item (a) para o instante em que o pêndulo está na direção vertical. Nesse ponto, qual é a velocidade linear da esfera?

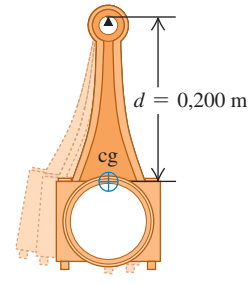
Seção 13.6 O pêndulo físico

13.53 • Dois pêndulos possuem as mesmas dimensões (comprimento L) e massa total (m). O pêndulo A é uma esfera bem pequena oscilando na extremidade de uma barra uniforme de massa desprezível. No pêndulo B, metade da massa pertence à bola e a outra metade, à barra uniforme. Encontre o período de cada pêndulo para oscilações pequenas. Qual dos dois pêndulos leva mais tempo para completar uma oscilação?

13.54 •• Desejamos suspender um aro fino usando um prego e fazer o aro executar uma oscilação completa com ângulo pequeno a cada 2,0 s. Qual deve ser o valor do raio do aro?

13.55 • Uma barra de conexão de um motor de automóvel, de 1,80 kg, é suspensa por um eixo horizontal mediante um pivô em forma de cunha, como indicado na **Figura E13.55**. O centro de gravidade da barra determinado por equilíbrio está a uma distância de 0,200 m do pivô. Quando ela executa oscilações com amplitudes pequenas, a barra faz 100 oscilações completas em 120 s. Calcule o momento de inércia da barra em relação a um eixo passando pelo pivô.

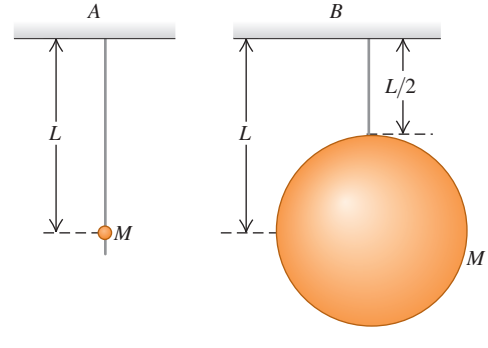
Figura E13.55



13.56 • Um macaco mecânico de 1,80 kg é suspenso por um pivô localizado a uma distância de 0,250 m de seu centro de massa e começa a oscilar como um pêndulo físico. O período da oscilação com ângulo pequeno é igual a 0,940 s. (a) Qual é o momento de inércia do macaco em relação a um eixo passando pelo pivô? (b) Quando ele é deslocado 0,400 rad de sua posição de equilíbrio, qual é sua velocidade angular quando ele passa pela posição de equilíbrio?

13.57 •• Cada um dos dois pêndulos mostrados na **Figura E13.57** consiste em uma esfera sólida uniforme de massa M, sustentada por uma corda de massa desprezível; porém, a esfera do pêndulo A é muito pequena, enquanto a esfera do pêndulo B é bem maior. Calcule o período de cada pêndulo para deslocamentos pequenos. Qual das esferas leva mais tempo para completar uma oscilação?

Figura E13.57



13.58 •• **PC** Um enfeite com forma de esfera oca, de massa $M = 0{,}015$ kg e raio $R = 0{,}050$ m, é pendurado em um galho da árvore de Natal por um pequeno fio preso à superfície da esfera. Se o ornamento é deslocado a uma pequena distância e solto a seguir, ele oscila como um pêndulo físico com atrito desprezível. Calcule seu período. (*Dica:* use o teorema dos eixos paralelos para encontrar o momento de inércia da esfera ao redor do pivô situado no galho da árvore.)

Seção 13.7 Oscilações amortecidas

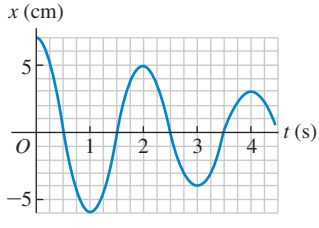
13.59 • Um objeto de 1,35 kg é preso a uma mola horizontal com constante de força de 2,5 N/cm. O objeto começa a oscilar puxando-a por 6,0 cm a partir de sua posição de equilíbrio e soltando-a de modo que fique livre para oscilar em uma trilha de ar horizontal sem atrito. Você observa que, depois de oito ciclos, seu deslocamento máximo a partir do equilíbrio é de apenas 3,5 cm. (a) Quanta energia esse sistema perdeu para o amortecimento durante esses oito ciclos? (b) Para onde foi a energia "perdida"? Explique fisicamente como o sistema poderia ter perdido energia.

13.60 •• Um ovo de 50,0 g, fervido durante muito tempo, está preso na extremidade de uma mola cuja constante é $k = 25{,}0$ N/m. Seu deslocamento inicial é igual a 0,300 m. Uma força de amortecimento $F_x = -bv_x$ atua sobre o ovo e a amplitude do movimento diminui para 0,100 m em 5,00 s. Calcule o módulo da constante de amortecimento b.

13.61 • Uma força de amortecimento $F_x = -bv_x$ atua sobre um rato infeliz de 0,300 kg que se move preso na extremidade de uma mola cuja constante é $k = 2{,}50$ N/m. (a) Se a constante b tem um valor igual a 0,900 kg/s, qual é a frequência de oscilação do rato? (b) Para qual valor da constante b o movimento é criticamente amortecido?

13.62 •• Uma massa está vibrando na extremidade de uma mola com constante de força igual a 225 N/m. A **Figura E13.62** mostra um gráfico de sua posição x em função do tempo t. (a) Em que momentos a massa não está se movendo? (b) Quanta energia esse sistema continha originalmente? (c) Quanta energia o sistema perdeu entre $t = 1{,}0$ s e $t = 4{,}0$ s? Para onde foi essa energia?

Figura E13.62



Seção 13.8 Oscilações forçadas e ressonância

13.63 • Uma força propulsora variando senoidalmente é aplicada a um oscilador harmônico amortecido de constante de força k e massa m. Se a constante de amortecimento possui valor b_1, a amplitude é A_1 quando a frequência angular da força propulsora é igual a $\sqrt{k/m}$. Em termos de A_1, qual é a amplitude para a mesma frequência angular da força propulsora e a mesma amplitude da força propulsora $F_{máx}$ quando a constante de amortecimento for: (a) $3b_1$ e (b) $b_1/2$?

PROBLEMAS

13.64 •• Um objeto executa um movimento harmônico simples com período de 0,300 s e amplitude igual a 6,00 cm. Em $t = 0$, o objeto está instantaneamente em repouso em $x = 6{,}00$ cm. Calcule o tempo que o objeto leva para ir de $x = 6{,}00$ cm até $x = -1{,}50$ cm.

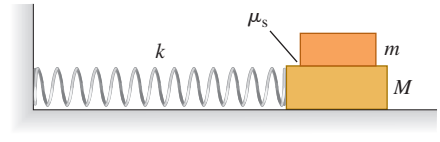
13.65 •• Um objeto executa um MHS com período de 1.200 s e amplitude igual a 0,600 m. Em $t = 0$, o objeto está em $x = 0$ e move-se na direção negativa de x. Qual é a distância entre o objeto e a posição de equilíbrio quando $t = 0{,}480$ s?

13.66 • Ao entrarem em um carro, quatro passageiros com massa total igual a 250 kg comprimem em 4,0 cm as molas de um carro com amortecedores gastos. Considere o carro e os passageiros como um único corpo sobre uma única mola ideal. Sabendo que o período da oscilação do carro com os passageiros é igual a 1,92 s, qual é o período da oscilação do carro vazio?

13.67 •• Ao final de uma corrida em um parque de diversões com temas de inverno, um trenó com massa de 250 kg (incluindo dois passageiros) desliza sem atrito ao longo de uma superfície horizontal coberta de neve. O trenó atinge a extremidade de uma mola horizontal que obedece à lei de Hooke e tem sua outra extremidade presa a uma parede. O trenó agarra-se a uma extremidade da mola e depois oscila em MHS no final da mola até que um mecanismo de freio é acionado, levando o trenó ao repouso. A frequência do MHS é 0,225 Hz, e a amplitude é 0,950 m. (a) Qual foi a velocidade do trenó imediatamente antes de atingir o final da mola? (b) Qual é o módulo máximo da aceleração do trenó durante seu MHS?

13.68 •• **PC** Um bloco de massa M repousa sobre uma superfície sem atrito e está preso a uma mola horizontal cuja constante de força é k. A outra extremidade da mola está presa a uma parede (**Figura P13.68**). Um segundo bloco de massa m repousa sobre o primeiro. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é μ_s. Ache a amplitude *máxima* da oscilação para que o bloco superior não deslize sobre o inferior.

Figura P13.68



13.69 ••• Um prato uniforme, horizontal, de 1,50 kg, é preso a uma mola vertical ideal de constante igual a 185 N/m, e uma esfera de metal de 275 g está sobre o prato. A mola está sob o prato, podendo oscilar para cima e para baixo. O prato é, então, empurrado para baixo até o ponto A, que está 15,0 cm abaixo de seu ponto de equilíbrio, e liberado a partir do repouso. (a) A que altura acima do ponto A o prato estará quando a esfera de metal deixar o prato? (*Dica:* isso *não* ocorre quando a esfera e o prato atingem suas velocidades máximas.) (b) Quanto tempo passa entre o momento em que o sistema é liberado no ponto A e o momento em que a esfera sai do prato? (c) Com que velocidade a esfera está se movendo ao sair do prato?

13.70 • **PC** Um corpo com massa de 10,0 kg está se deslocando para a direita com uma velocidade igual a 2,00 m/s sobre uma superfície horizontal quando colide com outro corpo que possui massa de 10,0 kg, inicialmente em repouso, mas preso

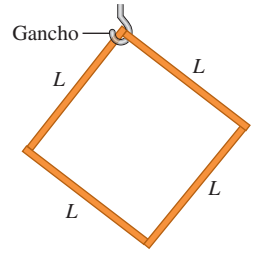
a uma mola leve com constante de força igual a 170,0 N/m. (a) Calcule a frequência, a amplitude e o período das oscilações subsequentes. (b) Quanto tempo leva para o sistema retornar pela primeira vez à posição em que estava imediatamente depois da colisão?

13.71 ••• Uma maçã pesa 1,00 N. Quando você a suspende na extremidade de uma mola longa de massa desprezível e constante de força igual a 1,50 N/m, ela oscila para cima e para baixo com um MHS. Quando você interrompe a oscilação e deixa a maçã oscilar lateralmente em um ângulo pequeno, a frequência do pêndulo simples é igual à metade da frequência da oscilação vertical. (Como o ângulo é pequeno, a oscilação lateral não produz variação no comprimento da mola.) Determine o comprimento da mola quando ela não está esticada (sem a maçã).

13.72 ••• PC **MHS de um objeto flutuando.** Um objeto com altura h, massa M e seção reta uniforme A flutua diretamente para cima em um líquido com densidade ρ. (a) Calcule a distância vertical a partir da superfície do líquido até o fundo do objeto flutuante em equilíbrio. (b) Uma força para baixo, com módulo F, é aplicada ao topo do objeto. Na nova posição de equilíbrio, que distância abaixo da superfície do líquido o fundo do objeto se afasta em relação à posição no item (a)? (Suponha que parte do objeto permaneça acima da superfície do líquido.) (c) Seu resultado no item (b) mostra que, se a força for repentinamente removida, o objeto oscilará para cima e para baixo no MHS. Calcule o período desse movimento em termos da densidade ρ do líquido, da massa M e da seção reta A do objeto. Você pode ignorar o amortecimento pelo atrito com o fluido (ver Seção 13.7).

13.73 •• PC Um objeto quadrado de massa m é formado por quatro varetas finas idênticas, todas de comprimento L, amarradas juntas. Esse objeto é pendurado em um gancho pelo seu canto superior (**Figura P13.73**). Se ele for girado levemente para a esquerda e solto em seguida, em que frequência ele irá oscilar para a frente e para trás?

Figura P13.73



13.74 ••• Um bloco de massa igual a 0,200 kg está submetido a uma força restauradora elástica e a constante da força é igual a 10,0 N/m. (a) Faça um gráfico da energia potencial elástica U em função do deslocamento x no intervalo de $x = -0{,}300$ m até $x = +0{,}300$ m. Em seu gráfico, adote a escala 1 cm = 0,05 J no eixo vertical e 1 cm = 0,05 m no eixo horizontal. O bloco inicia o movimento oscilatório com uma energia potencial igual a 0,140 J e uma energia cinética igual a 0,060 J. Examinando o gráfico, responda às perguntas a seguir. (b) Qual é a amplitude da oscilação? (c) Qual é a energia potencial quando o deslocamento é igual à metade da amplitude? (d) Para qual deslocamento a energia cinética é igual à energia potencial? (e) Qual é o valor do ângulo de fase ϕ, sabendo que a velocidade inicial é positiva e o deslocamento inicial é negativo?

13.75 • CALC Um balde de massa igual a 2,00 kg, contendo 10,0 kg de água, está pendurado em uma mola vertical ideal de constante de força igual a 450 N/m e oscilando para cima e para baixo com uma amplitude igual a 3,00 cm. De repente, surge um vazamento no fundo do balde, de tal modo que a água escoa à taxa constante de 2,00 g/s. Quando o balde estiver cheio até a metade, ache (a) o período de oscilação e (b) a taxa em que o período está variando em relação ao tempo. O período está aumentando ou diminuindo? (c) Qual é o período mais curto que esse sistema pode ter?

13.76 •• Uma viga uniforme é suspensa horizontalmente por duas molas verticais idênticas presas entre o teto e ambas as extremidades da viga. Esta possui massa igual a 225 kg, e um saco de cascalho de 175 kg descansa sobre seu centro. A viga está oscilando em MHS, com amplitude de 40,0 cm e frequência de 0,600 ciclo/s. (a) O saco de cascalho cai da viga quando esta atinge seu máximo deslocamento para cima. Quais são a frequência e a amplitude do MHS subsequente da viga? (b) Se, em vez disso, o cascalho cair quando a viga atingir sua velocidade máxima, quais serão a frequência e a amplitude do MHS subsequente da viga?

13.77 •• Uma perdiz de 5,00 kg está pendurada em uma pereira por uma mola ideal de massa desprezível. Quando a perdiz é puxada para baixo a uma distância de 0,100 m abaixo de sua posição de equilíbrio e liberada, ela oscila com um período igual a 4,20 s. (a) Qual é sua velocidade quando ela passa pela posição de equilíbrio? (b) Qual é sua aceleração quando ela está a 0,050 m acima da posição de equilíbrio? (c) Quando ela está se movendo para cima, quanto tempo é necessário para que ela se mova de um ponto 0,050 m abaixo da posição de equilíbrio até um ponto 0,050 m acima dessa posição? (d) O movimento da perdiz é interrompido e ela é removida da mola. O quanto a mola se encurta?

13.78 •• Um parafuso de 0,0200 kg executa um MHS com amplitude igual a 0,240 m e período igual a 1,500 s. O deslocamento do parafuso é igual a +0,240 m quando $t = 0$. Calcule: (a) o deslocamento do parafuso quando $t = 0{,}500$ s; (b) o módulo, a direção e o sentido da força que atua sobre o parafuso quando $t = 0{,}500$ s; (c) o tempo mínimo necessário para que o parafuso se desloque da posição inicial até um ponto $x = -0{,}180$ m; (d) a velocidade do parafuso quando $x = -0{,}180$ m.

13.79 •• PC **MHS da balança de um açougue.** Uma mola de massa desprezível e constante $k = 400$ N/m está suspensa verticalmente, e um prato de 0,200 kg está suspenso em sua extremidade inferior. Um açougueiro deixa cair sobre o prato, de uma altura de 0,40 m, uma peça de carne de 2,2 kg. A peça produz uma colisão totalmente inelástica com o prato e faz o sistema executar um MHS. Calcule: (a) a velocidade do prato e da carne logo após a colisão; (b) a amplitude da oscilação subsequente; (c) o período desse movimento.

13.80 •• Uma força de 40,0 N estica uma mola vertical de 0,250 m. (a) Qual é o valor da massa que deve ser suspensa da mola para que o sistema oscile com um período igual a 1,0 s? (b) Se a amplitude do movimento for igual a 0,050 m e o período for o especificado no item (a), onde estará o objeto e em qual sentido ele estará se movendo 0,35 s depois de atravessar a posição de equilíbrio de cima para baixo? (c) Quais são o módulo, a direção e o sentido da força que a mola exerce sobre o objeto quando ele está 0,030 m abaixo da posição de equilíbrio, movendo-se para cima?

13.81 •• **Não perca o barco.** Em visita a Minnesota (a "terra dos dez mil lagos"), você se inscreve em uma excursão ao redor de um dos maiores lagos. Ao chegar ao cais onde o barco de 1.500 kg está ancorado, você descobre que ele está oscilando com as ondas, para cima e para baixo, executando um movimento harmônico simples

com amplitude igual a 20 cm. O barco leva 3,5 s para completar um ciclo de oscilação. Quando o barco está em seu ponto mais alto, o convés está na mesma altura que o cais. Enquanto observa o barco oscilando, você, que possui massa de 60 kg, começa a se sentir um pouco tonto, em parte por ter comido peixe demais no jantar. Em consequência, você se recusa a embarcar a não ser que o nível do convés esteja a 10 cm ou menos do nível do cais. Quanto tempo você tem para embarcar confortavelmente a cada ciclo do movimento de subida e descida?

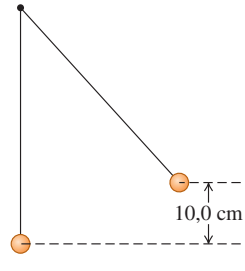
13.82 • **PC** Um exemplo interessante de oscilação, embora impraticável, é o movimento de um objeto que é deixado cair em um buraco que atravessa a Terra de um extremo ao outro, passando pelo centro. Usando a hipótese (não realista) de que a Terra seja uma esfera com densidade uniforme, prove que o movimento é harmônico simples (MHS) e determine seu período. [*Observação:* a força gravitacional que atua sobre o objeto em função da distância r ao centro da Terra foi calculada no Exemplo 12.10 (Seção 12.6). O movimento é harmônico simples quando a aceleração a_x e o deslocamento do equilíbrio x são relacionados pela Equação 13.8, e o período é, então, dado por $T = 2\pi/\omega$.]

13.83 ••• **PC** A bala de um rifle, com massa de 8,00 g e velocidade horizontal inicial de 280 m/s, atinge e gruda em um bloco com massa de 0,992 kg, apoiado sobre uma superfície sem atrito e preso à extremidade de uma mola ideal. A outra extremidade da mola está presa à parede. O impacto comprime a mola a uma distância máxima de 15,0 cm. Após o impacto, o bloco se move em MHS. Calcule o período desse movimento.

13.84 ••• **PC** Duas esferas sólidas uniformes, cada uma com massa $M = 0{,}800$ kg e raio $R = 0{,}0800$ m, são conectadas por uma barra leve e curta ao longo de um diâmetro de cada esfera e estão em repouso sobre uma mesa horizontal. Uma mola com constante de força $k = 160$ N/m tem uma ponta presa à parede e a outra, presa a um anel sem atrito que passa pela barra no centro de massa das esferas, na metade do percurso entre os centros das duas esferas. Cada uma delas é puxada à mesma distância da parede, esticando a mola, e depois são liberadas. Existe atrito suficiente entre a mesa e as esferas para que elas rolem sem deslizar enquanto oscilam na ponta da mola. Mostre que o movimento do centro de massa das esferas é harmônico simples e calcule o período do movimento.

13.85 • **PC** Na **Figura P13.85**, a esfera de cima é liberada a partir do repouso, colide com a esfera de baixo, que está em repouso, e gruda nela. Ambos os fios têm 50,0 cm de comprimento. A esfera de cima possui massa de 2,00 kg e está inicialmente a uma altura 10,0 cm acima da esfera de baixo, cuja massa é igual a 3,0 kg. Ache a frequência e o deslocamento angular máximo do movimento após a colisão.

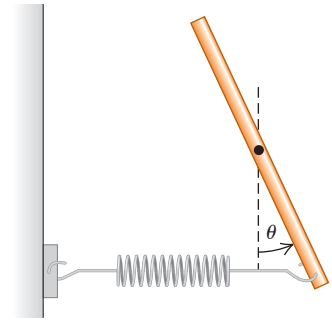
Figura P13.85



13.86 •• **Problema do sino silencioso.** Um sino grande, de 34,0 kg, está suspenso em uma viga de madeira, de forma que possa oscilar com atrito desprezível. O centro de massa do sino está situado 0,60 m abaixo do eixo de suspensão. O momento de inércia do sino em relação ao eixo de suspensão é igual a 18,0 kg · m^2. O badalo do sino é uma pequena massa de 1,8 kg, ligada à extremidade de uma barra delgada de comprimento L e massa desprezível. A outra extremidade da barra está presa à parte interna do sino, de modo a poder oscilar livremente em torno do mesmo eixo do sino. Qual deve ser o comprimento L da barra delgada do badalo do sino para que ele toque silenciosamente, ou seja, para que o período de oscilação do sino seja igual ao período de oscilação do badalo?

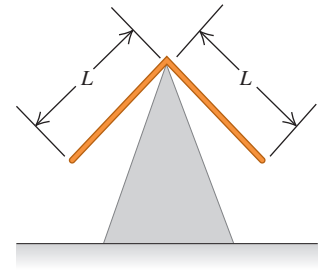
13.87 •• **CALC** Uma barra metálica delgada e homogênea de massa M possui um pivô em seu centro por onde passa um eixo perpendicular à barra. Uma mola horizontal cuja constante é k possui uma extremidade presa na parte inferior da barra e sua outra extremidade está rigidamente presa a um suporte. Quando a barra é deslocada, formando um pequeno ângulo Θ com a vertical (**Figura P13.87**), e liberada, mostre que a oscilação é um MHS angular e calcule seu período. (*Dica*: suponha que o ângulo Θ seja suficientemente pequeno para que as relações sen $\Theta \approx \Theta$ e cos $\Theta \approx 1$ sejam válidas. O movimento é harmônico simples quando $d^2\theta/dt^2 = -\omega^2\theta$ e o período é, então, dado por $T = 2\pi/\omega$.)

Figura P13.87



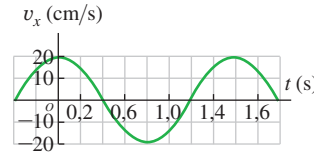
13.88 ••• Duas hastes delgadas, cada uma delas com massa m e comprimento L, são conectadas perpendicularmente de modo a formarem um objeto em forma de L. Esse objeto é equilibrado no topo de uma aresta aguda (**Figura P13.88**). Quando o objeto em forma de L é deslocado ligeiramente, ele oscila. Ache a frequência de oscilação.

Figura P13.88



13.89 •• **DADOS** Uma massa m é presa a uma mola com constante de força igual a 75 N/m e oscila. A **Figura P13.89** mostra um gráfico de seu componente de velocidade v_x em função do tempo t. Ache (a) o período, (b) a frequência e (c) a frequência angular desse movimento. (d) Qual é a amplitude (em cm) e em que momentos a massa alcança essa posição? (e) Ache o módulo da aceleração máxima da massa e os tempos em que ela ocorre. (f) Qual é o valor de m?

Figura P13.89



13.90 •• **DADOS** Você pendura diversas massas m na ponta de uma mola vertical de 0,250 kg que obedece à lei de Hooke

e é afunilada, o que significa que o diâmetro muda ao longo do comprimento da mola. Como a massa da mola não é desprezível, você precisa substituir m na equação $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ por $m + m_{ef}$, onde m_{ef} é a massa efetiva da mola oscilando. (Veja o Problema desafiador 13.93.) Você varia a massa m e mede o tempo para 10 oscilações completas, obtendo estes dados:

m (kg)	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500
Tempo (s)	8,7	10,5	12,2	13,9	15,1

(a) Represente graficamente o quadrado do período T *versus* a massa suspensa a partir da mola e ache a linha reta do melhor ajuste. (b) Pela inclinação dessa linha, determine a constante de força da mola. (c) Pela interceptação vertical da linha, determine a massa efetiva da mola. (d) m_{ef} corresponde a qual fração de massa da mola? (e) Se uma massa de 0,450 kg oscila na ponta da mola, determine seu período, frequência e frequência angular.

13.91 ••• DADOS Experimentando com pêndulos, você prende um fio leve ao teto e uma pequena esfera de metal à ponta inferior do fio. Quando você desloca a esfera por 2,00 m à esquerda, ela quase toca na parede vertical; com o fio esticado, você solta a esfera do repouso. A esfera oscila como um pêndulo simples, e você mede seu período T. Esse ato é repetido para fios de vários tamanhos L, cada vez começando o movimento com a esfera deslocada 2,00 m à esquerda da posição vertical do fio. Em cada caso, o raio da esfera é muito pequeno em comparação com L. Seus resultados são dados na tabela a seguir:

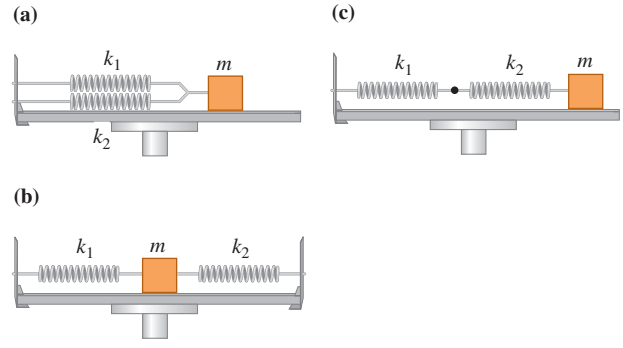
L(m)	12,00	10,00	8,00	6,00	5,00	4,00	3,00	2,50	2,30
T(s)	6,96	6,36	5,70	4,95	4,54	4,08	3,60	3,35	3,27

(a) Para os cinco maiores valores de L, represente graficamente T^2 *versus* L. Explique por que os pontos de dados ficam próximos de uma linha reta. A inclinação dessa linha tem o valor que você esperava? (b) Acrescente os dados restantes ao seu gráfico. Explique por que os dados começam a se desviar da linha reta à medida que L diminui. Para ver esse efeito mais claramente, desenhe o gráfico de T/T_0 *versus* L, onde $T_0 = 2\pi\sqrt{L/g}$ e $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$. (c) Use seu gráfico de T/T_0 *versus* L para estimar a amplitude angular do pêndulo (em graus) para a qual a equação $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ tem um erro de 5%.

Problemas desafiadores

13.92 ••• A constante elástica efetiva de duas molas. Duas molas, ambas com o mesmo comprimento sem deformação, porém com constantes diferentes k_1 e k_2, são ligadas a um bloco de massa m apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito. Determine a constante efetiva da força k_{ef} para cada um dos três casos (a), (b) e (c), indicados na **Figura P13.92**. (A constante efetiva da força é obtida pela definição $\sum F_x = -k_{ef}x$.) (d) Um objeto de massa m, suspenso da extremidade de uma mola cuja constante é k, oscila com uma frequência f_1. Se a mola for cortada em duas metades e o mesmo objeto for suspenso em uma delas, a frequência da oscilação será f_2. Qual é a razão f_1/f_2?

Figura P13.92

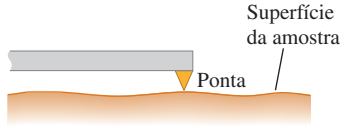


13.93 ••• CALC Mola com massa. Em todos os problemas anteriores deste capítulo consideramos molas com massas desprezíveis. Porém, é claro que toda mola possui alguma massa. Para estudar o efeito da massa da mola, considere uma mola de massa M, comprimento de equilíbrio L_0 e constante k. Quando ela é comprimida ou esticada até atingir um comprimento L, a energia potencial é $\frac{1}{2}kx^2$, onde $x = L - L_0$. (a) Considere uma mola como descrito anteriormente, porém com uma extremidade fixa e a outra se deslocando com velocidade v. Suponha que a velocidade ao longo dos pontos do comprimento da mola varie linearmente com a distância l a partir da extremidade fixa. Suponha também que a massa M da mola seja distribuída uniformemente ao longo do comprimento da mola. Calcule a energia cinética da mola em termos de M e de v. (*Dica:* divida a mola em pedaços de comprimento dl; ache a velocidade de cada pedaço em termos de l, v e L; calcule a massa de cada pedaço em termos de dl, M e L e integre de 0 até L. O resultado *não* é $\frac{1}{2}Mv^2$, visto que a mola não se move com a mesma velocidade em todas as partes.) (b) Tome a derivada em relação ao tempo da lei da conservação da energia, Equação 13.21, para um corpo de massa m preso a uma mola *sem massa*. Comparando os resultados que você obteve com a Equação 13.8, que definiu ω, mostre que a frequência angular da oscilação é $\omega = \sqrt{k/m}$. (c) Aplique o procedimento indicado na parte (b) para obter a frequência angular ω da oscilação da mola considerada na parte (a). Se a *massa efetiva* da mola M' for definida por $\omega = \sqrt{k/M'}$, como se escreve M' em termos de M?

Problemas com contexto

BIO "Vendo" superfícies na nanoescala. Uma técnica para fazer imagens de superfícies em escala nanométrica, incluindo membranas e biomoléculas, é o microscópio dinâmico de força atômica. Neste exemplo, uma pequena ponta é presa a uma peça em balanço, que é uma barra flexível, retangular e apoiada em uma ponta, como um trampolim de mergulho. A peça vibra, de modo que a ponta sobe e desce em um movimento harmônico simples. Em um modo de operação, a frequência ressonante para

uma peça com constante de força $k = 1.000$ N/m é de 100 kHz. À medida que a ponta oscilante é trazida para alguns nanômetros da superfície da amostra (como mostra a figura), ela experimenta uma força atrativa da superfície. Para uma oscilação com uma pequena amplitude (normalmente, 0,050 nm), a força F que a superfície da amostra exerce sobre a ponta varia linearmente com o deslocamento x da ponta, $|F| = k_{sup}x$, onde k_{sup} é a constante de força efetiva para essa força. A força resultante sobre a ponta é, portanto, $(k + k_{sup})x$, e a frequência da oscilação muda ligeiramente em razão da interação com a superfície. As medições da frequência enquanto a ponta se move por diferentes partes da superfície da amostra podem dar informações sobre a amostra.



13.94 Se modelarmos o sistema vibratório como uma massa sobre uma mola, qual é a massa necessária para conseguir a frequência ressonante desejada quando a ponta não estiver interagindo com a superfície? (a) 25 ng; (b) 100 ng; (c) 2,5 μg; (d) 100 μg.

13.95 No modelo do Problema 13.94, qual é a energia mecânica da vibração quando a ponta não está interagindo com a superfície? (a) $1{,}2 \times 10^{-18}$ J; (b) $1{,}2 \times 10^{-16}$ J; (c) $1{,}2 \times 10^{-9}$ J; (d) $5{,}0 \times 10^{-8}$J.

13.96 Por qual porcentagem a frequência de oscilação varia se $k_{sup} = 5$ N/m? (a) 0,1%; (b) 0,2%; (c) 0,5%; (d) 1,0%.

RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

(i) O movimento de vai e vem de uma perna durante a caminhada é como um pêndulo físico, para o qual o período de oscilação é $T = 2\pi\sqrt{I/mgd}$ (veja a Equação 13.39). Nessa expressão, I é o momento de inércia do pêndulo, m é sua massa e d é a distância a partir do eixo de rotação até o centro de massa do pêndulo. I é proporcional a m, de modo que a massa se cancela nessa expressão para T. Logo, apenas as dimensões da perna importam. (Veja os exemplos 13.9 e 13.10.)

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

13.1 Respostas: **(a)** $x < 0$, **(b)** $x > 0$, **(c)** $x < 0$, **(d)** $x > 0$, **(e)** $x > 0$, **(f)** $x = 0$. A Figura 13.2 mostra que o componente resultante no eixo Ox da força F_x e da aceleração a_x são ambos positivos quando $x < 0$ (logo, o corpo é deslocado para a esquerda e a mola é comprimida), quando $x > 0$, F_x e a_x são ambas negativas (assim o corpo é deslocado para a direita, e a mola é esticada). Portanto, x e a_x sempre apresentam sinais *opostos*. Isso é verdade quer o objeto esteja se movendo para a direita ($v_x > 0$), quer para a esquerda ($v_x < 0$), ou mesmo se não estiver se movendo ($v_x = 0$), já que a força exercida pela mola depende apenas do fato de ela estar comprimida ou esticada, e de que comprimento. Isso explica as respostas de (a) até (e). Se a aceleração for nula como em (f), a força resultante também deve ser nula e, assim, a mola não deve estar comprimida nem esticada; logo, $x = 0$.

13.2 Respostas: **(a)** $A > 0{,}10$ **m**, $\phi < 0$; **(b)** $A > 0{,}10$ **m**, $\phi > 0$. Em ambas as situações, a velocidade inicial v_{0x} no eixo Ox em $t = 0$ não é nula. Portanto, pela Equação 13.19, a amplitude $A = \sqrt{x_0^2 + (v_{0x}^2/\omega^2)}$ é maior que a coordenada inicial no eixo Ox, $x_0 = 0{,}10$ m. Pela Equação 13.18, o ângulo de fase é dado por $\phi = \arctan(-v_{0x}/\omega x_0)$, sendo positivo se a grandeza $-v_{0x}/\omega x_0$ (o argumento da função arco-tangente) for positivo, e negativo se $-v_{0x}/\omega x_0$ for negativo. Na parte (a), x_0 e v_{0x} são positivos, portanto, $-v_{0x}/\omega x_0 < 0$ e $\phi < 0$. Na parte (b), x_0 é positivo e v_{0x} é negativo, portanto, $-v_{0x}/\omega x_0 > 0$ e $\phi > 0$.

13.3 Respostas: **(a)** **(iii)**, **(b)** **(v)**. Para aumentar a energia total $E = \frac{1}{2}kA^2$ de um fator 2, a amplitude A deve ser aumentada por um fator $\sqrt{2}$. Como se trata de um MHS, a variação da amplitude não exerce nenhum efeito sobre a frequência.

13.4 Resposta: **(i)**. O período de oscilação de um corpo de massa m suspenso em uma mola de força constante k é dado por $T = 2\pi\sqrt{m/k}$, a mesma expressão que usamos para um corpo preso a uma mola horizontal. Nem m nem k variam quando o aparelho é levado a Marte, portanto, o período não se altera. A única diferença é que, na posição de equilíbrio, a mola se esticará de um comprimento menor em Marte do que na Terra, em razão da gravidade mais fraca.

13.5 Resposta: **(iv)**. Assim como ocorre com um objeto oscilando em uma mola, na posição de equilíbrio a *velocidade* do peso do pêndulo não varia momentaneamente (isso ocorre quando a velocidade é máxima, portanto, sua derivada é zero nesse momento). Entretanto, a *direção* do movimento varia, porque o peso do pêndulo executa uma trajetória circular. Assim, o peso deve ter um componente da aceleração perpendicular ao deslocamento e orientado para o centro do círculo (ver Seção 3.4). Para produzir essa aceleração na posição de equilíbrio quando a mola está na vertical, a força de tensão para cima nessa posição deve ser maior que o peso do pêndulo. Isso produz uma força resultante para cima sobre o peso do pêndulo e uma aceleração para cima na direção do centro da trajetória circular.

13.6 Resposta: **(i)**. O período de um pêndulo físico é dado pela Equação 13.39, $T = 2\pi\sqrt{I/mgd}$. A distância $d = L$ do pivô ao centro de gravidade é a mesma para a barra e para o pêndulo simples, assim como a massa m. Isso significa que, para qualquer ângulo de deslocamento θ, o mesmo torque restaurador age tanto sobre a barra quanto sobre o pêndulo simples. Entretanto, a barra possui um momento de inércia maior: $I_{barra} = \frac{1}{3}m(2L)^2 = \frac{4}{3}mL^2$ e $I_{pêndulo} = mL^2$ (toda a massa do pêndulo está a uma distância L do pivô). Logo, a barra possui um período maior.

13.7 Resposta: **(ii)**. As oscilações são subamortecidas com uma amplitude decrescente em cada ciclo de oscilação, como

representado graficamente na Figura 13.26. Se as oscilações não fossem amortecidas, elas continuariam indefinidamente com a mesma amplitude. Se elas fossem amortecidas criticamente ou superamortecidas, o nariz não oscilaria para cima e para baixo, e sim retornaria suavemente à posição de equilíbrio original, sem ultrapassá-la.

13.8 Resposta: (**i**). A Figura 13.28 mostra que a curva da amplitude em função da frequência angular da força propulsora é ascendente em *todas* as frequências à medida que a constante de amortecimento b diminui. Logo, para valores fixos de k e m, o oscilador com o menor amortecimento (menor valor de b) apresentará a maior resposta diante de qualquer frequência da força propulsora.

Problema em destaque

$T = 2\pi\sqrt{3M/2k}$

? Um pequeno peixe colorido chamado *wrasse* (*Halichoeres melanurus*) tem cerca de 10 cm de comprimento e pode flutuar no oceano com pouco esforço, enquanto uma raia-manta (*Manta birostris*) tem mais de 5 m de comprimento e precisa "bater" suas nadadeiras continuamente para não afundar. Qual item explica melhor a diferença? Uma raia jamanta tem (i) uma forma diferente; (ii) maior massa; (iii) maior volume; (iv) maior produto de massa e volume; (v) maior razão entre massa e volume.

14 MECÂNICA DOS FLUIDOS

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **14.1** O que é a densidade de um material e a densidade média de um corpo.
- **14.2** O que é a pressão em um fluido e como é medida.
- **14.3** Como calcular a força de empuxo exercida por um fluido sobre um corpo nele imerso.
- **14.4** A diferença entre fluido laminar e fluido turbulento, e como a velocidade do escoamento em um tubo depende do tamanho desse tubo.
- **14.5** Como usar a equação de Bernoulli em certos tipos de escoamento para relacionar a pressão à velocidade do escoamento em diferentes pontos.
- **14.6** Como o fluido viscoso e o turbulento diferem do ideal.

Revendo conceitos de:

- **7.1** Variação da energia mecânica quando forças que não são da gravidade realizam trabalho.
- **11.4** Pressão e suas unidades.

Os fluidos desempenham papel vital em muitos aspectos de nossa vida cotidiana. Nós bebemos, respiramos e nadamos em fluidos. Eles circulam em nosso corpo e são responsáveis pelo clima. A física dos fluidos, portanto, é fundamental para nosso conhecimento da natureza e da tecnologia.

Vamos começar com a **estática dos fluidos**, o estudo de fluidos em repouso, em situação de equilíbrio. Analogamente a outras situações de equilíbrio, ela se pauta na primeira e na terceira leis de Newton. Vamos analisar os conceitos básicos de densidade, pressão e empuxo. A **dinâmica dos fluidos**, o estudo de fluidos em movimento, é muito mais complexa; trata-se, na verdade, de um dos ramos mais complexos da mecânica. Felizmente, podemos analisar muitas situações importantes utilizando modelos idealizados simples e princípios familiares, como as leis de Newton e a lei da conservação da energia. Mesmo assim, trataremos apenas superficialmente deste vasto e interessante tópico.

14.1 GASES, LÍQUIDOS E DENSIDADE

Um **fluido** é qualquer substância que pode escoar e alterar a forma do volume que ele ocupa. (Ao contrário, um sólido tende a manter sua forma.) Usamos o termo "fluido" para gases e líquidos. A principal diferença entre eles é que um líquido tem *coesão* e um gás, não. As moléculas em um líquido estão próximas umas das outras, de modo que podem exercer forças de atração umas sobre as outras e, assim, tendem a permanecer juntas (ou seja, coesas). É por isso que uma quantidade de líquido mantém o mesmo volume enquanto flui: se você derramar 500 ml de água em uma tigela, a água ainda ocupará um volume de 500 ml. As moléculas de gás, ao contrário, são separadas na média por distâncias muito maiores que o tamanho de uma molécula. Logo, as forças entre as moléculas são fracas, há pouca ou nenhuma

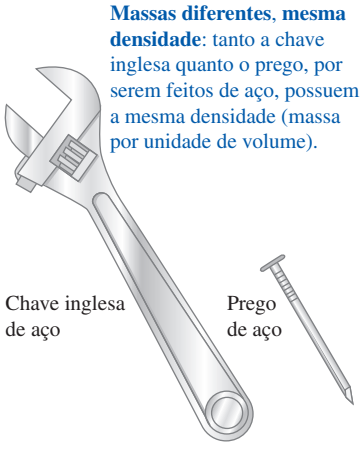
coesão, e um gás pode facilmente mudar de volume. Se você abrir a válvula em um tanque de oxigênio comprimido que possui um volume de 500 ml, o oxigênio se expandirá para um volume muito maior.

Uma propriedade importante de *qualquer* material, fluido ou sólido, é sua **densidade**, definida como a massa por unidade de volume. Em português, um sinônimo de *densidade* é *massa específica*. Um material homogêneo, como o gelo ou o ferro, possui a mesma densidade em todas as suas partes. Usaremos a letra grega ρ (pronuncia-se "rô") para simbolizar a densidade. Para um material homogêneo,

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (14.1)$$

Densidade de um material homogêneo → ρ; m ← Massa do material; V ← Volume ocupado pelo material

Figura 14.1 Dois objetos de massas diferentes e volumes diferentes, mas com a mesma densidade.



Dois objetos feitos com o mesmo material possuem a mesma densidade, mesmo que tenham massas e volumes diferentes. Isso acontece porque a *razão* entre a massa e o volume é a mesma para ambos os objetos (**Figura 14.1**).

A unidade SI de densidade é o quilograma por metro cúbico (1 kg/m^3). A unidade cgs, grama por centímetro cúbico (1 g/cm^3), também é muito empregada. O fator de conversão entre ambas é

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1.000 \text{ kg/m}^3$$

Na **Tabela 14.1**, listamos as densidades de algumas substâncias comuns em temperaturas normais. Observe a grande variedade das ordens de grandeza. O material mais denso encontrado na superfície terrestre é o ósmio ($\rho = 22.500$ kg/m^3), porém essa densidade é muito pequena se comparada à densidade de corpos astronômicos exóticos, como a estrela de nêutrons e a anã branca.

A **densidade relativa** de um material é a razão entre a densidade do material e a densidade da água a 4,0 °C, 1.000 kg/m^3; trata-se de um número puro, sem unidades. Por exemplo, a densidade relativa do alumínio é 2,7.

A densidade de alguns materiais varia de um ponto a outro no interior do material. Um exemplo disso é o corpo humano, que inclui gordura, de baixa densidade (cerca de 940 kg/m^3), e ossos, de alta densidade (de 1.700 a 2.500 kg/m^3). Dois outros exemplos são a atmosfera terrestre (que é menos densa em altitudes elevadas) e os oceanos (que são mais densos em profundidades elevadas). Para esses materiais, a Equação 14.1 descreve apenas a **densidade média**. Em geral, a densidade de um material depende de fatores ambientais, como a temperatura e a pressão.

BIO Aplicação Coesão líquida em árvores Como é que as árvores — algumas delas crescendo até mais de 100 m — fornecem água às suas folhas mais altas? A resposta está nas forças coesivas fortes entre as moléculas da água no estado líquido. Estreitos canais dentro da árvore se estendem desde as raízes até as folhas. À medida que a água se evapora das folhas, as forças de coesão puxam a água substituta para cima através desses canais.

TABELA 14.1 Densidades de algumas substâncias comuns.

Material	Densidade (kg/m^3)*	Material	Densidade (kg/m^3)*
Ar (1 atm, 20 °C)	1,20	Ferro, aço	$7{,}8 \times 10^3$
Etanol	$0{,}81 \times 10^3$	Bronze	$8{,}6 \times 10^3$
Benzeno	$0{,}90 \times 10^3$	Cobre	$8{,}9 \times 10^3$
Gelo	$0{,}92 \times 10^3$	Prata	$10{,}5 \times 10^3$
Água	$1{,}00 \times 10^3$	Chumbo	$11{,}3 \times 10^3$
Água do mar	$1{,}03 \times 10^3$	Mercúrio	$13{,}6 \times 10^3$
Sangue	$1{,}06 \times 10^3$	Ouro	$19{,}3 \times 10^3$
Glicerina	$1{,}26 \times 10^3$	Platina	$21{,}4 \times 10^3$
Concreto	2×10^3	Estrela anã branca	10^{10}
Alumínio	$2{,}7 \times 10^3$	Estrela de nêutrons	10^{18}

*Para obter a densidade em gramas por centímetro cúbico, simplesmente divida os valores por 10^3.

EXEMPLO 14.1 PESO DO AR NO INTERIOR DE UMA SALA

Ache a massa e o peso do ar a 20 °C no interior de uma sala de estar com altura de 3,0 m e piso com área de 4,0 m × 5,0 m. Quais seriam a massa e o peso de um volume igual de água?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: vamos supor que o ar seja homogêneo, de modo que a densidade seja a mesma em toda a sala. (É verdade que o ar é menos denso em regiões elevadas do que perto do nível do mar, mas a densidade varia muito pouco para uma sala com 3,0 m de altura; veja a Seção 14.2.) Usaremos a Equação 14.1 para relacionar a massa m_{ar} com o volume V (que iremos calcular a partir das dimensões da sala) e a densidade ρ_{ar} (conforme a Tabela 14.1).

EXECUTAR: o volume da sala é $V = (4{,}0\text{ m})\,(5{,}0\text{ m})\,(3{,}0\text{ m}) = 60\text{ m}^3$. Logo, pela Equação 14.1:

$$m_{ar} = \rho_{ar} V = (1{,}20\text{ kg/m}^3)\,(60\text{ m}^3) = 72\text{ kg}$$
$$P_{ar} = m_{ar}\, g = (72\text{ kg})\,(9{,}8\text{ m/s}^2) = 700\text{ N} = 160\text{ libras}$$

A massa e o peso de um volume igual de água são

$$m_{água} = \rho_{água}\, V = (1.000\text{ kg/m}^3)\,(60\text{ m}^3) = 6{,}0 \times 10^4\text{ kg}$$
$$P_{água} = m_{água}\, g = (6{,}0 \times 10^4\text{ kg})\,(9{,}8\text{ m/s}^2)$$
$$= 5{,}9 \times 10^5\text{ N} = 1{,}3 \times 10^5\text{ libras} = 66\text{ toneladas}$$

AVALIAR: uma sala cheia de ar pesa o mesmo que um adulto de tamanho médio! A água é quase mil vezes mais densa que o ar, e sua massa e peso são maiores nesse mesmo fator. O peso de uma sala cheia de água faria com que o piso de uma casa comum afundasse.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 14.1 Coloque os seguintes objetos em ordem da maior à menor densidade média: (i) massa = 4,00 kg, volume $V = 1{,}60 \times 10^{-3}\text{ m}^3$; (ii) $m = 8{,}00$ kg, $V = 1{,}60 \times 10^{-3}\text{ m}^3$; (iii) $m = 8{,}00$ kg, $V = 3{,}20 \times 10^{-3}\text{ m}^3$; (iv) $m = 2.560$ kg, $V = 0{,}640\text{ m}^3$; (v) $m = 2.560$ kg, $V = 1{,}28\text{ m}^3$.

14.2 PRESSÃO EM UM FLUIDO

Um fluido exerce uma força perpendicular sobre qualquer superfície que esteja em contato com ele, como a parede do recipiente ou um corpo imerso no fluido. Essa é a força que pressiona suas pernas quando você as movimenta em uma piscina. Embora o fluido como um todo esteja em repouso, as moléculas que o constituem estão em movimento; as forças exercidas pelo fluido são oriundas das colisões moleculares com as superfícies vizinhas.

Se pensarmos em uma superfície imaginária *no interior* do fluido, este exerce forças iguais e contrárias sobre os dois lados da superfície. (Caso contrário, a superfície seria acelerada e o fluido não estaria em repouso.) Considere uma pequena superfície de área dA centralizada em um ponto do fluido; a força normal exercida pelo fluido sobre cada lado da superfície é $dF_\perp$ (**Figura 14.2**). Definimos a **pressão** P nesse ponto como a força normal por unidade de área, ou seja, pela razão entre $dF_\perp$ e dA (**Figura 14.3**):

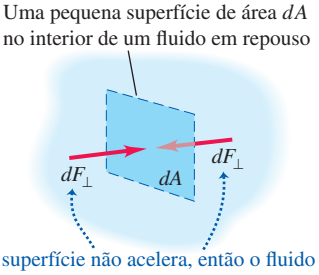
Pressão em um ponto em um fluido

$$P = \frac{dF_\perp}{dA} \qquad (14.2)$$

$dF_\perp$: Força normal exercida pelo fluido sobre uma pequena superfície nesse ponto

dA: Área de superfície

Figura 14.2 Forças atuando sobre uma pequena superfície dentro de um fluido em repouso.



Quando a pressão for a mesma em todos os pontos de uma superfície plana de área A, então

$$P = \frac{F_\perp}{A} \qquad (14.3)$$

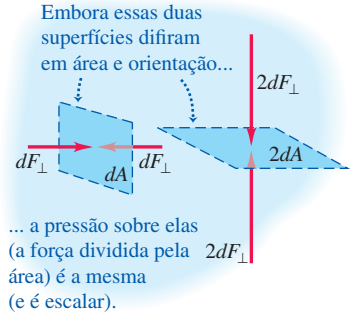
onde $F_\perp$ é a força normal resultante sobre um dos lados da superfície. A unidade SI de pressão é o **pascal**, onde

$$1\text{ pascal} = 1\text{ Pa} = 1\text{ N/m}^2$$

Já havíamos trabalhado com o pascal no Capítulo 11. Duas unidades relacionadas, usadas principalmente em meteorologia, são o *bar*, igual a 10^5 Pa, e o *milibar*, igual a 100 Pa.

A **pressão atmosférica** P_a é a pressão exercida pela atmosfera terrestre, a pressão no fundo desse oceano de ar em que vivemos. Essa pressão varia com as condições do tempo e com a altitude. A pressão atmosférica normal ao nível do

Figura 14.3 A pressão é uma grandeza escalar com unidades de newtons por metro quadrado. Já a força é uma grandeza vetorial, e sua unidade é o newton.



mar (um valor médio) é 1 atm (*atmosfera*), equivalente a 101.325 Pa. Com quatro algarismos significativos,

$$(P_a)_m = 1 \text{ atm} = 1{,}013 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$= 1{,}013 \text{ bar} = 1.013 \text{ millibar} = 14{,}70 \text{ lb/pol}^2$$

ATENÇÃO Não confunda pressão e força Na linguagem cotidiana, "pressão" e "força" significam praticamente o mesmo. Contudo, na mecânica dos fluidos, essas palavras descrevem grandezas distintas com características físicas diferentes. A pressão do fluido sempre atua ortogonalmente sobre qualquer superfície orientada em qualquer direção (Figura 14.3). Portanto, a pressão não tem nenhuma direção própria; trata-se de uma grandeza escalar. Em contraste, a força é uma grandeza vetorial, que possui módulo, direção e sentido. Lembre-se também de que a pressão é força por unidade de área. Como mostra a Figura 14.3, uma superfície com o dobro da área é submetida ao dobro da força pelo fluido, de modo que a pressão é a mesma.

EXEMPLO 14.2 A FORÇA DO AR

Na sala descrita no Exemplo 14.1, ache a força total de cima para baixo exercida pela pressão do ar de 1,00 atm sobre a superfície do piso.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este exemplo usa a relação entre a pressão P de um fluido (neste caso, o ar), a área A sobre a qual essa força age e a força normal $F_\perp$ exercida pelo fluido. A pressão é uniforme, então usamos a Equação 14.3, $F_\perp = PA$, para determinar $F_\perp$. A superfície do piso é horizontal, portanto, $F_\perp$ é vertical (de cima para baixo).

EXECUTAR: a área do piso é $A = (4{,}0 \text{ m})\,(5{,}0 \text{ m}) = 20 \text{ m}^2$; logo, a Equação 14.3 fornece

$$F_\perp = PA = (1{,}013 \times 10^5 \text{ N/m}^2)\,(20 \text{ m}^2)$$
$$= 2{,}0 \times 10^6 \text{ N} = 4{,}6 \times 10^5 \text{ lb} = 230 \text{ toneladas}$$

AVALIAR: diferente da água no Exemplo 14.1, $F_\perp$ não é suficiente para fazer o piso afundar, porque há uma força de igual módulo exercida *de baixo para cima* sobre o piso. Se a casa tiver um porão, essa força é fornecida pelo ar existente embaixo do piso. Nesse caso, desprezando-se a espessura do piso, a força *resultante* exercida pela pressão do ar é igual a zero.

Pressão, profundidade e lei de Pascal

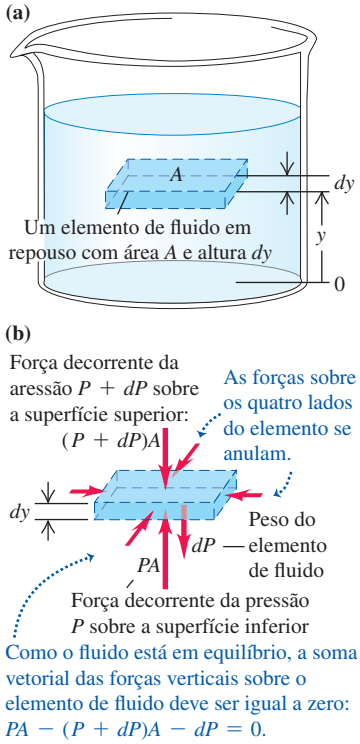
Quando desprezamos o peso do fluido, a pressão no interior do fluido é a mesma em todos os pontos de seu volume. Na Seção 11.4, usamos essa aproximação na discussão da tensão e da deformação volumétrica. Porém, geralmente o peso de um fluido *não* é desprezível; as variações de pressão são importantes. A pressão atmosférica em altitudes elevadas é menor que a pressão atmosférica ao nível do mar; por essa razão, a cabine de um avião deve ser pressurizada. Quando você mergulha em águas profundas, seus ouvidos informam a você que a pressão está crescendo com o aumento da profundidade.

Podemos deduzir uma expressão geral entre a pressão P em um dado ponto no interior de um fluido em repouso e a altura y desse ponto. Vamos supor que a densidade ρ e a aceleração da gravidade g permaneçam constantes em todos os pontos do fluido (ou seja, a densidade é *uniforme*). Quando o fluido está em equilíbrio, qualquer elemento fino do fluido com espessura dy também está em equilíbrio (**Figura 14.4a**). As superfícies inferior e superior possuem área A e estão em elevações y e $y + dy$ acima de algum nível de referência, onde $y = 0$. O volume do elemento de fluido é $dV = A\,dy$, sua massa é $dm = \rho\,dV = \rho A\,dy$ e seu peso é $dP = dm\,g = gA\,dy$.

Quais são as outras forças que atuam sobre esse elemento de fluido (Figura 14.4b)? Chame de P a pressão na superfície inferior; o componente y da força resultante que atua sobre essa superfície é PA. A pressão na superfície superior é $P + dP$, e o componente y da força resultante que atua (de cima para baixo) sobre a superfície superior é $-(P + dP)A$. O elemento de fluido está em equilíbrio; logo, o componente y da força total resultante, incluindo o peso e as outras forças mencionadas, deve ser igual a zero:

$$\Sigma F_y = 0, \quad \text{logo} \quad PA - (P + dP)\,A - \rho g A\,dy = 0$$

Figura 14.4 As forças que atuam sobre um elemento de fluido em equilíbrio.



Dividindo pela área A e reagrupando os termos, obtemos

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g \tag{14.4}$$

Esta equação mostra que, quando y aumenta, P diminui; ou seja, à medida que subimos através do fluido, a pressão diminui, como era de se esperar. Se P_1 e P_2 forem, respectivamente, as pressões nas alturas y_1 e y_2, e se ρ e g permanecerem constantes, então

Diferença de pressão entre dois pontos em um **fluido de densidade uniforme**

$$P_2 - P_1 = -\rho g(y_2 - y_1) \tag{14.5}$$

Densidade uniforme do fluido; Alturas dos dois pontos; Aceleração decorrente da gravidade ($g > 0$)

Costuma ser mais conveniente expressar a Equação 14.5 em termos da *profundidade* abaixo da superfície do fluido (**Figura 14.5**). Considere o ponto 1 em qualquer nível do fluido e seja P a pressão nesse nível. Considere o ponto 2 na *superfície* do fluido, onde a pressão é P_0 (subscrito 0 para a profundidade zero). A profundidade do ponto 1 abaixo da superfície do fluido é $h = y_2 - y_1$, e a Equação 14.5 pode ser escrita na forma

$$P_0 - P = -\rho g\,(y_2 - y_1) = -\rho g h \quad \text{ou}$$

Pressão na profundidade h em um **fluido com densidade uniforme**

$$P = P_0 + \rho g h \tag{14.6}$$

Densidade uniforme do fluido; Profundidade abaixo da superfície; Pressão na superfície do fluido; Aceleração decorrente da gravidade ($g > 0$)

A pressão P em uma profundidade h é maior que a pressão P_0 na superfície, e a diferença entre elas é $\rho g h$. Observe que a pressão em qualquer dos dois pontos do fluido é sempre igual em todos os pontos no mesmo nível do fluido. A *forma* do recipiente não altera essa pressão (**Figura 14.6**).

A Equação 14.6 mostra que, se aumentarmos o valor da pressão P_0 no topo da superfície, possivelmente usando um pistão que se adapta firmemente ao interior do recipiente e empurra a superfície do fluido para baixo, a pressão P em qualquer profundidade do fluido aumenta de um valor exatamente igual ao do aumento da pressão. Esse fato é chamado de *lei de Pascal*.

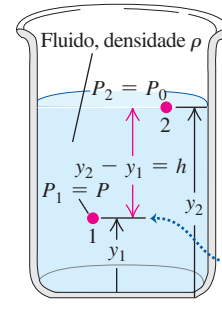
LEI DE PASCAL: a pressão aplicada a um fluido no interior de um recipiente é transmitida sem nenhuma diminuição a todos os pontos do fluido e para as paredes do recipiente.

Um elevador hidráulico (**Figura 14.7**) ilustra a lei de Pascal. Um pistão, cuja seção reta possui pequena área A_1, exerce uma força F_1 sobre a superfície de um líquido como um óleo. A pressão aplicada $P = F_1/A_1$ é transmitida integralmente através dos tubos até um pistão maior com área A_2. A pressão aplicada nos dois cilindros é a mesma, logo

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \qquad \text{e} \qquad F_2 = \frac{A_2}{A_1}F_1 \tag{14.7}$$

O elevador hidráulico é um dispositivo que multiplica o valor de uma força, e o fator de multiplicação é dado pela razão entre as áreas dos dois pistões. Cadeiras de dentista, elevadores de carro, macacos hidráulicos, diversos elevadores e freios hidráulicos são exemplos de aplicação desse princípio.

Figura 14.5 Como a pressão varia com a profundidade em um fluido com densidade uniforme.

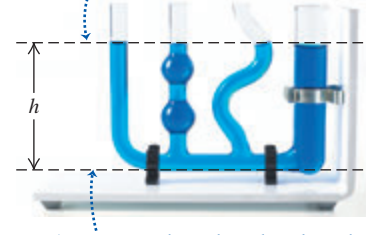


A uma profundidade h, a pressão P é igual à pressão de superfície P_0 mais a pressão $\rho g h$ decorrente do fluido sobreposto: $P = P_0 + \rho g h$.

Diferença de pressão entre os níveis 1 e 2: $P_2 - P_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$
A pressão é maior no nível mais baixo.

Figura 14.6 Todas as colunas de fluido apresentam a mesma altura, independentemente de sua forma.

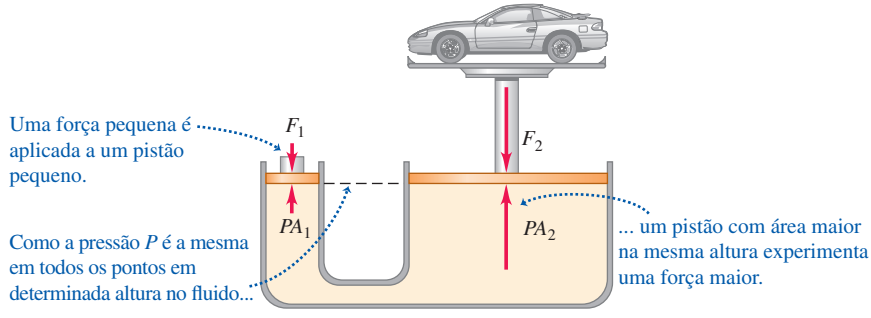
A pressão no topo de cada coluna de líquido é a pressão atmosférica, P_0.



A pressão na base de cada coluna de líquido possui o mesmo valor P.

A diferença entre P e P_0 é $\rho g h$, onde h é a distância do topo à base da coluna de líquido. Logo, todas as colunas apresentam a mesma altura.

Figura 14.7 O elevador hidráulico é uma aplicação da lei de Pascal. Para maior clareza, o tamanho do recipiente que contém o fluido está exagerado.



Em se tratando de gases, a hipótese de que a densidade ρ permanece constante é realista apenas para pequenas diferenças de altura. Em uma sala com 3,0 m de altura cheia de ar com densidade uniforme igual a 1,2 kg/m^3, a diferença de pressão entre o piso e o teto, de acordo com a Equação 14.6, é

$$\rho gh = (1{,}2 \text{ kg/m}^3)\,(9{,}8 \text{ m/s}^2)\,(3{,}0 \text{ m}) = 35 \text{ Pa}$$

ou cerca de 0,00035 atm, uma diferença muito pequena. Contudo, entre o nível do mar e o topo do Monte Everest (8.882 m) a densidade do ar varia de um fator aproximadamente igual a 3, e, neste caso, não podemos usar a Equação 14.6. Em contraste, um líquido é aproximadamente incompressível; portanto, geralmente é uma boa aproximação considerar sua densidade como independente da pressão.

Pressão absoluta e pressão manométrica

Se a pressão no interior do pneu de um automóvel fosse igual à pressão atmosférica, o pneu ficaria arriado. A pressão deve ser *maior* que a pressão atmosférica para que ele possa sustentar o peso do carro, logo, a grandeza física importante neste caso é a *diferença* entre as pressões interna e externa. Quando dizemos que a pressão de um pneu é de "32 libras" (na realidade, 32 lb/pol^2, igual a 220 kPa ou 2,2 $\times$ 10^5 Pa), queremos dizer que ela é *maior* que a pressão atmosférica (14,7 lb/pol^2 ou 1,01 $\times$ 10^5 Pa) por esse valor. A pressão *total* no pneu é, então, 47 lb/pol^2, 320 kPa. O excesso de pressão acima da atmosférica denomina-se **pressão manométrica**, e a pressão total denomina-se **pressão absoluta**. Quando a pressão absoluta for *menor* que a atmosférica, como no caso de um recipiente no qual existe um vácuo parcial, a pressão manométrica é negativa.

EXEMPLO 14.3 CÁLCULO DAS PRESSÕES MANOMÉTRICA E ABSOLUTA

Um tanque de armazenamento de 12,0 m de profundidade está cheio de água. O topo do tanque é aberto ao ar. Qual é a pressão absoluta no fundo do tanque? Qual é a pressão manométrica?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a Tabela 11.2 indica que a água é quase sempre incompressível, de modo que podemos tratá-la como um fluido de densidade uniforme. O nível da parte superior do tanque corresponde ao ponto 2 na Figura 14.5, e o nível do fundo do tanque corresponde ao ponto 1. Logo, a variável que queremos encontrar é P na Equação 14.6. Temos h = 12,0 m e P_0 = 1 atm = 1,01 $\times$ 10^5 Pa.

EXECUTAR: de acordo com a Equação 14.6, a pressão absoluta é

$$\begin{aligned} P &= P_0 + \rho gh \\ &= (1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa}) + (1.000 \text{ kg/m}^3)\,(9{,}80 \text{ m/s}^2)\,(12{,}0 \text{ m}) \\ &= 2{,}19 \times 10^5 \text{ Pa} = 2{,}16 \text{ atm} = 31{,}8 \text{ lb/pol}^2 \end{aligned}$$

A pressão manométrica é

$$\begin{aligned} P - P_0 &= (2{,}19 - 1{,}01) \times 10^5 \text{ Pa} \\ &= 1{,}18 \times 10^5 \text{ Pa} = 1{,}16 \text{ atm} = 17{,}1 \text{ lb/pol}^2 \end{aligned}$$

AVALIAR: quando um tanque possui um manômetro, ele normalmente é calibrado para medir a pressão manométrica, e não a pressão absoluta.

Pressão manométrica

O manômetro mais simples é o *manômetro* de tubo aberto que vemos na **Figura 14.8a**. O tubo em forma de U contém um líquido de densidade ρ, geralmente mercúrio ou água. Uma das extremidades do tubo está conectada ao recipiente onde desejamos medir a pressão P, e a outra extremidade está aberta para a atmosfera a uma pressão $P_0 = P_{\text{atm}}$. A pressão na base do tubo decorrente do fluido da coluna da esquerda é $P + \rho g y_1$, e a pressão na base do tubo decorrente do fluido da coluna da direita é $P_{\text{atm}} + \rho g y_2$. Como essas pressões referem-se ao mesmo ponto, elas são iguais:

$$\begin{aligned} P + \rho g y_1 &= P_{\text{atm}} + \rho g y_2 \\ P - P_{\text{atm}} &= \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h \end{aligned} \tag{14.8}$$

Na Equação 14.8, P é a *pressão absoluta*, e a diferença $P - P_{\text{atm}}$ entre as pressões absoluta e atmosférica é a pressão manométrica. Logo, a pressão manométrica é proporcional à diferença na altura $h = y_2 - y_1$ entre as duas colunas do líquido.

Outro tipo comum de manômetro é o **barômetro de mercúrio**. Ele consiste em um longo tubo de vidro, fechado em uma extremidade, previamente preenchido com mercúrio e posteriormente invertido em um recipiente que contém mercúrio (Figura 14.8b). O espaço acima da coluna de mercúrio contém apenas vapor de mercúrio; sua pressão extremamente pequena pode ser desprezada, de modo que a pressão P_0 no topo da coluna de mercúrio é praticamente igual a zero. De acordo com a Equação 14.6,

$$P_{\text{atm}} = 0 + \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h \tag{14.9}$$

Portanto, o barômetro mede a pressão atmosférica P_{atm} diretamente a partir da altura h da coluna de mercúrio.

Em muitas aplicações, as pressões são descritas pela altura da coluna de mercúrio correspondente como um certo valor de "milímetros de mercúrio" (ou, de forma abreviada, mmHg). A pressão equivalente a 1 mmHg denomina-se *1 torr*, em homenagem a Evangelista Torricelli, o inventor do barômetro de mercúrio. Mas essas unidades dependem da densidade do mercúrio, que pode variar com a temperatura, e de g, que varia com o local; portanto, o pascal é a unidade de pressão preferida.

Muitos tipos de manômetro usam um recipiente flexível selado (**Figura 14.9**). Uma variação de pressão fora ou dentro do recipiente produz uma variação de suas dimensões. Essa variação pode ser medida elétrica, óptica ou mecanicamente.

BIO Aplicação Pressão manométrica arterial As leituras de pressão arterial, como 130/80, informam as pressões manométricas máxima e mínima nas artérias, medidas em mmHg ou torr. A pressão sanguínea varia com a posição vertical dentro do corpo; o ponto de referência padrão é a parte superior do braço, no nível do coração.

Figura 14.8 Dois tipos de manômetro.

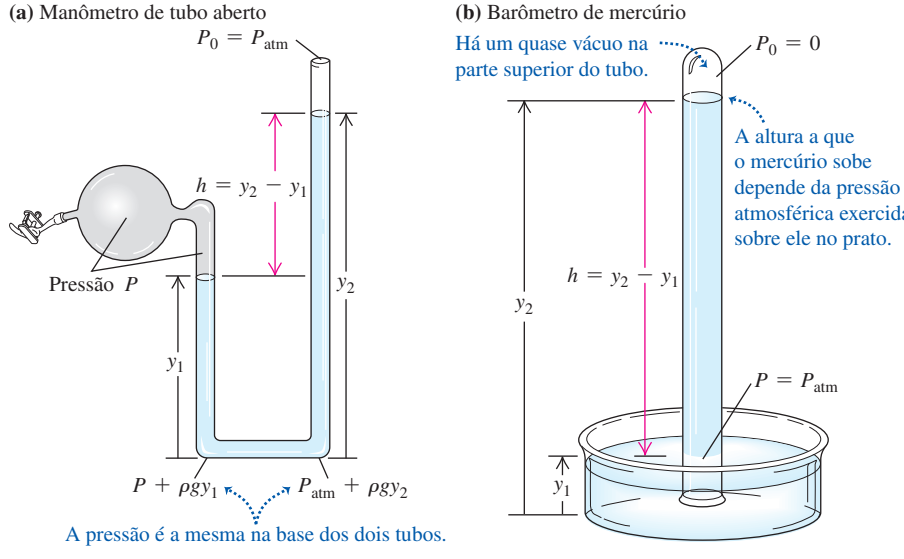
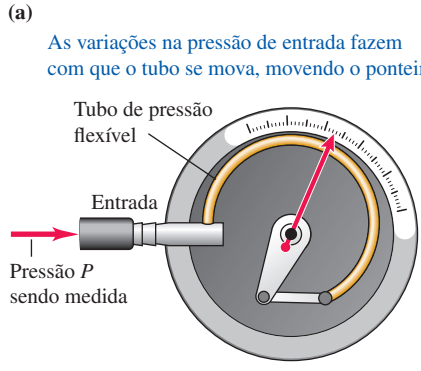


Figura 14.9 (a) Um manômetro Bourdon. Quando a pressão no interior do recipiente aumenta, o tubo infla ligeiramente, produzindo uma deflexão do ponteiro sobre a escala. (b) Um manômetro Bourdon usado em um tanque de gás comprimido. A pressão no manômetro mostrada está pouco acima de 5 bars (1 bar = 10^5 Pa).

(a)

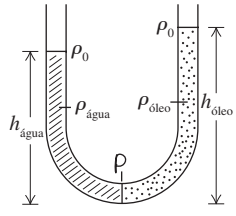


(b)

EXEMPLO 14.4 A HISTÓRIA DE DOIS FLUIDOS

O tubo de um manômetro é parcialmente preenchido com água. Despeja-se óleo (que não se mistura com a água) no braço esquerdo do tubo até que a linha de separação entre o óleo e a água esteja na metade do recipiente, como mostra a **Figura 14.10**. Ambos os braços do tubo são abertos para o ar. Encontre a relação entre as alturas $h_{\text{óleo}}$ e $h_{\text{água}}$.

Figura 14.10 Nosso esboço para esse problema.



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a Figura 14.10 mostra nosso esboço. A relação entre pressão e profundidade, dada na Equação 14.6, aplica-se apenas a fluidos de densidade uniforme; temos dois fluidos de densidades diferentes, de modo que precisamos escrever uma relação entre a pressão e a profundidade para cada fluido separadamente. Note que as duas colunas de fluido possuem pressão P na base (onde os fluidos estão em contato e em equilíbrio) e as duas colunas estão na pressão atmosférica P_0 no topo (onde os dois fluidos estão em contato com o ar e em equilíbrio com ele).

EXECUTAR: aplicando a Equação 14.6 a cada um dos dois fluidos, obtemos

$$P = P_0 + \rho_{\text{água}} g h_{\text{água}}$$
$$P = P_0 + \rho_{\text{óleo}} g h_{\text{óleo}}$$

Como a pressão P no fundo do tubo é a mesma nos dois fluidos, igualamos as duas expressões e resolvemos para $h_{\text{óleo}}$ em termos de $h_{\text{água}}$:

$$h_{\text{óleo}} = \frac{\rho_{\text{água}}}{\rho_{\text{óleo}}} h_{\text{água}}$$

AVALIAR: a água ($\rho_{\text{água}} = 1.000\ \text{kg/m}^3$) é mais densa que o óleo ($\rho_{\text{óleo}} \approx 850\ \text{kg/m}^3$), de modo que $h_{\text{óleo}}$ é maior que $h_{\text{água}}$, como mostra a Figura 14.10. Ou seja, a altura do óleo, que tem menor densidade, precisa ser maior para produzir a mesma pressão P ao fundo do tubo.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 14.2 O mercúrio é menos denso em temperaturas elevadas que em temperaturas baixas. Suponha que você leve um barômetro de mercúrio do interior gelado de um refrigerador bem fechado para o ar livre em um dia quente de verão e descubra que a coluna de mercúrio continua na mesma altura no tubo. Comparada à pressão do ar dentro do refrigerador, a pressão ao ar livre é (i) maior, (ii) menor ou (iii) igual? (Despreze as pequenas variações nas dimensões do tubo em virtude da variação da temperatura.) ❙

14.3 EMPUXO

Um corpo imerso na água parece possuir um peso menor que no ar. Quando o corpo possui densidade menor que a do fluido, ele flutua. O corpo humano normalmente flutua na água, e um balão cheio de hélio flutua no ar. Estes são exemplos de **empuxo**, um fenômeno descrito pelo *princípio de Arquimedes*:

PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES: quando um corpo está parcial ou completamente imerso em um fluido, este exerce sobre o corpo uma força de baixo para cima igual ao peso do volume do fluido deslocado pelo corpo.

Para demonstrar esse princípio, consideramos uma porção qualquer de fluido em repouso. Na **Figura 14.11a**, a linha tracejada externa indica a superfície que delimita essa porção do fluido. As setas rotuladas com $dF_\perp$ representam as forças exercidas pelo fluido vizinho sobre a superfície da porção.

O fluido todo está em equilíbrio; logo, o componente *y* da força resultante deve ser igual a zero. Portanto, a soma dos componentes *y* das forças que atuam sobre a *superfície* deve ser uma força para cima com módulo igual ao peso *mg* do fluido no interior da superfície. Além disso, a soma dos torques sobre a porção do fluido deve ser igual a zero, de forma que a linha de ação da força resultante deve passar pelo centro de gravidade dessa porção do fluido.

Agora, substituímos o elemento de fluido por um corpo sólido com uma forma exatamente igual à do elemento considerado (Figura 14.11b). A pressão em cada ponto é exatamente a mesma que a anterior. Assim, a força para cima exercida pelo fluido é também a mesma, novamente igual ao peso *mg* do fluido deslocado que abriu espaço para o corpo. Essa força para cima denomina-se **força de empuxo** sobre o corpo sólido. A linha de ação da força de empuxo novamente passa pelo centro de gravidade do fluido deslocado (que não coincide necessariamente com o centro de gravidade do corpo).

Quando um balão flutua em equilíbrio no ar, seu peso (incluindo o gás de seu interior) deve ser igual ao peso do ar deslocado pelo balão. O corpo de um peixe é mais denso que a água, e mesmo assim o peixe flutua quando colocado dentro da água porque possui uma cavidade cheia de gás dentro do corpo. Isso torna a densidade *média* do peixe igual à da água, de forma que seu peso total é o mesmo que o peso da água que ele desloca. Um corpo cuja densidade média é *menor* que a do líquido pode flutuar parcialmente submerso na superfície livre do líquido. Um navio feito de aço (que é muito mais denso que a água) pode flutuar porque a densidade é menor que a da água. Quanto maior for a densidade do líquido, menor é a parte do corpo submersa. Quando você nada na água do mar (densidade igual a 1.030 kg/m^3), seu corpo flutua mais facilmente do que quando você nada na água doce (1.000 kg/m^3).

Outro exemplo familiar é o densímetro, um dispositivo usado para determinar a densidade de líquidos (**Figura 14.12a**). Um flutuador calibrado afunda no líquido até que seu peso se torne exatamente igual ao do fluido deslocado. O flutuador do densímetro em um líquido mais denso flutua em uma altura *mais elevada* que a altura em um líquido menos denso, e uma escala na haste superior permite a leitura direta da densidade. Densímetros como este são usados em diagnóstico médico para medir a densidade da urina (que depende do nível de hidratação do paciente). A Figura 14.12b mostra um tipo de densímetro geralmente usado para medir a densi-

DADOS MOSTRAM

Empuxo

Quando os alunos recebiam um problema sobre empuxo, mais de 25% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Esquecer que a força de empuxo sobre um objeto depende da densidade do fluido e do volume submergido do objeto, mas não da densidade desse objeto.
- Esquecer que a força de empuxo sobre um objeto é igual ao peso do fluido deslocado — que não precisa ser igual ao peso do objeto.

Figura 14.11 Princípio de Arquimedes.

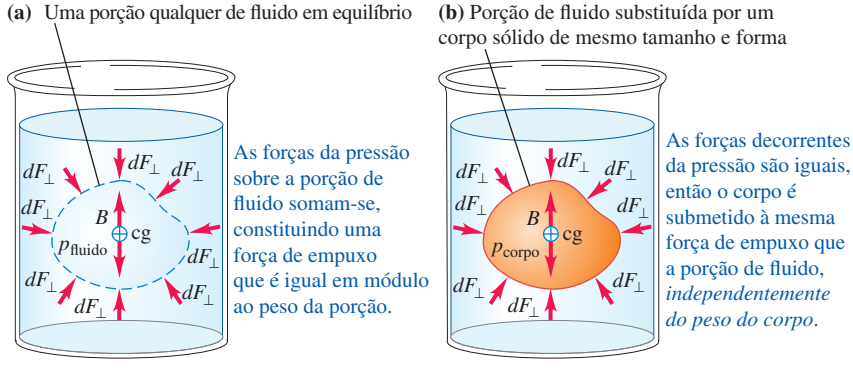
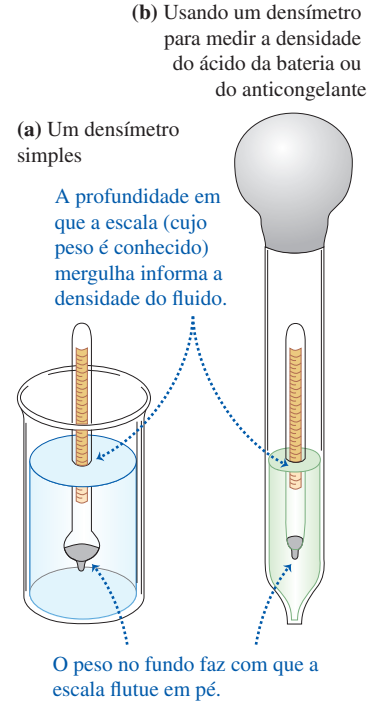


Figura 14.12 Medindo a densidade de um fluido.



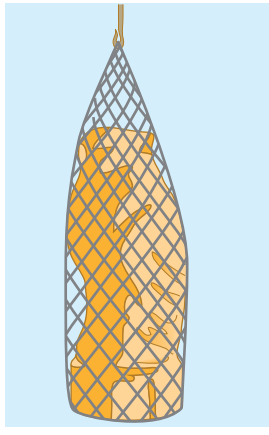
dade do ácido de uma bateria ou de um anticongelante. A extremidade inferior do tubo maior é imersa no líquido, e o bulbo é comprimido para expelir o ar e a seguir liberado, funcionando como um conta-gotas gigante. O líquido sobe no tubo e o flutuador atinge o equilíbrio na amostra do líquido.

EXEMPLO 14.5 EMPUXO

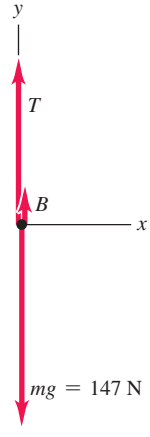
Uma estátua de ouro sólido de 15,0 kg está sendo içada de um navio submerso (**Figura 14.13a**). Qual é a tensão no cabo de sustentação (desprezando sua massa) quando a estátua está em repouso (a) completamente submersa; (b) fora da água?

Figura 14.13 Qual é a tensão no cabo que sustenta a estátua?

(a) Estátua submersa em equilíbrio



(b) Diagrama do corpo livre para a estátua



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: nos dois casos, a estátua está em equilíbrio e experimenta três forças: seu peso, a tensão do cabo e uma força de empuxo igual em módulo ao peso do fluido deslocado pela estátua [água do mar na parte (a), ar na parte (b)]. A Figura 14.13b mostra o diagrama de forças da estátua em equilíbrio. Nossas variáveis-alvo são a tensão na água do mar ($T_{\text{água}}$) e no ar (T_{ar}). O problema forneceu a massa $m_{\text{estátua}}$, e podemos calcular a força de empuxo na água do mar ($B_{\text{água}}$) e no ar (B_{ar}) por meio do princípio de Arquimedes.

EXECUTAR: (a) para encontrar o empuxo $B_{\text{água}}$, calcule primeiro o volume V da estátua, verificando a densidade do ouro na Tabela 14.1:

$$V = \frac{m_{\text{estátua}}}{\rho_{\text{ouro}}} = \frac{15{,}0\ \text{kg}}{19{,}3 \times 10^3\ \text{kg/m}^3} = 7{,}77 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$$

A força de empuxo $B_{\text{água}}$ é igual ao peso desse mesmo volume de água do mar. Usando a Tabela 14.1 mais uma vez:

$$\begin{aligned} B_{\text{água}} &= p_{\text{água}} = m_{\text{água}}g = \rho_{\text{água}}Vg \\ &= (1{,}03 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)\,(7{,}77 \times 10^{-4}\ \text{m}^3)\,(9{,}8\ \text{m/s}^2) \\ &= 7{,}84\ \text{N} \end{aligned}$$

Como a estátua está em repouso, a força externa resultante que atua sobre ela é igual a zero. Pela Figura 14.13b,

$$\begin{aligned} \textstyle\sum F_y &= B_{\text{água}} + T_{\text{água}} + (-m_{\text{estátua}}g) = 0 \\ T_{\text{água}} &= m_{\text{estátua}}g - B_{\text{água}} = (15{,}0\ \text{kg})\,(9{,}80\ \text{m/s}^2) - 7{,}84\ \text{N} \\ &= 147\ \text{N} - 7{,}84\ \text{N} = 139\ \text{N} \end{aligned}$$

Se um dinamômetro for preso à extremidade superior do cabo, ele indicará 7,84 N a menos que o peso real da estátua, $m_{\text{estátua}}g = 147$ N.

(b) A densidade do ar é aproximadamente igual a 1,2 kg/m^3, de modo que a força de empuxo do ar sobre a estátua é

$$\begin{aligned} B_{\text{ar}} &= \rho_{\text{ar}}Vg \\ &= (1{,}2\ \text{kg/m}^3)\,(7{,}77 \times 10^{-4}\ \text{m}^3)\,(9{,}80\ \text{m/s}^2) \\ &= 9{,}1 \times 10^{-3}\ \text{N} \end{aligned}$$

Isso é desprezível em relação ao peso real da estátua, $m_{\text{estátua}}g = 147$ N. Assim, dentro da precisão requerida neste problema, a tensão no cabo com a estátua no ar é $T_{\text{ar}} = m_{\text{estátua}}g = 147$ N.

AVALIAR: note que o empuxo é proporcional à densidade do *fluido, não* à densidade da estátua. Quanto mais denso é o fluido, maior o empuxo e menor a tensão no cabo. Se o fluido tivesse a mesma densidade que a estátua, o empuxo seria igual ao peso da estátua e a tensão seria zero (o cabo ficaria frouxo). Se o fluido fosse mais denso que a estátua, a tensão seria *negativa*: o empuxo seria maior que o peso da estátua e uma força de cima para baixo seria necessária para impedir a estátua de emergir.

Figura 14.14 A superfície da água age como uma membrana sob tensão, permitindo que essa aranha d'água literalmente "ande sobre as águas".

Tensão superficial

Se um objeto é menos denso que a água, ele flutua com parte de seu volume abaixo da superfície. Um clipe de papel, por outro lado, pode flutuar sobre a superfície da água, embora sua densidade seja diversas vezes maior que a dela. Essas situações exemplificam o fenômeno da **tensão superficial**: a superfície do líquido se comporta como uma membrana submetida à tensão (**Figura 14.14**). A tensão superficial ocorre porque as moléculas de um líquido exercem forças de atração mútuas. A força resultante sobre qualquer molécula situada no interior do volume do líquido é igual a zero, porém uma molécula na superfície é puxada para dentro do volume (**Figura 14.15**). Ou seja, o líquido tende a minimizar a área da superfície, da mesma forma que uma membrana esticada.

A tensão superficial explica por que gotas de chuva caindo livremente são esféricas (e *não* em forma de lágrimas): a esfera é a forma que possui a menor área superficial para um dado volume. Isso explica também por que água com sabão serve para a limpeza. Para lavar bem as roupas, a água precisa ser forçada a entrar nos minúsculos espaços entre as fibras (**Figura 14.16**). Isso exige um aumento na área superficial da água, que é difícil de obter em virtude da tensão superficial. A tarefa se torna mais simples aumentando a temperatura da água e adicionando sabão, pois ambos os procedimentos diminuem essa tensão.

A tensão superficial é importante para uma gota de água de tamanho milimétrico, que possui área superficial relativamente grande para seu volume. (Uma esfera de raio r tem área superficial igual a $4\pi r^2$ e volume igual a $(4\pi/3)r^3$. A razão entre a área superficial e o volume é de $3/r$, que aumenta à medida que o raio diminui.) Para grandes quantidades de líquido, contudo, a razão entre a área superficial e o volume é relativamente pequena, e a tensão superficial é desprezível se comparada às forças de pressão. Durante o restante deste capítulo, consideraremos apenas fluidos em grandes quantidades e, portanto, desprezaremos os efeitos da tensão superficial.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 14.3 Você coloca um recipiente de água do mar em uma balança e verifica seu peso. A seguir, você mergulha a estátua do Exemplo 14.5 dentro da água suspendendo-a por um fio (**Figura 14.17**). Como a leitura do peso na balança varia? (i) Aumenta em 7,84 N; (ii) diminui em 7,84 N; (iii) permanece igual; (iv) nenhuma das anteriores. ❙

Figura 14.15 Uma molécula na superfície de um líquido é atraída para dentro do seio do líquido, o que tende a reduzir sua área superficial.

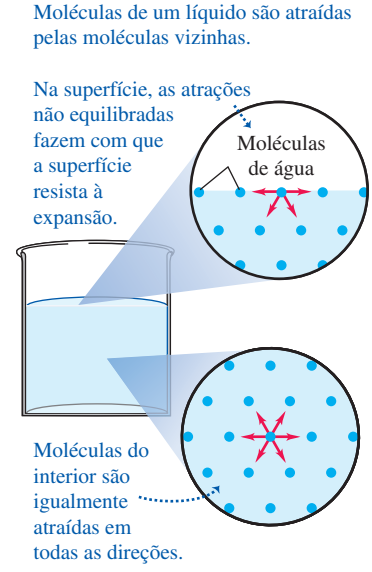


Figura 14.16 A tensão superficial dificulta a penetração da água entre fendas pequenas. A pressão da água P necessária pode ser reduzida usando-se água quente com sabão, que possui tensão superficial menor.

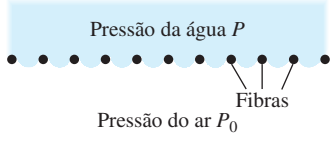
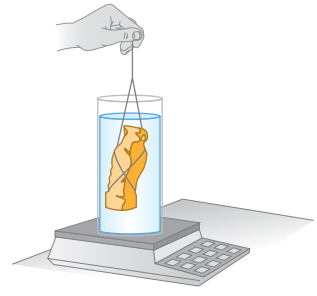


Figura 14.17 Como a leitura na balança varia quando a estátua é imersa na água?

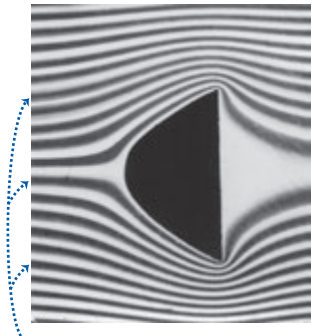


14.4 ESCOAMENTO DE UM FLUIDO

Agora, estamos preparados para estudar o *movimento* de um fluido. O escoamento de um fluido pode ser extremamente complexo, como no caso das correntezas de um rio ou das chamas revoltas de uma fogueira em um acampamento. Entretanto, algumas situações podem ser descritas mediante um modelo idealizado relativamente simples. Um **fluido ideal** é um fluido *incompressível* (ou seja, aquele cuja densidade não varia) e sem nenhum atrito interno (chamado de **viscosidade**). Os líquidos são aproximadamente incompressíveis em muitas situações, e também podemos considerar um gás incompressível quando as diferenças de pressão de uma região para outra não forem muito elevadas. O atrito interno em um fluido produz tensões de cisalhamento quando existe um movimento relativo entre duas camadas vizinhas do fluido, como no caso do escoamento de um fluido no interior de um tubo ou em torno de um obstáculo. Em alguns casos, essas tensões de cisalhamento podem ser desprezadas em comparação às diferenças de pressão e às forças oriundas da ação da gravidade.

A trajetória de uma partícula individual durante o escoamento de um fluido denomina-se **linha de escoamento** ou *linha de fluxo.* Quando a configuração global do escoamento de um fluido não varia com o tempo, ele se chama **escoamento estacionário** ou *escoamento permanente.* No escoamento estacionário, todo elemento que passa por um dado ponto segue sempre a mesma linha de escoamento. Neste caso, o "mapa" das velocidades do fluido em diversos pontos do espaço

Figura 14.19 Escoamento laminar em torno de um obstáculo.



Tons escuros seguem caminhos de escoamento laminar (o fluxo é da esquerda para a direita).

Figura 14.20 O escoamento da fumaça erguendo-se dessa vareta de incenso é laminar até certo ponto e, depois, torna-se turbulento.

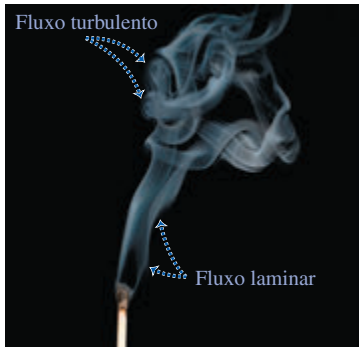
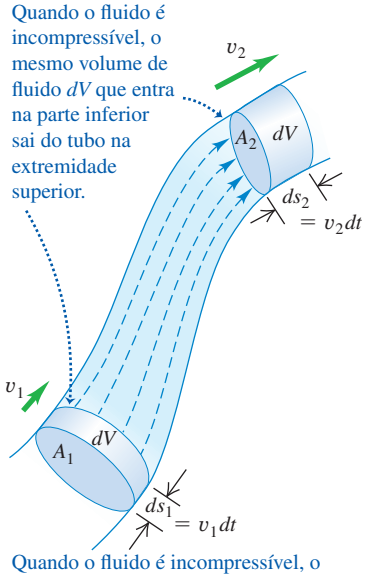


Figura 14.21 Um tubo de escoamento com seção reta de área variável.

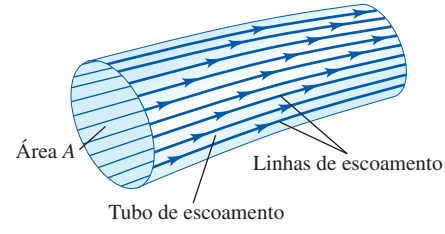


permanece constante, embora a velocidade da partícula possa variar em módulo, direção e sentido em pontos diferentes. Uma **linha de corrente** é uma curva cuja tangente em cada ponto dá a direção e o sentido da velocidade no respectivo ponto. Quando a configuração do escoamento de um fluido varia com o tempo, as linhas de corrente não coincidem com as linhas de escoamento. Consideraremos apenas situações com escoamento estacionário, nas quais as linhas de corrente e as de escoamento são idênticas.

As linhas de escoamento que passam através de um elemento de área imaginário, como a área A na **Figura 14.18**, formam um tubo chamado **tubo de escoamento** ou tubo de fluxo. Pela definição de linha de escoamento, em um escoamento estacionário nenhuma parte do fluido pode atravessar as paredes laterais de um tubo de escoamento.

Na **Figura 14.19**, da esquerda para a direita, vemos o escoamento de um fluido em torno de três tipos diferentes de obstáculos. Essas fotografias foram feitas injetando-se corante na água que escoava entre duas placas de vidro. Todas as configurações indicadas são típicas do **escoamento laminar**, no qual camadas adjacentes de fluido deslizam umas sobre as outras e o escoamento é estacionário. (Uma *lâmina* é uma folha fina.) Para taxas de escoamento suficientemente elevadas, ou quando um obstáculo produz variações abruptas de velocidade, o escoamento pode se tornar irregular e caótico. Neste caso, ele recebe o nome de **escoamento turbulento** (**Figura 14.20**). Em um escoamento turbulento não pode existir nenhuma configuração com escoamento estacionário; a configuração do escoamento varia continuamente com o tempo.

Figura 14.18 Um tubo de escoamento delimitado por linhas. Em um escoamento estacionário o fluido não pode cruzar as paredes desse tipo de tubo.



Equação da continuidade

A massa de um fluido não varia durante seu escoamento. Isso leva a uma relação importante chamada **equação da continuidade**. Considere um tubo de escoamento delimitado por duas seções retas estacionárias de áreas A_1 e A_2 (**Figura 14.21**). Nessas seções retas, as velocidades do fluido são v_1 e v_2, respectivamente. Como dissemos, nenhum fluido pode escoar pelas paredes laterais do tubo. Durante um pequeno intervalo dt, o fluido que estava em A_1 se desloca uma distância $ds_1 = v_1\,dt$, de modo que um cilindro de fluido com altura $v_1\,dt$ e volume $dV_1 = A_1 v_1\,dt$ escoa para o interior do tubo através de A_1. Durante esse mesmo intervalo, um cilindro com volume $dV_2 = A_2 v_2\,dt$ escoa para fora do tubo através de A_2.

Inicialmente, vamos considerar o caso de um fluido incompressível, de tal forma que a densidade ρ possua o mesmo valor em todos os pontos do fluido. A massa dm_1 que flui para o interior do tubo através da área A_1 no tempo dt é dada por $dm_1 = \rho A_1 v_1\,dt$. Analogamente, a massa dm_2 que flui para fora do tubo através da área A_2 no mesmo tempo é dada por $dm_2 = \rho A_2 v_2\,dt$. No escoamento estacionário, a massa total no tubo permanece constante, logo, $dm_1 = dm_2$ e

$$\rho A_1 v_1\,dt = \rho A_2 v_2\,dt \quad \text{ou}$$

Equação da continuidade para um **fluido incompressível**

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (14.10)$$

$A_1 v_1 = A_2 v_2$: Seção reta do tubo de escoamento em dois pontos (ver Figura 14.21); Velocidade de escoamento nos dois pontos

O produto Av é a *vazão volumétrica* dV/dt, ou seja, a taxa com a qual o volume do fluido atravessa a seção reta do tubo:

$$\text{Vazão volumétrica de um fluido} \quad \frac{dV}{dt} = Av \quad \text{(Seção reta do tubo de escoamento; Velocidade de escoamento)} \qquad (14.11)$$

A *vazão mássica* é a taxa de variação da massa por unidade de tempo através da seção reta do tubo. Ela é dada pelo produto da densidade ρ pela vazão volumétrica dV/dt.

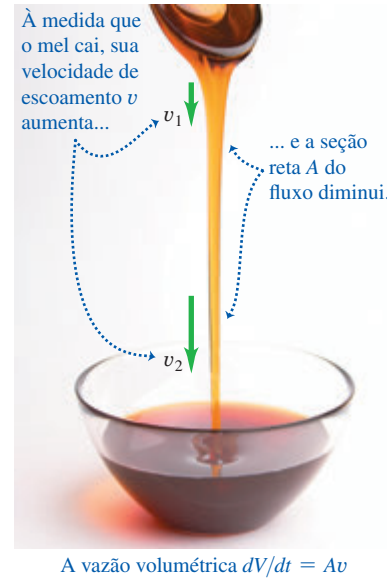
A Equação 14.10 mostra que a vazão volumétrica possui sempre o mesmo valor em todos os pontos ao longo de qualquer tubo de escoamento (**Figura 14.22**). Quando a seção reta de um escoamento diminui, a velocidade aumenta e vice-versa. A parte mais profunda de um rio possui uma seção reta maior e correntes mais lentas que as partes rasas, mas a vazão volumétrica é a mesma nos dois casos. Essa é a essência da máxima "Águas profundas ainda correm". Quando um tubo com diâmetro de 2 cm é ligado a um tubo com diâmetro de 1 cm, a velocidade do escoamento no tubo de 1 cm é quatro vezes maior que a velocidade do escoamento no tubo de 2 cm.

Podemos generalizar a Equação 14.10 para o caso do escoamento de um fluido que *não* é incompressível. Se ρ_1 e ρ_2 forem as densidades nas seções 1 e 2, então

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad \text{(equação da continuidade, fluido compressível)} \qquad (14.12)$$

Se o fluido for mais denso no ponto 2 que no ponto 1 ($\rho_2 > \rho_1$), a vazão volumétrica no ponto 2 será menor que no ponto 1 ($A_2 v_2 < A_1 v_1$). Deixamos os detalhes desta demonstração como um exercício. No caso do fluido incompressível, como ρ_1 e ρ_2 são sempre iguais, a Equação 14.12 se reduz à Equação 14.10.

Figura 14.22 A equação da continuidade, Equação 14.10, ajuda a explicar a forma de um fluxo de mel despejado de uma colher.



A vazão volumétrica $dV/dt = Av$ permanece constante.

EXEMPLO 14.6 ESCOAMENTO DE UM FLUIDO INCOMPRESSÍVEL

Um óleo incompressível de densidade igual a 850 kg/m^3 é bombeado através de um tubo cilíndrico a uma taxa de 9,5 litros por segundo. (a) A primeira seção do tubo tem 8,0 cm de diâmetro. Qual é a velocidade do óleo? Qual é a vazão mássica? (b) A segunda seção do tubo tem 4,0 cm de diâmetro. Quais são os valores para a velocidade e vazão volumétrica nessa seção?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como o fluido é incompressível, a vazão volumétrica tem o *mesmo* valor (9,5 L/s) nas duas seções do tubo. A vazão mássica (o produto da densidade e da vazão volumétrica) também tem o mesmo valor nas duas seções. (Esta é a mesma afirmação de que nenhum fluido é perdido ou acrescentado em qualquer ponto ao longo do tubo.) Usamos a definição da vazão volumétrica, Equação 14.11, para encontrar a velocidade v_1 na seção de 8,0 cm de diâmetro e a equação da continuidade para escoamento incompressível, Equação 14.10, para encontrar a velocidade v_2 na seção de 4,0 cm de diâmetro.

EXECUTAR: (a) pela Equação 14.11, a vazão volumétrica na primeira seção é $dV/dt = A_1 v_1$, onde A_1 é a área da seção reta do tubo de diâmetro de 8,0 cm e raio de 4,0 cm. Assim,

$$v_1 = \frac{dV/dt}{A_1} = \frac{(9{,}5\ \text{L/s})(10^{-3}\ \text{m}^3/\text{L})}{\pi\,(4{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m})^2} = 1{,}9\ \text{m/s}$$

A vazão mássica é $\rho\, dV/dt = (850\ \text{kg/m}^3)\,(9{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}) = 8{,}1\ \text{kg/s}$.

(b) Pela equação da continuidade, Equação 14.10,

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi(4{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m})^2}{\pi(2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m})^2}\,(1{,}9\ \text{m/s}) = 7{,}6\ \text{m/s} = 4v_1$$

As vazões volumétrica e mássica são as mesmas daquelas na parte (a).

AVALIAR: a segunda seção do tubo tem a metade do diâmetro e um quarto da área de seção reta da primeira. Logo, a velocidade deve ser quatro vezes maior na segunda seção, o que é exatamente o que nosso resultado mostra.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 14.4 Uma equipe de manutenção está trabalhando no trecho de uma estrada de três pistas, deixando apenas uma pista aberta ao tráfego. O resultado é um tráfego muito mais lento (um engarrafamento). Os carros na estrada se comportam como (i) moléculas de um fluido incompressível ou (ii) moléculas de um fluido compressível?

14.5 EQUAÇÃO DE BERNOULLI

De acordo com a equação da continuidade, a velocidade do escoamento de um fluido pode variar com as trajetórias desse fluido. A pressão também pode variar; ela depende da altura, como na situação estática (Seção 14.2), e também da velocidade do escoamento. Podemos deduzir uma relação importante entre a pressão, a velocidade e a altura no escoamento de um fluido ideal, chamada de *equação de Bernoulli*. Esta é uma ferramenta essencial para analisar escoamentos em muitos tipos de escoamento de fluidos.

A dependência da pressão em relação à velocidade decorre da equação da continuidade, Equação 14.10. Quando um fluido incompressível escoa ao longo de um tubo de escoamento com seção reta variável, sua velocidade *deve* variar e, portanto, um elemento do fluido deve possuir uma aceleração. Quando o tubo é horizontal, a força que produz essa aceleração é proveniente do fluido das vizinhanças. Isso significa que a pressão *deve* variar em diferentes seções retas do tubo; caso ela fosse a mesma em todos os pontos, a força resultante sobre cada elemento do fluido deveria ser igual a zero. Quando um tubo horizontal afunila e o elemento do fluido acelera, ele deve se deslocar para uma região de pressão menor para ter uma força resultante capaz de acelerá-lo. Quando existe uma diferença de altura, ocorre uma diferença de pressão adicional.

Deduzindo a equação de Bernoulli

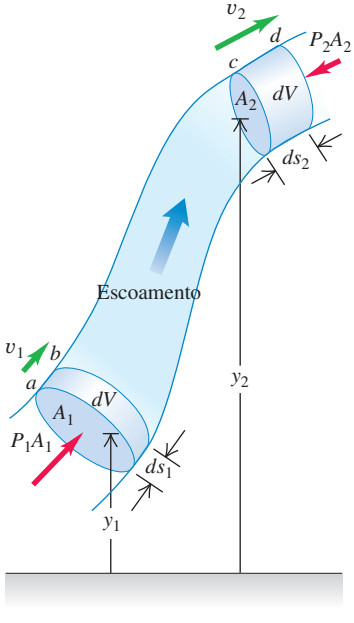


Figura 14.23 Deduzindo a equação de Bernoulli. O trabalho total realizado sobre um elemento do fluido pela pressão do fluido circundante é igual à variação da energia cinética acrescida da variação da energia potencial gravitacional.

Para deduzir a equação de Bernoulli, aplicamos o teorema do trabalho-energia ao fluido em uma seção de um tubo de escoamento. Na **Figura 14.23**, consideramos um elemento do fluido que inicialmente estava entre duas seções retas a e c. A velocidade na extremidade inferior é v_1 e na extremidade superior é v_2. Durante um pequeno intervalo dt, o fluido que estava inicialmente em a se desloca para b, percorrendo uma distância $ds_1 = v_1\,dt$, e o fluido que estava em c desloca-se para d, percorrendo uma distância $ds_2 = v_2\,dt$. As áreas das seções retas nas duas extremidades são A_1 e A_2, conforme indicado. O fluido é incompressível; portanto, pela equação da continuidade, Equação 14.10, o volume de fluido dV que passa em *qualquer* seção reta durante um intervalo dt é sempre o mesmo. Ou seja, $dV = A_1\,ds_1 = A_2\,ds_2$.

Vamos calcular o *trabalho* realizado sobre esse elemento de fluido durante dt. Estamos supondo que o atrito interno no fluido é desprezível (ou seja, não há viscosidade), de modo que as únicas forças não gravitacionais que realizam trabalho sobre o elemento do fluido são as da pressão do fluido circundante. As pressões nas duas extremidades são P_1 e P_2; a força sobre a seção reta a é P_1A_1, e a força sobre a seção reta c é P_2A_2. O trabalho resultante dW realizado pelo fluido das vizinhanças sobre o elemento de fluido durante esse deslocamento é

$$dW = P_1A_1\,ds_1 - P_2A_2\,ds_2 = (P_1 - P_2)dV \tag{14.13}$$

O segundo termo ($P_2A_2ds_2$) possui sinal negativo porque a força sobre c se opõe ao deslocamento do fluido.

O trabalho dW é decorrente de outras forças, além da força conservativa da gravidade; portanto, ele é igual à variação da energia mecânica do sistema (energia cinética mais energia potencial gravitacional) associada ao elemento de fluido. A energia mecânica no fluido entre as seções b e c não varia. No início de dt, o fluido entre as seções a e b possui volume $A_1\,ds_1$, massa $\rho A_1\,ds_1$ e energia cinética

$\frac{1}{2}\rho(A_1\,ds_1)\,v_1^2$. No final de dt, o fluido entre as seções c e d possui energia cinética $\frac{1}{2}\rho\,(A_2\,ds_2)\,v_2^2$. A variação total da energia cinética dK durante o intervalo dt é

$$dK = \tfrac{1}{2}\rho\,dV(v_2^2 - v_1^2) \tag{14.14}$$

E quanto à variação da energia potencial gravitacional? No início de dt, a energia potencial da massa entre a e b é $dm\,gy_1 = \rho\,dV\,gy_1$. No final de dt, a energia potencial da massa entre c e d é $dm\,gy_2 = \rho\,dV\,gy_2$. A variação total da energia potencial dU durante o intervalo dt é

$$dU = \rho\,dV\,g(y_2 - y_1) \tag{14.15}$$

Substituindo as equações 14.13, 14.14 e 14.15 na equação da energia $dW = dK + dU$, obtemos

$$\begin{aligned}(P_1 - P_2)\,dV &= \tfrac{1}{2}\rho\,dV(v_2^2 - v_1^2) + \rho\,dV\,g(y_2 - y_1)\\ P_1 - P_2 &= \tfrac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1)\end{aligned} \tag{14.16}$$

Esta é a **equação de Bernoulli**. Ela afirma que o trabalho realizado pelo fluido das vizinhanças sobre uma unidade de volume de fluido é igual à soma das variações das energias cinética e potencial ocorridas na unidade de volume durante o escoamento. Também podemos interpretar a Equação 14.16 em termos das pressões. O primeiro termo do membro direito é a diferença de pressão associada à variação da velocidade do fluido. O segundo termo do membro direito é a diferença de pressão adicional associada ao peso e produzida pela diferença de altura entre as duas extremidades.

Também podemos expressar a Equação 14.16 de modo mais conveniente, usando a forma

$$P_1 + \rho g y_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 \tag{14.17}$$

Os subscritos 1 e 2 referem-se a *qualquer* par de pontos ao longo do tubo de escoamento, então também podemos escrever

Equação de Bernoulli para um fluido ideal, incompressível

Pressão; Densidade do fluido; O valor é o **mesmo** em todos os pontos no tubo de escoamento.

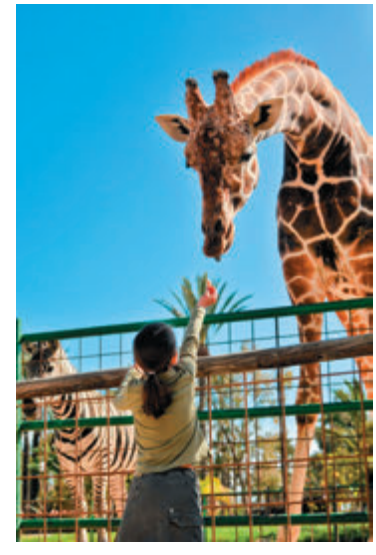
$$P + \rho g y + \tfrac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} \tag{14.18}$$

Aceleração decorrente da gravidade; Elevação; Velocidade de escoamento

Note que, quando o fluido *não* está em movimento (quando $v_1 = v_2 = 0$), a Equação 14.17 se reduz à Equação 14.5, que dá a pressão de um fluido em repouso.

ATENÇÃO A equação de Bernoulli se aplica apenas em certas situações Acentuamos mais uma vez que a equação de Bernoulli vale *somente* para o escoamento estacionário de um fluido incompressível sem atrito interno (viscosidade). Por ser uma equação simples e fácil de usar, pode surgir a tentação de usá-la em situações para as quais ela não é válida!

BIO Aplicação Por que girafas saudáveis possuem pressão sanguínea alta A equação de Bernoulli sugere que, quando o sangue flui para cima em uma velocidade mais ou menos constante v, do coração ao cérebro, a pressão P cairá à medida que a altura y do sangue aumenta. Para o sangue alcançar o cérebro com a pressão mínima exigida, o coração humano oferece uma pressão máxima (sistólica) de cerca de 120 mmHg. A distância vertical do coração ao cérebro é muito maior para uma girafa, de modo que seu coração precisa produzir uma pressão muito maior (cerca de 280 mmHg).



ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 14.1 EQUAÇÃO DE BERNOULLI

A equação de Bernoulli foi deduzida a partir do teorema do trabalho-energia, portanto, podemos aplicar aqui muitas recomendações de Estratégia para a solução de problemas 7.1 (Seção 7.1).

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes*: comece certificando-se de que o escoamento do fluido seja estacionário e que o fluido seja compressível e livre de atrito interno (ver Seção 14.6). Isso geralmente é aplicável a fluidos que escoam por tubos suficientemente grandes e a escoamentos dentro de fluidos com grande volume (por exemplo, o ar que cerca um avião ou a água ao redor de um peixe).

PREPARAR *o problema* usando as seguintes etapas:

1. Identifique os pontos 1 e 2 mencionados na equação de Bernoulli, Equação 14.17.
2. Defina seu sistema de coordenadas e, em especial, o nível em que $y = 0$. Considere o sentido positivo de y como de baixo para cima.
3. Faça uma lista das grandezas conhecidas e desconhecidas na Equação 14.17. Decida quais incógnitas são as variáveis-alvo.

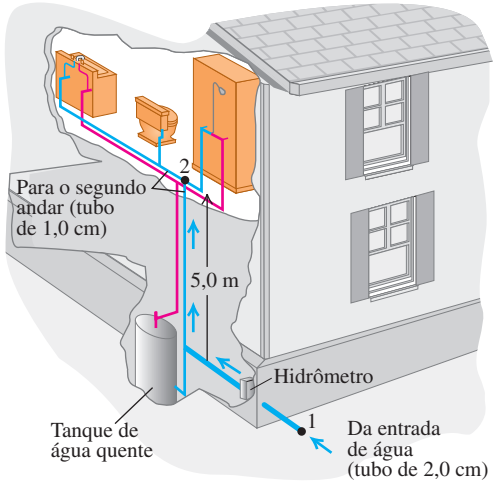
EXECUTAR *a solução* da seguinte forma: em alguns problemas você terá de usar a equação da continuidade (Equação 14.10) para obter uma relação entre as duas velocidades em termos das áreas das seções retas dos tubos ou dos recipientes. Você também pode precisar da Equação 14.11 para achar a vazão volumétrica.

AVALIAR *sua resposta:* confirme se os resultados fazem sentido. Verifique se as unidades são consistentes umas com as outras. Em unidades SI, a pressão é dada em pascal, a densidade em quilograma por metro cúbico e a velocidade, em metros por segundo. As pressões devem ser *todas* expressas como absolutas ou manométricas.

EXEMPLO 14.7 PRESSÃO DA ÁGUA EM UMA CASA

A água entra em uma casa (**Figura 14.24**) através de um tubo com diâmetro interno de 2,0 cm, com uma pressão absoluta igual a $4{,}0 \times 10^5$ Pa (cerca de 4 atm). Um tubo com diâmetro interno de 1,0 cm a conduz ao banheiro do segundo andar, a 5,0 m de altura. Sabendo que no tubo de entrada a velocidade é igual a 1,5 m/s, ache a velocidade do escoamento, a pressão e a vazão volumétrica no banheiro.

Figura 14.24 Qual é a pressão da água no banheiro do segundo andar desta casa?



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: estamos supondo que a água escoa a uma taxa constante. A água é bastante incompressível, portanto, podemos usar a equação da continuidade. É razoável ignorar o atrito interno, pois a tubulação tem um diâmetro relativamente grande, e por isso também podemos usar a equação de Bernoulli. Os pontos 1 e 2 devem ser colocados no tubo de entrada e no banheiro, respectivamente. O problema fornece os diâmetros do tubo nos pontos 1 e 2 (por meio dos quais calculamos as áreas A_1 e A_2), bem como a velocidade $v_1 = 1{,}5$ m/s e a pressão $P_1 = 4{,}0 \times 10^5$ Pa no tubo de entrada. Fazemos $y_1 = 0$ (na entrada) e $y_2 = 5{,}0$ m (no banheiro). Encontramos a velocidade v_2 pela equação da continuidade e a pressão P_2 pela equação de Bernoulli. Assim que encontrarmos v_2, poderemos calcular a vazão volumétrica v_2A_2.

EXECUTAR: usando a equação da continuidade, Equação 14.10:

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2}v_1 = \frac{\pi(1{,}0\ \text{cm})^2}{\pi(0{,}50\ \text{cm})^2}(1{,}5\ \text{m/s}) = 6{,}0\ \text{m/s}$$

Usando a equação de Bernoulli, Equação 14.16,

$$\begin{aligned} P_2 &= P_1 - \tfrac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) - \rho g(y_2 - y_1) \\ &= 4{,}0 \times 10^5\ \text{Pa} \\ &\quad - \tfrac{1}{2}(1{,}0 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(36\ \text{m}^2/\text{s}^2 - 2{,}25\ \text{m}^2/\text{s}^2) \\ &\quad - (1{,}0 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(5{,}0\ \text{m}) \\ &= 4{,}0 \times 10^5\ \text{Pa} - 0{,}17 \times 10^5\ \text{Pa} - 0{,}49 \times 10^5\ \text{Pa} \\ &= 3{,}3 \times 10^5\ \text{Pa} = 3{,}3\ \text{atm} = 48\ \text{lb/pol}^2 \end{aligned}$$

A vazão volumétrica é

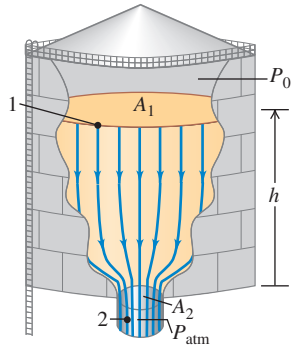
$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= A_2v_2 = \pi(0{,}50 \times 10^{-2}\ \text{m})^2(6{,}0\ \text{m/s}) \\ &= 4{,}7 \times 10^{-4}\ \text{m}^3/\text{s} = 0{,}47\ \text{L/s} \end{aligned}$$

AVALIAR: esta é uma vazão volumétrica razoável para uma torneira de banheiro ou chuveiro. Note que, quando a torneira está fechada, tanto v_1 quanto v_2 são zero, o termo $\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$ na equação de Bernoulli se anula e a pressão P_2 sobe de $3{,}3 \times 10^5$ Pa para $3{,}5 \times 10^5$ Pa.

EXEMPLO 14.8 VELOCIDADE DE EFLUXO

A **Figura 14.25** mostra um tanque de armazenamento de gasolina com uma seção reta de área A_1, cheio até uma altura h. O espaço entre a gasolina e a parte superior do recipiente contém ar e está a uma pressão P_0, e a gasolina flui para fora através de um pequeno tubo de área A_2. Deduza expressões para a velocidade de escoamento no tubo e para a vazão volumétrica.

Figura 14.25 Esquema para calcular a velocidade de saída da gasolina que escoa pela parte inferior de um tanque de armazenamento.



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: podemos considerar o volume inteiro do líquido que escorre como um único tubo de escoamento de um fluido incompressível com atrito interno desprezível. Podemos, portanto, aplicar o princípio de Bernoulli. Os pontos 1 e 2 estão na superfície da gasolina e no tubo de saída, respectivamente. No ponto 1, a pressão é P_0, e no ponto 2 é a pressão atmosférica, P_{atm}. Fazemos $y = 0$ no tubo de saída, de modo que $y_1 = h$ e $y_2 = 0$. Como A_1 é muito maior que A_2, a superfície superior da gasolina escoará muito lentamente, e assim v_1 é praticamente igual a zero. Encontramos a variável v_2 com a Equação 14.17 e a vazão volumétrica com a Equação 14.11.

EXECUTAR: aplicamos a equação de Bernoulli aos pontos 1 e 2:

$$P_0 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = P_{atm} + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g(0)$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\left(\frac{P_0 - P_{atm}}{\rho}\right) + 2gh$$

Usando $v_1 = 0$, obtemos

$$v_2 = \sqrt{2\left(\frac{P_0 - P_{atm}}{\rho}\right) + 2gh}$$

Conforme a Equação 14.11, a vazão volumétrica $dV/dt = v_2 A_2$.

AVALIAR: a velocidade de saída v_2, algumas vezes chamada de *velocidade de efluxo*, depende da diferença de pressão ($P_0 - P_{atm}$) e da altura do nível h do líquido no tanque. Se o tanque estivesse aberto para a atmosfera em sua parte superior, $P_0 = P_{atm}$ e $P_0 - P_{atm} = 0$. Neste caso,

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

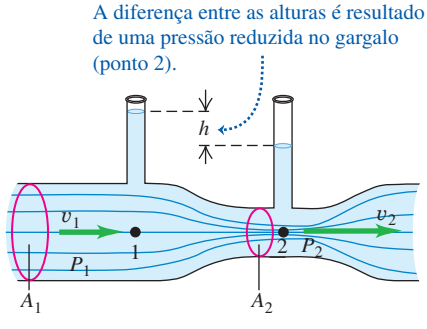
Ou seja, a velocidade de efluxo de uma abertura situada a uma distância h abaixo da superfície superior do líquido é a *mesma* velocidade que teria um corpo caindo livremente de uma altura h. Esse resultado é conhecido como *teorema de Torricelli*. Ele vale também para uma abertura lateral na parede do recipiente situada a uma distância h abaixo da superfície superior do líquido. Se $P_0 = P_{atm}$, a vazão volumétrica é

$$\frac{dV}{dt} = A_2\sqrt{2gh}$$

EXEMPLO 14.9 MEDIDOR DE VENTURI

A **Figura 14.26** mostra um *medidor de Venturi*, usado para medir a velocidade de escoamento em um tubo. Deduza uma expressão para a velocidade de escoamento v_1 em termos das áreas das seções retas A_1 e A_2 e da diferença de altura h entre os níveis dos líquidos nos dois tubos verticais.

Figura 14.26 Medidor de Venturi.



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o escoamento é estacionário, e supomos que o fluido seja incompressível e seu atrito interno seja desprezível. Podemos, portanto, aplicar a equação de Bernoulli à parte larga do tubo (ponto 1) e à parte estreita (ponto 2, o *gargalo*). A Equação 14.6 relaciona h à diferença de pressão $P_1 - P_2$.

EXECUTAR: os pontos 1 e 2 estão na mesma coordenada vertical ($y_1 = y_2$), então aplicamos a Equação 14.17:

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Pela equação da continuidade, $v_2 = (A_1/A_2)v_1$. Substituindo esse valor na equação e reagrupando, obtemos

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_1^2\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]$$

(*Continua*)

(*Continuação*)

Conforme a Equação 14.6, a diferença de pressão $P_1 - P_2$ também é igual a ρgh. Combinando esse resultado com a equação anterior e explicitando v_1, obtemos

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{(A_1/A_2)^2 - 1}}$$

AVALIAR: como A_1 é maior que A_2, v_2 é maior que v_1 e a pressão P_2 na garganta é *menor* que P_1. Essas diferenças de pressão produzem uma força resultante orientada da esquerda para a direita, que acelera o fluido quando ele entra no gargalo, e uma força resultante orientada da direita para a esquerda, que freia o fluido depois que ele sai.

EXEMPLO CONCEITUAL 14.10 SUSTENTAÇÃO SOBRE A ASA DE UM AVIÃO

A **Figura 14.27a** mostra as linhas de escoamento em torno da seção reta da asa de um avião. As linhas de escoamento se concentram acima da asa, indicando um aumento na velocidade de escoamento e correspondendo a uma pressão mais baixa nessa região, como no caso do gargalo do medidor de Venturi, no Exemplo 14.9. A força de baixo para cima na asa do avião é maior que a força de cima para baixo; a força resultante de baixo para cima é chamada de *força de sustentação*. A sustentação não é simplesmente devida ao impulso do ar que incide sobre a parte de baixo da asa; na realidade, verifica-se que a redução da pressão sobre a superfície superior da asa dá a maior contribuição para a sustentação. (Esta discussão altamente simplificada despreza a formação de vórtices.)

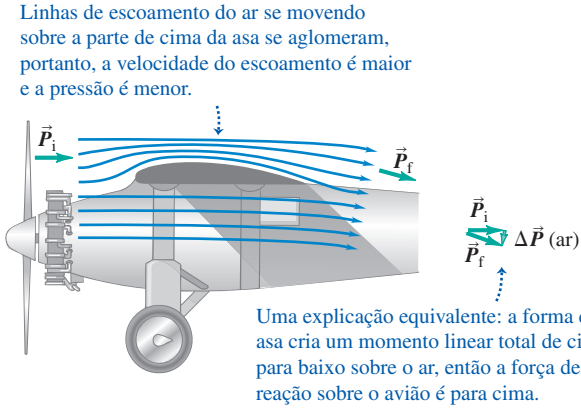
Também podemos entender a força de sustentação com base nas variações do momento linear. O diagrama de vetor da Figura 14.27a mostra que existe uma variação do momento linear vertical resultante *de cima para baixo*, produzida pelo escoamento do ar que passa em torno da asa, correspondendo à força de cima para baixo que a asa exerce sobre o ar. A força de reação *sobre* a asa é orientada de *baixo para cima*, conforme concluímos anteriormente.

Um padrão de escoamento e uma força de sustentação semelhantes são encontrados nas vizinhanças de qualquer objeto curvo ao vento. Vento moderado pode fazer um guarda-chuva "flutuar"; um vento forte pode virá-lo para cima. Uma força de sustentação também age sobre os pneus de um carro em alta velocidade; um *spoiler* na traseira do carro tem a forma de uma asa virada para baixo e aplica uma força de compensação para baixo.

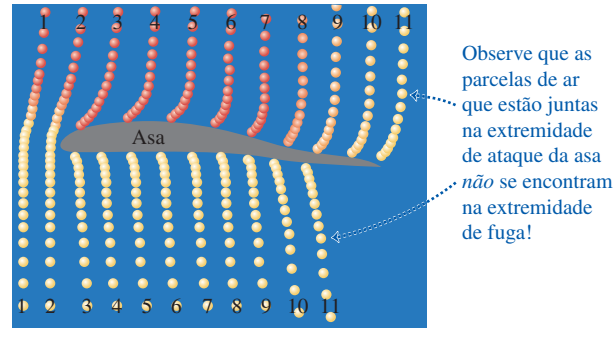
ATENÇÃO Um equívoco a respeito das asas Explicações simplificadas muitas vezes afirmam que o ar se desloca mais rápido sobre a parte de cima de uma asa porque "tem mais espaço a percorrer". Essa explicação supõe que duas moléculas de ar adjacentes que se separam na extremidade de ataque (parte da frente) da asa, uma se dirigindo à superfície superior e a outra à superfície inferior, devem se encontrar novamente na extremidade de fuga (parte de trás) da asa. Isso não é correto! A Figura 14.27b mostra uma simulação de computador do escoamento de parcelas de ar em torno de uma asa. As faixas adjacentes na extremidade de ataque da asa *não* se encontram na extremidade de fuga porque o escoamento sobre a parte de cima da asa é, na verdade, mais rápido que na parte de baixo. Conforme a equação de Bernoulli, essa velocidade maior implica uma pressão menor sobre a asa (e, portanto, uma maior força de sustentação) que a explicação de "mais espaço a percorrer" sugeriria.

Figura 14.27 Escoamento em torno da asa de um avião.

(a) Linhas de escoamento em torno da asa de um avião



(b) Simulação de computador de parcelas de ar escoando ao redor de uma asa, o que mostra que o ar se move muito mais depressa na parte superior que na inferior.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 14.5 Qual é a afirmação mais correta a respeito do princípio de Bernoulli? (i) O ar que se move mais depressa provoca uma pressão mais baixa; (ii) a pressão mais baixa faz com que o ar se mova mais rápido; (iii) as afirmativas (i) e (ii) são igualmente corretas. ❙

14.6 VISCOSIDADE E TURBULÊNCIA

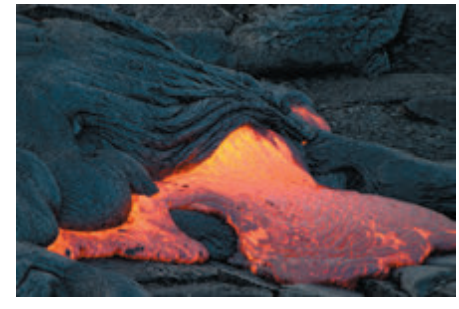
Ao estudarmos o escoamento de fluidos, consideramos que o fluido não apresentava atrito interno e que o escoamento era laminar. Embora essas suposições muitas vezes sejam válidas, em várias situações físicas importantes os efeitos da viscosidade (atrito interno) e da turbulência (escoamento não laminar) são fundamentais. Vamos estudar brevemente algumas dessas situações.

Viscosidade

A **viscosidade** é o atrito interno em um fluido. As forças viscosas se opõem ao movimento de uma parte do fluido em relação à outra. A viscosidade é a razão pela qual você realiza um esforço para remar em uma canoa se deslocando em águas calmas, mas também é a razão pela qual você consegue remar. Os efeitos da viscosidade são importantes para o escoamento através de tubos, para o fluxo do sangue, para a lubrificação de diversas partes de máquinas e muitas outras situações.

Fluidos que escoam facilmente, como a água ou a gasolina, possuem menos viscosidade que líquidos "espessos" como o mel ou o óleo de motor. As viscosidades de todos os fluidos dependem muito da temperatura; à medida que a temperatura aumenta, a viscosidade aumenta nos gases e diminui nos líquidos (**Figura 14.28**). Os óleos para lubrificação de máquinas precisam fluir igualmente bem em condições frias e quentes, e por isso são projetados para *reduzir* a variação de temperatura da viscosidade tanto quanto possível.

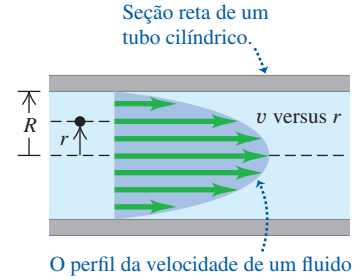
Figura 14.28 A lava é um exemplo de escoamento de fluido viscoso. A viscosidade diminui com o aumento da temperatura: quanto mais quente a lava, mais facilmente ela escoa.



Um fluido viscoso sempre tende a aderir a uma superfície sólida em contato com ele. Existe uma camada fina, chamada de *camada limite* do fluido nas proximidades da superfície, ao longo da qual o fluido está praticamente em repouso em relação à superfície sólida. É por essa razão que partículas de poeira aderem às pás de um ventilador, mesmo quando ele gira rapidamente, e também é por isso que você não consegue eliminar toda a sujeira do carro simplesmente jogando água sobre ele com uma mangueira.

A viscosidade tem efeitos importantes sobre o escoamento de líquidos através de tubos, inclusive para o fluxo do sangue no sistema circulatório. Pense em um fluido com viscosidade zero de modo a poder aplicar a equação de Bernoulli, a Equação 14.17. Se as duas extremidades de um longo tubo cilíndrico estão na mesma altura ($y_1 = y_2$) e a velocidade do escoamento é a mesma em ambas as extremidades ($v_1 = v_2$), a equação de Bernoulli nos diz que a pressão é a mesma em ambas as extremidades. Entretanto, esse resultado simplesmente não é verdadeiro se levarmos em conta a viscosidade. Para ver por que, considere a **Figura 14.29**, que mostra o perfil das velocidades no escoamento laminar de um fluido viscoso em um longo tubo cilíndrico. Em razão da viscosidade, a velocidade é *zero* nas paredes do tubo (às quais o fluido adere) e máxima no centro do tubo. O escoamento é como uma série de tubos concêntricos escorregando em relação um ao outro, com o tubo central movendo-se mais rapidamente e o tubo mais externo em repouso. As forças de viscosidade entre os tubos se opõem a esse escorregamento; para manter o fluxo, devemos aplicar uma pressão mais forte na parte de trás do que na parte da frente. É por isso que você aperta um tubo de pasta de dentes ou uma embalagem de ketchup (ambos fluidos viscosos) para fazer o fluido sair de seu recipiente. Seus dedos imprimem uma pressão à parte de trás que é bem maior que a pressão atmosférica na parte da frente do escoamento.

Figura 14.29 Perfil de velocidades no escoamento de um fluido viscoso em um tubo cilíndrico.



A diferença de pressão necessária para manter uma dada vazão volumétrica em um tubo cilíndrico de comprimento L e raio R é proporcional a L/R^4. Se reduzirmos R à metade, a pressão necessária aumenta em $2^4 = 16$; se diminuirmos R de um fator de 0,90 (uma redução de 10%), aumentamos a diferença de pressão de um fator de $(1/0{,}90)^4 = 1{,}52$ (um aumento de 52%). Essa relação simples explica a relação entre uma dieta com elevado teor de colesterol (que tende a estreitar as artérias) e a alta pressão sanguínea. Em razão da dependência de R^4, mesmo um pequeno estreitamento nas artérias pode levar a uma elevação substancial na pressão sanguínea e aumentar a tensão sobre o músculo cardíaco.

Turbulência

BIO Aplicação Escutando o fluxo turbulento O fluxo do sangue na aorta humana é laminar, porém pequenas perturbações patológicas podem fazê-lo se tornar turbulento. A turbulência produz ruído, e é por isso que escutar o fluxo do sangue com um estetoscópio é uma técnica de diagnóstico bastante útil.

Quando a velocidade do escoamento de um fluido supera um certo valor crítico, o escoamento deixa de ser laminar. Em vez disso, a configuração do escoamento torna-se extremamente irregular e complexa, variando continuamente com o tempo; não existe nenhuma configuração com escoamento estacionário. Esse escoamento irregular e caótico denomina-se **turbulência**. A Figura 14.20 mostra o contraste entre um escoamento laminar e um turbulento quando a fumaça sobe no ar. A equação de Bernoulli *não* pode ser aplicada em regiões onde existe turbulência, porque o escoamento não é estacionário.

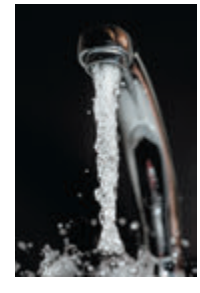
O fato de um escoamento ser laminar ou turbulento depende em parte da viscosidade do fluido. Quanto maior a viscosidade, maior a tendência do fluido para escoar em lâminas, e mais provável que o escoamento seja laminar. (Quando discutimos a equação de Bernoulli na Seção 14.5, supusemos que o escoamento fosse laminar e que o fluido tivesse viscosidade zero. Na verdade, um *pouco* de viscosidade é necessário para assegurar que o escoamento seja laminar.)

Em um fluido de uma dada viscosidade, a velocidade do escoamento é um fator determinante no estabelecimento da turbulência. Uma configuração de escoamento estável em velocidades baixas pode se tornar subitamente instável quando a velocidade supera certo valor crítico. As irregularidades no escoamento podem ser produzidas por rugosidades no interior da parede do tubo, variações na densidade do fluido e muitos outros fatores. Em velocidades pequenas, essas perturbações são amortecidas; a configuração do escoamento é *estável* e tende a manter sua natureza laminar (**Figura 14.30a**). Porém, quando a velocidade crítica é atingida, a configuração do escoamento torna-se instável. As perturbações não são mais amortecidas e crescem até que toda a configuração laminar seja destruída (Figura 14.30b).

Figura 14.30 O escoamento da água de uma torneira pode ser (a) laminar ou (b) turbulento.

(a) Baixa velocidade: fluxo laminar

(b) Alta velocidade: fluxo turbulento



EXEMPLO CONCEITUAL 14.11 BOLA CURVA

A trajetória de uma bola curva é *realmente* curva? A resposta é sim, e o motivo é a turbulência. A **Figura 14.31a** mostra uma bola que se move através do ar da esquerda para a direita. Para um observador que se move com o centro da bola, a corrente de ar parece se mover da direita para a esquerda, como mostrado pelas linhas de escoamento na figura. Em virtude das elevadas velocidades normalmente envolvidas (cerca de 35 m/s, ou 125 km/h), existe uma região de *escoamento turbulento* atrás da bola.

A Figura 14.31b mostra uma bola *girando* com "*spin* para cima". Camadas de ar nas proximidades da superfície da bola são puxadas no sentido do *spin* pelo atrito entre o ar e a bola e por causa do atrito interno do ar (viscosidade). A velocidade do ar em relação à superfície da bola torna-se menor no topo do que na base, e ocorre mais turbulência na parte superior da bola do que na parte inferior. A força resultante faz a bola desviar para baixo (Figura 14.31c). Essa é a razão pela qual o *top spin*, ou "*spin* para cima", é usado no tênis em saques velozes para manter a bola dentro do campo (Figura 14.31d).

No lançamento de uma bola curva no beisebol, a bola gira em torno de um eixo aproximadamente *vertical* e a curva real obtida é lateral. Nesse caso, a Figura 14.31c mostra uma vista de *topo* da situação. Uma bola curva lançada por um arremessador que usa a mão esquerda (Figura 14.31e) sofre um desvio *na direção de* um rebatedor que usa a mão direita, dificultando a rebatida.

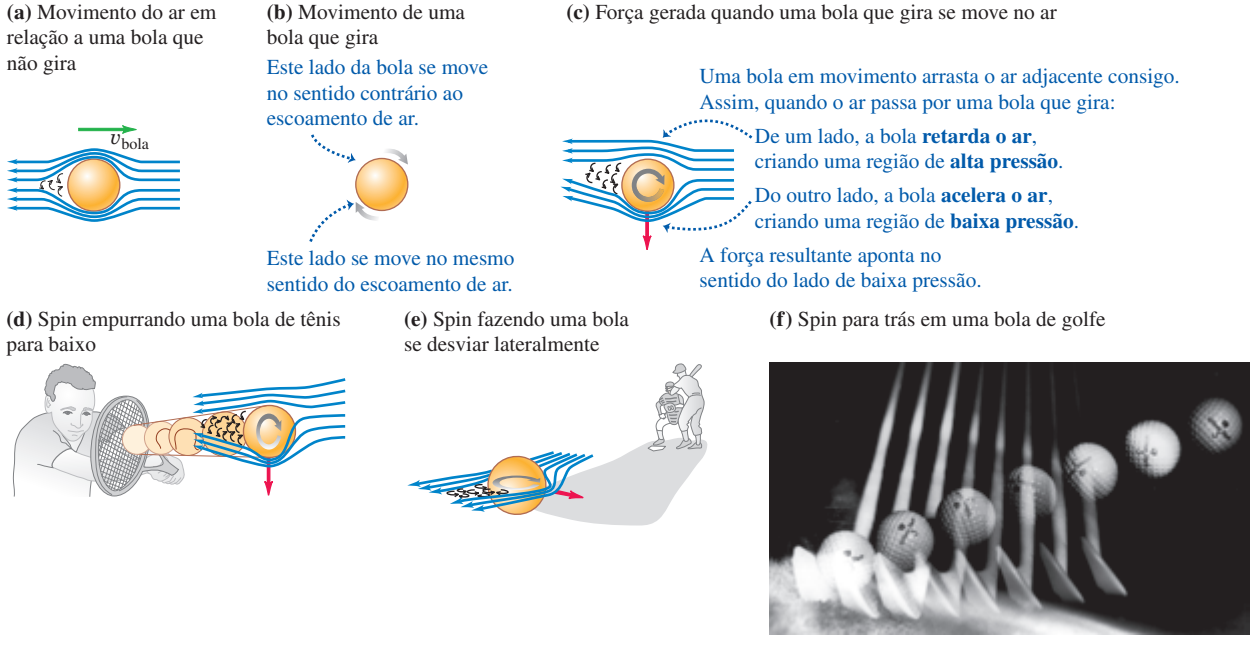
Um efeito semelhante ocorre com uma bola de golfe, que sempre possui "*spin* para trás" em razão do impacto da face inclinada do taco. A Figura 14.31f mostra o "*spin* para trás" adquirido pela bola logo após o impacto com o taco. A diferença de pressão resultante entre as partes superior e inferior da bola produz uma força de sustentação que permite mantê-la suspensa no ar durante um tempo maior do que se não houvesse o *spin*. Quando uma tacada é bem dada, a bola parece "flutuar" acima do local de onde

(*Continua*)

(*Continuação*)

partiu, ou até mesmo desviar-se *para cima* durante a porção inicial da trajetória. Trata-se de um efeito real e não uma ilusão. As pequenas reentrâncias da bola desempenham um papel essencial; para uma mesma velocidade inicial e um mesmo *spin*, a viscosidade do ar produziria uma trajetória mais curta em uma bola sem reentrâncias do que no caso de uma bola com reentrâncias.

Figura 14.31 (a)-(e) Analisando o movimento de uma bola girando no ar. (f) Fotografia estroboscópica de uma bola de golfe sendo arremessada por um taco. A fotografia foi feita com 1.000 *flashes* por segundo. A bola faz uma volta completa depois de oito fotografias, correspondendo a uma velocidade angular de 125 rot/s ou 7.500 rpm. Fonte: Harold Edgerton, do MIT, copyright 2014. Cortesia da Palm Press, Inc.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 14.6 Que pressão adicional um enfermeiro deve aplicar com o polegar para dar uma injeção com uma agulha hipodérmica de 0,30 mm de diâmetro interno em comparação com a pressão necessária para aplicar uma injeção com uma agulha de 0,60 mm de diâmetro interno? Suponha que as duas agulhas tenham o mesmo comprimento e que a vazão volumétrica seja a mesma em ambos os casos. (i) O dobro; (ii) 4 vezes; (iii) 8 vezes; (iv) 16 vezes; (v) 32 vezes.

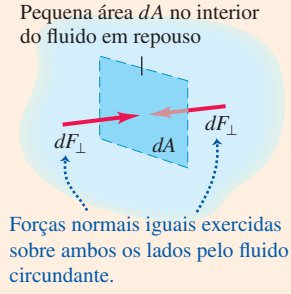
CAPÍTULO 14 RESUMO

Densidade e pressão: a densidade é a massa por unidade de volume. Se a massa m de um corpo homogêneo possui volume V, sua densidade é a razão m/V. A densidade relativa é a razão entre a densidade de um material e a densidade da água. (Veja o Exemplo 14.1.)

Pressão é a força normal por unidade de área. A lei de Pascal afirma que a pressão aplicada sobre a superfície de um fluido fechado é transmitida sem diminuição a todos os pontos do fluido. A pressão absoluta é a pressão total em um fluido; a pressão manométrica é a diferença entre as pressões absoluta e atmosférica. A unidade SI de pressão é o pascal (Pa): 1 Pa = 1 N/m^2. (Veja o Exemplo 14.2.)

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{14.1}$$

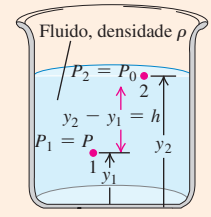
$$P = \frac{dF_\perp}{dA} \tag{14.2}$$



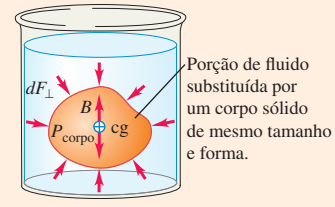
Pressões em um fluido em repouso: a diferença de pressão entre os pontos 1 e 2 em um fluido em repouso de densidade uniforme ρ (um fluido incompressível) é proporcional à diferença entre as alturas y_1 e y_2. Se a pressão na superfície de um fluido incompressível em repouso é P_0, a pressão em uma profundidade h é maior por uma quantidade ρgh. (Veja os exemplos 14.3 e 14.4.)

$$P_2 - P_1 = -\rho g(y_2 - y_1) \quad (14.5)$$
(pressão em um fluido de densidade uniforme)

$$P = P_0 + \rho gh \quad (14.6)$$
(pressão em um fluido de densidade uniforme)



Empuxo: o princípio de Arquimedes afirma que, quando um corpo está imerso em um fluido, ele exerce sobre o corpo uma força de empuxo de baixo para cima igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo. (Veja o Exemplo 14.5.)



Escoamento de fluidos: um fluido ideal é incompressível e não possui viscosidade (atrito interno). Uma linha de escoamento é a trajetória de uma partícula do fluido; uma linha de corrente é uma curva cuja tangente em cada ponto dá a direção e o sentido do vetor velocidade. Um tubo de escoamento é delimitado em sua superfície externa por linhas de escoamento. No escoamento laminar, as camadas do fluido deslizam suavemente umas sobre as outras. No escoamento turbulento existe uma grande desordem e a configuração do escoamento muda constantemente.

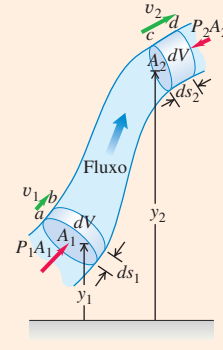
A conservação da massa de um fluido incompressível é expressa pela equação da continuidade, que relaciona as velocidades de escoamento v_1 e v_2 para duas seções retas A_1 e A_2 ao longo de um tubo de escoamento. O produto Av é a vazão volumétrica, dV/dt, a taxa com a qual o volume atravessa uma seção reta do tubo. (Ver Exemplo 14.6.)

A equação de Bernoulli declara que uma quantidade envolvendo a pressão P, a velocidade de escoamento v e a altura y tem o mesmo valor em qualquer lugar do tubo, supondo o escoamento estacionário de um fluido ideal. Essa equação pode ser usada para relacionar as propriedades do fluxo em dois pontos quaisquer. (Veja os exemplos 14.7 a 14.10.)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (14.10)$$
(equação da continuidade, fluido incompressível)

$$\frac{dV}{dt} = Av \quad (14.11)$$
(vazão volumétrica)

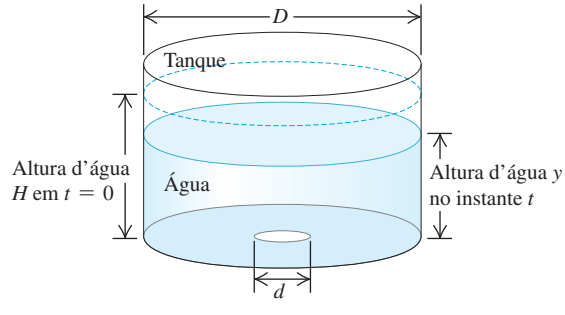
$$P + \rho gy + \tfrac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} \quad (14.18)$$
(equação de Bernoulli)



Problema em destaque Quanto tempo para drenar?

Um grande tanque cilíndrico, com diâmetro D, está aberto para o ar na parte superior. O tanque contém água até uma altura H. Um pequeno furo circular, com diâmetro d, onde $d << D$, é aberto no fundo do tanque (**Figura 14.32**). Ignore quaisquer efeitos da viscosidade. (a) Determine y, a altura da água no tanque em um tempo t após o furo ser aberto, como função de t. (b) Quanto tempo é necessário para drenar totalmente o tanque? (c) Se você dobrar a altura H, por qual fator aumentará o tempo para drenar o tanque?

Figura 14.32 Um tanque de água é aberto no topo e tem um furo na base.



(*Continua*)

(*Continuação*)

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Desenhe um esboço da situação, mostrando todas as dimensões relevantes.
2. Relacione as quantidades desconhecidas e decida quais delas são as variáveis-alvo.
3. Com que velocidade a água sai do fundo do tanque? Como isso se relaciona com a vazão volumétrica da água saindo do tanque? Como a vazão volumétrica se relaciona com a taxa de variação de y?

EXECUTAR

4. Use os resultados do item 3 para escrever uma equação para dy/dt.
5. Seu resultado do item 4 é uma equação diferencial relativamente simples. Com seu conhecimento de cálculo, você poderá integrá-lo para achar y como uma função de t. (*Dica:* quando tiver feito a integração, você ainda terá de fazer alguma álgebra.)
6. Use o resultado do item 5 para determinar o tempo que levará para esvaziar o tanque. Qual é a relação entre seu resultado e a altura inicial H?

AVALIAR

7. Verifique se suas respostas fazem sentido. Uma boa verificação é desenhar um gráfico de y em função de t. De acordo com seu gráfico, qual é o sinal algébrico de dy/dt em diferentes momentos? Isso faz algum sentido?

PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS:** problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q14.1 Um cubo de carvalho de faces lisas normalmente flutua na água. Suponha que você o submergisse completamente e pressionasse uma das faces contra o fundo do tanque de modo que não houvesse água sob essa face. O bloco subiria à superfície e flutuaria? Há uma força de empuxo atuando sobre ele? Explique.

Q14.2 Uma mangueira de borracha é ligada a um funil, e a extremidade livre é encurvada para apontar para cima. Derramando-se água no funil, ela sobe na mangueira até um nível igual ao da água no funil, embora o volume da água nele seja maior que na mangueira. Por quê? O que sustenta o peso adicional da água no funil?

Q14.3 Comparando os exemplos 14.1 (Seção 14.1) e 14.2 (Seção 14.2), parece que um peso de 700 N de ar exerce uma força para baixo igual a $2{,}0 \times 10^6$ N sobre o piso. Como isso é possível?

Q14.4 A Equação 14.7 mostra que uma razão de 100 para 1 pode fornecer uma força na saída 100 vezes maior que a força na entrada. Isso não viola a conservação da energia? Explique.

Q14.5 Você deve ter notado que, quanto menor for a pressão de um pneu, maior será a área de contato entre o pneu e o asfalto. Por quê?

Q14.6 No balonismo, enche-se um balão grande com ar aquecido por um combustor de gás situado em sua parte inferior. Por que o ar deve ser aquecido? Como o balonista controla a ascensão e a descida do balão?

Q14.7 Para descrever o tamanho de um grande navio é costume usar expressões do tipo "ele desloca 20.000 toneladas". O que isso significa? O peso do navio pode ser calculado por essa informação?

Q14.8 Você coloca uma esfera maciça de alumínio dentro de um balde com água em repouso sobre o solo. A força de empuxo é igual ao peso da água deslocada; este é menor que o peso da esfera; logo, a esfera afunda até a base do balde. Se você transporta o balde até um elevador que sobe verticalmente com aceleração constante, o peso aparente da água aumenta e a força de empuxo também. Caso a aceleração do elevador seja suficientemente elevada, a esfera pode saltar para fora da água? Explique sua resposta.

Q14.9 Um dirigível resistente, mais leve que o ar e cheio de hélio, não pode continuar subindo indefinidamente. Por quê? Qual é o fator que determina a altura máxima que ele pode atingir?

Q14.10 Qual destes tem maior força de empuxo sobre ele: um pedaço de madeira de 25 cm^3 flutuando com parte de seu volume acima da água ou um pedaço de ferro submerso com 25 cm^3? Ou você precisa saber quais são suas massas antes de poder responder? Explique.

Q14.11 A pureza do ouro pode ser testada medindo seu peso no ar e na água. Como? Você acha que conseguiria enganar as pessoas fabricando uma falsa barra recobrindo de ouro um material mais barato?

Q14.12 Durante a grande inundação do Mississipi em 1993, os diques em St. Louis tendiam a se romper primeiro na base. Por quê?

Q14.13 Um navio cargueiro está viajando no Oceano Atlântico (água salgada) e entra pelo Rio St. Lawrence no Lago Ontario (água doce). No Lago Ontario, o navio flutua a um nível vários centímetros mais baixo que o nível da flutuação no oceano. Por quê?

Q14.14 Você empurra um pedaço de madeira para dentro de uma piscina. Depois que ele submergiu completamente, você continua empurrando-o mais para o fundo. Enquanto faz isso, o que acontecerá com a força de empuxo sobre o objeto? Ela continuará aumentando, ficará igual ou diminuirá? Por quê?

Q14.15 Uma velha pergunta é: "O que pesa mais, um quilo de penas ou um quilo de chumbo?". Como o peso resulta da força gravitacional, suponha que você coloque um quilograma de penas no prato de uma balança de braços iguais e coloque um quilograma de chumbo no outro prato. A balança ficará equilibrada? Explique, levando em conta a força de empuxo.

Q14.16 Suponha que a porta de uma sala esteja ajustada ao batente sem atrito, impedindo a passagem do ar. Se a pressão de um lado da porta for igual a uma atmosfera-padrão e a pressão do outro lado for 1% maior que a atmosfera-padrão, ela se abrirá? Explique.

Q14.17 A uma certa profundidade em um líquido incompressível, a pressão absoluta é P. A uma profundidade duas vezes maior, a pressão absoluta será igual, maior ou menor que $2P$? Justifique sua resposta.

Q14.18 Um pedaço de ferro está colado sobre um bloco de madeira. Quando esse bloco, com o ferro em seu topo, é colocado em um balde cheio de água, ele flutua. A seguir, o bloco é invertido de modo que o ferro fique submerso, embaixo da madeira. O bloco flutuará ou afundará? O nível da água do balde permanecerá o mesmo, aumentará ou diminuirá? Explique suas respostas.

Q14.19 Em um tanque de água, você mergulha um pote de vidro vazio com o bocal voltado para baixo, de modo que o ar fique preso e não possa escapar. Se você empurrar o pote para o fundo do tanque, a força de empuxo sobre o pote permanecerá constante? Caso não permaneça, aumentará ou diminuirá? Explique suas respostas.

Q14.20 Você está flutuando em uma canoa no meio de uma piscina. Seu amigo está à beira da piscina, verificando cuidadosamente o nível de água em sua lateral. Você tem uma bola de boliche dentro da canoa. Se você soltar a bola suavemente ao lado da canoa e ela afundar até o chão da piscina, o nível da água aumenta ou diminui?

Q14.21 Você está flutuando em uma canoa no meio de uma piscina. Um grande pássaro alça voo e pousa em seu ombro. O nível da água na piscina aumenta ou diminui?

Q14.22 Dois baldes idênticos estão cheios de água até a borda, mas um deles tem um pedaço de madeira flutuando. Qual balde pesa mais? Explique.

Q14.23 Um cubo de gelo flutua em um copo com água. Quando o gelo se liquefaz, o nível da água no copo permanece o mesmo, aumenta ou diminui? Explique suas respostas.

Q14.24 Um balão cheio de gás hélio está preso a uma corda leve dentro de um carro em repouso. A outra ponta da corda é presa ao piso do carro, de modo que o balão puxa a corda vertical. O carro agora acelera para a frente. O balão se move? Se sim, ele se move para a frente ou para trás? Justifique seu raciocínio com relação ao empuxo. (Se tiver chance, tente fazer essa experiência — mas com outra pessoa dirigindo!)

Q14.25 Se a velocidade em cada ponto do espaço de um escoamento estacionário é constante, como uma partícula pode acelerar?

Q14.26 Na vitrine de uma loja, uma bola de tênis de mesa flutua no ar empurrada por um jato de ar vindo da saída do cano de um aspirador de pó. A bola oscila um pouco, porém sempre permanece próxima do centro do jato, mesmo quando ele está ligeiramente inclinado. Como esse comportamento ilustra a equação de Bernoulli?

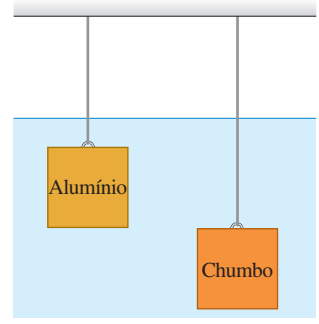
Q14.27 Um tornado é um redemoinho de ar muito veloz. Por que a pressão no centro é sempre muito menor que na periferia? Como essa condição é responsável pelo poder de destruição de um tornado?

Q14.28 O comprimento das pistas de pouso e decolagem de aeroportos situados em altitudes elevadas é maior que o das pistas de aeroportos situados ao nível do mar. Uma razão para isso é que o motor do avião desenvolve menor potência no ar rarefeito em altitudes elevadas. Qual é a outra razão?

Q14.29 Quando uma corrente de água sai suavemente de uma torneira, sua largura diminui à medida que a água cai. Explique por que isso acontece.

Q14.30 Cubos de chumbo e alumínio de tamanho idêntico são suspensos em diferentes profundidades por dois fios em um grande tanque de água (**Figura Q14.30**). (a) Qual dos cubos é submetido à maior força de empuxo? (b) Em qual dos cubos a tensão do fio é maior? (c) Qual dos cubos é submetido a uma força maior em sua face inferior? (d) Em qual dos cubos a diferença de pressão entre as faces superior e inferior é maior?

Figura Q14.30



EXERCÍCIOS

Seção 14.1 Gases, líquidos e densidade

14.1 •• Fazendo um trabalho extra, você foi solicitado a transportar uma barra de ferro cilíndrica de 85,80 cm de comprimento e 2,85 cm de diâmetro de um depósito até um torneiro mecânico. Você precisará usar um carrinho de mão? (Para responder, calcule o peso da barra.)

14.2 •• Um cubo de 5,0 cm de lado é composto de uma liga metálica. Depois de fazer um furo cilíndrico de 2,0 cm de diâmetro atravessando uma face e perpendicular a ela, você descobre que o cubo pesa 6,30 N. (a) Qual é a densidade desse metal? (b) Qual era o peso do cubo antes que você fizesse o furo?

14.3 • Você compra uma peça retangular de metal com dimensões de 5,0 × 15,0 × 30,0 mm e massa igual a 0,0158 kg. O vendedor diz que o metal é ouro. Para verificar se é verdade, você deve calcular a densidade média da peça. Qual foi o valor obtido? Você foi enganado?

14.4 •• **Barra de ouro.** Você ganha na loteria e decide impressionar seus amigos exibindo um cubo de ouro de um milhão de dólares. O ouro está sendo vendido a $ 1.282 por onça *troy*, e uma onça *troy* equivale a 31,1035 g. Qual seria a altura do seu cubo de um milhão de dólares?

14.5 •• Uma esfera de chumbo e uma esfera de alumínio uniformes têm a mesma massa. Qual é a razão entre o raio da esfera de alumínio e o raio da esfera de chumbo?

14.6 • (a) Qual é a densidade média do Sol? (b) Qual é a densidade média de uma estrela de nêutrons que possui a mesma massa que o Sol, mas um raio de apenas 20,0 km?

14.7 •• Um tubo cilíndrico de cobre oco mede 1,50 m de comprimento, tem diâmetro externo de 3,50 cm e diâmetro interno de 2,50 cm. Quanto pesa esse tubo?

Seção 14.2 Pressão em um fluido

14.8 •• **Chaminés negras.** Chaminés negras são jatos vulcânicos quentes que emitem fumaça no fundo do oceano. Muitas dessas chaminés estão repletas de animais exóticos, e alguns biólogos acreditam que a vida na Terra tenha começado ao redor delas. Os jatos variam em profundidade de cerca de 1.500 a 3.200 m abaixo da superfície. Qual é a pressão manométrica em um jato a 3.200 m de profundidade, supondo que a densidade da água não varie? Dê sua resposta em pascals e atmosferas.

14.9 •• **Oceanos em Marte.** Cientistas encontraram indícios de que Marte pode ter tido um oceano com 0,500 km de profundidade. A aceleração da gravidade em Marte é 3,71 m/s^2. (a) Qual seria a pressão manométrica no fundo desse oceano, supondo que ele fosse de água doce? (b) A que profundidade você precisaria descer nos oceanos da Terra para ser submetido à mesma pressão manométrica?

14.10 •• BIO (a) Calcule a diferença na pressão sanguínea entre os pés e o topo da cabeça de uma pessoa de 1,65 m de altura. (b) Considere um segmento cilíndrico de um vaso sanguíneo de 2,0 cm de comprimento e 1,50 mm de diâmetro. Que força externa *adicional* esse vaso precisaria suportar nos pés em comparação a um vaso semelhante na cabeça dessa pessoa?

14.11 • BIO Na alimentação intravenosa, uma agulha é inserida em uma veia no braço do paciente, e um tubo vai da agulha até um reservatório de fluido (densidade igual a 1.050 kg/m^3) localizado em uma altura h acima do braço. A parte superior do reservatório é aberta para o ar. Se a pressão manométrica dentro da veia é 5.980 Pa, qual é o valor mínimo de h para que o fluido possa entrar na veia? Suponha que o diâmetro da agulha seja grande o bastante para que se possa desprezar a viscosidade (veja a Seção 14.6) do fluido.

14.12 • Um barril contém uma camada de óleo de 0,120 m flutuando sobre a água com uma profundidade igual a 0,250 m. A densidade do óleo é igual a 600 kg/m^3. (a) Qual é a pressão manométrica na interface entre o óleo e a água? (b) Qual é a pressão manométrica no fundo do barril?

14.13 • BIO **Pressão de cabeça para baixo.** (a) Qual é a *diferença* entre a pressão sanguínea no seu cérebro quando você está de cabeça para baixo e quando está em pé? Suponha que você tenha 1,85 m de altura. A densidade do sangue é 1.060 kg/m^3. (b) Que efeito a pressão aumentada tem sobre os vasos sanguíneos no seu cérebro?

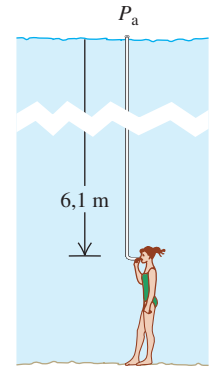
14.14 •• Você está projetando um sino de mergulho para aguentar a pressão da água do mar até uma profundidade de 250 m. (a) Qual é a pressão manométrica nessa profundidade? (Despreze as variações de densidade da água com a profundidade.) (b) Sabendo que nessa profundidade a pressão dentro do sino é igual à pressão fora dele, qual é a força resultante exercida pela água fora do sino e pelo ar dentro dele sobre uma janela de vidro circular com diâmetro de 30,0 cm? (Despreze a pequena variação de pressão sobre a superfície da janela.)

14.15 •• BIO **Lesão no ouvido pelo mergulho.** Se a força sobre a membrana do tímpano aumentar cerca de 1,5 N acima da força da pressão atmosférica, a membrana pode ser lesionada. Quando você mergulha no oceano, abaixo de qual profundidade seu tímpano poderia começar a ser lesionado? O tímpano normalmente possui 8,2 mm de diâmetro. (Consulte a Tabela 14.1.)

14.16 •• O líquido no manômetro de tubo aberto indicado na Figura 14.8a é o mercúrio, $y_1 = 3{,}00$ cm e $y_2 = 7{,}00$ cm. A pressão atmosférica é igual a 980 milibares. (a) Qual é a pressão absoluta no fundo do tubo em forma de U? (b) Qual é a pressão absoluta no tubo aberto a uma profundidade de 4,0 cm abaixo da superfície livre? (c) Qual é a pressão absoluta do gás no tanque? (d) Qual é a pressão manométrica do gás em pascals?

14.17 • BIO Existe uma profundidade máxima na qual uma mergulhadora (**Figura E14.17**) pode respirar através de um tubo *snorkel* (respirador), porque, à medida que a profundidade aumenta, a diferença de pressão também aumenta, tendendo a forçar os pulmões. Como o *snorkel* liga o ar dos pulmões à atmosfera sobre a superfície livre, a pressão no interior dos pulmões é igual à pressão atmosférica. Qual é a diferença de pressão entre o exterior e o interior dos pulmões da mergulhadora a uma profundidade de 6,1 m? Suponha que a mergulhadora esteja mergulhando em água doce. (Um mergulhador usando um cilindro e respirando ar comprimido desse dispositivo pode atingir profundidades muito maiores que um mergulhador usando o *snorkel*, uma vez que a pressão do ar comprimido no interior do cilindro compensa o aumento da pressão da água no exterior dos pulmões.)

Figura E14.17



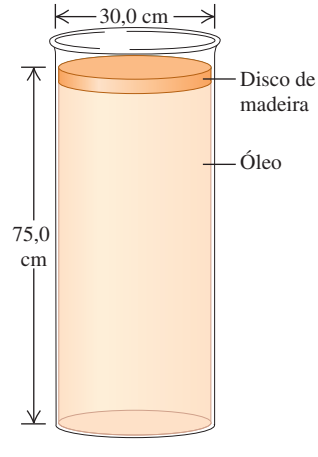
14.18 •• BIO A ponta inferior de um canudo longo de plástico é submergida na água em um copo de plástico. Uma pessoa normal, sugando na ponta superior do canudo, pode puxar a água no canudo até uma altura vertical de 1,1 m acima da superfície da água na xícara. (a) Qual é a menor pressão manométrica que essa pessoa pode conseguir dentro de seus pulmões? (b) Explique por que sua resposta no item (a) é negativa.

14.19 •• Um curto-circuito elétrico impede o fornecimento da potência necessária para um submarino situado a 30 m abaixo da superfície do oceano. A tripulação deve empurrar uma escotilha com área de 0,75 m^2 e peso igual a 300 N para poder escapar pelo fundo do submarino. Se a pressão interna for igual a 1,0 atm, qual é a força para baixo que eles devem exercer para abrir a escotilha?

14.20 •• Um cilindro alto com área da seção reta igual a 12,0 cm^2 está parcialmente cheio de mercúrio; a superfície do mercúrio está 8,00 cm acima do fundo do cilindro. Despeja-se água lentamente sobre o mercúrio, e os dois fluidos não se misturam. Que volume de água deve ser acrescentado para dobrar a pressão manométrica no fundo do cilindro?

14.21 •• Um disco cilíndrico de madeira, pesando 45,0 N e com diâmetro de 30,0 cm, flutua sobre um cilindro de óleo de densidade 0,850 g/cm^3 (**Figura E14.21**). O cilindro de óleo está a 75,0 cm de profundidade e tem o mesmo diâmetro que o disco de madeira. (a) Qual é a pressão manométrica no topo da coluna de óleo? (b) Suponha agora que alguém coloque um peso de 83,0 N sobre a madeira, e que nenhum óleo passe pela beira do disco. Qual é a *variação* de pressão (i) no fundo do cilindro de óleo e (ii) na metade do cilindro?

Figura E14.21



14.22 •• Um recipiente fechado é parcialmente preenchido com água. Inicialmente, o ar acima da água é a pressão atmosférica ($1{,}01 \times 10^5$ Pa), e a pressão manométrica no fundo da água é 2.500 Pa. A seguir, bombeia-se mais ar para dentro, aumentando a pressão de ar acima da água em 1.500 Pa. (a) Qual é a pressão manométrica no fundo da água? (b) Caso se retire água por uma válvula no fundo do recipiente, quanto mais o nível da água precisa ser reduzido para que a pressão manométrica no fundo volte a ser a original, de 2.500 Pa? A pressão do ar acima da água é mantida em 1.500 Pa acima da pressão atmosférica.

14.23 •• **Elevador hidráulico I**. No elevador hidráulico mostrado na Figura 14.7, qual deve ser a razão entre o diâmetro do braço do recipiente sob o carro e o diâmetro do braço do recipiente onde a força é aplicada para que um carro de 1.520 kg possa ser erguido com uma força F_1 de apenas 125 N?

14.24 • **Elevador hidráulico II**. O pistão de um elevador hidráulico de carros possui diâmetro igual a 0,30 m. Qual é a pressão manométrica, em pascals, necessária para elevar um carro com massa igual a 1.200 kg? Expresse essa pressão também em atmosferas.

14.25 •• **Explorando Vênus.** A pressão na superfície de Vênus é de 92 atm, e a aceleração devida à gravidade lá é de $0{,}894g$. Em uma futura missão de exploração ao planeta, um tanque cilíndrico vertical com benzeno é selado no topo, mas ainda está pressurizado a 92 atm logo acima do benzeno. O tanque tem um diâmetro de 1,72 m, e a coluna de benzeno tem 11,50 m de altura. Ignore quaisquer efeitos decorrentes da temperatura muito alta em Vênus. (a) Qual é a força total exercida sobre a superfície interior do fundo do tanque? (b) Que força a atmosfera do planeta exerce sobre a superfície externa do fundo do tanque? (c) Qual é a força total para o interior que a atmosfera exerce sobre as paredes verticais do tanque?

Seção 14.3 Empuxo

14.26 •• Uma pedra tem massa de 1,80 kg. Quando a pedra é suspensa da ponta inferior de uma corda e totalmente imersa na água, a tensão na corda é 12,8 N. Qual é a menor densidade de um líquido no qual a pedra flutuará?

14.27 • Um cano de 950 kg flutua verticalmente na água do mar. O diâmetro do cano é igual a 0,900 m. Calcule a distância vertical adicional que o cano deverá afundar quando um homem de 80,0 kg ficar em pé sobre ele.

14.28 •• Um bloco de gelo flutua sobre um lago de água doce. Qual deve ser o volume mínimo do bloco para que uma mulher de 65,0 kg possa ficar em pé sobre o bloco sem molhar os pés?

14.29 •• Uma amostra de minério pesa 17,50 N no ar. Quando ela é suspensa por uma corda leve e totalmente imersa na água, a tensão na corda é igual a 11,20 N. Calcule o volume total e a densidade da amostra.

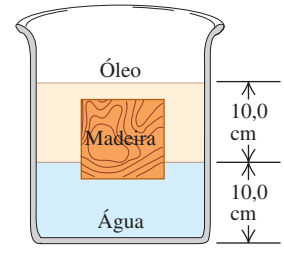
14.30 •• Você está preparando um aparelho para uma visita a um planeta recém-descoberto chamado Caasi, onde há oceanos de glicerina e cuja aceleração gravitacional na superfície é igual a 5,40 m/s^2. Se o seu aparelho flutua nos oceanos da Terra com 25,0% de seu volume submerso, que porcentagem de seu volume estará submersa nos oceanos de glicerina de Caasi?

14.31 •• Uma pedra com densidade de 1.200 kg/m^3 é suspensa pela ponta inferior de uma corda leve. Quando a pedra está no ar, a tensão na corda é de 28,0 N. Qual é a tensão na corda quando a pedra está totalmente imersa em um líquido com densidade de 750 kg/m^3?

14.32 • Uma esfera de plástico oca é mantida submersa em um lago de água doce amarrada a uma corda presa no fundo do lago. O volume da esfera é igual a 0,650 m^3, e a tensão na corda é igual a 1.120 N. (a) Calcule a força de empuxo exercida pela água sobre a esfera. (b) Qual é a massa da esfera? (c) A corda se rompe e a esfera sobe até a superfície. Quando ela atinge o equilíbrio, qual é a fração do volume da esfera que fica submersa?

14.33 •• Um bloco de madeira cúbico, com face de 10,0 cm, flutua sobre uma interface entre uma camada de água e uma de óleo, com sua base situada 1,50 cm abaixo da superfície livre do óleo (**Figura E14.33**). A densidade do óleo é igual a 790 kg/m^3. (a) Qual é a pressão manométrica na face superior do bloco? (b) E na inferior? (c) Quais são a massa e a densidade do bloco?

Figura E14.33



14.34 • Um lingote de alumínio sólido pesa 89 N no ar. (a) Qual é o seu volume? (b) O lingote é suspenso por uma corda leve e totalmente imerso na água. Qual é a tensão na corda (o peso *aparente* do lingote na água)?

14.35 •• Uma rocha é suspensa por uma corda leve. Quando a rocha está no ar, a tensão na corda é 39,2 N. Quando ela está totalmente imersa na água, a tensão é 28,4 N. Quando está totalmente imersa em um líquido desconhecido, a tensão é 21,5 N. Qual é a densidade do líquido desconhecido?

Seção 14.4 Escoamento de um fluido

14.36 •• A água corre para dentro de uma fonte, enchendo todos os tubos, a uma taxa constante de 0,750 m^3/s. (a) Com que velocidade a água jorraria de um buraco de 4,50 cm de diâmetro? (b) Com que velocidade ela jorraria se o diâmetro do buraco fosse três vezes maior?

14.37 •• Um chuveiro comum possui 20 aberturas circulares, cada uma com raio de 1,0 mm. O chuveiro é conectado a um cano de plástico de raio igual a 0,80 cm. Se a velocidade da água nesse cano é 3,0 m/s, qual é sua velocidade ao sair pelas aberturas do chuveiro?

14.38 • A água escoa em um tubo cuja seção reta possui área variável e enche completamente o tubo em todos os pontos. No ponto 1, a seção reta possui área igual a 0,070 m^2 e o módulo da velocidade do fluido é igual a 3,50 m/s. (a) Qual é a velocidade do fluido nos pontos em que a seção reta possui área igual a (i) = 0,105 m^2? (ii) = 0,047 m^2? (b) Calcule o volume da água descarregada pela extremidade aberta do tubo em 1 hora.

14.39 • A água escoa em um tubo cilíndrico cuja seção reta possui área variável. Ela enche completamente o tubo em todos os pontos. (a) Em um ponto, o raio do tubo é igual a 0,150 m. Qual é a velocidade da água nesse ponto se a vazão volumétrica no tubo é igual a 1,20 m^3/s? (b) Em um segundo ponto, a velocidade da água é igual a 3,80 m/s. Qual é o raio do tubo nesse ponto?

14.40 • **Reparo doméstico.** Você precisa estender um tubo com diâmetro de 2,50 pol, mas tem apenas um tubo de 1,00 pol de diâmetro disponível. Você usa uma conexão para unir esses tubos de uma ponta à outra. Se a água estiver escoando a 6,00 cm/s no tubo mais largo, com que velocidade estará escoando no mais estreito?

Seção 14.5 Equação de Bernoulli

14.41 •• Um tanque selado que contém água do mar a uma altura igual a 11,0 m também contém ar acima da água a uma pressão manométrica de 3,0 atm. A água escoa para fora através de um pequeno orifício na base do tanque. Calcule a velocidade com que a água está se escoando.

14.42 •• BIO **Entupimento da artéria.** Uma cardiologista está tentando determinar qual porcentagem da artéria de um paciente está bloqueada por uma placa. Para fazer isso, ela mede a pressão sanguínea imediatamente antes da região entupida e descobre que é $1{,}20 \times 10^4$ Pa, enquanto na região entupida é $1{,}15 \times 10^4$ Pa. Além disso, ela sabe que o sangue que flui pela artéria normal imediatamente antes do ponto entupido está correndo a 30,0 cm/s, e a densidade relativa do sangue do paciente é 1,06. Que porcentagem da seção reta da artéria do paciente está entupida pela placa?

14.43 • Qual é a pressão manométrica necessária no tubo principal da rua para que uma mangueira de incêndio ligada a ele seja capaz de lançar água até uma altura de 15,0 m? (Suponha que o diâmetro do tubo principal seja muito maior que o diâmetro da mangueira de incêndio.)

14.44 • Um pequeno orifício circular com diâmetro igual a 6,00 mm é cortado na superfície lateral de um grande tanque de água, a uma profundidade de 14,0 m abaixo da superfície. O topo do tanque está aberto para a atmosfera. Ache (a) a velocidade de efluxo da água; (b) o volume de água descarregado por segundo.

14.45 • Em um dado ponto de um encanamento horizontal, a velocidade da água é igual a 2,50 m/s e a pressão manométrica é igual a $1{,}80 \times 10^4$ Pa. Calcule a pressão manométrica em um segundo ponto do encanamento sabendo que o diâmetro do segundo ponto é igual ao dobro do diâmetro do primeiro.

14.46 •• Em um ponto de um encanamento, a velocidade da água é 3,0 m/s e a pressão manométrica é igual a $5{,}00 \times 10^4$ Pa. Calcule a pressão manométrica em um segundo ponto, 11,0 m abaixo do primeiro, sabendo que o diâmetro do cano no segundo ponto é igual ao dobro do diâmetro do primeiro.

14.47 •• Um sistema de irrigação de um campo de golfe descarrega água de um cano horizontal à taxa de 7.200 cm^3/s. Em um ponto do cano em que o raio é 4,0 cm, a pressão absoluta da água é $2{,}40 \times 10^5$ Pa. Em um segundo ponto do cano, a água passa por uma constrição onde o raio é 2,00 cm. Qual é a pressão absoluta da água ao passar por essa constrição?

14.48 • Uma bebida leve (essencialmente água) escoa em um tubo de uma fábrica de cerveja com vazão volumétrica tal que deve encher 220 latas de 355 ml por minuto. Em um ponto 2 do tubo, a pressão manométrica é igual a 152 kPa, e a área da seção reta é igual a 8,00 cm^2. Em um ponto 1, situado 1,35 m acima do ponto 2, a área da seção reta é igual a 2,00 cm^2. Obtenha (a) a vazão mássica; (b) a vazão volumétrica; (c) as velocidades de escoamento nos pontos 1 e 2; (d) a pressão manométrica no ponto 1.

Seção 14.6 Viscosidade e turbulência

14.49 •• BIO **Artéria obstruída.** O sangue viscoso está escoando por uma artéria parcialmente obstruída pelo colesterol. Um cirurgião deseja remover uma quantidade suficiente do colesterol para dobrar a vazão de sangue por essa artéria. Se o diâmetro original da artéria é D, qual deverá ser o novo diâmetro (em termos de D) para conseguir esse mesmo gradiente de pressão?

14.50 • Uma diferença de pressão de $6{,}00 \times 10^4$ Pa é necessária para manter uma vazão volumétrica de 0,800 m^3/s para um fluido viscoso escoando por uma seção de tubo cilíndrico com raio de 0,210 m. Que diferença de pressão é necessária para manter a mesma vazão volumétrica se o raio do tubo for diminuído para 0,0700 m?

PROBLEMAS

14.51 ••• Em uma demonstração, uma professora separa facilmente dois hemisférios ocos de aço (diâmetro D) por meio de uma alça presa a cada um deles. A seguir, ela os encaixa novamente, bombeia o ar para fora da esfera até atingir uma pressão absoluta P e entrega-os ao aluno musculoso da última fileira para que ele tente separá-los. (a) Designando por P_0 a pressão atmosférica, qual é a força que o aluno deve exercer sobre cada hemisfério? (b) Avalie sua resposta para o caso $P = 0{,}025$ atm e $D = 10{,}0$ cm.

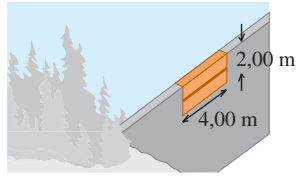
14.52 •• PC O ponto com a maior profundidade de todos os oceanos da Terra é a Fossa das Marianas, com uma profundidade igual a 10,92 km. (a) Supondo que a água seja incompressível, qual é a pressão nessa profundidade? Use a densidade da água do mar. (b) A pressão real nesse ponto é igual a $1{,}16 \times 10^8$ Pa; o valor que você calculou deve ser menor que esse porque, na realidade, a densidade da água varia com a profundidade. Usando o valor da compressibilidade da água e o valor real da pressão, ache a densidade da água no fundo da Fossa das Marianas. Qual é a variação percentual da densidade da água?

14.53 ••• PC CALC Uma piscina tem 5,0 m de comprimento, 4,0 m de largura e 3,0 m de profundidade. Determine a força exercida pela água sobre (a) o fundo da piscina; (b) ambas as extremidades da piscina. (*Dica*: calcule a força que atua sobre uma estreita faixa horizontal situada a uma profundidade h e integre sobre a extremidade da piscina.) Despreze a força produzida pela pressão do ar.

14.54 •• BIO **Navegação dos peixes.** (a) Como você pode notar ao examiná-los nadando em um aquário, peixes são capazes de permanecer em qualquer profundidade na água sem esforço. O que essa capacidade lhe diz a respeito de sua densidade? (b) Peixes são capazes de se inflar usando um saco (chamado *bexiga natatória*) localizado sob sua espinha. Esses sacos podem ser preenchidos com uma mistura de oxigênio-nitrogênio que vem do sangue. Se um peixe de 2,75 kg na água doce se infla e aumenta seu volume em 10%, determine a força *resultante* que a *água* exerce sobre ele. (c) Qual é a força *externa* resultante sobre ele? O peixe sobe ou desce quando se infla?

14.55 ••• PC CALC A face superior da comporta de uma represa está em contato com a superfície da água. A comporta tem 2,0 m de altura, 4,0 m de largura e uma articulação ao longo de uma linha horizontal passando pelo seu centro (**Figura P14.55**). Calcule o torque produzido pela força da água em relação ao eixo da articulação. (*Dica*: use um procedimento análogo ao adotado no Problema 14.53; calcule o torque sobre uma estreita faixa horizontal situada a uma profundidade h e integre sobre a comporta.)

Figura P14.55

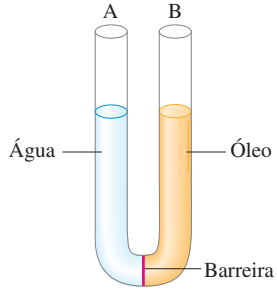


14.56 •• Balões em Marte. Há quem diga que poderíamos explorar Marte usando balões de gás para sobrevoar a superfície de perto. A força de empuxo da atmosfera manteria os balões no alto. A densidade da atmosfera marciana é 0,0154 kg/m^3 (embora esse valor varie com a temperatura). Suponha que esses balões sejam construídos com plástico fino, porém resistente, com uma densidade tal que cada metro quadrado possua uma massa de 5,00 g. O gás que usaríamos para inflar esses balões é tão leve que sua massa poderia ser desprezada. (a) Quais devem ser o raio e a massa desses balões para que eles pairem logo acima da superfície de Marte? (b) Se soltarmos um desses balões mencionados no item (a) na Terra, onde a densidade atmosférica é 1,20 kg/m^3, qual seria sua aceleração inicial, supondo que o balão tenha o mesmo tamanho que em Marte? Ele subiria ou cairia? (c) Se em Marte esses balões tivessem cinco vezes o raio calculado no item (a), qual seria o peso máximo dos instrumentos que eles poderiam carregar?

14.57 •• Um cubo de gelo (água congelada) de 0,180 kg está flutuando na glicerina. A glicerina está em um cilindro alto que possui raio interno de 3,50 cm. O nível da glicerina está bem abaixo do topo do cilindro. Se o gelo se derreter totalmente, por que distância a altura do líquido no cilindro muda? O nível do líquido sobe ou desce? Ou seja, a superfície da água está acima ou abaixo do nível original da glicerina antes que o gelo se derreta?

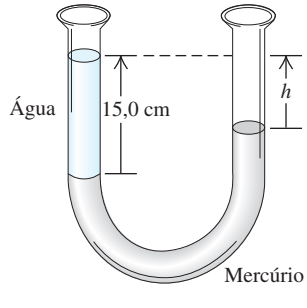
14.58 •• Um tubo de vidro estreito, em forma de U, com extremidades abertas, é preenchido com 25,0 cm de óleo (com densidade relativa igual a 0,80) e 25,0 cm de água em lados opostos, com uma barreira separando os líquidos (**Figura P14.58**). (a) Suponha que os dois líquidos não se misturem e determine as alturas finais das colunas de líquido em cada lado do tubo depois que a barreira for removida. (b) Para os casos a seguir, chegue à sua resposta pelo simples raciocínio físico, e não por cálculos: (i) Qual seria a altura em cada lado se o óleo e a água tivessem as mesmas densidades? (ii) Quais seriam as alturas se a densidade do óleo fosse muito menor que a da água?

Figura P14.58



14.59 • Um tubo em forma de U está aberto em ambas as extremidades e contém uma porção de mercúrio. Uma quantidade de água é cuidadosamente derramada na extremidade esquerda do tubo até que a altura da coluna de água seja igual a 15,0 cm (**Figura P14.59**). (a) Qual é a pressão manométrica na interface água–mercúrio? (b) Calcule a distância vertical h entre o topo da superfície do mercúrio do lado direito e o topo da superfície da água do lado esquerdo.

Figura P14.59



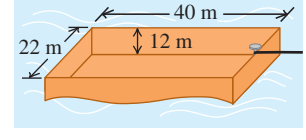
14.60 •• CALC A grande inundação de melaço. Na tarde do dia 15 de janeiro de 1919, em um dia atipicamente quente em Boston, ocorreu a ruptura de um tanque cilíndrico metálico com diâmetro de 27,4 m e altura de 17,7 m que continha melaço. O melaço inundou uma rua, formando uma corrente com profundidade igual a 5 m, matando pedestres e cavalos e destruindo edifícios. A densidade do melaço era igual a 1.600 kg/m^3. Se o tanque estivesse completamente cheio antes do acidente, qual seria a força total que o melaço exerceria de dentro para fora sobre a superfície lateral do tanque? (*Dica*: considere a força de dentro para fora exercida sobre um anel circular da parede do tanque com largura dy situado a uma profundidade y abaixo da superfície superior. Integre para achar a força total de dentro para fora. Suponha que, antes de o tanque se romper, a pressão sobre a superfície do melaço fosse igual à pressão atmosférica fora do tanque.)

14.61 •• Um grande bloco cúbico de madeira de densidade uniforme com 40,0 kg está flutuando em um lago de água doce com 20,0% de seu volume acima da superfície da água. Você deseja colocar tijolos sobre o bloco e empurrá-lo horizontalmente pela água até uma ilha, onde está construindo uma churrasqueira. (a) Qual é o volume do bloco? (b) Qual é o máximo de massa dos tijolos que você pode colocar no bloco sem fazer com que ele afunde abaixo da superfície da água?

14.62 ••• Um balão com ar quente possui volume igual a 2.200 m^3. O tecido (envoltório) do balão pesa 900 N. A cesta com os equipamentos e o tanque cheio de propano pesam 1.700 N. Se o peso máximo que o balão pode suportar é 3.200 N, incluindo passageiros, comida e champanhe, e sabendo-se que a densidade do ar externo é 1,23 kg/m^3, qual é a densidade média dos gases quentes no interior do balão?

14.63 • Uma barca aberta possui as dimensões indicadas na Figura **P14.63**. Sabendo-se que todas as partes da barca são feitas com placas de aço de espessura igual a 4,0 cm, qual é a massa de carvão que ela pode suportar em água doce sem afundar? Existe espaço suficiente na parte interna da barca para manter essa quantidade de carvão? (A densidade do carvão é aproximadamente igual a 1.500 kg/m^3.)

Figura P14.63



14.64 • Um cubo de gelo de massa igual a 16,4 g flutua em um copo de 420 cm^3 completamente cheio de água. A tensão superficial da água e a variação da densidade com a temperatura são desprezíveis (quando ela permanece líquida). (a) Qual é o volume de água deslocado pelo cubo de gelo? (b) Depois que o gelo se fundiu completamente, a água transbordou? Em caso afirmativo, calcule o volume da água transbordada. Em caso negativo, explique por que isso ocorre. (c) Suponha que a água do copo seja água salgada com densidade igual a 1.050 kg/m^3. Qual seria o volume da água salgada deslocado pelo cubo de gelo de 9,70 g? (d) Refaça o item (b) para o caso de um cubo de gelo de água doce flutuando em água salgada.

14.65 •• A propaganda de um carro afirma que ele flutua na água. (a) Sabendo-se que a massa do carro é igual a 900 kg e seu volume interno é de 3,0 m^3, qual é a fração do carro que fica submersa quando ele flutua? Despreze o volume do aço e de outros materiais. (b) A água penetra gradualmente por uma

brecha deslocando o ar no interior do carro. Que fração do volume interno do carro ficará cheia quando ele afundar?

14.66 ••• Um bloco de madeira mede 0,600 m de comprimento, 0,250 m de largura e 0,080 m de espessura. A densidade desse bloco é 700 kg/m^3. Qual deve ser o volume de chumbo que pode ser amarrado debaixo do bloco para que ele possa flutuar em águas calmas com seu topo alinhado à superfície? Qual é a massa desse volume de chumbo?

14.67 •• As densidades do ar, do hélio e do hidrogênio (para $p = 1{,}0$ atm e $T = 20$ °C) são 1,20 kg/m^3, 0,166 kg/m^3 e 0,0899 kg/m^3, respectivamente. (a) Qual é o volume em metros cúbicos deslocado por um aeróstato cheio de hidrogênio sobre o qual atua uma força de "sustentação" total igual a 90 kN? (A "sustentação" é a diferença entre a força de empuxo e o peso do gás que enche o aeróstato.) (b) Qual seria a "sustentação" se o hélio fosse usado no lugar do hidrogênio? Tendo em vista sua resposta, explique por que o hélio é usado nos dirigíveis modernos de propaganda.

14.68 •• Quando um barco aberto possui uma massa de 5.750 kg, incluindo carga e passageiros, ele flutua com a água bem no topo de seu costado em um lago de água doce. (a) Qual é o volume desse barco? (b) O capitão decide que é muito perigoso flutuar com seu barco na iminência de afundar, e por isso decide jogar fora alguma carga, de modo que 20% do volume do barco estará acima da água. Quanta massa deverá ser retirada?

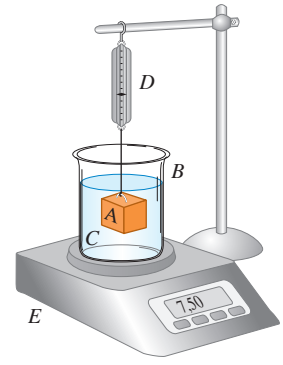
14.69 •• **PC** Uma mangueira de incêndio deve poder lançar água no topo de um prédio de 28,0 m de altura quando apontada para cima. A água entra na mangueira a uma taxa constante de 0,500 m^3/s e sai por um esguicho redondo. (a) Qual é o diâmetro máximo que esse esguicho pode ter? (b) Se o único esguicho disponível possuir o dobro do diâmetro, qual é o ponto mais alto que a água atingirá?

14.70 •• Em águas salgadas, um colete salva-vidas com volume de 0,0400 m^3 suportará uma pessoa de 75,0 kg (densidade média de 980 kg/m^3), com 20% de seu volume acima da superfície da água quando o colete estiver totalmente submerso. Qual é a densidade do material que compõe o colete?

14.71 ••• **CALC** Um tanque cilíndrico vertical fechado e elevado, com diâmetro de 2,00 m, contém água a uma profundidade de 0,800 m. Um funcionário acidentalmente abre um furo circular com diâmetro de 2 cm no fundo do tanque. À medida que a água é drenada, o ar comprimido acima da água no tanque mantém uma pressão manométrica de $5{,}00 \times 10^3$ Pa na superfície da água. Ignore quaisquer efeitos de viscosidade. (a) Logo depois que o furo é feito, qual é a velocidade da água à medida que ela sai do furo? Qual é a razão entre essa velocidade e a velocidade de efluxo se o topo do tanque estiver aberto para o ar? (b) Quanto tempo levará para que a água seja drenada do tanque? Qual é a razão entre esse tempo e o tempo necessário para que o tanque seja drenado se seu topo estiver aberto para o ar?

14.72 •• O bloco A na **Figura P14.72** está suspenso por uma corda, preso a uma balança de mola D e submerso em um líquido C contido em um recipiente cilíndrico B. A massa do recipiente é 1,00 kg; a massa do líquido é 1,80 kg. A leitura da balança D indica 3,50 kg e a balança E indica 7,50 kg. O volume do bloco A é igual a $3{,}80 \times 10^{-3}$ m^3. (a) Qual é a densidade do líquido? (b) Qual será a leitura de cada balança quando o bloco A for retirado do líquido?

Figura P14.72



14.73 •• Uma bola de plástico de raio igual a 12,0 cm flutua na água com 24,0% de seu volume submerso. (a) Que força você precisa aplicar à bola para mantê-la em repouso completamente abaixo da superfície da água? (b) Se você soltar a bola, qual será sua aceleração no instante em que a soltar?

14.74 •• Suponha que o petróleo de um superpetroleiro tenha densidade igual a 750 kg/m^3. O navio fica encalhado em um banco de areia. Para fazer o navio flutuar novamente, sua carga é bombeada para fora e armazenada em barris, cada um deles com massa igual a 15,0 kg quando vazio e com capacidade para armazenar 0,120 m^3 de petróleo. Despreze o volume ocupado pelo aço do barril. (a) Se um trabalhador transportando os barris acidentalmente deixa um barril cheio e selado cair pelo lado do navio, ele flutuará ou afundará na água do mar? (b) Se o barril flutuar, qual a fração de seu volume que ficará acima da superfície da água? Se ele afundar, qual deveria ser a tensão mínima na corda necessária para rebocá-lo desde o fundo do mar para cima? (c) Repita as partes (a) e (b) supondo que o petróleo tenha densidade igual a 910 kg/m^3 e que a massa de cada barril vazio seja igual a 32,0 kg.

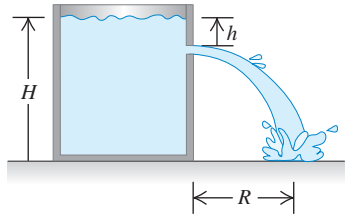
14.75 ••• Um bloco cúbico com densidade ρ_B e lados de comprimento L flutua sobre um líquido de densidade maior ρ_L. (a) Que fração do volume do bloco fica acima da superfície do líquido? (b) O líquido é mais denso que a água (densidade igual a ρ_A) e não se mistura com ela. Derramando-se água sobre a superfície do líquido, qual deve ser a camada de água para que sua superfície livre coincida com a superfície superior do bloco? Expresse a resposta em termos de L, ρ_B, ρ_L e ρ_A. (c) Calcule a profundidade da camada de água da parte (b) se o líquido for mercúrio e o bloco for de aço com lado $L = 10{,}0$ cm.

14.76 •• Uma barca está em uma eclusa retangular em um rio de água doce. O comprimento da eclusa é 60,0 m e a largura é 20,0 m. As comportas de aço das duas extremidades estão fechadas. Quando a barca está flutuando na eclusa, uma carga de $2{,}50 \times 10^6$ N de sucata de metal é colocada na barca. A densidade do metal é 7.200 kg/m^3. (a) Depois que a carga de sucata de metal, que inicialmente estava nas margens da eclusa, é colocada na barca, em quanto o nível da água da eclusa se eleva verticalmente? (b) A sucata de metal agora é despejada na água da eclusa pela parte lateral da barca. O nível da água da eclusa sobe, desce ou permanece inalterado? Caso ele suba ou desça, quanto o nível da água da eclusa varia verticalmente?

14.77 • **PC** A água de um grande tanque aberto com paredes verticais possui uma profundidade H (**Figura P14.77**). Um orifício é aberto na parede vertical a uma profundidade h abaixo da superfície da água. (a) Qual é a distância R entre a base do tanque e o ponto onde a corrente atinge o solo? (b) A qual distância

acima da base do tanque devemos fazer um segundo furo para que a corrente que emerge dele tenha alcance igual ao do primeiro furo?

Figura P14.77



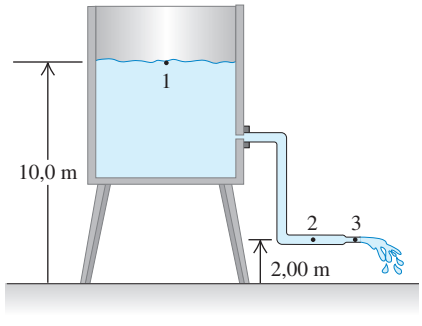
14.78 •• Seu tio está na cabine inferior de seu barco enquanto você está pescando próximo da água. Um arpão errante faz um pequeno furo no casco do barco, e a água começa a escorrer para dentro da cabine. (a) Se o furo está a 0,900 m abaixo da superfície d'água e possui área de 1,20 cm^2, quanto tempo levará para que 10,0 L de água entrem no barco? (b) Você precisa levar em consideração o fato de que o barco afunda mais lentamente na água à medida que a água entra?

14.79 •• **PC** Você segura uma mangueira na altura da cintura e esguicha água horizontalmente a ela. O esguicho da mangueira tem um diâmetro de 1,80 cm, e a água jorra no solo a uma distância de 0,950 m horizontalmente a partir do esguicho. Se você restringir o esguicho a um diâmetro de 0,750 cm, a que distância horizontal a água jorrará antes de atingir o solo? (Despreze a resistência do ar.)

14.80 ••• Um balde cilíndrico, aberto na parte superior, possui diâmetro de 10,0 cm e altura igual a 25,0 cm. Um orifício circular com área da seção reta igual a 1,50 cm^2 é feito no centro da base do balde. A água flui para dentro dele por um tubo acima dele com uma taxa de $2{,}40 \times 10^{-4}$ m^3/s. Até que altura a água subirá no balde?

14.81 • A água flui continuamente de um tanque aberto, como indicado na **Figura P14.81**. A altura do ponto 1 é 10,0 m e os pontos 2 e 3 estão a uma altura de 2,00 m. A área da seção reta no ponto 2 é igual a 0,0480 m^2 e no ponto 3 ela é igual a 0,0160 m^2. A área do tanque é muito maior que a área da seção reta do tubo. Supondo que a equação de Bernoulli seja aplicável, calcule (a) a vazão volumétrica em metros cúbicos por segundo; (b) a pressão manométrica no ponto 2.

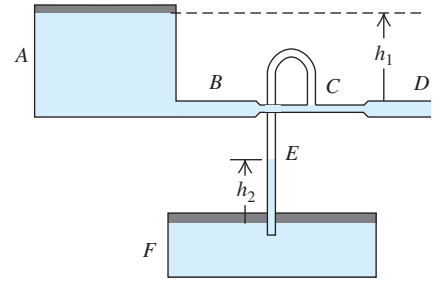
Figura P14.81



14.82 •• **PC** O furacão Emily, ocorrido em 1993, apresentava um raio de aproximadamente 350 km. A velocidade do vento ao redor do centro (o "olho") do furacão, de 30 km de raio, atingiu 200 km/h. À medida que o ar formava redemoinhos no sentido do olho, o momento angular permanecia praticamente constante. (a) Estime a velocidade do vento na periferia do furacão. (b) Estime a diferença de pressão na superfície terrestre entre o olho e a periferia do furacão. (*Dica*: consulte a Tabela 14.1.) Onde a pressão é maior? (c) Se a energia cinética do ar em redemoinho no olho pudesse ser totalmente convertida em energia potencial gravitacional, até que altura o ar se elevaria? (d) Na realidade, o ar no olho se eleva até altitudes de diversos quilômetros. Como você concilia esse fato com sua resposta do item (c)?

14.83 •• Dois grandes tanques abertos *A* e *F* (**Figura P14.83**) contêm o mesmo líquido. Um tubo horizontal *BCD*, que tem uma constrição *C* e é aberto ao ar no ponto *D*, sai da base do tanque *A*, e um tubo vertical *E* parte da constrição em *C* e mergulha no líquido do tanque *F*. Suponha um escoamento com linhas de corrente e despreze a viscosidade. Sabendo que a área da seção reta da constrição em *C* é a metade da área em *D* e que *D* está a uma distância h_1 abaixo do nível do líquido no tanque *A*, até que altura h_2 o líquido subirá no tubo *E*? Expresse sua resposta em termos de h_1.

Figura P14.83



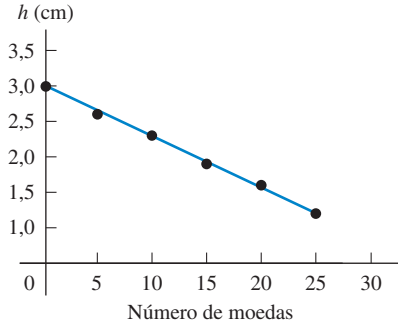
14.84 • Um líquido escoando por um tubo vertical apresenta uma forma definida durante o escoamento. Para obter a equação para essa forma, suponha que o líquido esteja em queda livre quando sai do tubo. No exato momento em que o líquido sai, ele possui velocidade v_0 e o raio da corrente é r_0. (a) Encontre uma expressão para a velocidade do líquido em função da distância *y* de sua queda. Combinando essa relação com a da continuidade, ache uma expressão para o raio da corrente em função de *y*. (b) Se a água escoa de um tubo vertical com velocidade de 1,20 m/s, a que distância da saída do tubo o raio será igual à metade de seu valor na corrente original?

14.85 •• **DADOS** Os valores de densidade na Tabela 14.1 são listados em ordem crescente. Um estudante de química observa que os quatro primeiros elementos químicos incluídos também estão listados em ordem crescente de massa atômica. (a) Veja se há uma relação simples entre densidade e massa atômica para todos os oito elementos nessa tabela. (Veja no Apêndice D suas massas atômicas em gramas por mole.) (b) Você consegue desenhar uma linha reta ou uma curva simples atravessando os pontos para achar uma relação "simples"? (c) Explique por que "Átomos com mais massa resultam em sólidos mais densos" não conta a história toda.

14.86 •• **DADOS** Você tem um balde contendo um líquido desconhecido. Também tem um bloco de madeira em forma de cubo com 8,0 cm de lado, mas não sabe sua massa ou sua densidade. Para descobrir a densidade do líquido, você realiza uma experiência. Primeiro, coloca o bloco no líquido e mede a altura do topo do bloco flutuante acima da superfície do líquido. Depois, empilha diversas quantidades de moedas de 25 centavos de dólar sobre o bloco e mede o novo valor de *h*. A linha reta que oferece

o melhor ajuste aos dados que você coletou aparece na **Figura P14.86**. Ache a massa de uma moeda de 25 centavos (consulte em <www.usmint.gov> as moedas datadas de 2012). Use essa informação e a inclinação e interceptação do ajuste da linha reta aos seus dados para calcular (a) a densidade do líquido (em kg/m^3) e (b) a massa do bloco (em kg).

Figura P14.86



14.87 ••• **DADOS** A Agência de Proteção Ambiental está investigando uma fábrica de produtos químicos abandonada. Um tanque cilíndrico grande e fechado contém um líquido desconhecido. Você precisa determinar a densidade e a altura do líquido no tanque (a distância vertical da superfície do líquido até o fundo do tanque). Para manter diversos valores da pressão manométrica no ar que está acima do líquido no tanque, você pode usar ar comprimido. Você faz um pequeno furo no fundo da lateral do tanque, que está sobre uma plataforma de concreto — para que o furo esteja 50,0 cm acima do solo. A tabela a seguir oferece suas medições da distância horizontal R que o fluxo de líquido inicialmente horizontal, jorrando para fora do tanque, trafega antes de atingir o solo e a pressão manométrica P_g do ar no tanque.

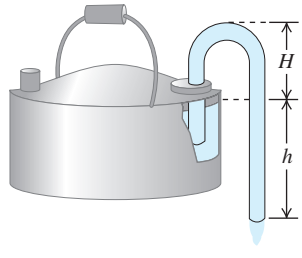
P_g (atm)	0,50	1,00	2,00	3,00	4,00
R (m)	5,4	6,5	8,2	9,7	10,9

(a) Represente R^2 graficamente em função de P_g. Explique por que os pontos de dados ficam próximos de uma linha reta. Encontre a inclinação e a interceptação dessa linha. (b) Use a inclinação e a interceptação encontradas no item (a) para calcular a altura h (em metros) do líquido no tanque e a densidade do líquido (em kg/m^3). Use $g = 9{,}80$ m/s^2. Suponha que o líquido seja não viscoso e que o furo seja pequeno o suficiente em comparação com o diâmetro do tanque para que a variação em h durante as medições seja muito pequena.

PROBLEMA DESAFIADOR

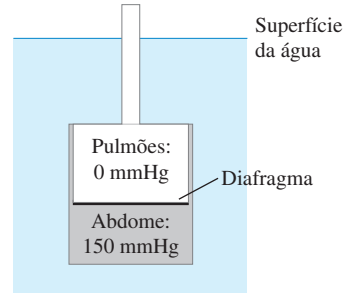
14.88 ••• Um *sifão*, mostrado na **Figura P14.88**, é um dispositivo conveniente para remover líquido de um recipiente. Para efetuar o escoamento, devemos encher completamente o tubo com líquido. Suponha que o líquido possua densidade ρ e que a pressão atmosférica seja P_{atm}. Suponha que a seção reta do tubo seja a mesma em todas as suas partes. (a) Se a extremidade inferior do sifão está a uma distância h abaixo da superfície do líquido no recipiente, qual é a velocidade do líquido quando ele sai pela extremidade inferior do sifão? (Suponha que o recipiente tenha um diâmetro muito grande e despreze qualquer efeito da viscosidade.) (b) Uma característica curiosa de um sifão é que o líquido inicialmente *sobe* no tubo. Qual é a altura máxima H que o ponto mais alto do tubo pode ter para que o escoamento ainda ocorra?

Figura P14.88



Problemas com contexto

BIO Elefantes sob pressão. Um elefante pode nadar ou caminhar com seu peito vários metros abaixo d'água enquanto respira por seu tronco, que permanece acima da superfície e atua como um *snorkel*. Os tecidos do elefante estão com pressão aumentada em razão da água ao seu redor, mas os pulmões estão na pressão atmosférica, pois estão conectados ao ar através do tronco. A figura mostra as pressões manométricas nos pulmões e abdome de um elefante quando seu peito está submerso até uma profundidade em particular em um lago. Nessa situação, o diafragma do elefante, que separa os pulmões do abdome, deverá sustentar a diferença em pressão entre os dois. O diafragma de um elefante normalmente possui 3,0 cm de espessura e 120 cm de diâmetro. (Ver "Why doesn't the elephant have a pleural space?", de John B. West, *Physiology*, vol. 17:47–50, 1 de abril de 2002.)



14.89 Para a situação mostrada, os tecidos no abdome do elefante estão em uma pressão manométrica de 150 mmHg. Essa pressão corresponde a que distância abaixo da superfície de um lago? (a) 1,5 m; (b) 2,0 m; (c) 3,0 m; (d) 15 m.

14.90 A força máxima que os músculos do diafragma podem exercer é de 24.000 N. Que diferença de pressão máxima o diafragma pode suportar? (a) 160 mmHg; (b) 760 mmHg; (c) 920 mmHg; (d) 5.000 mmHg.

14.91 Como a força que o diafragma experimenta pela diferença de pressão entre os pulmões e o abdome depende da distância do abdome abaixo da superfície da água? A força (a) aumenta linearmente com a distância; (b) aumenta conforme a distância ao quadrado; (c) aumenta conforme a distância ao cubo; (d) aumenta exponencialmente com a distância.

14.92 Se o elefante respirasse como em um snorkel na água salgada, que é mais densa que a água doce, a profundidade máxima em que ele poderia respirar seria diferente daquela da água doce? (a) Sim — essa profundidade aumentaria, pois a pressão seria menor em determinada profundidade na água salgada que na água doce; (b) sim — essa profundidade diminuiria, pois a pressão seria maior em determinada profundidade na água salgada que na água doce; (c) não, porque as diferenças de pressão dentro do elefante submerso dependem somente da densidade do ar, e não da densidade da água; (d) não, porque a força de empuxo sobre o elefante seria a mesma nos dois casos.

RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

(v) A razão entre massa e volume é a densidade. A carne do *wrasse* e da raia é mais densa que a água do mar, mas um *wrasse* tem uma cavidade corporal repleta de gás, chamada bexiga natatória. Logo, a densidade *média* do corpo do *wrasse* é a mesma que a da água do mar, e o peixe nem afunda nem emerge. As raias não possuem essa cavidade, de modo que precisam nadar continuamente para evitar afundar: suas nadadeiras oferecem sustentação, como as asas de um pássaro ou avião (ver Seção 14.5).

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

14.1 Resposta: (ii), **(iv)**, **(i)** e **(iii)** (**empate**), **(v)**. Em todos os casos, a densidade média é igual à massa dividida pelo volume. Logo, temos:
(i) $\rho = (4{,}00\text{ kg})/(1{,}60 \times 10^{-3}\text{ m}^3) = 2{,}50 \times 10^3\text{ kg/m}^3$;
(ii) $\rho = (8{,}00\text{ kg})/(1{,}60 \times 10^{-3}\text{ m}^3) = 5{,}00 \times 10^3\text{ kg/m}^3$;
(iii) $\rho = (8{,}00\text{ kg})/(3{,}20 \times 10^{-3}\text{ m}^3) = 2{,}50 \times 10^3\text{ kg/m}^3$;
(iv) $\rho = (2.560\text{ kg})/(0{,}640\text{ m}^3) = 4{,}00 \times 10^3\text{ kg/m}^3$;
(v) $\rho = (2.560\text{ kg})/(1{,}28\text{ m}^3) = 2{,}00 \times 10^3\text{ kg/m}^3$.
Note que, em comparação com o objeto (i), o objeto (ii) possui o dobro da massa, porém o mesmo volume e, assim, tem o dobro da densidade média. O objeto (iii) possui o dobro da massa e o dobro do volume do objeto (i), logo, (i) e (iii) apresentam a mesma densidade média. Finalmente, o objeto (v) tem a mesma massa que o objeto (iv), porém o dobro do volume, então (v) possui a metade da densidade média de (iv).

14.2 Resposta: (ii). Pela Equação 14.9, a pressão fora do barômetro é igual ao produto ρgh. Quando o barômetro é retirado do refrigerador, a densidade ρ diminui, enquanto a altura h da coluna de mercúrio permanece igual. Assim, a pressão do ar deve ser mais baixa fora que dentro do refrigerador.

14.3 Resposta: (i). Considere a água, a estátua e o recipiente um sistema; o peso total do sistema não depende do fato de a estátua estar ou não submersa. A força de reação total, inclusive a tensão T e a força F de baixo para cima que a balança exerce sobre o recipiente (igual à leitura da balança), é a mesma em ambos os casos. Entretanto, como vimos no Exemplo 14.5, T diminui em 7,84 N quando a estátua é submersa, então a leitura da balança F precisa *aumentar* em 7,84 N. Um ponto de vista alternativo é que a água exerce uma força de empuxo de baixo para cima igual a 7,84 N sobre a estátua; logo, a estátua precisa exercer uma força igual de cima para baixo sobre a água, tornando a leitura da balança 7,84 N maior que o peso da água e do recipiente.

14.4 Resposta: (ii). Uma estrada que se estreita de três pistas para uma é como um tubo cuja área da seção reta diminui para um terço de seu valor. Se os carros se comportassem como as moléculas de um fluido incompressível, à medida que os carros atingissem o trecho de uma pista, o espaçamento entre eles (a "densidade") permaneceria o mesmo, porém a velocidade dos carros triplicaria. Isso manteria a "vazão volumétrica" (número de carros por segundo passando por um ponto na estrada) constante. Na vida real, os carros se comportam como moléculas de um fluido *compressível*: acabam se aglomerando (a "densidade" aumenta), e menos carros por segundo passam por um ponto na estrada (a "vazão volumétrica" diminui).

14.5 Resposta: (ii). A segunda lei de Newton afirma que um corpo acelera (sua velocidade varia) em reação a uma força resultante. No escoamento de fluidos, a diferença de pressão entre dois pontos significa que as partículas do fluido que se movem entre esses dois pontos são submetidas a uma força que faz com que as partículas do fluido acelerem e tenham velocidade variável.

14.6 Resposta: (iv). A pressão necessária é proporcional a $1/R^4$, onde R é o raio interno da agulha (metade do diâmetro interno). Com a agulha de diâmetro menor, a pressão aumenta de um fator $[(0{,}60\text{ mm})/(0{,}30\text{ mm})]^4 = 2^4 = 16$.

Problema em destaque

(a) $y = H - \left(\dfrac{d}{D}\right)^2 \sqrt{2gH}\,t + \left(\dfrac{d}{D}\right)^4 \dfrac{gt^2}{2}$

(b) $T = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}\left(\dfrac{D}{d}\right)^2$ **(c)** $\sqrt{2}$

?Quando ocorre um terremoto, os efeitos do evento se propagam pela Terra sob a forma de ondas sísmicas. Quais aspectos de uma onda sísmica determinam a potência transportada pela onda: (i) a amplitude; (ii) a frequência; (iii) tanto a amplitude quanto a frequência; ou (iv) nem a amplitude nem a frequência?

15 ONDAS MECÂNICAS

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **15.1** O que é uma onda mecânica e seus diferentes tipos.
- **15.2** Como usar a relação entre velocidade, frequência e comprimento de onda em uma onda periódica.
- **15.3** Como interpretar e usar a expressão matemática para uma onda periódica senoidal.
- **15.4** Como calcular a velocidade da onda em um fio ou em uma corda.
- **15.5** Como calcular a taxa de transferência de energia em uma onda mecânica.
- **15.6** O que acontece quando há superposição e interferência de ondas mecânicas.
- **15.7** As propriedades das ondas estacionárias em uma corda e como analisar essas ondas.
- **15.8** Como instrumentos de corda produzem sons de frequências específicas.

Revendo conceitos de:

- **8.1** Teorema do impulso-momento.
- **14.1, 14.2** Movimento periódico e movimento harmônico simples.

Ondulações em um lago, sons musicais, tremores sísmicos disparados por um terremoto — estes são exemplos de fenômenos *ondulatórios*. Uma onda surge quando um sistema é deslocado de sua posição de equilíbrio e a perturbação se desloca ou se *propaga* de uma região para outra do sistema. Quando uma onda se propaga, ela transporta energia. A energia solar é transportada em ondas de luz que aquecem a superfície de nosso planeta; a energia transportada por ondas sísmicas pode fazer rachar a crosta terrestre.

Neste capítulo e no próximo, estudaremos as ondas mecânicas, que se propagam dentro de algum material denominado *meio*. (O Capítulo 16 trata de som, um tipo importante de onda mecânica.) Começaremos deduzindo as equações básicas para descrevê-las, incluindo o caso especial das ondas *periódicas* para as quais o padrão de onda é uma função repetitiva do seno ou do cosseno. Para auxiliar na compreensão das ondas em geral, estudaremos o caso simples das ondas que se propagam em um fio ou em uma corda esticada.

As ondas nas cordas desempenham um papel fundamental na música. Quando um músico toca violão ou violino, cria ondas que se deslocam em sentidos opostos ao longo das cordas do instrumento. Quando essas ondas de sentidos opostos se superpõem, ocorre o que se chama de *interferência*. Aprenderemos que as ondas periódicas podem ocorrer em um violão ou violino apenas em certas frequências especiais, chamadas *frequências do modo normal*, determinadas pelas propriedades da corda. As frequências de modo normal de um instrumento de cordas determinam a altura (tom) do som musical que ele produz. (No próximo capítulo, veremos que a interferência também ajuda a explicar a afinação dos instrumentos de *sopro*, como flautas e órgãos de tubo.)

Na natureza, nem todas as ondas são mecânicas. As ondas *eletromagnéticas* — que incluem a luz, as ondas de rádio, a radiação infravermelha, a radiação ultravioleta e os raios X — propagam-se até no espaço vazio, onde não há nenhum *meio*. Voltaremos a falar dessas e de outras ondas não mecânicas em capítulos posteriores.

15.1 TIPOS DE ONDAS MECÂNICAS

Uma **onda mecânica** é uma perturbação que se desloca através de um material chamado **meio**, no qual a onda se propaga. À medida que a onda se propaga através do meio, as partículas que o constituem sofrem deslocamentos de diversas espécies, dependendo da natureza da onda.

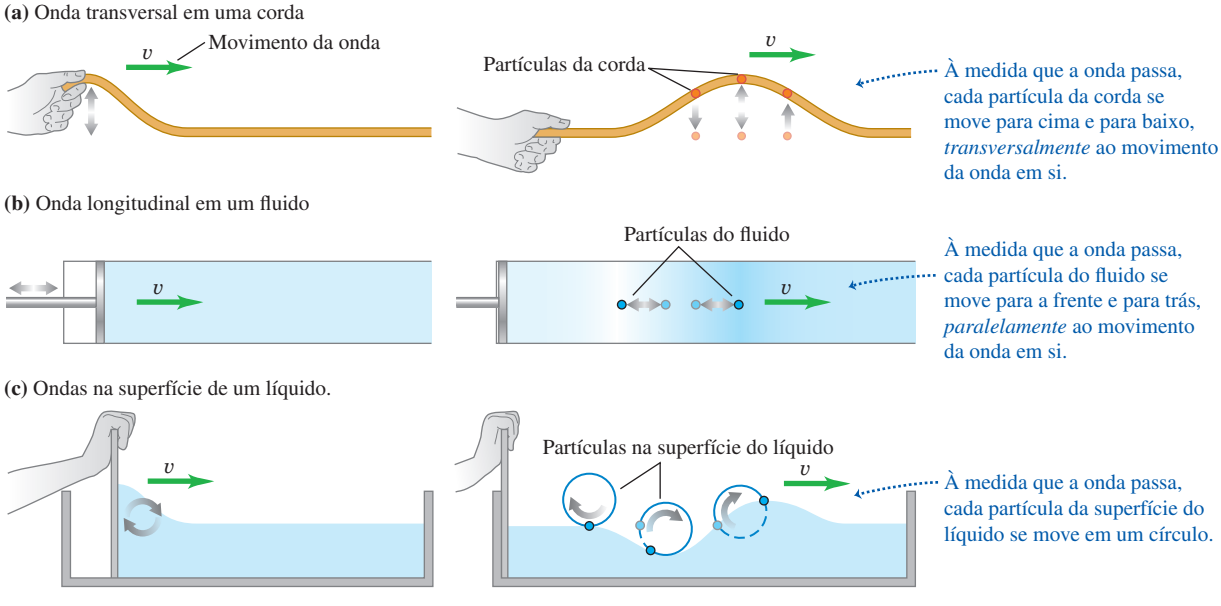
A **Figura 15.1** mostra três variedades de ondas mecânicas. Na Figura 15.1a, o meio é um fio ou uma corda esticada sob tensão. Quando agitamos ou balançamos a extremidade esquerda da corda, a agitação se propaga através de seu comprimento. As seções sucessivas da corda sofrem o mesmo tipo de movimento que aplicamos em sua extremidade, mas em tempos sucessivamente posteriores. Como os deslocamentos do meio são perpendiculares ou *transversais* à direção de propagação da onda ao longo do meio, este tipo de movimento é chamado de **onda transversal**.

Na Figura 15.1b, o meio é um líquido ou gás no interior de um tubo com uma parede rígida na extremidade direita do tubo e um pistão móvel na extremidade esquerda. Se fizermos o pistão oscilar para a frente e para trás, uma perturbação de deslocamento e uma flutuação de pressão se propagam ao longo do meio. Nesse caso, as partículas do meio oscilam para a frente e para trás ao longo da *mesma* direção de propagação da onda; esse movimento denomina-se **onda longitudinal**.

Na Figura 15.1c, o meio é um líquido em um canal, como a água em um canal de irrigação. Quando fazemos uma placa achatada oscilar para a frente e para trás na extremidade esquerda, uma perturbação ondulatória se propaga ao longo do canal. Nesse caso, o deslocamento da água possui os *dois* componentes, o transversal e o longitudinal.

Cada um dos sistemas descritos anteriormente possui um estado de equilíbrio. Para a corda esticada, o equilíbrio corresponde ao estado em que o sistema está em repouso, quando a corda está esticada em linha reta. Para o fluido no interior do tubo, o equilíbrio corresponde ao estado em que o fluido está em repouso, com pressão uniforme. E, para a água, o equilíbrio corresponde a uma situação em que sua superfície permanece em nível horizontal. Em cada um desses casos,

Figura 15.1 Três modos de criar uma onda que se desloca para a direita. (a) A mão move a extremidade da corda para cima e depois retorna à posição inicial, produzindo uma onda transversal. (b) O pistão comprime um líquido ou um gás para a direita e depois retorna, produzindo uma onda longitudinal. (c) A placa se move para a direita e depois retorna, produzindo a superposição de uma onda longitudinal com uma onda transversal.



o movimento ondulatório é produzido por uma perturbação do estado de equilíbrio que se propaga de uma região para outra do meio. Em cada um desses casos, existem forças restauradoras que tendem a fazer o sistema retornar para sua posição de equilíbrio, de modo análogo ao efeito da força gravitacional que tende a fazer um pêndulo retornar para sua posição de equilíbrio na vertical quando ele é deslocado dessa posição.

Esses exemplos possuem três coisas em comum. Primeiro, em cada caso a perturbação se desloca ou se *propaga* com uma velocidade definida pelo meio. O módulo dessa velocidade denomina-se velocidade de propagação da onda, ou simplesmente **velocidade da onda**. Ela é determinada em cada caso pelas propriedades mecânicas do meio. Usaremos o símbolo v para a velocidade da onda. (A velocidade da onda *não é* a mesma velocidade da partícula deslocada pelo movimento ondulatório. Voltaremos a comentar este ponto na Seção 15.3.) Segundo, o próprio meio não se desloca no espaço; as partículas individuais do meio oscilam (movimentam-se de trás para a frente e de cima para baixo) em torno das respectivas posições de equilíbrio. O padrão geral da perturbação da onda é que se propaga. Terceiro, para produzir o movimento de qualquer um desses sistemas, é necessário fornecer energia mediante um trabalho mecânico realizado sobre o sistema. O movimento ondulatório transfere essa energia de uma região para outra do meio. *As ondas transmitem energia, mas não transportam matéria de uma região para outra do meio* (**Figura 15.2**).

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 15.1 Que tipo de onda é a "ola" mostrada na Figura 15.2? (i) Transversal; (ii) longitudinal; (iii) uma combinação de transversal e longitudinal. I

Figura 15.2 "Fazer a ola" em um estádio é um exemplo de onda mecânica: a perturbação se propaga pela multidão, mas não há transporte de matéria (nenhum dos espectadores se move de um assento para outro).

BIO Aplicação Ondulação no corpo de uma serpente Uma serpente move-se pelo solo produzindo ondas que trafegam para trás ao longo de seu corpo, a partir de sua cabeça até a cauda. As ondas permanecem estacionárias em relação ao solo enquanto empurram contra ele, de modo que a serpente se move para a frente.

15.2 ONDAS PERIÓDICAS

A onda transversal na corda esticada indicada na Figura 15.1a é um exemplo de *pulso ondulatório*. A mão exerce uma força transversal que balança a corda para cima e para baixo apenas uma vez, exercendo sobre ela uma única "ondulação" ou pulso, que se propaga ao longo do comprimento da corda. A tensão na corda restaura sua posição de equilíbrio em linha reta depois que o pulso termina de passar.

Uma situação mais interessante ocorre quando balançamos a extremidade da corda com um movimento repetitivo ou *periódico*. (Talvez você queira fazer uma revisão da discussão sobre movimento periódico no Capítulo 14 antes de prosseguir.) Nesse caso, cada partícula da corda também executará um movimento periódico à medida que a onda se propaga e o resultado é uma **onda periódica**.

Onda periódica transversal

Suponha que você balance uma ponta da corda para cima e para baixo com um *movimento harmônico simples* (MHS), como na **Figura 15.3**, com amplitude A,

Figura 15.3 Um bloco de massa m está preso a uma mola e sofre um movimento harmônico simples, produzindo uma onda transversal senoidal que se propaga para a direita ao longo da corda. (Em um sistema real, seria necessário aplicar uma força motriz ao bloco de massa m para compensar a energia transportada pela onda.)

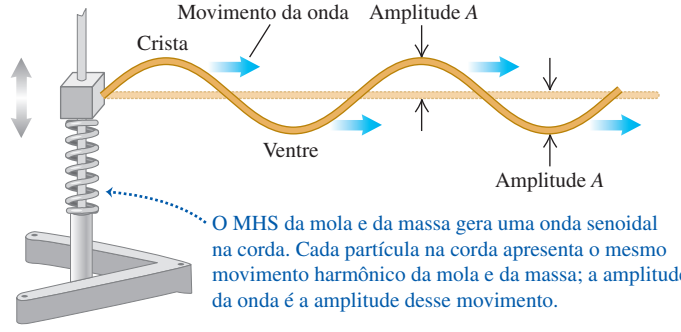
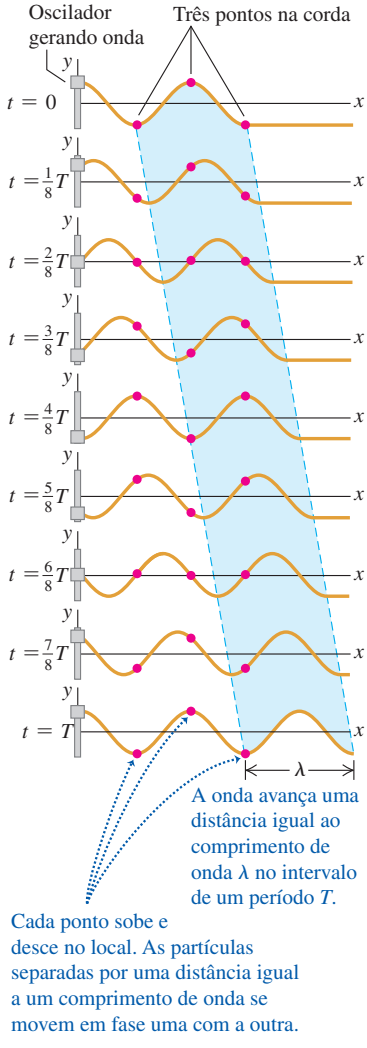


Figura 15.4 Uma onda senoidal transversal se propaga para a direita ao longo de uma corda. A escala vertical está exagerada.



frequência f, frequência angular $\omega = 2\pi f$ e período $T = 1/f = 2\pi/\omega$. A onda resultante é uma sequência simétrica de *cristas* e *ventres*. Como veremos, uma onda periódica produzida por um MHS é particularmente fácil de analisar; ela é chamada de **onda senoidal**. Veremos também que *qualquer* onda periódica pode ser representada pela combinação de ondas senoidais. Portanto, esse tipo particular de onda merece atenção especial.

Na Figura 15.3, a onda que avança ao longo da corda é uma *sucessão contínua* de perturbações senoidais transversais. A **Figura 15.4** mostra a forma de uma parte da corda próxima de sua extremidade esquerda em intervalos iguais a $\frac{1}{8}$ do período, completando um tempo igual a um período. A forma da onda avança uniformemente para a direita, conforme indicado pela região sombreada. À medida que a onda se propaga, qualquer ponto sobre a corda oscila verticalmente com MHS em torno da posição de equilíbrio. *Quando uma onda senoidal se propaga em um meio, cada partícula do meio executa um movimento harmônico simples com a mesma frequência.*

ATENÇÃO Movimento de onda *versus* movimento de partícula Tome cuidado para não confundir o movimento de uma *onda transversal* ao longo da corda com o movimento de uma *partícula* da corda. A onda se desloca com uma velocidade constante v *ao longo* da corda, enquanto o movimento da partícula é um MHS *transversal* (perpendicular) ao comprimento da corda.

Para uma onda periódica, a forma da corda em um dado instante é uma configuração que se repete. O **comprimento de onda** λ (a letra grega lambda) da onda é a distância entre duas cristas sucessivas ou entre dois ventres consecutivos, ou de qualquer ponto até o ponto correspondente na próxima repetição da forma de onda. O padrão da onda se desloca com velocidade constante v avançando uma distância λ no intervalo de um período T. Logo, a velocidade da onda é $v = \lambda/T$ ou, como $f = 1/T$, pela Equação 14.1,

Velocidade da onda — Comprimento de onda

Para uma **onda periódica:** $$v = \lambda f \qquad (15.1)$$

Frequência

A velocidade de propagação é igual ao produto do comprimento de onda pela frequência. Esta é uma propriedade da onda periódica *inteira*, pois todos os pontos da corda oscilam com a mesma frequência f.

As ondas em uma corda se propagam em apenas uma dimensão (na Figura 15.4, ao longo do eixo x). Mas as ideias de frequência, comprimento de onda e amplitude se aplicam igualmente bem às ondas que se propagam em duas ou três dimensões. A **Figura 15.5** mostra uma onda se propagando em duas dimensões sobre a superfície

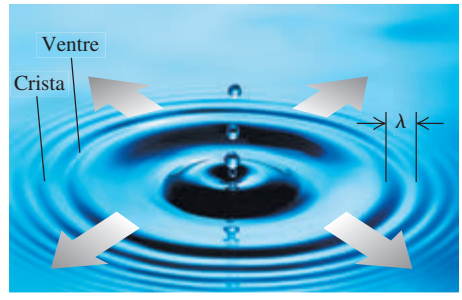
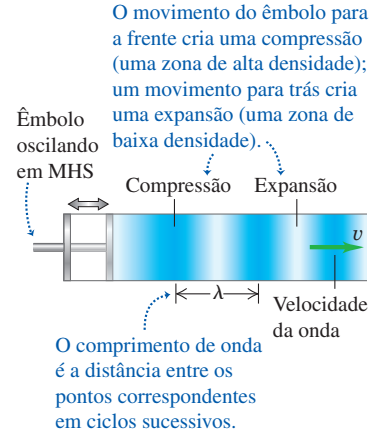


Figura 15.5 Diversas gotas caindo verticalmente sobre a água produzem uma onda periódica que se espalha radialmente a partir do centro da fonte. As cristas e os ventres da onda formam círculos concêntricos. O comprimento de onda λ é a distância entre duas cristas sucessivas ou entre dois ventres consecutivos.

de um tanque de água. Como nas ondas em uma corda, o comprimento de onda é a distância de uma crista à próxima, e a amplitude é a altura de uma crista em relação ao nível de equilíbrio.

Em muitas situações importantes, incluindo ondas em uma corda, a velocidade da onda v é inteiramente determinada pelas propriedades mecânicas do meio. Neste caso, o aumento de f produz uma diminuição de λ, de modo que o produto $v = \lambda f$ permanece constante e as ondas com *todas* as frequências se propagam com a mesma velocidade. Neste capítulo, consideraremos *somente* ondas desse tipo. (Em capítulos posteriores, estudaremos a propagação de uma onda luminosa em um meio material no qual a velocidade da onda depende da frequência; é por isso que um prisma decompõe a luz branca formando um espectro e as gotas da chuva produzem um arco-íris.)

Figura 15.6 Usando um pistão oscilante para criar uma onda senoidal longitudinal em um fluido.



Ondas periódicas longitudinais

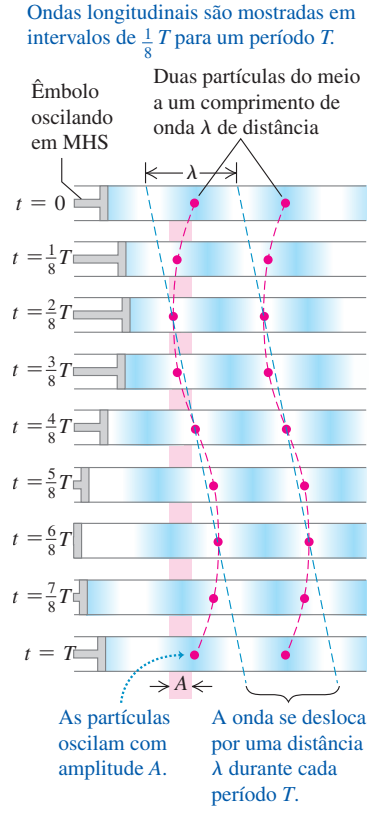
Para entender a mecânica de uma onda periódica *longitudinal*, consideramos um tubo longo repleto de fluido, com um pistão em sua extremidade esquerda, como indicado na Figura 15.1b. Quando empurramos o pistão para dentro, comprimimos o fluido nas suas vizinhanças, fazendo aumentar a pressão nessa região. A seguir, essa região empurra a região vizinha do fluido e assim por diante, fazendo um pulso ondulatório se propagar ao longo do tubo.

Suponha, agora, que o pistão seja movido para a frente e para trás executando um MHS ao longo de uma linha paralela ao eixo do tubo (**Figura 15.6**). Esse movimento produz regiões com densidades e pressões maiores ou menores que seus respectivos valores no equilíbrio. Uma *compressão* corresponde a uma região com densidade mais elevada; uma região de densidade reduzida é chamada de *expansão*. A Figura 15.6 mostra compressões como regiões sombreadas escuras e expansões como regiões sombreadas claras. O comprimento de onda é a distância de uma compressão à próxima, ou de uma expansão à próxima.

A **Figura 15.7** mostra a onda se propagando no tubo preenchido pelo fluido em intervalos de $\frac{1}{8}$ de um período pelo tempo total de um período. A configuração de compressões e expansões desloca-se constantemente para a direita, exatamente como a configuração de cristas e ventres em uma onda senoidal transversal (compare com a Figura 15.4). Cada partícula no fluido oscila em MHS paralelamente à direção da propagação da onda (ou seja, esquerda e direita) com a mesma amplitude A e período T que o pistão. As partículas indicadas pelos dois pontos na Figura 15.7 estão a um comprimento de onda de distância e, assim, oscilam em fase uma com a outra.

Assim como a onda senoidal transversal mostrada na Figura 15.4, em um período T a onda longitudinal que vemos na Figura 15.7 se propaga um comprimento de onda λ para a direita. Portanto, a equação fundamental $v = \lambda f$ é válida para ondas tanto longitudinais quanto transversais, e também para *todos* os tipos de ondas periódicas. Assim como no caso das ondas transversais, neste capítulo e no próximo estudaremos apenas situações em que a velocidade das ondas longitudinais não depende da frequência.

Figura 15.7 Uma onda senoidal longitudinal se propagando para a direita ao longo de um fluido. A onda tem a mesma amplitude A e período T que a oscilação do pistão.



EXEMPLO 15.1 COMPRIMENTO DE ONDA DE UM SOM MUSICAL

Ondas sonoras são ondas longitudinais que se propagam no ar. A velocidade do som depende da temperatura; a 20 °C, é igual a 344 m/s. Qual é o comprimento de onda de uma onda sonora no ar a 20 °C sabendo que a frequência é 262 Hz (uma frequência aproximadamente igual à da tecla C médio do piano)?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema envolve a Equação 15.1, $v = \lambda f$, que relaciona a velocidade da onda v, o comprimento de onda λ e a frequência f de uma onda periódica. A variável-alvo é o comprimento de onda λ. São dadas $v = 344$ m/s e $f = 262$ Hz $= 262\ s^{-1}$.

EXECUTAR: usando a Equação 15.1 e explicitando a variável λ obtemos:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{344\ \text{m/s}}{262\ \text{Hz}} = \frac{344\ \text{m/s}}{262\ s^{-1}} = 1{,}31\ \text{m}$$

AVALIAR: a velocidade das ondas sonoras *não* é afetada por mudanças na frequência; então, a relação $\lambda = v/f$ nos diz que o comprimento de onda varia na proporção inversa da frequência. Como exemplo, um "C alto" (soprano) está duas oitavas acima do C médio. Cada oitava corresponde a um fator dois na frequência; logo, a frequência do C alto é quatro vezes maior que a frequência do C médio, ou seja, $f = 4(262\ \text{Hz}) = 1.048$ Hz. Portanto, o *comprimento de onda* correspondente a um C alto é *quatro vezes* menor, $\lambda = (1{,}31\ \text{m})/4 = 0{,}328$ m.

DADOS MOSTRAM

Ondas periódicas

Quando os alunos recebiam um problema sobre as propriedades das ondas periódicas, mais de 25% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Esquecer que, para uma onda em uma corda, o comprimento de onda e a frequência são independentes da amplitude.
- Interpretar de forma errada a amplitude de uma onda senoidal. A diferença na altura entre uma crista e um ventre é, na realidade, o *dobro* da amplitude.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 15.2 Se dobrarmos o comprimento de onda de uma onda em uma determinada corda, o que acontece com a velocidade v e a frequência f da onda? (i) v dobra e f não se altera; (ii) v não se altera e f dobra; (iii) v passa a ser a metade da original e f não se altera; (iv) v não se altera e f passa a ser a metade da original; (v) nenhuma das anteriores. I

15.3 DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DAS ONDAS

Muitas características das ondas periódicas podem ser descritas mediante os conceitos de velocidade da onda, amplitude, período, frequência e comprimento de onda. Contudo, frequentemente necessitamos de uma descrição mais detalhada de posições e movimentos de partículas individuais do meio em função do tempo durante a propagação da onda.

Como um exemplo específico, vamos examinar ondas em uma corda esticada. Desprezando o pequeno encurvamento provocado pelo peso da corda, a posição de equilíbrio corresponde a uma linha reta. Vamos usar um sistema de coordenadas com o eixo Ox. As ondas ao longo de uma corda são *transversais*; durante o movimento da onda, uma partícula na posição de equilíbrio x é deslocada até uma distância y perpendicular ao eixo Ox. O valor de y depende da partícula específica (isto é, y depende de x) e também é função do tempo t. Resumidamente, y é uma *função* de x e de t; $y = y(x, t)$. Dizemos que $y(x, t)$ é a **função de onda** que descreve a onda. Quando conhecemos essa função para uma dada onda, podemos usá-la para achar o deslocamento (a partir do equilíbrio) de qualquer partícula em qualquer instante. A partir desse resultado, podemos calcular a velocidade e a aceleração de qualquer partícula, a forma da corda e qualquer outro tipo de informação que desejarmos saber sobre o comportamento da corda em qualquer instante.

Função de onda de uma onda senoidal

Vamos mostrar como se determina a função de onda de uma onda senoidal. Suponha que uma onda senoidal se propague da esquerda para a direita (no sentido do aumento de x) ao longo da corda, como indicado na **Figura 15.8**. Cada partícula da corda oscila executando um MHS com a mesma frequência e a mesma amplitude. Porém, as oscilações das partículas em pontos diferentes da corda *não* estão todas sincronizadas. A partícula assinalada pelo ponto B na Figura 15.8 ocupa um valor de y máximo para $t = 0$ e retorna para o valor mínimo $y = 0$ para $t = \frac{2}{8}T$; esses mesmos eventos ocorrem com uma partícula no ponto A ou no ponto C em $t = \frac{4}{8}T$ e $t = \frac{6}{8}T$, exatamente um meio período depois. Para qualquer par de partículas

sobre a corda, o movimento da partícula da direita (em relação à onda, a partícula "corrente abaixo") se atrasa em relação ao movimento da partícula da esquerda em um valor proporcional à distância entre as partículas.

Portanto, existem diferenças de sincronia entre os diversos pontos oscilantes da corda correspondentes a várias frações do ciclo durante seus movimentos cíclicos. Chamamos essas diferenças de sincronia de *diferenças de fase* e dizemos que cada ponto possui uma *fase* durante o movimento. Por exemplo, quando um ponto possui seu deslocamento positivo máximo enquanto outro ponto possui seu deslocamento negativo máximo, os dois pontos se encontram em uma diferença de fase equivalente a meio ciclo. (Este caso é exemplificado pelos pontos A e B, ou pelos pontos B e C.)

Suponha que o deslocamento de uma partícula na extremidade esquerda da corda ($x = 0$), onde a onda começa, seja dado por

$$y(x = 0, t) = A \cos \omega t = A \cos 2\pi ft \tag{15.2}$$

Ou seja, a partícula oscila executando um MHS com amplitude A, frequência f e frequência angular $\omega = 2\pi f$. A notação $y(x = 0, t)$ serve para lembrar que o deslocamento dessa partícula é um caso particular da função de onda $y(x, t)$ que descreve o movimento ondulatório inteiro. Para $t = 0$, a partícula no ponto $x = 0$ está em seu deslocamento positivo máximo ($y = A$) e instantaneamente em repouso (porque o valor de y é um máximo).

A perturbação ondulatória se propaga de $x = 0$ até um ponto x à direita da origem em um intervalo x/v, onde v é a velocidade da onda. Portanto, o movimento do ponto x no instante t é igual ao movimento do ponto $x = 0$ no instante $t - x/v$. Logo, podemos achar o deslocamento x no instante t simplesmente substituindo t na Equação 15.2 por $(t - x/v)$:

$$y(x, t) = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

Como $\cos(-\theta) = \cos\theta$, podemos reescrever a função de onda como

Função de onda para uma **onda senoidal movendo-se no sentido $+x$**

$$y(x, t) = A \cos\left[\omega\left(\frac{x}{v} - t\right)\right] \tag{15.3}$$

Amplitude; Posição; Tempo; Frequência angular $= 2\pi f$; Velocidade da onda

O deslocamento $y(x, t)$ é uma função da posição x e do tempo t. Poderíamos generalizar a Equação 15.3 levando em conta os diferentes valores do ângulo de fase, como fizemos no caso do movimento harmônico simples discutido na Seção 14.2; mas não faremos isso neste momento.

Podemos reescrever a função de onda dada pela Equação 15.3 de diversos modos úteis diferentes. Podemos expressá-la em termos do período $T = 1/f$ e do comprimento de onda $\lambda = v/f = 2\pi\, v/\omega$:

Função de onda para uma **onda senoidal movendo-se no sentido $+x$**

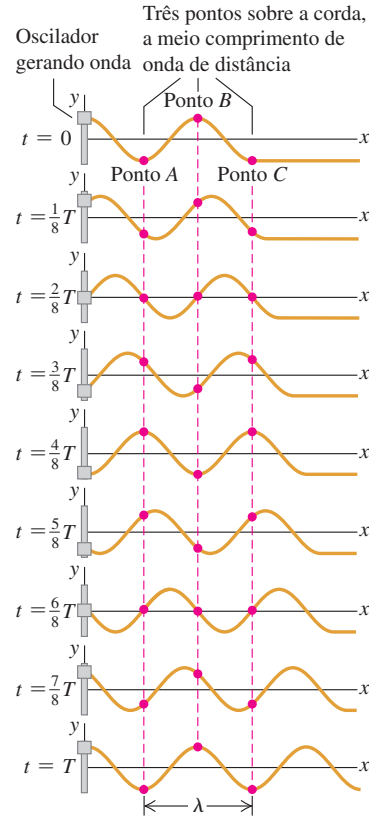
$$y(x, t) = A \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \tag{15.4}$$

Amplitude; Posição; Tempo; Comprimento de onda; Período

É conveniente definir uma grandeza k, denominada **número de onda**:

Figura 15.8 Acompanhando as oscilações de três pontos em uma corda à medida que uma onda senoidal se propaga por ela.

A corda é mostrada em intervalos de $\frac{1}{8}$ do período por um período T.



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{(número de onda)} \tag{15.5}$$

Substituindo $\lambda = 2\pi/k$ e $f = \omega/2\pi$ na Equação 15.1, $v = \lambda f$, obtemos

$$\omega = vk \quad \text{(onda periódica)} \tag{15.6}$$

A seguir, podemos reescrever a Equação 15.4 na forma

Função de onda para uma **onda senoidal movendo-se no sentido +x**

$$y(x, t) = A\cos(kx - \omega t) \tag{15.7}$$

Amplitude; Posição; Tempo; Número de onda $= 2\pi/\lambda$; Frequência angular $= 2\pi f$

Qual das diferentes formas da função de onda $y(x, t)$ devemos usar para um problema específico é uma questão de conveniência. Note que ω possui unidades de rad/s, de modo que, para que as unidades das equações 15.6 e 15.7 sejam consistentes, o número de onda k deve possuir unidades de rad/m. (Aviso: alguns livros definem o número de onda como $1/\lambda$ em vez de $2\pi/\lambda$.)

Gráfico da função de onda

Um gráfico da função de onda $y(x, t)$ em função de x para um tempo específico t é indicado na **Figura 15.9a**. Esse gráfico fornece o deslocamento y de uma partícula a partir de sua posição de equilíbrio em função da coordenada x da partícula. No caso de uma onda transversal se propagando em uma corda, o gráfico indicado na Figura 15.9a representa a forma da onda em cada instante, como uma fotografia instantânea da corda. Em particular, para o tempo $t = 0$,

$$y(x, t = 0) = A\cos kx = A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$$

Um gráfico da função de onda em função do tempo t para uma coordenada x fixa é mostrado na Figura 15.9b. Esse gráfico fornece o deslocamento y de uma partícula para essa coordenada em função do tempo. Ou seja, ele descreve o movimento dessa partícula. Na posição $x = 0$,

$$y(x = 0, t) = A\cos(-\omega t) = A\cos\omega t = A\cos 2\pi\frac{t}{T}$$

Este resultado é coerente com nossa afirmação inicial sobre o movimento para $x = 0$, Equação 15.2.

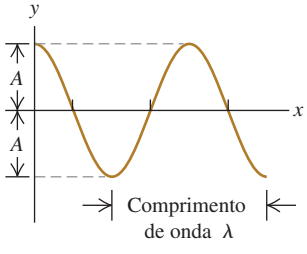
ATENÇÃO Gráficos de ondas Embora possam parecer iguais à primeira vista, a Figura 15.9a e a Figura 15.9b *não* são idênticas. A Figura 15.9a é o desenho da forma da corda em $t = 0$, enquanto a Figura 15.9b é um gráfico do deslocamento y de uma partícula para $x = 0$ em função do tempo.

Mais sobre função de onda

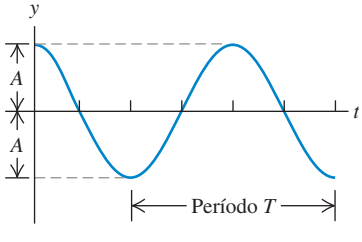
Podemos modificar as equações 15.3 a 15.7 para representar uma onda se propagando no sentido *negativo* do eixo Ox. Nesse caso, o deslocamento do ponto x para um tempo t é o mesmo que o deslocamento do ponto $x = 0$ para um tempo *posterior* $(t + x/v)$. Logo, substituindo t na Equação 15.2 por $(t + x/v)$, obtemos, para uma onda se propagando no sentido *negativo* do eixo Ox,

Figura 15.9 Dois gráficos da função de onda $y(x, t)$ na Equação 15.7. (a) Gráfico do deslocamento y em função de x para um tempo $t = 0$. (b) Gráfico do deslocamento y em função do tempo t quando $x = 0$. A escala vertical está exagerada em (a) e em (b).

(a) Se usarmos a Equação 15.7 para fazer o gráfico de y em função de x para o tempo $t = 0$, a curva mostra a *forma* da corda em $t = 0$.



(b) Se usarmos a Equação 15.7 para fazer o gráfico de y em função de t para a posição $x = 0$, a curva mostra o *deslocamento* y da partícula em $x = 0$ em função do tempo.



$$y(x, t) = A\cos\left[\omega\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right] = A\cos(kx + \omega t) \qquad (15.8)$$

(onda senoidal movendo-se no sentido $-x$)

Na expressão $y(x, t) = A\cos(kx \pm \omega t)$ para uma onda se propagando no sentido $-x$ ou no sentido $+x$, a grandeza $(kx \pm \omega t)$ denomina-se **fase**. Ela desempenha o papel de uma grandeza angular (sempre medida em radianos) na Equação 15.7 ou na Equação 15.8, e seu valor para qualquer x e para qualquer tempo t determina qual é a parte do ciclo senoidal que está ocorrendo em um dado ponto e em um determinado tempo. Para uma crista (onde $y = A$ e a função do cosseno tem valor 1), a fase poderia ser igual a 0, $\pm 2\pi$, $\pm 4\pi$, e assim por diante; para um ventre (onde $y = -A$ e o cosseno tem o valor -1), poderia ser igual a $\pm\pi$, $\pm 3\pi$, $\pm 5\pi$, e assim por diante.

A velocidade da onda é a velocidade com a qual temos de nos deslocar ao longo da onda para que a fase de um determinado ponto permaneça constante, como uma crista particular de uma onda que se propaga ao longo de uma corda. Para uma onda se propagando no sentido $+x$, isso significa que $kx - \omega t$ permanece constante. Derivando em relação ao tempo t, obtemos $k\,dx/dt = \omega$, ou

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Comparando esse resultado com a Equação 15.6, vemos que dx/dt é a velocidade da onda v. Por essa relação, algumas vezes v é chamada de *velocidade de fase* da onda (um nome melhor seria *módulo da velocidade de fase* da onda).

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 15.1 ONDAS MECÂNICAS

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes*: como sempre, identifique as variáveis-alvo; estas podem incluir *expressões* matemáticas (por exemplo, a função de onda para determinada situação). Observe que os problemas sobre ondas pertencem a duas grandes categorias. Nos problemas de *cinemática*, estamos interessados apenas na descrição do movimento da onda; as grandezas relevantes são a velocidade da onda v, o comprimento de onda λ (ou o número de onda k), a frequência f (ou a frequência angular ω) e a amplitude A. Elas também podem envolver a posição, a velocidade e a aceleração de partículas individuais no meio. Os problemas de *dinâmica* também usam conceitos das leis de Newton, como força e massa. Como exemplo, posteriormente neste capítulo encontraremos problemas que envolvem a relação da velocidade da onda com as propriedades mecânicas do meio.

PREPARAR *o problema* usando os seguintes passos:

1. Faça uma lista das grandezas cujos valores são fornecidos. Esboce gráficos de y em função de x (como na Figura 15.9a) e de y em função de t (como na Figura 15.9b), e rotule-os com valores conhecidos.
2. Identifique equações úteis. Elas podem incluir a Equação 15.1 ($v = \lambda f$), a Equação 15.6 ($\omega = vk$) e as equações 15.3, 15.4 e 15.7, que expressam a função de onda de diversas formas. Pela função de onda, você poderá encontrar o valor de y em qualquer ponto (valor de x) e em qualquer tempo t.
3. Se for preciso determinar a velocidade de onda v e você não conhecer λ e f, poderá utilizar a relação entre v e as propriedades mecânicas do sistema. (Na próxima seção, desenvolveremos essa relação para ondas em uma corda.)

EXECUTAR *a solução*: resolva as grandezas desconhecidas usando as equações que você identificou. Para determinar a função de onda a partir das equações 15.3, 15.4 ou 15.7, você precisa conhecer A e dois quaisquer entre v, λ e f (ou v, k e ω).

AVALIAR *sua resposta*: confirme se os valores de v, f e λ (ou v, ω e k) concordam com as relações dadas na Equação 15.1 ou na 15.6. Se você tiver calculado a função de onda, verifique um ou mais casos especiais para os quais você pode prever quais seriam os resultados.

EXEMPLO 15.2 ONDA NA CORDA DE UM VARAL

Seu primo Tobias está brincando com a corda de seu varal de roupas, sacudindo-a senoidalmente para cima e para baixo com uma frequência igual a 2,00 Hz e uma amplitude de 0,075 m. A velocidade da onda é $v = 12{,}0$ m/s. No instante $t = 0$, a extremidade de Tobias possui um deslocamento positivo máximo e está em repouso. Suponha que nenhuma onda seja refletida de volta na extremidade afastada. (a) Ache a amplitude da onda A, a frequência angular ω, o período T, o comprimento de

(*Continua*)

(*Continuação*)

onda λ e o número de onda k. (b) Escreva uma função de onda que a descreva. (c) Escreva equações para o deslocamento em função do tempo na extremidade da corda que Tobias segura e em um ponto situado a 3,0 m dessa extremidade.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este é um problema de cinemática sobre o movimento da corda do varal. Como Tobias move a mão de uma forma senoidal, ele produz uma onda senoidal que se propaga pela corda. Assim, podemos usar todas as expressões que deduzimos nesta seção. No item (a), as variáveis que queremos encontrar são A, ω, T, λ e k. Então, usamos as relações $\omega = 2\pi f, f = 1/T, v = \lambda f$ e $k = 2\pi/\lambda$. Nos itens (b) e (c), nossas "variáveis" são expressões para o deslocamento, as quais obteremos a partir da equação apropriada para a função de onda. Tomamos o sentido $+x$ como o sentido em que a onda se propaga, então podemos usar as equações 15.4 ou 15.7 para gerar a expressão desejada. Uma fotografia da corda do varal no tempo $t = 0$ se pareceria com a Figura 15.9a, com o deslocamento máximo em $x = 0$ (a extremidade que Tobias segura em sua mão).

EXECUTAR: (a) a amplitude da onda e a frequência são as mesmas que para as oscilações na extremidade do varal de Tobias, $A = 0{,}075$ m e $f = 2{,}00$ Hz. Assim,

$$\omega = 2\pi f = \left(2\pi \frac{\text{rad}}{\text{ciclo}}\right)\left(2{,}00 \frac{\text{ciclos}}{\text{s}}\right)$$
$$= 4{,}00\pi \text{ rad/s} = 12{,}6 \text{ rad/s}$$

O período é $T = 1/f = 0{,}500$ s, e pela Equação 15.1,

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{12{,}0 \text{ m/s}}{2{,}00 \text{ s}^{-1}} = 6{,}00 \text{ m}$$

Achamos o número de onda pela Equação 15.5 ou pela 15.6:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{6{,}00 \text{ m}} = 1{,}05 \text{ rad/m}$$

ou

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{4{,}00\pi \text{ rad/s}}{12{,}0 \text{ m/s}} = 1{,}05 \text{ rad/m}$$

(b) Como encontramos os valores de A, T e λ no item (a), podemos escrever a função de onda usando a Equação 15.4:

$$y(x, t) = A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$
$$= (0{,}075 \text{ m})\cos 2\pi\left(\frac{x}{6{,}00 \text{ m}} - \frac{t}{0{,}500 \text{ s}}\right)$$
$$= (0{,}075 \text{ m})\cos[(1{,}05 \text{ rad/m})x - (12{,}6 \text{ rad/s})t]$$

Poderíamos também ter obtido essa mesma relação partindo da Equação 15.7 usando os valores de ω e de k obtidos no item (a). (c) Podemos achar o deslocamento em função do tempo em $x = 0$ e $x = +3{,}0$ m substituindo esses valores na função de onda encontrada no item (b):

$$y(x = 0, t) = (0{,}075 \text{ m})\cos 2\pi\left(\frac{0}{6{,}00 \text{ m}} - \frac{t}{0{,}500 \text{ s}}\right)$$
$$= (0{,}075 \text{ m})\cos(12{,}6 \text{ rad/s})t$$
$$y(x = +3{,}00 \text{ m}, t) = (0{,}075 \text{ m})\cos 2\pi\left(\frac{3{,}00 \text{ m}}{6{,}00 \text{ m}} - \frac{t}{0{,}500 \text{ s}}\right)$$
$$= (0{,}075 \text{ m})\cos[\pi - (12{,}6 \text{ rad/s})t]$$
$$= -(0{,}075 \text{ m})\cos(12{,}6 \text{ rad/s})t$$

AVALIAR: no item (b), a quantidade $(1{,}05 \text{ rad/m})x - (12{,}6 \text{ rad/s})t$ é a *fase* de um ponto x na corda no tempo t. Os dois pontos no item (c) oscilam em MHS com a mesma frequência e amplitude, porém as oscilações estão defasadas por (1,05 rad/m) (3,00 m) = 3,15 rad = π radianos — ou seja, meio ciclo —, pois os pontos estão separados por meio comprimento de onda: $\lambda/2 = (6{,}00 \text{ m})/2 = 3{,}00$ m. Assim, embora um gráfico de y em função de t para o ponto $x = 0$ seja uma curva de cosseno (como a Figura 15.9b), um gráfico de y em função de t para o ponto $x = 3{,}0$ m é uma curva de cosseno *negativo* (o mesmo que uma curva de cosseno deslocada em meio ciclo).

Usando a relação anterior para $y(x = 0, t)$ no item (c), você é capaz de mostrar que a extremidade da corda $x = 0$ no instante $t = 0$ está em repouso, conforme afirmamos no início deste exemplo? (*Dica*: calcule a velocidade de y nesse ponto derivando y em relação a t.)

Velocidade e aceleração de uma partícula em uma onda senoidal

Conhecendo a função de onda, podemos obter uma expressão para a velocidade transversal de qualquer *partícula* em uma onda transversal. Vamos designá-la por v_y para distingui-la da velocidade v da onda. Para achar a velocidade transversal v_y em um ponto particular x, derivamos a função de onda $y(x, t)$ em relação a t mantendo x constante. Se a função de onda for

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

então,

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad (15.9)$$

O símbolo ∂ nesta relação é um d modificado, usado para lembrar que $y(x,t)$ é uma função de *duas* variáveis e que somente uma delas (t) está variando. A outra (x) permanece constante porque estamos considerando um ponto particular da corda. Esse tipo de derivada chama-se *derivada parcial*. Caso você ainda não tenha estudado esse assunto em seu curso de cálculo, não se preocupe: esse conceito é muito simples.

A Equação 15.9 mostra que a velocidade transversal de uma partícula varia com o tempo, como era de se esperar para um movimento harmônico simples. A velocidade máxima da partícula é igual a ωA; esse valor pode ser maior, menor ou igual à velocidade de propagação da onda v, dependendo da amplitude e da frequência da onda.

A *aceleração* de uma partícula é dada pela derivada parcial de *segunda* ordem de $y(x,t)$ em relação a t:

$$a_y(x,t) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t)$$
$$= -\omega^2 y(x,t) \qquad (15.10)$$

A aceleração de uma partícula é igual a $-\omega^2$ vezes seu deslocamento, resultado igual ao obtido na Seção 13.2 para um MHS.

Podemos também calcular as derivadas parciais de $y(x,t)$ em relação a x, enquanto t permanece constante. A primeira derivada $\partial y(x,t)/\partial x$ fornece a *inclinação* da corda no ponto x e no tempo t. A segunda derivada em relação a x fornece a *curvatura* da corda:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(kx - \omega t) = -k^2 y(x,t) \qquad (15.11)$$

Pelas equações 15.10 e 15.11 e usando a relação $\omega = vk$, concluímos que

$$\frac{\partial^2 y(x,t)/\partial t^2}{\partial^2 y(x,t)/\partial x^2} = \frac{\omega^2}{k^2} = v^2 \qquad \text{e}$$

Equação de onda envolve segundas derivadas parciais da função de onda:

Segunda derivada em função de x

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \qquad (15.12)$$

Velocidade da onda

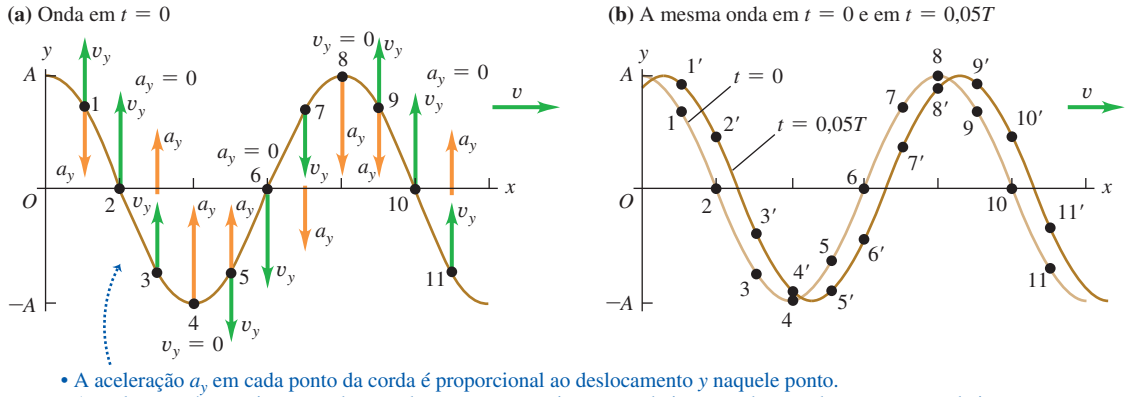
Segunda derivada em função de t

Derivamos a Equação 15.12 para uma onda se propagando no sentido $+x$. Você pode usar os mesmos passos para mostrar que a função de onda para uma onda senoidal se propagando no sentido x *negativo*, $y(x,t) = A\cos(kx + \omega t)$, também satisfaz essa equação.

A Equação 15.12, denominada **equação de onda**, é uma das mais importantes da física. Quando ela ocorre, sabemos que existe uma onda se propagando ao longo do eixo Ox com velocidade v. A perturbação não precisa ser necessariamente uma onda senoidal; na próxima seção, veremos que *qualquer* onda se propagando ao longo de uma corda é descrita pela Equação 15.12, quer ela seja periódica, quer não. No Capítulo 32, mostraremos que os campos elétricos e magnéticos satisfazem a equação de onda; verifica-se que a velocidade da onda é a velocidade da luz, o que nos leva a concluir que a luz é uma onda eletromagnética.

A **Figura 15.10a** mostra a velocidade v_y e a aceleração a_y, fornecidas pelas equações 15.9 e 15.10, para diversos pontos ao longo de uma corda à medida que uma onda senoidal se propaga. Observe que, nos pontos em que a curvatura da corda é

Figura 15.10 (a) Outra visão da onda indicada na Figura 15.9a para $t = 0$. Os vetores mostram a velocidade transversal v_y e a aceleração transversal a_y de diversos pontos sobre a corda. (b) De $t = 0$ a $t = 0{,}05T$, uma partícula no ponto 1 é deslocada para o ponto 1', uma partícula no ponto 2 é deslocada para o ponto 2' e assim por diante.



- A aceleração a_y em cada ponto da corda é proporcional ao deslocamento y naquele ponto.
- A aceleração é para cima quando a corda se curva para cima e para baixo quando a corda se curva para baixo.

voltada para cima ($\partial^2 y/\partial x^2 > 0$), a aceleração do ponto é positiva ($a_y = \partial^2 y/\partial t^2 > 0$); isso decorre da equação de onda, Equação 15.12. Pelo mesmo motivo, a aceleração é negativa ($a_y = \partial^2 y/\partial t^2 < 0$) nos pontos em que a curvatura da corda é voltada para baixo ($\partial^2 y/\partial x^2 < 0$) e a aceleração é igual a zero ($a_y = \partial^2 y/\partial t^2 = 0$) nos pontos de inflexão, em que a curvatura da corda é igual a zero ($\partial^2 y/\partial x^2 = 0$). Lembre-se de que v_y e a_y são, respectivamente, a velocidade e a aceleração *transversais* de pontos sobre a corda; esses pontos se movem ao longo da direção y, e não ao longo da direção da propagação da onda. A Figura 15.10b indica os movimentos transversais de diversos pontos sobre a corda.

Para ondas *longitudinais*, a função de onda $y(x, t)$ ainda mede o deslocamento de uma partícula do meio a partir de sua posição de equilíbrio. A diferença é que, no caso de uma onda longitudinal, esse deslocamento é *paralelo* ao eixo Ox em vez de perpendicular a ele. No Capítulo 16 estudaremos ondas longitudinais de modo mais detalhado.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 15.3 A Figura 15.8 mostra uma onda senoidal de período T em uma corda nos tempos 0, $\frac{1}{8}T$, $\frac{2}{8}T$, $\frac{3}{8}T$, $\frac{4}{8}T$, $\frac{5}{8}T$, $\frac{6}{8}T$, $\frac{7}{8}T$ e T. (a) Em que momento o ponto A da corda está se movendo para cima com velocidade máxima? (b) Em que momento o ponto B da corda possui a maior aceleração para cima? (c) Em que momento o ponto C da corda possui aceleração para baixo e velocidade para cima?

15.4 VELOCIDADE DE UMA ONDA TRANSVERSAL

Uma das principais propriedades de qualquer onda é sua *velocidade* de propagação. A velocidade da luz no ar é muito maior que a velocidade do som no ar ($3{,}0 \times 10^8$ m/s contra 344 m/s); essa diferença explica por que você ouve o som da trovoada algum tempo depois de ver a luz do relâmpago. Nesta seção, estudaremos o que determina a velocidade de propagação de um tipo particular de onda: as ondas transversais em uma corda. O estudo da velocidade dessas ondas é importante, pois constitui uma parte essencial da análise de instrumentos musicais que possuem cordas esticadas, conforme veremos posteriormente neste mesmo capítulo. Além disso, verificou-se que as velocidades de muitos tipos de ondas mecânicas possuem expressões matemáticas basicamente iguais à expressão da velocidade da onda em uma corda.

As grandezas físicas que determinam a velocidade de uma onda transversal em uma corda são a *tensão* na corda e sua *massa por unidade de comprimento* (também chamada de *massa específica linear* ou *densidade linear*). Podemos supor que o aumento da tensão produz um aumento da força restauradora que tende a esticar

a corda quando ela é perturbada, provocando um aumento na velocidade da onda. Podemos supor, também, que o aumento da massa deve fazer o movimento ficar mais lento, causando uma diminuição da velocidade da onda. Deduziremos a relação que envolve a velocidade da onda, a tensão e a densidade linear usando dois métodos diferentes. O primeiro se baseia em conceitos simples e considera uma forma de onda específica; o segundo é mais geral e também mais formal.

Velocidade da onda em uma corda: primeiro método

Considere uma corda perfeitamente flexível (**Figura 15.11**). Na posição de equilíbrio, a tensão é F e a densidade linear (massa por unidade de comprimento) é igual a μ. (Quando uma parte da corda é deslocada de sua posição de equilíbrio, a densidade linear diminui um pouco e a tensão aumenta um pouco.) Podemos desprezar o peso da corda, de modo que, quando ela está na posição de equilíbrio, forma uma linha reta perfeita, como indicado na Figura 15.11a.

Começando em $t = 0$, aplicamos uma força transversal constante F_y na extremidade esquerda da corda. Poderíamos esperar que essa extremidade se movesse com aceleração constante; isso ocorreria se a força fosse aplicada a uma massa *puntiforme*. Porém, neste caso, o efeito da força F_y é aumentar sucessivamente a quantidade de massa que entra em movimento. A onda se desloca com velocidade constante v; portanto, o ponto P que separa a parte da onda que está em repouso da parte em movimento se desloca com a mesma velocidade constante v (Figura 15.11b).

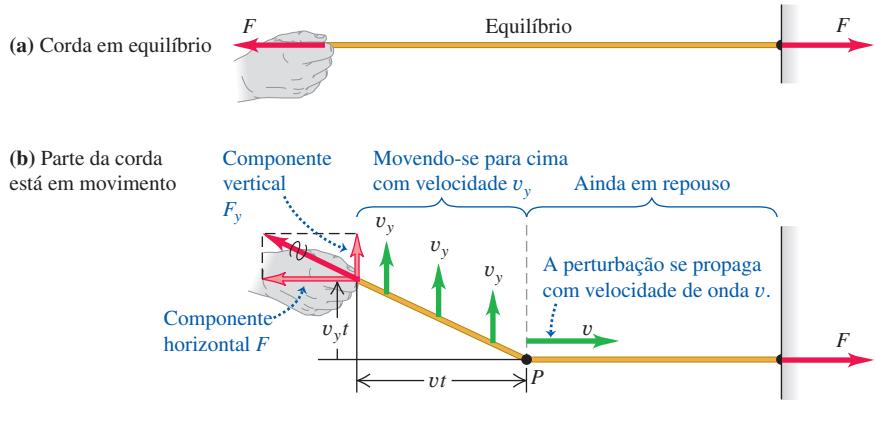
Como indicado na Figura 15.11b, todos os pontos da parte da corda que está em movimento deslocam-se com uma *velocidade* v_y constante, e não com aceleração constante. Para entender como isso ocorre, notamos que o *impulso* da força F_y até o instante t é dado por $F_y t$. De acordo com o teorema do impulso-momento linear (Seção 8.1), o impulso é igual à variação total do componente transversal do momento da parte da corda que está em movimento. Como o sistema não começou com momento transversal *zero*, o impulso é igual ao momento transversal total mv_y no instante t:

$$\text{Impulso transversal} = \text{Momento transversal}$$

$$F_y t = mv_y \tag{15.13}$$

Portanto, o momento linear total deve crescer proporcionalmente com o tempo. Mas, como o ponto P que separa as duas partes se desloca com velocidade constante, o comprimento da corda que está em movimento e a massa total m em movimento são proporcionais ao tempo t durante o qual a força atua. Assim, a *variação* do momento linear deve estar inteiramente associada com a massa crescente em movimento, e não com a velocidade crescente de um elemento de massa individual. Ou seja, mv_y varia em virtude da variação da massa m, e não por causa de v_y.

Figura 15.11 Propagação de uma onda transversal em uma corda.



No tempo t, a extremidade esquerda da corda se deslocou uma distância $v_y t$, e o ponto P da fronteira se deslocou uma distância vt. A força total sobre a extremidade esquerda da corda possui componentes F e F_y. Por que F? Não existe nenhum movimento ao longo da direção da corda, portanto, não existem forças desequilibradas na direção horizontal. Logo, o módulo F do componente da força na direção horizontal não varia quando a corda é deslocada. Na posição fora do equilíbrio, a tensão é dada por $(F^2 + F_y^2)^{1/2}$ (maior que F) e a corda estica ligeiramente.

Para deduzir uma expressão para a velocidade da onda v, observamos que, na Figura 15.11b, o triângulo retângulo cujo vértice está no ponto P, com lados $v_y t$ e vt, é semelhante ao triângulo retângulo cujo vértice está no ponto onde se encontra a mão e possui lados F_y e F. Portanto,

$$\frac{F_y}{F} = \frac{v_y t}{vt} \qquad F_y = F\frac{v_y}{v}$$

e

$$\text{Impulso transversal} = F_y t = F\frac{v_y}{v}t$$

A massa m da parte da corda que está em movimento é igual ao produto da densidade linear μ vezes o comprimento vt, ou seja, μvt. O momento linear transversal é o produto de sua massa pela velocidade transversal v_y:

$$\text{Momento linear transversal} = mv_y = (\mu vt)v_y$$

Substituindo estes na Equação 15.13, obtemos

$$F\frac{v_y}{v}t = \mu vtv_y$$

Explicitando a velocidade de onda v, obtemos

Velocidade de uma onda transversal em uma corda

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{Tensão na corda} \\ \leftarrow \text{Densidade linear} \end{matrix} \qquad (15.14)$$

A Equação 15.14 confirma nossa previsão de que a velocidade da onda v deve aumentar quando a tensão F aumenta, porém deve diminuir quando a densidade linear μ aumenta (**Figura 15.12**).

Figura 15.12 Estes cabos de transmissão possuem uma densidade linear (μ) relativamente grande e uma tensão (F) pequena. Portanto, quando um cabo é perturbado — por exemplo, quando um pássaro pousa sobre ele —, uma onda transversal se propaga ao longo de seu comprimento com uma velocidade muito pequena: $v = \sqrt{F/\mu}$.

Note que v_y não aparece na Equação 15.14; portanto, a velocidade da onda não depende de v_y. Nossos cálculos consideraram apenas um tipo especial de pulso; porém, podemos considerar que uma perturbação ondulatória com *qualquer* forma seja uma superposição de pulsos com diferentes valores de v_y. Assim, embora a Equação 15.14 tenha sido deduzida para este caso particular, ela vale para *qualquer* movimento de uma onda transversal em uma corda, incluindo a onda senoidal e outras formas de onda periódica estudadas na Seção 15.3. Note também que a velocidade não depende nem da amplitude nem da frequência da onda, concordando com as suposições da Seção 15.3.

Velocidade da onda em uma corda: segundo método

Faremos agora uma dedução alternativa da Equação 15.14. Caso não esteja familiarizado com o conceito de derivada parcial, você pode omitir o estudo desta dedução. Aplicamos a segunda lei de Newton, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, a um pequeno segmento

da corda em equilíbrio cujo comprimento é igual a Δx (**Figura 15.13**). A massa do segmento é dada por $m = \mu\,\Delta x$. Os componentes na direção x possuem o mesmo módulo F e a resultante é igual a zero porque o movimento é transversal e não existe nenhum componente da aceleração na direção x. Para obter F_{1y} e F_{2y}, notamos que a razão F_{1y}/F é igual ao módulo da *inclinação* da corda no ponto x, e que F_{2y}/F é igual ao módulo da inclinação da corda no ponto $x + \Delta x$. Levando em conta os sinais apropriados, obtemos

$$\frac{F_{1y}}{F} = -\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x \qquad \frac{F_{2y}}{F} = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+\Delta x} \tag{15.15}$$

A notação com índices serve para lembrar que as derivadas são calculadas nos pontos x e $x + \Delta x$, respectivamente. Pela Equação 15.15, verificamos que o componente y da força é dado por

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} = F\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+\Delta x} - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x\right] \tag{15.16}$$

Igualamos agora F_y da Equação 15.16 com a massa $\mu\,\Delta x$ vezes o componente y da aceleração $\partial^2 y/\partial t^2$. Obtemos

$$F\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+\Delta x} - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x\right] = \mu\,\Delta x\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{15.17}$$

ou, dividindo a Equação 15.17 por $F\,\Delta x$,

$$\frac{\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+\Delta x} - \left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_x}{\Delta x} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{15.18}$$

Tomamos agora o limite quando $\Delta x \to 0$. Nesse limite, o lado esquerdo da Equação 15.18 fornece a derivada de $\partial y/\partial x$ em relação a x (para t constante) — ou seja, a derivada (parcial) de segunda ordem de y em relação a x:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{15.19}$$

Agora, a Equação 15.19 possui exatamente a mesma forma da *equação de onda*, Equação 15.12, que foi deduzida no final da Seção 15.3. Aquela equação e a Equação 15.19 descrevem exatamente o mesmo movimento ondulatório, portanto elas

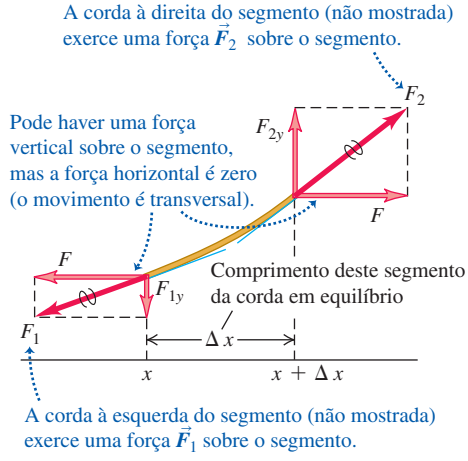


Figura 15.13 Diagrama do corpo livre para um segmento da corda. A força em cada extremidade da corda é tangente a ela no ponto onde a força é aplicada.

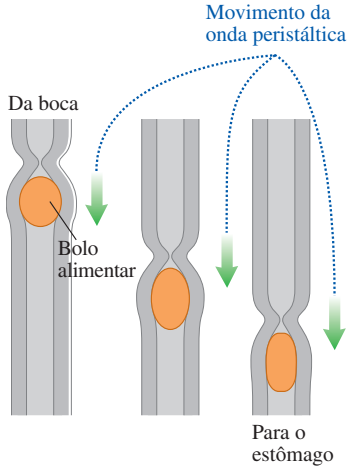
devem ser idênticas. Comparando essas duas equações, para que elas sejam idênticas, devemos ter

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

que é a mesma expressão da Equação 15.14.

No decorrer da dedução, não fizemos nenhuma hipótese especial acerca da forma da onda. Como a dedução nos levou a obter novamente a Equação 15.12, a equação de onda, concluímos que ela é válida para *qualquer* tipo de forma de onda que se propaga em uma corda.

BIO Aplicação Alimentação e ondas transversais Engolir comida gera movimentos peristálticos, nos quais uma onda transversal se propaga esôfago abaixo. A onda é uma contração radial do esôfago, que empurra o bolo alimentar (a massa de alimento engolido) no sentido do estômago. Diferente da velocidade das ondas em uma corda uniforme, a velocidade dessa onda peristáltica não é constante: ela é próxima de 3 cm/s no esôfago superior, cerca de 5 cm/s no esôfago médio e cerca de 2,5 cm/s no esôfago inferior.



Velocidade das ondas mecânicas

A Equação 15.14 fornece a velocidade da onda só para o caso especial de ondas mecânicas sobre um fio ou corda esticados. É interessante que, para muitos tipos de ondas mecânicas, inclusive ondas em uma corda, a expressão para a velocidade de onda possui a mesma forma geral:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Força restauradora devolvendo o sistema ao equilíbrio}}{\text{Inércia resistindo à volta ao equilíbrio}}}$$

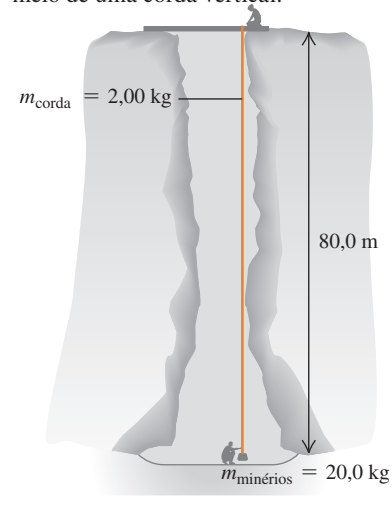
Para interpretar essa expressão, vamos estudar o caso já visto das ondas sobre uma corda. A tensão F na corda desempenha o papel da força restauradora, tendendo a levar a corda de volta à sua configuração sem perturbações, em equilíbrio. A massa da corda — ou, mais exatamente, a densidade linear μ — fornece a inércia que impede a corda de voltar instantaneamente ao equilíbrio. Obtemos, assim, $v = \sqrt{F/\mu}$ para a velocidade de ondas em uma corda.

No Capítulo 16, veremos uma expressão semelhante para a velocidade das ondas sonoras em um gás. Podemos dizer, *grosso modo*, que a pressão do gás fornece a força que tende a devolver o gás a seu estado de equilíbrio quando uma onda sonora passa por ele. A inércia é dada pela densidade, ou massa por unidade de volume, do gás.

EXEMPLO 15.3 CÁLCULO DA VELOCIDADE DA ONDA

Uma das extremidades de uma corda de 2,00 kg está presa a um suporte fixo no topo de um poço vertical de uma mina com profundidade igual a 80,0 m (**Figura 15.14**). A corda fica esticada pela ação do peso de uma caixa de minérios com massa igual a 20,0 kg, presa na extremidade inferior da corda. Um geólogo no fundo da mina, balançando a corda lateralmente, envia um sinal para seu colega que está no topo. (a) Qual é a velocidade da onda transversal que se propaga na corda? (b) Sabendo que um ponto da corda executa um MHS com $f = 2{,}00$ Hz, quantos ciclos da onda existem pela extensão da corda?

Figura 15.14 Usando uma onda transversal para enviar sinais por meio de uma corda vertical.



SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: no item (a), podemos achar a velocidade da onda (a variável-alvo) usando a relação *dinâmica* $v = \sqrt{F/\mu}$ (Equação 15.14). No item (b), achamos o comprimento de onda a partir da relação *cinemática* $v = f\lambda$; daí podemos achar a variável-alvo, o número de comprimentos de onda que cabem na extensão de 80,0 m da corda. Vamos considerar que a corda não tenha massa (embora seu peso seja 10% do

(*Continua*)

(*Continuação*)

peso da caixa), de modo que somente a caixa forneça a tensão na corda.

EXECUTAR: (a) a tensão na corda (por causa da caixa de minérios) é

$$F = m_{\text{caixa}}\, g = (20{,}0\ \text{kg})\,(9{,}80\ \text{m/s}^2) = 196\ \text{N}$$

e a densidade linear da corda é

$$\mu = \frac{m_{\text{corda}}}{L} = \frac{2{,}00\ \text{kg}}{80{,}0\ \text{m}} = 0{,}0250\ \text{kg/m}$$

Assim, substituindo na Equação 15.14, a velocidade da onda é

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{196\ \text{N}}{0{,}0250\ \text{kg/m}}} = 88{,}5\ \text{m/s}$$

(b) Substituindo na Equação 15.1, o comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{88{,}5\ \text{m/s}}{2{,}00\ \text{s}^{-1}} = 44{,}3\ \text{m}$$

Existem (80,0 m)/(44,3 m) = 1,81 comprimento de onda (ou seja, ciclo da onda) na corda.

AVALIAR: em virtude do peso da corda, a tensão seria maior na parte superior da corda do que na parte inferior. Assim, tanto a velocidade quanto o comprimento de onda aumentariam à medida que a onda fosse subindo na corda. Levando isso em consideração, você é capaz de verificar que a velocidade da onda é igual a 92,9 m/s no topo da corda?

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 15.4 As seis cordas de uma guitarra têm o mesmo comprimento e quase a mesma tensão, mas espessuras diferentes. Em qual das cordas as ondas se propagam mais rápido? (i) Na corda mais espessa; (ii) na corda mais fina; (iii) a velocidade de onda é a mesma em todas as cordas. ❙

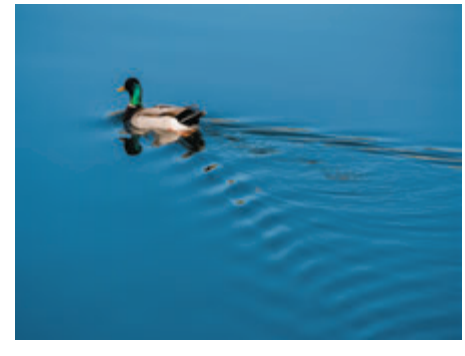
15.5 ENERGIA NO MOVIMENTO ONDULATÓRIO

Todo movimento ondulatório possui uma *energia* associada a ele. São exemplos a energia que recebemos da luz solar e os efeitos destrutivos dos terremotos e das grandes ondas de uma ressaca. Para produzir qualquer um dos movimentos ondulatórios discutidos neste capítulo, devemos aplicar força a uma parte do meio onde a onda se propaga; o ponto sobre o qual a força é exercida se move, portanto, realizamos *trabalho* sobre o sistema. À medida que a onda se propaga, cada porção do meio exerce uma força e realiza um trabalho sobre a porção adjacente. Desse modo, a onda pode transportar energia de uma região do espaço para outra.

Para exemplificar, vamos examinar novamente uma onda transversal em uma corda. Como a energia é transferida de uma parte da corda para outra? Imagine uma onda se propagando da esquerda para a direita (no sentido positivo do eixo Ox), passando por um ponto a na corda (**Figura 15.15a**). A corda do lado esquerdo de a exerce uma força sobre o lado direito e vice-versa. Na Figura 15.15b, mostramos os componentes F_x e F_y da força que a corda à esquerda de a exerce sobre a corda à direita de a. Do mesmo modo que fizemos nas figuras 15.11 e 15.13, o módulo do componente horizontal F_x é igual à tensão F na corda não agitada. Observe que F_y/F é igual ao valor negativo da *inclinação* da corda no ponto a, que também é dada por $\partial y/\partial x$. Levando em conta essas relações, obtemos

$$F_y(x, t) = -F\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \tag{15.20}$$

BIO Aplicação Ondas na superfície e a velocidade do nado dos patos Quando um pato nada, ele necessariamente produz ondas na superfície da água. Quanto mais rápido ele nada, maior a amplitude da onda e mais potência ele precisa fornecer para produzir essas ondas. A potência máxima fornecida pelos músculos de suas patas limita a velocidade máxima de nado dos patos a cerca de 0,7 m/s (2,5 km/h).



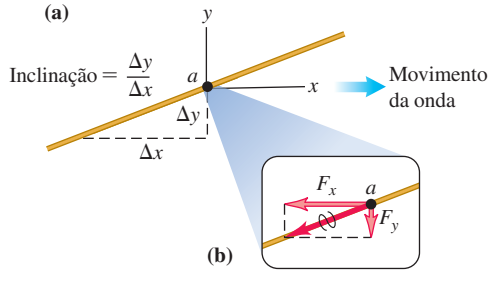


Figura 15.15 (a) O ponto a de uma corda na qual se propaga uma onda da esquerda para a direita. (b) Componentes da força exercida pela parte da direita da corda sobre a parte que está à esquerda do ponto a.

Utilizamos o valor negativo porque F_y é negativa quando a inclinação é positiva (como na Figura 15.15b). Escrevemos a força vertical na forma $F_y(x, t)$ para lembrar que esse valor pode se alterar em pontos diferentes ao longo da corda e em instantes diferentes.

Quando o ponto a se move ao longo da direção y, a força F_y realiza um *trabalho* sobre esse ponto e, portanto, transfere energia para a parte da corda que está à direita do ponto a. A potência correspondente P (taxa de realização do trabalho) no ponto a é a força transversal $F_y(x, t)$ no ponto a vezes a velocidade transversal $v_y(x, t) = \partial y(x, t)/\partial t$ nesse ponto:

$$P(x, t) = F_y(x, t)\, v_y(x, t) = -F\frac{\partial y(x, t)}{\partial x}\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \tag{15.21}$$

Essa potência é a taxa *instantânea* com a qual a energia é transferida ao longo da corda na posição x e no tempo t. Note que a energia é transferida somente nos pontos em que a inclinação é diferente de zero ($\partial y/\partial x$ diferente de zero), de modo que existe uma componente transversal da força de tensão, e quando a corda possui uma velocidade transversal diferente de zero ($\partial y/\partial t$ diferente de zero), de modo que a força transversal possa realizar trabalho.

A Equação 15.21 é válida para *qualquer* onda se propagando em uma corda, senoidal ou não. Quando a onda for senoidal, podemos usar a função de onda dada pela Equação 15.7, então obtemos

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A\cos(kx - \omega t) \\ \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} &= -kA\,\mathrm{sen}\,(kx - \omega t) \\ \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} &= \omega A\,\mathrm{sen}\,(kx - \omega t) \\ P(x, t) &= Fk\omega A^2\,\mathrm{sen}^2(kx - \omega t) \end{aligned} \tag{15.22}$$

Usando as relações $\omega = vk$ e $v^2 = F/\mu$, também podemos escrever a Equação 15.22 na forma alternativa

$$P(x, t) = \sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2\,\mathrm{sen}^2(kx - \omega t) \tag{15.23}$$

A função sen^2 nunca pode ser negativa; portanto, a potência instantânea de uma onda senoidal ou é positiva (de modo que a energia flua no sentido positivo do eixo Ox) ou é igual a zero (nos pontos onde não existe transferência de energia). A energia nunca pode ser transferida no sentido oposto ao da propagação da onda (**Figura 15.16**).

O valor máximo da potência instantânea $P(x,t)$ ocorre quando a função sen^2 atinge o valor igual a um:

$$P_{\text{máx}} = \sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2 \tag{15.24}$$

O valor *médio* da função sen^2, considerando qualquer número inteiro de ciclos, é $\frac{1}{2}$. Logo, pela Equação 15.23, vemos que a potência *média* $P_{\text{méd}}$ é simplesmente a metade da potência instantânea máxima $P_{\text{máx}}$ (Figura 15.16):

Potência média, onda senoidal em uma corda

$$P_{\text{méd}} = \tfrac{1}{2}\sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2 \tag{15.25}$$

(Frequência angular da onda; Amplitude da onda; Densidade linear; Tensão na corda)

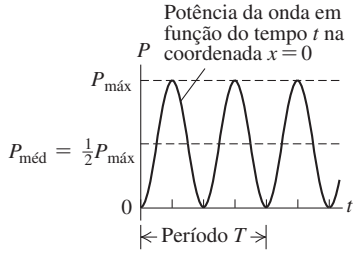


Figura 15.16 A potência instantânea $P(x, t)$ em uma onda senoidal é dada pela Equação 15.23, mostrada em função do tempo na coordenada $x = 0$. A potência nunca é negativa, o que significa que a energia nunca flui no sentido contrário à propagação da onda.

A taxa média de transferência de energia é proporcional ao quadrado da amplitude e ao quadrado da frequência. Essa proporção é um resultado geral para ondas mecânicas de todos os tipos, inclusive ondas sísmicas (veja a fotografia no início deste capítulo). Para uma onda mecânica, a taxa de transferência de energia quadruplica se a frequência for dobrada (para a mesma amplitude) ou se a amplitude for dobrada (para a mesma frequência).

O processo para as ondas eletromagnéticas é um pouco diferente. Embora a taxa média de transferência de energia em uma onda eletromagnética seja proporcional ao quadrado da amplitude, assim como ocorre com as ondas mecânicas, ela independe do valor de ω.

EXEMPLO 15.4 POTÊNCIA EM UMA ONDA

(a) No Exemplo 15.2 (Seção 15.3), qual é a taxa de transferência de energia máxima que Tobias fornece à corda? Ou seja, qual é a potência instantânea máxima? Suponha que a densidade linear da corda do varal seja $\mu = 0{,}250$ kg/m e que Tobias aplique uma tensão $F = 36{,}0$ N. (b) Qual é a potência média? (c) À medida que Tobias vai se cansando, a amplitude diminui. Qual é a potência média quando a amplitude diminui para 7,50 mm?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a variável que buscamos no item (a) é a potência *instantânea máxima*, $P_{máx}$, enquanto nos itens (b) e (c), é a potência *média*. Para o item (a), usaremos a Equação 15.24 e para os itens (b) e (c), usaremos a Equação 15.25; o Exemplo 15.2 nos oferece todas as quantidades necessárias.

EXECUTAR: (a) pela Equação 15.24,

$$\begin{aligned} P_{máx} &= \sqrt{\mu F}\omega^2 A^2 \\ &= \sqrt{(0{,}250\ \text{kg/m})(36{,}0\ \text{N})}\,(4{,}00\pi\ \text{rad/s})^2(0{,}075\ \text{m})^2 \\ &= 2{,}66\ \text{W} \end{aligned}$$

(b) Usando as equações 15.24 e 15.25, a potência média é a metade da potência instantânea máxima; portanto,

$$P_{méd} = \tfrac{1}{2}P_{máx} = \tfrac{1}{2}(2{,}66\ \text{W}) = 1{,}33\ \text{W}$$

(c) A nova amplitude é igual a $\frac{1}{10}$ do valor que usamos nos itens (a) e (b). A potência média é proporcional a A^2, então a nova potência média é

$$P_{méd} = \left(\tfrac{1}{10}\right)^2(1{,}33\ \text{W}) = 0{,}0133\ \text{W} = 13{,}3\ \text{mW}$$

AVALIAR: a Equação 15.23 mostra que $P_{máx}$ ocorre quando a grandeza $\text{sen}^2(kx - \omega t) = 1$. Para qualquer valor dado de x, isso acontece duas vezes a cada período de onda — uma vez quando a função seno é igual a $+1$ e outra vez quando é igual a -1. A potência instantânea *mínima* é zero; isso ocorre quando $\text{sen}^2(kx - \omega t) = 0$, o que também acontece duas vezes a cada período. Será que você consegue confirmar que os valores dados de μ e F produzem a velocidade de onda mencionada no Exemplo 15.2?

Intensidade de onda

Ondas em uma corda transportam energia em apenas uma dimensão do espaço (ao longo do sentido da corda). Mas outros tipos de ondas, inclusive ondas sonoras no ar e ondas sísmicas no corpo da Terra, transportam energia em todas as três dimensões do espaço. Para ondas desse tipo, definimos a **intensidade** (simbolizada pela letra I) como *a taxa média de tempo em que a energia é transportada pela onda, por unidade de área*, sobre uma superfície perpendicular à direção de propagação. Ou seja, a intensidade I é a potência média por unidade de área, geralmente medida em watts por metro quadrado (W/m^2).

Se as ondas se expandem igualmente em todas as direções a partir de uma fonte, a intensidade a uma distância r dessa fonte é inversamente proporcional a r^2 (**Figura 15.17**). Esse resultado, chamado de *lei do inverso do quadrado para a intensidade*, decorre diretamente da conservação da energia. Se a potência fornecida pela fonte é P, então a intensidade média I_1 por uma esfera com raio r_1 e área de superfície $4\pi r_1^2$ é

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}$$

A intensidade média I_2 através de uma esfera com raio r_2 diferente é dada por uma expressão similar. Se nenhuma energia é absorvida entre as duas esferas, a potência P deve ser igual para ambas, e

$$4\pi r_1^2 I_1 = 4\pi r_2^2 I_2$$

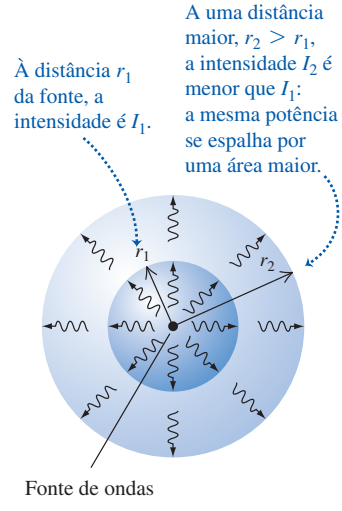


Figura 15.17 Quanto maior a distância de uma fonte de ondas, maior a área sobre a qual a potência da onda é distribuída e menor a intensidade da onda.

Lei do inverso do quadrado da distância para a intensidade:
A intensidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância desde a fonte.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \qquad (15.26)$$

I_1: Intensidade no ponto 1; I_2: Intensidade no ponto 2; r_2: Distância da fonte ao ponto 2; r_1: Distância da fonte ao ponto 1

EXEMPLO 15.5 A LEI DO INVERSO DO QUADRADO

Uma sirene instalada sobre um poste alto irradia ondas sonoras uniformemente em todas as direções. A uma distância de 15,0 m da sirene, a intensidade do som é 0,250 W/m^2. A que distância a intensidade é 0,010 W/m^2?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como as ondas se espalham uniformemente em todas as direções, podemos usar a lei do inverso do quadrado, Equação 15.26. A uma distância $r_1 = 15{,}0$ m, a intensidade é $I_1 = 0{,}250$ W/m^2, e a variável-alvo é a distância r_2 na qual a intensidade é $I_2 = 0{,}010$ W/m^2.

EXECUTAR: resolvemos a Equação 15.26 para r_2:

$$r_2 = r_1\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = (15{,}0\text{ m})\sqrt{\frac{0{,}250\text{ W/m}^2}{0{,}010\text{ W/m}^2}} = 75{,}0\text{ m}$$

AVALIAR: para verificarmos nossa resposta, observe que r_2 é cinco vezes maior do que r_1. Pela lei do inverso do quadrado, a intensidade I_2 deveria ser $1/5^2 = 1/25$ de I_1 e, na verdade, é. Ao usarmos a lei do inverso do quadrado, supusemos que o som se propagasse em linhas retas desde a sirene. Uma solução mais realista deste problema, porém fora do nosso escopo, levaria em conta a reflexão das ondas sonoras a partir do solo.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 15.5 Cada uma de quatro cordas idênticas transporta uma onda senoidal de frequência 10 Hz. A tensão na corda e a amplitude da onda são diferentes para cordas diferentes. Liste as seguintes cordas em ordem, do maior para o menor valor da potência média da onda: (i) tensão 10 N, amplitude 1,0 mm; (ii) tensão 40 N, amplitude 1,0 mm; (iii) tensão 10 N, amplitude 4,0 mm; (iv) tensão 20 N, amplitude 2,0 mm. I

15.6 INTERFERÊNCIA DE ONDAS, CONDIÇÕES DE CONTORNO DE UMA CORDA E PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

Até agora, estudamos ondas que se propagam continuamente na mesma direção. Mas, quando uma onda atinge as fronteiras de um meio, ocorre *reflexão* da onda inteira ou de uma parte dela. Quando você grita perto da parede de um edifício ou a certa distância da encosta de um morro, a onda sonora se reflete na superfície rígida e um eco retorna para você. Quando você balança a extremidade de uma corda que possui a outra extremidade presa em um suporte rígido, um pulso se propaga ao longo da corda e se reflete retornando para você. Nesses dois exemplos, ocorre superposição entre a onda incidente e a refletida na mesma região do meio. Essa superposição denomina-se **interferência**, que se refere ao que acontece quando duas ou mais ondas passam pela mesma região ao mesmo tempo.

Como exemplo simples de reflexão de uma onda e o papel desempenhado pela fronteira do meio no qual a onda se propaga, vamos analisar novamente uma onda transversal em uma corda esticada. O que ocorre quando um pulso ondulatório ou uma onda senoidal atinge a *extremidade* da corda?

Quando a extremidade está presa a um suporte rígido, como na **Figura 15.18**, trata-se de uma extremidade *fixa*. A onda que chega exerce uma força sobre o suporte (desenho 4 na Figura 15.18); a reação dessa força, exercida pelo suporte sobre a corda, "reage de volta" sobre a corda e produz um pulso refletido, ou onda que se propaga no sentido oposto (desenho 7). O pulso refletido se move no sentido oposto ao do pulso inicial, ou *incidente*, e seu deslocamento também é oposto.

A situação oposta de uma extremidade fixa é uma extremidade *livre*, aquela que está completamente livre e pode se mover em uma direção perpendicular ao comprimento da corda. Por exemplo, ela poderia estar amarrada em um anel leve que desliza ao longo de uma haste sem atrito perpendicular, como indicado na **Figura 15.19**. O anel e a haste mantêm a tensão ao longo da barra, mas não exercem forças transversais. Quando uma onda atinge essa extremidade fixa, o anel desliza ao longo da haste. Quando o anel atinge seu deslocamento máximo, ele e a corda atingem momentaneamente o equilíbrio, como indicado no desenho 4 da Figura 15.19. Porém, nesse momento, a corda está esticada, submetida a uma tensão máxima, de modo que a extremidade livre da corda é puxada para baixo, e novamente se produz um pulso refletido (desenho 7). Como no caso da extremidade fixa, o pulso refletido se desloca no sentido contrário ao do pulso inicial, porém agora o pulso se reflete por cima da corda, ou seja, o deslocamento ocorre no mesmo sentido do deslocamento do pulso inicial. As condições na extremidade da corda, como um suporte rígido ou a ausência completa da força transversal, denominam-se **condições de contorno** (ou de limite).

A formação de um pulso refletido é semelhante à superposição de dois pulsos que se deslocam em sentidos opostos. A **Figura 15.20** mostra dois pulsos com a mesma forma, um invertido em relação ao outro, se deslocando em sentidos opostos. Quando os dois pulsos se superpõem e um passa sobre o outro, o deslocamento total da corda é a *soma algébrica* dos deslocamentos dos pulsos individuais no ponto onde eles se encontram. Como os dois pulsos possuem a mesma forma, o deslocamento total no ponto *O* no centro da figura é sempre igual a zero. Portanto, o movimento na metade esquerda da corda seria igual ao obtido caso ela fosse cortada no ponto *O*, retirando-se a metade da direita e mantendo-se a outra metade fixa no ponto *O*. Então, os dois pulsos do lado esquerdo correspondem aos pulsos incidente e refletido, combinados de tal modo que o deslocamento no ponto *O* seja *sempre* zero. Para que isso ocorra, o pulso refletido deve ser sempre invertido em relação ao incidente, assim como para o reflexo da extremidade fixa na Figura 15.18.

Figura 15.18 Reflexão de um pulso ondulatório na extremidade fixa de uma corda. O tempo aumenta de cima para baixo.

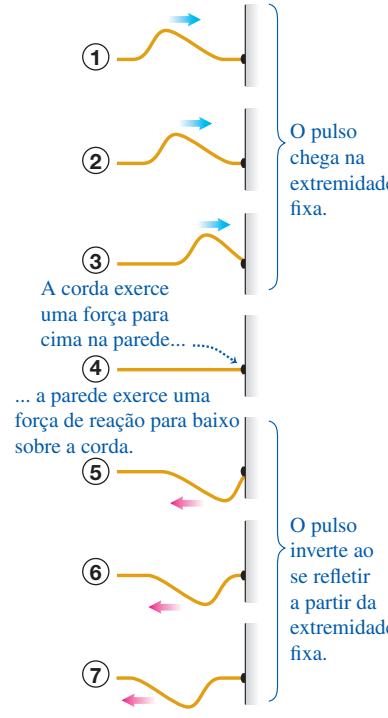


Figura 15.19 Reflexão de um pulso ondulatório na extremidade livre de uma corda. O tempo aumenta de cima para baixo. (Compare com a Figura 15.18.)

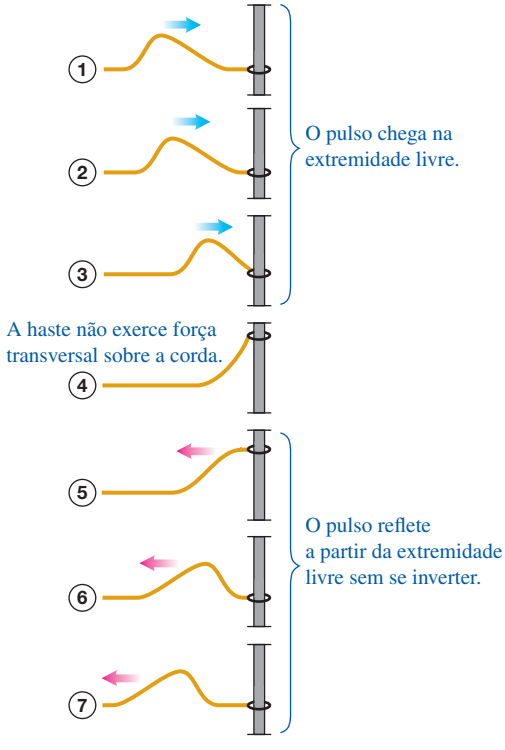


Figura 15.20 Superposição de dois pulsos ondulatórios se deslocando em sentidos opostos, sendo um invertido em relação ao outro. O tempo aumenta de cima para baixo.

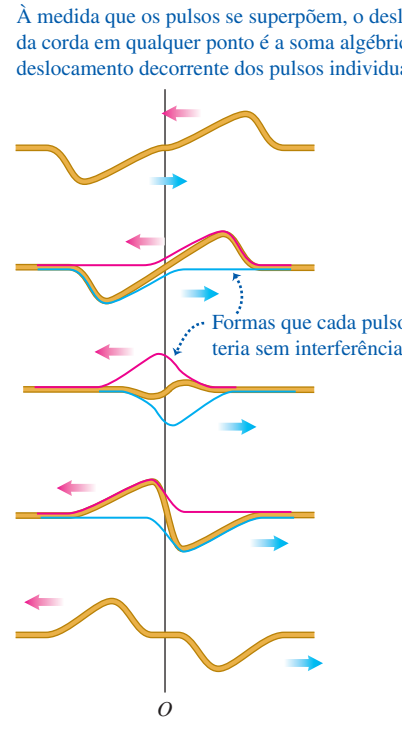
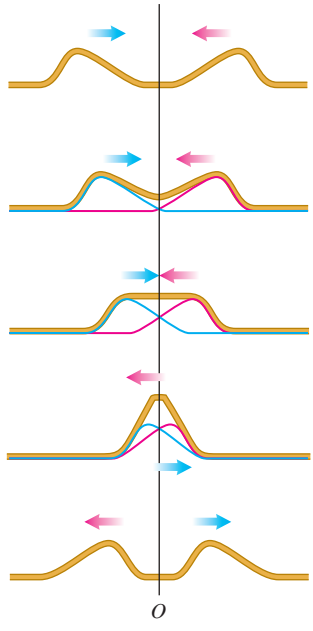


Figura 15.21 Superposição de dois pulsos ondulatórios deslocando-se em sentidos opostos, e um pulso não está invertido em relação ao outro. O tempo aumenta de cima para baixo. Compare com a Figura 15.20.



A **Figura 15.21** mostra dois pulsos com a mesma forma, deslocando-se em sentidos opostos, mas eles *não* estão invertidos um em relação ao outro. O deslocamento no ponto O no meio da figura não é zero, mas a inclinação da corda nesse ponto é sempre igual a zero. De acordo com a Equação 15.20, isso corresponde a uma ausência de qualquer força transversal nesse ponto. Nesse caso, o movimento da metade da direita da corda seria o mesmo que o obtido se cortássemos a corda no ponto O e fixássemos esse ponto em um anel deslizando sem atrito (Figura 15.19), o qual mantém a tensão, mas não exerce nenhuma força transversal. Em outras palavras, essa situação corresponde à reflexão de um pulso na extremidade livre de uma corda no ponto O. Nesse caso, o pulso refletido *não* é invertido.

O princípio da superposição

A combinação de dois pulsos separados em um mesmo ponto para obter um deslocamento resultante é um exemplo do **princípio da superposição**: quando duas ondas se superpõem, o deslocamento resultante em qualquer ponto da corda em qualquer instante é obtido somando-se os deslocamentos individuais que cada ponto deveria ter caso o outro deslocamento não existisse. Em outras palavras, a função de onda $y(x, t)$ que descreve o deslocamento resultante é obtida pela *soma* das duas funções de onda das duas ondas separadas:

Princípio da superposição:

Funções de onda de duas ondas superpostas

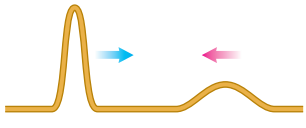
$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) \tag{15.27}$$

Função de onda da onda combinada = soma das funções de onda individuais

Matematicamente, essa propriedade aditiva das funções de onda decorre da forma da equação de onda, Equação 15.12 ou 15.19, que deve ser satisfeita por qualquer tipo de onda fisicamente possível. Especificamente, a equação de onda é *linear*; ela contém a função $y(x, t)$ elevada apenas a uma potência igual a um (não existem termos envolvendo potências $y(x, t)^2$, $y(x, t)^{1/2}$ etc.). Portanto, quando duas funções $y_1(x, t)$ e $y_2(x, t)$ satisfazem separadamente à equação de onda, sua soma $y_1(x, t) + y_2(x, t)$ também satisfaz a essa equação, sendo, assim, um movimento fisicamente possível. Como esse princípio depende da linearidade da equação de onda e da propriedade correspondente da combinação linear das soluções, ele também é chamado de *princípio da superposição linear*. Para alguns sistemas físicos, como um meio que não segue a lei de Hooke, a equação de onda *não* é linear; esse princípio não se aplica a tais sistemas.

O princípio da superposição é de importância fundamental para todos os tipos de onda. Quando um amigo está falando com você enquanto você está ouvindo música, é possível distinguir perfeitamente o som da conversa e o som da música. Isso ocorre precisamente porque o som total que chega aos seus ouvidos é a soma algébrica do som produzido pela voz do seu amigo e da onda produzida pelo alto-falante do seu aparelho de som. Caso os sons *não* se combinassem linearmente dessa forma simples, o som que você ouviria no caso desse exemplo seria irremediavelmente indistinguível. O princípio da superposição também se aplica para ondas eletromagnéticas (como no caso da luz).

Figura 15.22 Dois pulsos ondulatórios com formas diferentes.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 15.6 A **Figura 15.22** mostra dois pulsos ondulatórios com formas diferentes deslocando-se em sentidos diferentes ao longo de uma corda. Faça uma série de desenhos como os da Figura 15.21, mostrando a forma da corda enquanto os dois pulsos se aproximam, superpõem e passam um pelo outro. I

15.7 ONDAS SONORAS ESTACIONÁRIAS EM UMA CORDA

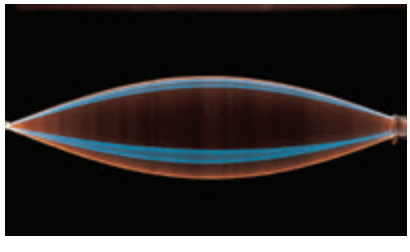
Analisamos a reflexão de um *pulso* ondulatório em uma corda quando ele chega a um ponto de contorno (tanto no caso de uma extremidade fixa quanto no de uma extremidade móvel). Agora, examinaremos o que ocorre quando uma onda *senoidal* é refletida pela extremidade fixa de uma corda. Vamos considerar novamente a superposição de duas ondas que se propagam através da corda, uma representando a onda incidente e a outra, a onda refletida na extremidade fixa.

A **Figura 15.23** mostra uma corda presa em sua extremidade esquerda. Sua extremidade direita oscila de cima para baixo em MHS e produz uma onda que se propaga para a esquerda; a onda refletida pela extremidade fixa se desloca para a direita. O movimento ondulatório resultante quando as duas ondas se combinam não mais se parece com duas ondas que se propagam em sentidos opostos. A corda parece estar subdividida em diversos segmentos, conforme indicam as fotografias de longa exposição mostradas nas figuras 15.23a, 15.23b, 15.23c e 15.23d. A Figura 15.23e mostra duas formas instantâneas da corda na Figura 15.23b. Vamos comparar esse comportamento com as ondas que estudamos nas seções 15.1 a 15.5. Em uma onda que se propaga ao longo de uma corda, a amplitude é constante e o padrão da onda se desloca com velocidade igual à da onda. No caso presente, ao contrário, o padrão da onda permanece inalterado ao longo da corda e sua amplitude flutua. Existem pontos particulares, chamados de **nós**, que nunca se movem (indicados pela letra *N* na Figura 15.23e). No meio de dois nós consecutivos existe um ponto chamado **ventre** (indicado pela letra *V* na Figura 15.23e), no qual a amplitude do movimento é máxima. Como o padrão da onda não parece se mover ao longo da corda, ela é chamada **onda estacionária**. (Para acentuar a diferença, uma onda que se *move* ao longo da corda denomina-se **onda progressiva**.)

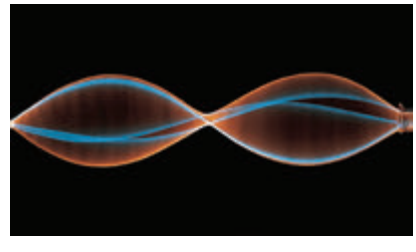
O princípio da superposição explica como as ondas incidentes e refletidas se combinam formando uma onda estacionária. Na **Figura 15.24**, as curvas vermelhas mostram ondas progressivas se deslocando da direita para a esquerda. As curvas azuis mostram ondas progressivas se deslocando da esquerda para a direita com

Figura 15.23 (a)–(d) Tempos de exposição de ondas estacionárias em uma corda esticada. De (a) até (d), a frequência da oscilação produzida pela extremidade direita aumenta e o comprimento de onda da onda estacionária diminui. (e) Os extremos dos movimentos da onda estacionária indicada em (b), mostrando os nós formados no centro e nas extremidades. A extremidade direita se move muito pouco em comparação com os ventres, de modo que ela é essencialmente um nó.

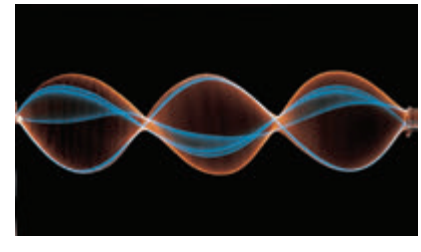
(a) A corda tem meio comprimento de onda.



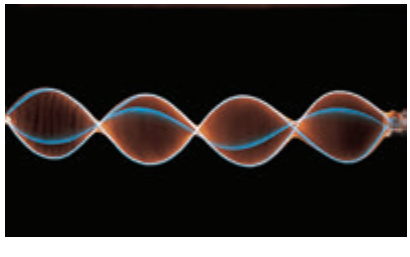
(b) A corda tem um comprimento de onda.



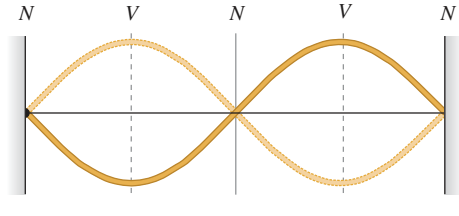
(c) A corda tem comprimento de onda de um e meio.



(d) A corda tem dois comprimentos de onda.



(e) A forma da corda em (b) em dois instantes diferentes.



N = **nós:** pontos em que a corda nunca se move

V = **ventres:** pontos em que a amplitude do movimento da corda é a maior

a mesma velocidade de propagação, o mesmo comprimento de onda e a mesma amplitude. As ondas são indicadas em nove instantes sucessivos, afastadas em $\frac{1}{16}$ de um período. Para cada ponto ao longo da corda, somamos os deslocamentos das duas curvas (os valores de y); a superposição fornece a onda resultante, indicada pela curva dourada.

Em certos instantes, como $t = \frac{1}{4}T$, as duas ondas claras estão exatamente superpostas porque estão em fase, e a forma da onda é uma curva senoidal com amplitude igual ao dobro da amplitude de cada uma das duas ondas individuais componentes. Em outros instantes, como o instante $t = \frac{1}{2}T$, as duas ondas estão completamente defasadas entre si e, nesse instante, a superposição das ondas fornece uma onda resultante igual a zero. O deslocamento resultante é *sempre* igual a zero em todos os pontos indicados pela letra *N* na parte inferior da Figura 15.24. Esses pontos são os *nós*. Em cada nó, os deslocamentos das duas ondas azul e vermelha são sempre iguais e opostos e a soma é igual a zero. Esse cancelamento denomina-se **interferência destrutiva**. No ponto no meio da distância entre dois nós consecutivos ocorre uma amplitude *máxima* correspondente a um *ventre*, designado pela letra *V*. Nos ventres, os deslocamentos das duas curvas azul e vermelha são iguais e possuem o mesmo sinal, dando origem a um deslocamento resultante máximo; esse fenômeno é conhecido como **interferência construtiva**. Vemos claramente na

Figura 15.24 Formação de uma onda estacionária. Ondas progressivas se deslocando para a esquerda (curvas vermelhas) se combinam com ondas progressivas se deslocando para a direita (curvas azuis), formando ondas estacionárias (curvas douradas).

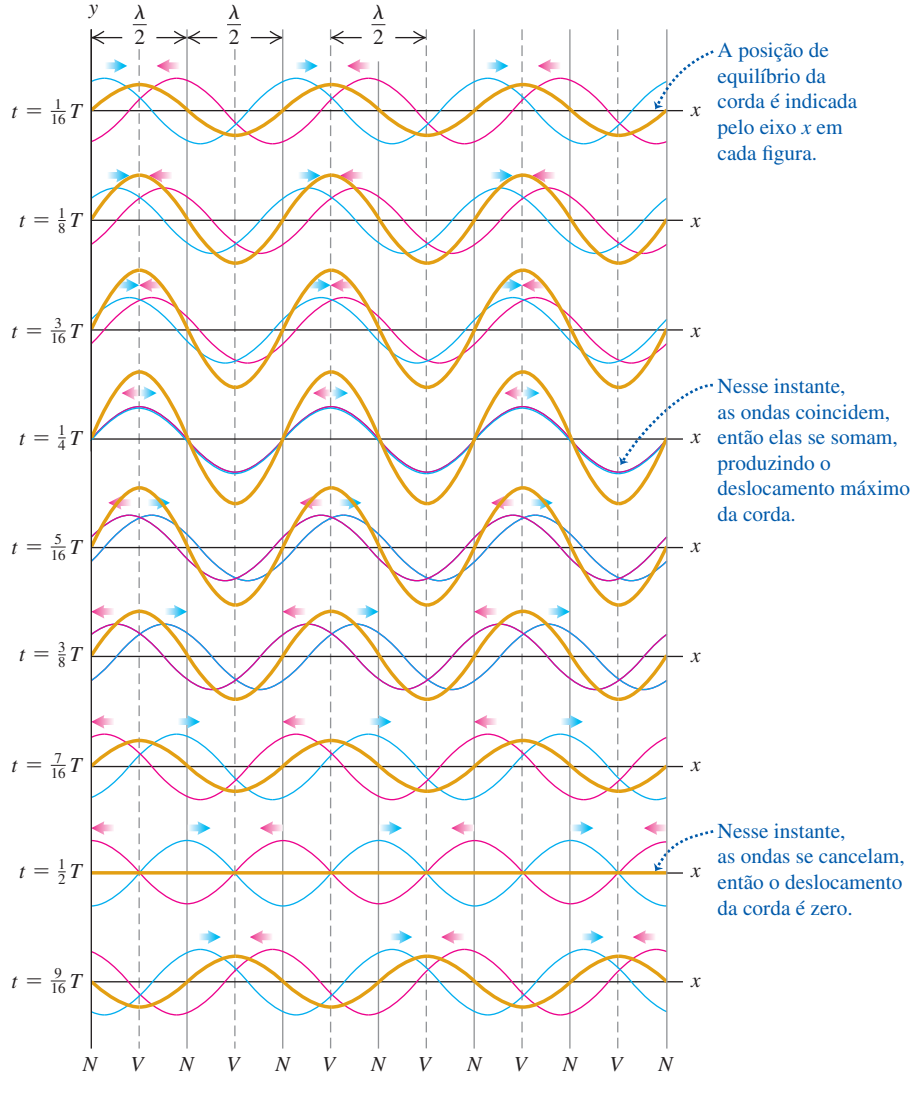


figura que a distância entre dois nós consecutivos ou a distância entre dois ventres consecutivos é igual a $\lambda/2$, ou metade do comprimento de onda.

Podemos deduzir uma função de onda para a onda estacionária da Figura 15.24 somando as funções de onda $y_1(x, t)$ e $y_2(x, t)$ para as duas ondas que se propagam em sentidos opostos, mas possuem valores iguais para a amplitude, o período e o comprimento de onda. Neste caso, $y_1(x, t)$ (a curva vermelha na Figura 15.24) representa uma onda *incidente* se propagando para a esquerda e atingindo o ponto $x = 0$ onde ela se reflete; e a função de onda $y_2(x, t)$ (a curva azul na Figura 15.24) representa uma curva *refletida* que se desloca para a direita. Vimos na Seção 15.6 que a curva refletida em uma extremidade fixa é invertida, de modo que usaremos um sinal negativo para indicar uma das ondas:

$$y_1(x, t) = -A\cos(kx + \omega t) \qquad \text{(onda incidente propagando-se para a esquerda)}$$

$$y_2(x, t) = A\cos(kx - \omega t) \qquad \text{(onda refletida propagando-se para a direita)}$$

A troca do sinal corresponde a uma mudança de *fase* de 180º ou π radianos. Em $x = 0$, o movimento da onda refletida é $A\cos\omega t$ e o movimento da onda incidente é $-A\cos\omega t$, que também pode ser escrito na forma $A\cos(\omega t + \pi)$. Conforme a Equação 15.27, a função de onda da onda estacionária é obtida pela soma das funções de onda individuais:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A[-\cos(kx + \omega t) + \cos(kx - \omega t)]$$

Podemos reescrever cada um dos termos do cosseno usando identidades para o cosseno da soma e da diferença de dois ângulos: $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$. Usando essas relações e agrupando os termos, obtemos a função de onda para a onda estacionária:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = (2A \operatorname{sen} kx)\operatorname{sen}\omega t \quad \text{ou}$$

Onda estacionária em uma corda, extremidade fixa em $x = 0$:

Função de onda; Amplitude de onda estacionária; Tempo; Número de onda; Posição; Frequência angular

$$y(x, t) = (A_{ES}\operatorname{sen} kx)\operatorname{sen}\omega t \qquad (15.28)$$

A amplitude da onda estacionária A_{ES} é igual ao dobro da amplitude A das duas ondas progressivas originais: $A_{ES} = 2A$.

A Equação 15.28 possui dois fatores: uma função de x e uma função de t. O fator $A_{ES}\operatorname{sen} kx$ mostra que em cada instante a forma da onda é uma senoide. Porém, diferentemente do caso de uma onda progressiva que se propaga ao longo de uma corda, a forma da onda permanece na mesma posição, oscilando verticalmente conforme descrito pelo fator $\operatorname{sen}\omega t$. Esse comportamento é indicado pela curva dourada na Figura 15.24. Cada ponto da corda ainda executa um MHS, porém todos os pontos situados entre dois nós consecutivos oscilam *em fase*. Observe o contraste entre esse comportamento e as diferenças de fase que ocorrem entre as oscilações de pontos adjacentes durante a propagação de uma onda progressiva ao longo da direção da corda.

Podemos usar a Equação 15.28 para achar os nós; esses pontos são obtidos pela condição $\operatorname{sen} kx = 0$, de modo que o deslocamento desses pontos é *sempre* igual a zero. Os nós ocorrem quando $kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$, ou, usando $k = 2\pi/\lambda$,

$$x = 0, \frac{\pi}{k}, \frac{2\pi}{k}, \frac{3\pi}{k}, \ldots$$

$$= 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \ldots$$

(nós de uma onda estacionária em uma corda, com extremidade fixa em $x = 0$) (15.29)

Em particular, existe um nó para $x = 0$, como era de se esperar, visto que esse ponto é uma extremidade fixa da corda.

Uma onda estacionária, ao contrário de uma onda progressiva, *não* transfere energia de uma extremidade para outra da corda. As duas ondas que formam a onda estacionária transferem a mesma potência nos dois sentidos. Existe um fluxo de energia total de cada nó para o ventre adjacente e vice-versa, porém a taxa *média* de transferência de energia é igual a zero em todos os pontos. Se você usar a função de onda da Equação 15.28 para calcular a potência da onda dada pela Equação 15.21, descobrirá que a potência média é igual a zero.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 15.2 ONDAS ESTACIONÁRIAS

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes*: identifique as variáveis-alvo. Depois, determine se o problema é simplesmente *cinemático* (envolvendo apenas quantidades como velocidade de onda v, comprimento de onda λ e frequência f) ou se também são envolvidas propriedades *dinâmicas* do meio (como F e μ para ondas transversais em uma corda).

PREPARAR *o problema* seguindo estes passos:

1. Desenhe a forma da onda estacionária em um instante em particular. Isso o ajudará a visualizar os nós (indique-os com N) e os ventres (V). A distância entre dois nós (ou ventres) adjacentes é sempre $\lambda/2$, e a distância entre um nó e o ventre adjacente é sempre $\lambda/4$.
2. Decida quais equações irá utilizar. A função de onda para a onda estacionária, como na Equação 15.28, quase sempre é útil.
3. Você pode calcular a velocidade da onda se conhecer tanto λ quanto f (ou, de modo equivalente, $k = 2\pi/\lambda$ e $\omega = 2\pi f$) ou as propriedades do meio (para uma corda, F e μ).

EXECUTAR *a solução*: calcule as variáveis-alvo. Assim que obtiver a função de onda, você pode encontrar o valor do deslocamento y em qualquer ponto no meio ondulatório (valor de x) e em qualquer momento t. Você pode encontrar a velocidade e a aceleração de uma partícula no meio ondulatório calculando a primeira e a segunda derivadas parciais de y em relação ao tempo, respectivamente.

AVALIAR *sua resposta*: compare as respostas numéricas com o seu diagrama. Veja se a função de onda é compatível com as condições de contorno (por exemplo, o deslocamento deve ser zero em uma extremidade fixa).

EXEMPLO 15.6 ONDAS ESTACIONÁRIAS EM UMA CORDA DE GUITARRA

Uma das cordas de uma guitarra está esticada ao longo do eixo Ox quando em equilíbrio. A extremidade da corda em $x = 0$ (a ponte da guitarra) está presa. Uma onda senoidal incidente, com uma amplitude $A = 0{,}750\text{ mm} = 7{,}50 \times 10^{-4}$ m e uma frequência $f = 440$ Hz, correspondente às curvas vermelhas na Figura 15.24, desloca-se pela corda no sentido $-x$ com uma velocidade de 143 m/s. Essa onda é refletida na extremidade fixa e a superposição das ondas incidente e refletida forma uma onda estacionária. (a) Encontre a equação que fornece o deslocamento de um ponto na corda em função da posição e do tempo. (b) Localize os nós. (c) Encontre a amplitude da onda estacionária, a velocidade transversal máxima e a aceleração transversal máxima.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este é um problema de *cinemática* (veja a Estratégia para a solução de problemas 15.1 na Seção 15.3). As variáveis procuradas são (a) a função de onda da onda estacionária, (b) os pontos que não se movem, ou nós, e (c) o deslocamento máximo y, a velocidade transversal v_y e a aceleração transversal a_y. Como há uma extremidade fixa em $x = 0$, podemos usar as equações 15.28 e 15.29 para descrever essa onda estacionária. Precisaremos das relações entre $\omega = 2\pi f$, $v = \omega/k$ e $v = \lambda f$.

EXECUTAR: (a) a amplitude da onda estacionária é $A_{ES} = 2A = 1{,}50 \times 10^{-3}$ m (o dobro da amplitude da onda incidente ou refletida). A frequência angular e o número de onda k são

$$\omega = 2\pi f = (2\pi\text{ rad})(440\text{ s}^{-1}) = 2.760\text{ rad/s}$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2.760\text{ rad/s}}{143\text{ m/s}} = 19{,}3\text{ rad/m}$$

Então, a Equação 15.28 fornece

$$y(x, t) = (A_{ES}\operatorname{sen} kx)\operatorname{sen}\omega t$$

$$= [(1{,}50 \times 10^{-3}\text{ m})\operatorname{sen}(19{,}3\text{ rad/m})x]\operatorname{sen}(2.760\text{ rad/s})$$

(b) Pela Equação 15.29, as posições dos nós são: $x = 0$, $\lambda/2$, λ, $3\lambda/2$, … O comprimento de onda é $\lambda = v/f = (143\text{ m/s})/(440\text{ Hz}) = 0{,}325$ m, então os nós estão nas seguintes distâncias da extremidade fixa: $x = 0$, 0,163 m, 0,325 m, 0,488 m, ...

(c) Pela expressão para $y(x, t)$, no item (a), vemos que o deslocamento máximo a partir do equilíbrio é $A_{ES} = 1{,}50 \times 10^{-3}$m $= 1{,}50$ mm. Esse máximo ocorre nos *ventres*, que estão a meio caminho entre nós adjacentes (ou seja, em $x = 0{,}081$ m, 0,244 m, 0,406 m, ...).

Para uma partícula na corda em qualquer ponto x, a velocidade transversal (na direção y) é

(*Continua*)

(*Continuação*)

$$\begin{aligned} v_y(x,t) &= \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \\ &= [(1{,}50 \times 10^{-3}\ \text{m})\ \text{sen}\,(19{,}3\ \text{rad/m})\,x] \\ &\quad \times [(2.760\ \text{rad/s})\cos(2.760\ \text{rad/s})\,t] \\ &= [(4{,}15\ \text{m/s})\ \text{sen}\,(19{,}3\ \text{rad/m})\,x]\cos(2.760\ \text{rad/s})\,t \end{aligned}$$

Em um ventre, sen(19,3 rad/m)$x = \pm 1$ e o valor da velocidade transversal varia entre +4,15 m/s e −4,15 m/s. Como sempre acontece em um MHS, a velocidade máxima ocorre quando a partícula está passando pela posição de equilíbrio ($y = 0$).

A aceleração transversal $a_y(x, t)$ é a *segunda* derivada parcial de $y(x, t)$ em relação ao tempo. Você pode demonstrar que

$$\begin{aligned} a_y(x,t) &= \frac{\partial v_y(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \\ &= [(-1{,}15 \times 10^4\ \text{m/s}^2)\ \text{sen}\,(19{,}3\ \text{rad/m})\,x] \\ &\quad \times \text{sen}\,(2.760\ \text{rad/s})\,t \end{aligned}$$

Nos ventres, o valor da aceleração transversal varia entre $+1{,}15 \times 10^4$ m/s² e $-1{,}15 \times 10^4$ m/s².

AVALIAR: a velocidade transversal máxima em um ventre é considerável (em torno de 15 km/h). Mas a aceleração transversal máxima é fenomenal, 1.170 vezes a aceleração da gravidade! Na verdade, as cordas de guitarra estão presas em *ambas* as extremidades; veremos as consequências disso na próxima seção.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 15.7 Suponha que a frequência da corda estacionária no Exemplo 15.6 dobrasse de 440 Hz para 880 Hz. Será que todos os nós para $f = 440$ Hz também seriam nós para $f = 880$ Hz? Em caso afirmativo, haveria nós adicionais para $f = 880$ Hz? Em caso negativo, quais nós estariam ausentes para $f = 880$ Hz?

15.8 MODOS NORMAIS DE UMA CORDA

Quando descrevemos ondas estacionárias de uma corda com uma das extremidades mantidas fixas em certa extremidade, como indicado na Figura 15.23, não fizemos nenhuma hipótese sobre o comprimento da corda ou sobre a extremidade que não está fixa. Vamos, agora, considerar uma corda com comprimento fixo L, presa rigidamente em *ambas* as extremidades. Esse tipo de corda é encontrado em muitos instrumentos musicais, inclusive pianos, violinos, violões e guitarras. Quando você puxa a corda de uma guitarra, uma onda se propaga na corda; essa onda se reflete sucessivamente nas duas extremidades, produzindo uma onda estacionária. Essa onda estacionária na corda, por sua vez, dá origem a uma onda sonora que se propaga no ar, com a frequência determinada pelas propriedades da corda. É por essa razão que os instrumentos de corda são muito úteis para produzir música.

Para entender as propriedades das ondas estacionárias produzidas em uma corda com as duas extremidades fixas, vamos inicialmente observar que a onda estacionária resultante deve possuir nós em *ambas* as extremidades da corda. Vimos na seção precedente que a distância entre dois nós adjacentes é igual a meio comprimento de onda ($\lambda/2$), de modo que o comprimento da corda deve ser igual a $\lambda/2$, ou $2(\lambda/2)$, ou $3(\lambda/2)$, ou, de modo geral, igual a um número inteiro múltiplo de meio comprimento de onda:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad \text{(corda fixa nas duas extremidades)} \qquad (15.30)$$

Ou seja, se uma corda de comprimento L possui as duas extremidades fixas, uma onda estacionária só pode existir quando seu comprimento de onda satisfizer à Equação 15.30.

Explicitando λ nessa equação e identificando os valores possíveis de λ com o símbolo λ_n, encontramos

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad \text{(corda fixa nas duas extremidades)} \qquad (15.31)$$

É possível a existência de ondas na corda que *não* possuem esses comprimentos de onda; porém, tais ondas não podem formar ondas estacionárias com nós e ventres, e a onda resultante não pode ser estacionária. A Equação 15.31 é ilustrada pelas ondas estacionárias mostradas nas figuras 15.23a, 15.23b, 15.23c e 15.23d; esses casos equivalem a $n = 1$, 2, 3 e 4, respectivamente.

Correspondendo a uma série de valores possíveis de λ_n há uma série de frequências de onda estacionária f_n, cada uma delas relacionada aos respectivos comprimentos de onda por meio da relação $f_n = v/\lambda_n$. A menor frequência f_1 corresponde ao maior comprimento de onda (o caso $n = 1$), $\lambda_1 = 2L$:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \qquad \begin{matrix}\text{(corda fixa nas}\\ \text{duas extremidades)}\end{matrix} \tag{15.32}$$

Esse valor é chamado de **frequência fundamental**. As outras frequências de ondas estacionárias são $f_2 = 2v/2L$, $f_3 = 3v/2L$, e assim por diante. Esses valores são múltiplos inteiros da frequência fundamental f_1, como $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$ e assim por diante. Podemos expressar *todas* essas frequências por

Frequências de onda estacionária, corda fixa nas duas extremidades:

Velocidade da onda; Frequência fundamental $= v/2L$

$$f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1 \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \tag{15.33}$$

Comprimento da corda

Figura 15.25 Cada corda de um violino oscila naturalmente em suas frequências harmônicas, produzindo ondas sonoras que se propagam pelo ar com as mesmas frequências.

Essas frequências são chamadas de **harmônicos**, e a série desses valores denomina-se **série harmônica**. Algumas vezes, os músicos chamam de **sobretom** a cada uma das frequências f_2, f_3 e assim por diante; f_2 é o segundo harmônico ou primeiro sobretom, f_3 é o terceiro harmônico ou segundo sobretom, e assim por diante. O primeiro harmônico corresponde à frequência fundamental (**Figura 15.25**).

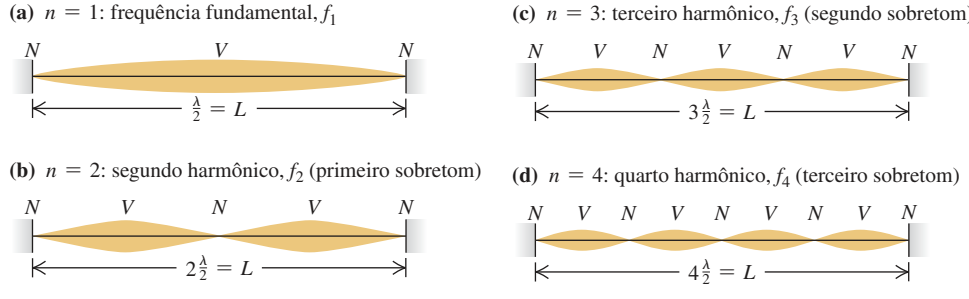
Para uma corda fixa nas duas extremidades em $x = 0$ e $x = L$, a função de onda $y(x, t)$ da onda estacionária de ordem n é dada pela Equação 15.28 (a qual satisfaz à condição de que existe um nó para $x = 0$), com $\omega = \omega_n = 2\pi f_n$ e $k = k_n = 2\pi/\lambda_n$:

$$y_n(x, t) = A_{ES} \operatorname{sen} k_n x \operatorname{sen} \omega_n t \tag{15.34}$$

Você pode confirmar que essa função de onda possui nós nas duas extremidades $x = 0$ e $x = L$.

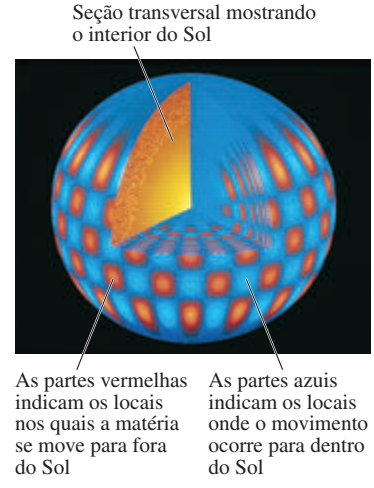
Um **modo normal** de um sistema oscilante é um movimento no qual todas as partículas do sistema se movem senoidalmente com a mesma frequência. Para um sistema constituído por uma corda de comprimento L com as duas extremidades fixas, cada uma das frequências fornecidas pela Equação 15.33 corresponde a um padrão com um modo normal possível. A **Figura 15.26** mostra o padrão dos primeiros quatro modos normais e suas frequências e comprimentos de onda

Figura 15.26 Os quatro primeiros modos normais de uma corda com as duas extremidades fixas. (Compare estes valores com as fotografias mostradas na Figura 15.23.)



associados; esses valores correspondem aos obtidos pela Equação 15.34 com $n = 1, 2, 3$ e 4. Em contraste, um oscilador harmônico, que contém apenas uma partícula oscilante, possui apenas um modo normal e uma única frequência característica. Essa corda fixa nas duas extremidades possui um número infinito de modos normais porque ela é constituída por um número muito grande (efetivamente infinito) de partículas. Sistemas oscilantes mais complicados também possuem infinitos números de modos normais, embora com padrões de modo normal mais complexos (**Figura 15.27**).

Figura 15.27 Os astrônomos descobriram que o Sol oscila com diversos modos normais. Esta simulação de computador mostra apenas um modo.

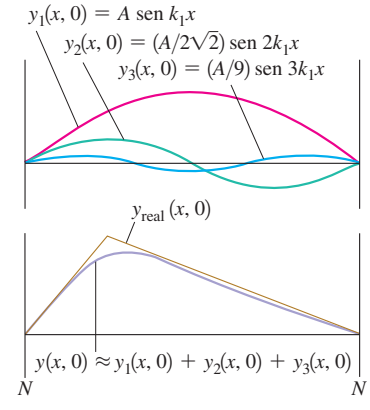


Ondas estacionárias complexas

Caso pudéssemos deslocar uma corda de tal modo que sua forma tivesse um padrão igual a um dos modos normais de vibração e a corda fosse liberada a partir dessa posição, ela passaria a vibrar com a mesma frequência desse modo normal. A corda vibrante faria o ar se deslocar com a mesma frequência, produzindo uma onda sonora senoidal que você ouviria como um tom puro. Porém, quando você golpeia a corda (como no caso de um piano) ou a puxa (como no caso de uma guitarra), a forma da corda perturbada *não* é tão simples como os padrões indicados na Figura 15.26. Portanto, esse movimento é uma *superposição* ou combinação de muitos modos normais. Diversos movimentos harmônicos simples com frequências diferentes surgem simultaneamente e o deslocamento de qualquer ponto da corda é a soma (ou superposição) dos deslocamentos associados aos modos individuais. O som produzido por essa corda vibrante também é uma superposição de ondas sonoras senoidais progressivas que ouvimos como um tom complexo e rico com a frequência fundamental f_1. A onda estacionária na corda e a onda sonora progressiva no ar possuem **composição harmônica semelhante** (querendo dizer que frequências mais elevadas que a frequência fundamental também estão presentes). A composição harmônica de uma corda depende da maneira como a corda foi inicialmente perturbada. Se você puxar a corda de um violão em um local perto da boca (o buraco do violão), o som que você escuta possui uma composição harmônica diferente do ouvido quando você puxa a corda nas proximidades da extremidade fixa do violão.

É possível representar qualquer movimento da corda como uma superposição de modos normais. Achar essa representação para uma dada configuração de vibração é o objetivo da *análise harmônica*. A soma das funções senoidais que representam uma onda complexa é chamada de *série de Fourier*. A **Figura 15.28** mostra a combinação de funções senoidais equivalente a uma onda estacionária produzida em uma corda de comprimento L puxada em um ponto situado a uma distância $L/4$ da extremidade da corda.

Figura 15.28 Quando a corda de uma guitarra é puxada (assumindo uma forma triangular) e solta, o resultado é uma onda estacionária. Esta onda é bem representada (com exceção do ponto máximo) pela soma de somente três funções senoidais. A inclusão de um maior número de funções senoidais melhora a representação.



Ondas estacionárias e instrumentos de corda

Como vimos pela Equação 15.32, a frequência fundamental de uma corda vibrante é $f_1 = v/2L$. A velocidade v de ondas ao longo da corda é determinada pela Equação 15.14, $v = \sqrt{F/\mu}$. Combinando essas relações, achamos

Frequência fundamental, corda fixa nas duas extremidades

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad (15.35)$$

(F: Tensão na corda; μ: Densidade linear; L: Comprimento da corda)

Essa também é a frequência fundamental da onda sonora criada no ar que envolve a corda vibrante. A dependência inversa entre a frequência e o comprimento L é ilustrada pelas cordas longas da seção de sons graves (baixa frequência) do piano em comparação com as cordas curtas do violino ou da seção de sons agudos do piano (**Figura 15.29**). A altura do som de um violino ou de um violão geralmente varia comprimindo-se a corda com os dedos de modo a fazer variar o comprimento

L da parte da corda que vibra. Quando fazemos aumentar a tensão F, produzimos o aumento da velocidade v da onda e, portanto, fazemos aumentar a frequência (e a altura). Todos os instrumentos de corda são "afinados" para as frequências corretas fazendo-se variar a tensão; apertamos a corda para fazer aumentar a altura. Finalmente, quando a densidade linear μ da corda aumenta, ocorre a diminuição da velocidade da onda e, portanto, da frequência. As notas mais baixas em guitarras especiais com cordas de aço são produzidas por cordas mais grossas e um motivo para enrolar as cordas dos sons graves de um piano com um fio de aço é obter a baixa frequência desejada com uma corda relativamente curta.

Instrumentos de sopro, como saxofones e trombones, também possuem modos normais. Como os instrumentos de corda, as frequências desses modos normais determinam a altura dos tons musicais que esses instrumentos produzem. Falaremos sobre esses instrumentos e muitos outros aspectos do som no Capítulo 16.

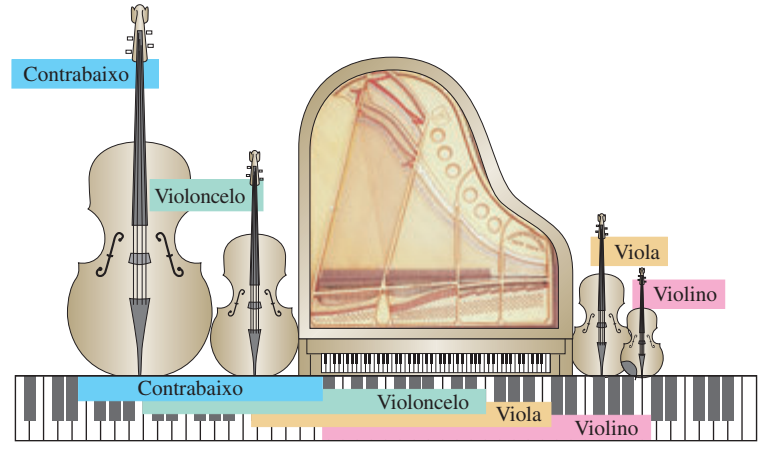


Figura 15.29 Comparação dos tamanhos das cordas de um piano com as de um contrabaixo, de um violoncelo, de uma viola e de um violino. Em todos os casos, cordas longas produzem notas mais graves e cordas curtas produzem notas mais agudas.

EXEMPLO 15.7 UM CONTRABAIXO GIGANTESCO

Em um esforço para ter seu nome no *Guinness Book of World Records* (livro dos recordes mundiais), você deseja construir um contrabaixo com uma corda de 5,00 m de comprimento entre os dois pontos fixos. Uma corda, com densidade linear de 40,0 g/m, é afinada a uma frequência fundamental igual a 20,0 Hz (a menor frequência audível pelo ser humano). Calcule (a) tensão na corda, (b) a frequência e o comprimento de onda para o segundo harmônico e (c) a frequência e o comprimento de onda na corda para o segundo sobretom.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: no item (a), a variável-alvo é a tensão F da corda; usaremos a Equação 15.35, que relaciona F aos valores conhecidos $f_1 = 20{,}0$ Hz, $L = 5{,}00$ m e $\mu = 40{,}0$ g/m. Nos itens (b) e (c), as variáveis procuradas são a frequência e o comprimento de onda do harmônico e sobretom indicados. Os determinamos a partir do comprimento indicado da corda e da frequência fundamental, usando as equações 15.31 e 15.33.

EXECUTAR: (a) resolvemos a Equação 15.35 para a tensão F:

$$F = 4\mu L^2 f_1^2 = 4\,(40{,}0 \times 10^{-3}\ \text{kg/m})\,(5{,}00\ \text{m})^2 (20{,}0\ \text{s}^{-1})^2$$
$$= 1.600\ \text{N} = 360\ \text{lb}$$

(b) Pelas equações 15.33 e 15.31, a frequência e o comprimento de onda do segundo harmônico ($n = 2$) são

$$f_2 = 2f_1 = 2(20{,}0\ \text{Hz}) = 40{,}0\ \text{Hz}$$

$$\lambda_2 = \frac{2L}{2} = \frac{2(5{,}00\ \text{m})}{2} = 5{,}00\ \text{m}$$

(c) O segundo sobretom é o "segundo tom sobre" (acima) do fundamental, ou seja, $n = 3$. Sua frequência e comprimento de onda são:

$$f_3 = 3f_1 = 3(20{,}0\ \text{Hz}) = 60{,}0\ \text{Hz}$$

$$\lambda_3 = \frac{2L}{3} = \frac{2(5{,}00\ \text{m})}{3} = 3{,}33\ \text{m}$$

AVALIAR: a tensão da corda em um baixo real normalmente é de poucas centenas de newtons; a tensão no item (a) é um pouco maior do que isso. Os comprimentos de onda nos itens (b) e (c) são iguais ao comprimento da corda e dois terços do comprimento da corda, respectivamente; esses resultados estão de acordo com os desenhos de ondas estacionárias na Figura 15.26.

EXEMPLO 15.8 DAS ONDAS EM UMA CORDA ÀS ONDAS SONORAS NO AR

Quais são a frequência e o comprimento de onda das ondas sonoras produzidas no ar quando a corda do Exemplo 15.7 está vibrando em sua frequência fundamental? A velocidade do som no ar a 20 °C é 344 m/s.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: as variáveis-alvo são a frequência e o comprimento de onda da *onda sonora* produzida pela corda do contrabaixo, *não* da onda estacionária na corda. A frequência da onda de som é a mesma que a frequência fundamental f_1 da onda estacionária, pois a corda força o ar circundante para que vibre na mesma frequência. O comprimento de onda da onda de som é $\lambda_{1(\text{som})} = v_{\text{som}}/f_1$.

EXECUTAR: temos $f = f_1 = 20{,}0$ Hz. Logo,

$$\lambda_{1(\text{som})} = \frac{v_{\text{som}}}{f_1} = \frac{344 \text{ m/s}}{20{,}0 \text{ Hz}} = 17{,}2 \text{ m}$$

AVALIAR: no Exemplo 15.7, o comprimento de onda da frequência fundamental na corda foi $\lambda_{1(\text{corda})} = 2L = 2(5{,}00 \text{ m}) = 10{,}0$ m. Aqui, $\lambda_{1(\text{som})} = 17{,}2$ m é maior que isso pelo fator dado por 17,2/10,0 = 1,72. Isso deveria ser assim: como as frequências da onda de som e da onda estacionária são iguais, $\lambda = v/f$ diz que os comprimentos de onda no ar e na corda estão na mesma razão que as velocidades de onda correspondentes; aqui, $v_{\text{som}} = 344$ m/s é maior que $v_{\text{corda}} = (10{,}0 \text{ m})(20{,}0 \text{ Hz}) = 200$ m/s exatamente pelo fator 1,72.

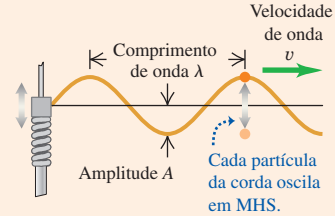
TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 15.8 Enquanto a corda de um violão está vibrando, você toca levemente em um ponto na metade da corda para garantir que ela não vibre naquele ponto. Que modos normais *não podem* estar presentes na corda enquanto você a segura dessa maneira?

CAPÍTULO 15 RESUMO

Ondas e suas propriedades: onda é qualquer perturbação de uma condição de equilíbrio que se propaga de uma região para outra. Uma onda mecânica sempre se propaga no interior de um material denominado meio. A velocidade de onda v depende do tipo de onda e das propriedades do meio.

Em uma onda periódica, o movimento de cada ponto do meio é periódico, com frequência f e período T. O comprimento de onda λ é a distância em que o padrão da onda se repete, e a amplitude A é o deslocamento máximo de uma partícula no meio. O produto de λ e f fornece a velocidade da onda. Uma onda senoidal é uma onda periódica especial em que cada ponto se move em MHS. (Veja o Exemplo 15.1.)

$$v = \lambda f \qquad (15.1)$$



Funções e dinâmica de onda: uma função de onda $y(x, t)$ descreve o deslocamento das partículas individuais no meio. As equações 15.3, 15.4 e 15.7 fornecem a equação de onda para uma onda senoidal que se desloca no sentido $+x$. Se a onda estiver se deslocando no sentido $-x$, os sinais negativos nas funções cosseno são substituídos por sinais positivos. (Veja o Exemplo 15.2.)

A função de onda obedece à equação diferencial parcial chamada equação de onda, Equação 15.12.

A velocidade de uma onda transversal em uma corda depende da tensão F e da densidade linear μ. (Veja o Exemplo 15.3.)

$$y(x, t) = A\cos\left[\omega\left(\frac{x}{v} - t\right)\right] \qquad (15.3)$$

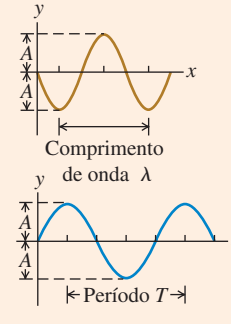
$$y(x, t) = A\cos 2\pi\left[\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \qquad (15.4)$$

$$y(x, t) = A\cos(kx - \omega t) \qquad (15.7)$$

onde $k = 2\pi/\lambda$
e $\omega = 2\pi f = vk$

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \qquad (15.12)$$

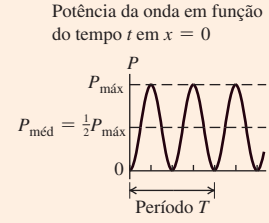
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{(ondas em uma corda)} \qquad (15.14)$$



Potência de onda: o movimento ondulatório transporta energia de uma região para outra. Em uma onda senoidal mecânica, a potência média $P_{méd}$ é proporcional ao quadrado da amplitude de onda e ao quadrado da frequência. Para ondas que se propagam em três dimensões, a intensidade da onda I é inversamente proporcional ao quadrado da distância da fonte. (Veja os exemplos 15.4 e 15.5.)

$$P_{méd} = \tfrac{1}{2}\sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2 \quad (15.25)$$
(potência média, onda senoidal)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (15.26)$$
(lei do quadrado inverso para a intensidade)



Superposição de onda: uma onda é refletida quando atinge a fronteira (ou o limite) do meio onde se propaga. Em qualquer ponto onde duas ou mais ondas se superpõem, o deslocamento total é igual à soma dos deslocamentos das ondas individuais (princípio da superposição).

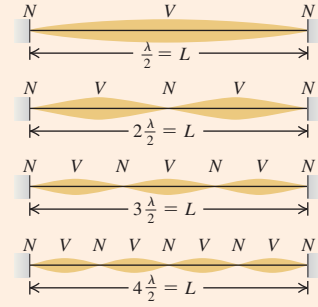
$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \quad (15.27)$$
(princípio da superposição)

Ondas estacionárias em uma corda: quando uma onda senoidal é refletida em uma extremidade livre ou fixa de uma corda esticada, as ondas incidente e refletida se combinam, formando uma onda estacionária que contém nós e ventres. A distância entre dois nós adjacentes ou entre dois ventres consecutivos é igual a $\lambda/2$. (Veja o Exemplo 15.6.)
Quando as duas extremidades de uma corda de comprimento L são mantidas fixas, as ondas estacionárias só podem ocorrer quando L for um múltiplo inteiro de $\lambda/2$. Cada frequência com seu padrão de vibração associado constitui um modo normal. (Veja os exemplos 15.7 e 15.8.)

$$y(x,t) = (A_{ES}\,\text{sen}\,kx)\,\text{sen}\,\omega t \quad (15.28)$$
(onda estacionária em uma corda, extremidade fixa em $x = 0$)

$$f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1 \quad (15.33)$$
$(n = 1, 2, 3, \ldots)$

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (15.35)$$
(corda fixa em ambas as extremidades)



Problema em destaque Ondas em uma corda rotativa

Uma corda uniforme com comprimento L e massa m é presa em uma extremidade e enrolada em um círculo horizontal com velocidade angular ω. A força da gravidade sobre a corda pode ser desprezada. (a) Em um ponto na corda, a uma distância r da extremidade presa, qual é a tensão F? (b) Qual é a velocidade das ondas transversais nesse ponto? (c) Ache o tempo necessário para que uma onda transversal se desloque de uma extremidade da corda à outra.

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Desenhe um esboço da situação e indique as distâncias r e L. A tensão na corda será diferente em diferentes valores de r. Você consegue descobrir o motivo? Em que lugar da corda você espera que a tensão seja maior? Onde você espera que ela seja menor?
2. Na corda, onde você espera que a velocidade da onda seja maior? Onde você espera que ela seja menor?
3. Pense na parte da corda que é mais distante de r a partir da extremidade fixa. Que forças atuam sobre essa parte? (Lembre-se de que a gravidade pode ser desprezada.) Qual é a massa dessa parte? A que distância do eixo de rotação está o seu centro de massa?
4. Liste as quantidades desconhecidas e decida quais são as variáveis-alvo.

EXECUTAR

5. Desenhe um diagrama do corpo livre para a parte da corda que está mais distante da extremidade fixa do que r.
6. Use seu diagrama do corpo livre para ajudar a determinar a tensão na corda na distância r.
7. Use seu resultado do item 6 para determinar a velocidade de onda na distância r.
8. Use seu resultado do item 7 para determinar o tempo para que uma onda passe de uma extremidade à outra. (*Dica*: a velocidade da onda é $v = dr/dt$, de modo que o tempo para a onda atravessar uma distância dr ao longo da corda é $dt = dr/v$. Integre isso para encontrar o tempo total. Veja o Apêndice B.)

AVALIAR

9. Seus resultados para os itens (a) e (b) correspondem às suas expectativas dos itens 1 e 2? As unidades estão corretas?
10. Verifique seu resultado do item (a) considerando a força resultante sobre um pequeno segmento da corda na distância r com comprimento dr e massa $dm = (m/L)dr$. [*Dica*: as forças de tensão nesse segmento são $F(r)$ em um lado e $F(r + dr)$ no outro. Você poderá obter uma equação para dF/dr que pode ser integrada para achar F em função de r.]

PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS:** problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q15.1 Duas ondas se deslocam na mesma corda. É possível que elas tenham (a) frequências diferentes; (b) comprimentos de onda diferentes; (c) velocidades diferentes; (d) amplitudes diferentes; (e) a mesma frequência, mas comprimentos de onda diferentes? Explique seu raciocínio.

Q15.2 Sob uma tensão F, leva 2,0 s para um pulso se deslocar pela extensão de um fio esticado. Que tensão é necessária (em função de F) para que o pulso leve 6,0 s? Explique como você chegou a essa conclusão.

Q15.3 Quais são os tipos de energia associados às ondas que se propagam em uma corda esticada? Como esses tipos de energia podem ser detectados experimentalmente?

Q15.4 A amplitude de uma onda diminui quando ela se propaga ao longo de uma corda esticada muito comprida. O que é feito com a energia da onda quando isso ocorre?

Q15.5 Para o movimento ondulatório descrito neste capítulo, a velocidade de propagação depende da amplitude? Como você pode afirmar isso?

Q15.6 A velocidade das ondas no oceano depende da profundidade da água; quanto maior for a profundidade, maior será a velocidade. Use esse raciocínio para explicar por que as ondas do oceano aumentam suas cristas e "quebram" à medida que chegam à praia.

Q15.7 É possível produzir uma onda longitudinal em uma corda esticada? Justifique sua resposta. É possível produzir uma onda transversal em uma barra de aço? Justifique. Caso suas respostas sejam positivas nas duas perguntas anteriores, explique como você poderia produzir tais ondas.

Q15.8 Para ondas transversais em uma corda, a velocidade da onda é igual à velocidade de qualquer parte da corda? Explique a diferença entre essas duas velocidades. Qual delas é constante?

Q15.9 As quatro cordas de um violino possuem espessuras diferentes, porém as tensões nelas são aproximadamente iguais. A velocidade das ondas é maior na corda mais grossa ou na mais fina? Por quê? A frequência de vibração fundamental se comporta de modo diferente quando a corda é espessa e quando é fina?

Q15.10 Uma onda senoidal pode ser descrita por uma função cosseno, que é negativa tão frequentemente quanto positiva. Então, por que a potência média fornecida por essa onda é zero?

Q15.11 Duas cordas de diferentes densidades lineares μ_1 e μ_2 são amarradas uma à outra e esticadas com uma tensão F. Uma onda percorre a corda e passa pela descontinuidade em μ. Diga qual das seguintes propriedades será a mesma de ambos os lados da descontinuidade e qual irá mudar: velocidade da onda, frequência, comprimento da onda. Explique o raciocínio físico que embasa suas respostas.

Q15.12 Uma corda longa de massa m é pendurada no teto e pende verticalmente. Um pulso ondulatório é produzido na extremidade inferior da corda e se propaga para cima. A velocidade da onda se altera à medida que o pulso sobe a corda e, caso se altere, aumenta ou diminui? Explique.

Q15.13 Em uma onda transversal em uma corda, o movimento da corda é perpendicular ao seu comprimento. Então, como ocorre a transferência de energia através da corda?

Q15.14 A energia pode ser transferida ao longo de uma corda por movimento ondulatório. Todavia, em uma onda estacionária em uma corda, nenhuma energia pode ser transferida além de um nó. Por que não?

Q15.15 Uma onda estacionária pode ser produzida em uma corda pela superposição de duas ondas que se propagam em sentidos opostos com a mesma frequência, porém com amplitudes diferentes? Justifique sua resposta. Uma onda estacionária pode ser produzida em uma corda pela superposição de duas ondas que se propagam em sentidos opostos com a mesma amplitude, porém com frequências diferentes? Justifique sua resposta.

Q15.16 Ao esticar uma tira de borracha e puxar verticalmente um de seus pontos, você ouvirá um tom (ligeiramente) musical. Como a frequência desse tom irá variar quando você esticar ainda mais a tira? (Tente fazer isso!) Esse efeito concorda com a Equação 15.35 para uma corda fixa nas duas extremidades? Explique.

Q15.17 Um intervalo musical de uma *oitava* corresponde a um fator 2 na frequência. Qual é o fator de aumento da tensão na corda de um violão ou de um violino para que sua altura aumente em uma oitava? E para que ocorra um aumento de duas oitavas? Explique. Há algum risco nessas mudanças de tonalidade?

Q15.18 Ao tocar seu violino, um músico pressiona suavemente o centro da corda para produzir uma nota exatamente uma oitava acima da nota com a qual a corda está afinada, ou seja, uma nota cuja frequência é exatamente igual ao dobro da frequência inicial. Como isso é possível?

Q15.19 Como vimos na Seção 15.1, as ondas na água são uma combinação de ondas longitudinais e transversais. Defenda a seguinte afirmação: "Quando ondas de água atingem uma parede vertical, a parede é um nó de deslocamento da onda longitudinal, porém é um ventre de deslocamento da onda transversal".

Q15.20 Violinos são instrumentos pequenos, enquanto violoncelos e contrabaixos são instrumentos grandes. Em termos de frequência das ondas que produzem, explique por que esses instrumentos são assim.

Q15.21 Para que servem as palhetas de um violão ou de uma guitarra? Explique seu uso em termos de frequência da vibração das cordas.

EXERCÍCIOS

Seção 15.2 Ondas periódicas

15.1 • A velocidade do som no ar a 20 °C é igual a 344 m/s. (a) Qual é o comprimento da onda sonora com frequência igual a 784 Hz, correspondente à nota G_5 de um piano, e quantos milissegundos leva cada vibração? (b) Qual é o comprimento de onda de um som uma oitava mais alto (dobro da frequência) que a nota do item (a)?

15.2 • BIO **Som audível.** Desde que a amplitude seja suficientemente grande, o ouvido humano pode detectar ondas longitudinais no intervalo aproximado entre 20,0 Hz e 20,0 kHz. (a) Se você precisasse assinalar o início de cada padrão de onda completo com um ponto vermelho para o som de comprimento de onda longo e um ponto azul para o som de comprimento de onda curto, a que distância os pontos vermelhos estariam um do outro, e a que distância os pontos azuis estariam um do outro? (b) Na realidade, os pontos adjacentes em cada conjunto estariam longe o suficiente para que você pudesse medir a distância com uma régua? (c) Suponha que você repetisse o item (a) na água, onde o som se propaga a 1.480 m/s. A que distância os pontos estariam um do outro em cada conjunto? Você poderia medir facilmente essa distância com uma régua?

15.3 • **Tsunami!** Em 26 de dezembro de 2004, um forte terremoto ocorreu na costa de Sumatra e provocou ondas imensas (tsunami), que mataram cerca de 200 mil pessoas. Os satélites que observavam essas ondas do espaço mediram 800 km de uma crista de onda para a seguinte, e um período entre ondas de 1 hora. Qual era a velocidade dessas ondas em m/s e km/h? A resposta ajuda você a entender por que as ondas causaram tamanha devastação?

15.4 • BIO **Imagem de ultrassom.** O som que possui frequências acima da capacidade de audição humana (cerca de 20.000 Hz) é chamado de *ultrassom*. Ondas acima dessa frequência podem ser usadas para penetrar no corpo e produzir imagens por meio da reflexão de superfícies. Em um exame de ultrassom típico, a onda atravessa os tecidos do corpo com uma velocidade de 1.500 m/s. Para uma imagem boa e detalhada, o comprimento de onda não deve ser maior que 1,0 mm. Que frequência sonora é necessária para obter boas imagens?

15.5 • BIO (a) **Comprimentos de onda audíveis.** A faixa de frequências audíveis vai de cerca de 20 Hz a 20.000 Hz. Qual é a faixa de comprimentos de onda do som audível no ar? (b) **Luz visível.** A faixa de luz visível se estende de 380 nm até 750 nm. Quais são os limites de frequência da luz visível? (c) **Cirurgia cerebral.** Os cirurgiões podem remover tumores cerebrais usando um aspirador cirúrgico ultrassônico tipo cavitron, que produz ondas sonoras com frequência de 23 kHz. Qual é o comprimento de onda dessas ondas no ar? (d) **Som no corpo.** Qual seria o comprimento de onda do som no item (c) nos fluidos do corpo, em que a velocidade do som é de 1.480 m/s, mas a frequência não é alterada?

15.6 •• Um pescador observa que seu barco está se movendo para cima e para baixo periodicamente, em razão das ondas na superfície da água. Passam-se 2,5 s para que o barco vá do seu ponto mais alto para o mais baixo, uma distância total de 0,53 m. O pescador observa que as cristas da onda estão afastadas por 4,8 m. (a) Com que velocidade as ondas estão se deslocando? (b) Qual é a amplitude de cada onda? (c) Se a distância vertical total atravessada pelo barco fosse 0,30 m, mas os outros dados permanecessem iguais, quais seriam suas respostas aos itens (a) e (b)?

Seção 15.3 Descrição matemática das ondas

15.7 • Ondas transversais em uma corda possuem velocidade de 8,0 m/s, amplitude de 0,0700 m e comprimento de onda igual a 0,320 m. As ondas se movem no sentido $-x$ e, em $t = 0$, a extremidade $x = 0$ da corda possui deslocamento máximo para cima. (a) Ache a frequência, o período e o número de onda dessas ondas. (b) Escreva uma função de onda que descreve essa onda. (c) Calcule o deslocamento transversal de uma partícula situada no ponto $x = 0{,}360$ m no instante $t = 0{,}150$ s. (d) A partir do instante calculado no item (c), quanto tempo a partícula situada no ponto $x = 0{,}360$ m leva para atingir o deslocamento máximo para cima?

15.8 • Uma onda transversal é descrita pela equação

$$y(x, t) = (6{,}50\text{ mm})\cos 2\pi\left(\frac{x}{28{,}0\text{ cm}} - \frac{t}{0{,}0360\text{ s}}\right)$$

Determine (a) a amplitude da onda; (b) seu comprimento de onda; (c) sua frequência; (d) sua velocidade de propagação; (e) a direção da propagação.

15.9 • CALC Quais das seguintes funções satisfazem a função de onda dada pela Equação 15.12? (a) $y(x, t) = A\cos(kx + \omega t)$; (b) $y(x, t) = A\,\text{sen}(kx + \omega t)$; (c) $y(x, t) = A(\cos kx + \cos \omega t)$; (d) Para a onda do item (b), escreva a equação para a velocidade transversal e a aceleração transversal de uma partícula no ponto x.

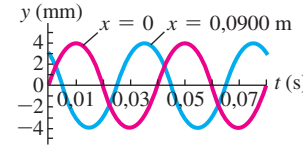
15.10 • Uma onda de água deslocando-se em linha reta em um lago é descrita pela equação

$$y(x, t) = (2{,}75\text{ cm})\cos(0{,}410\text{ rad/cm}\,x + 6{,}20\text{ rad/s}\,t)$$

onde y é o deslocamento perpendicular à superfície plana do lago. (b) Quanto tempo é necessário para que um padrão de onda completo passe por um pescador em um banco ancorado, e que distância horizontal a crista da onda percorre nesse intervalo? (b) Qual é o número de onda e quantas ondas passam pelo pescador a cada segundo? (c) Com que velocidade a crista da onda passa pelo pescador, e qual é a velocidade máxima de sua boia de cortiça à medida que a onda a faz subir e descer?

15.11 • Uma onda senoidal propaga-se ao longo de uma corda esticada sobre o eixo Ox. O deslocamento da corda em função do tempo é indicado na **Figura E15.11** para partículas nos pontos $x = 0$ e $x = 0{,}0900$ m. (a) Qual é a amplitude da onda? (b) Qual é o período da onda? (c) Sabe-se que a distância entre os pontos $x = 0$ e $x = 0{,}0900$ m é menor que o comprimento de onda. Determine a velocidade e o comprimento de onda quando ela se propaga no sentido $+x$. (d) Supondo agora que a onda se propague no sentido $-x$, determine a velocidade e o comprimento de onda. (e) Seria possível determinar de forma não ambígua o comprimento de onda calculado nos itens (c) e (d) se você não usasse o dado de que a distância entre os pontos é menor que o comprimento de onda? Justifique sua resposta.

Figura E15.11



15.12 •• CALC **Velocidade de propagação da onda *versus* velocidade de uma partícula.** (a) Mostre que a Equação 15.3 pode ser escrita na forma

$$y(x, t) = A\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]$$

(b) Use $y(x, t)$ para encontrar uma expressão para a velocidade transversal v_y de uma partícula da corda onde a onda se propaga. (c) Calcule a velocidade máxima de uma partícula da corda. Em que circunstâncias essa velocidade pode ser igual à velocidade v de propagação da onda? Quando ela pode ser menor que v? E maior que v?

15.13 •• Uma onda transversal em uma corda possui amplitude de 0,300 cm, comprimento de onda igual a 12,0 cm e velocidade de 6,0 cm/s. Ela é representada pela função $y(x, t)$ dada no Exercício 15.12. (a) No instante $t = 0$, calcule y para intervalos de x iguais a 1,5 cm (ou seja, $x = 0$, $x = 1,5$ cm, $x = 3,0$ cm, e assim por diante) desde $x = 0$ até $x = 12,0$ cm. Faça um gráfico dos resultados obtidos. Essa é a forma da corda para o tempo $t = 0$. (b) Repita o cálculo para os mesmos intervalos de x para os tempos $t = 0,400$ s e $t = 0,800$ s. Faça um gráfico da forma da corda para esses tempos. Qual é o sentido da propagação da onda?

15.14 • Uma onda em uma corda é descrita por $y(x, t) = A\cos(kx - \omega t)$. (a) Faça gráficos para y, v_y e a_y em função de x para $t = 0$. (b) Considere os seguintes pontos sobre a corda: (i) $x = 0$; (ii) $x = \pi/4k$; (iii) $x = \pi/2k$; (iv) $x = 3\pi/4k$; (v) $x = \pi/k$; (vi) $x = 5\pi/4k$; (vii) $x = 3\pi/2k$ e (viii) $x = 7\pi/4k$. Para uma partícula em cada um desses pontos para $t = 0$, descreva em palavras se a partícula está em movimento, em que sentido ela se move e diga se está aumentando de velocidade, diminuindo ou se a aceleração é instantaneamente igual a zero.

Seção 15.4 Velocidade de uma onda transversal

15.15 • Uma das extremidades de um fio é presa a um dos ramos de um diapasão eletricamente excitado com uma frequência transversal igual a 120 Hz. A outra extremidade passa sobre uma polia e suporta massa igual a 1,50 kg. A densidade linear do fio é igual a 0,0480 kg/m. (a) Qual é a velocidade de propagação de uma onda transversal na corda? (b) Qual é o comprimento de onda? (c) Como suas respostas aos itens (a) e (b) se modificariam se a massa do objeto aumentasse para 3,00 kg?

15.16 • Com que tensão uma corda de comprimento igual a 2,50 m e massa de 0,120 kg deve ser esticada para que uma onda transversal com frequência de 40,0 Hz possua um comprimento de onda igual a 0,750 m?

15.17 •• A extremidade superior de um fio de aço de 3,80 m de extensão é presa ao teto, e um objeto de 54,0 kg é suspenso pela ponta inferior do fio. Você observa que um pulso leva 0,0492 s para se deslocar de baixo para cima pelo fio. Qual é a massa do fio?

15.18 •• Uma corda de 1,50 m e peso 0,0125 N está amarrada ao teto pela sua extremidade superior, e a inferior sustenta um peso p. Despreze a pequena variação na tensão pelo comprimento da corda, produzida pelo seu peso. Quando a corda é puxada suavemente, as ondas que se deslocam para cima obedecem à equação

$$y(x, t) = (8,5 \text{ mm}) \cos (172 \text{ rad/m } x - 4.830 \text{ rad/s } t)$$

Suponha que a tensão da corda seja constante e igual a p. (a) Quanto tempo leva para um pulso percorrer toda a extensão da corda? (b) Qual é o peso p? (c) Quantos comprimentos de onda há sobre a corda em qualquer instante? (d) Qual é a equação para ondas que se deslocam *para baixo* na corda?

15.19 • Um fio fino, de 75,0 cm, possui massa igual a 16,5 g. Uma extremidade está presa por um prego, e a outra está presa a um parafuso que pode ser ajustado para variar a tensão no fio. (a) Para que tensão (em newtons) você deve ajustar o parafuso a fim de que uma onda transversal de comprimento de onda de 3,33 cm produza 625 vibrações por segundo? (b) Com que rapidez essa onda se deslocaria?

15.20 •• Uma corda pesada, com 6,00 m de extensão e 29,4 N de peso, é presa em uma extremidade a um teto e pendurada verticalmente. Uma massa de 0,500 kg é suspensa pela extremidade inferior da corda. Qual é a velocidade das ondas que se propagam pela corda (a) em sua extremidade inferior; (b) no meio; (c) em sua extremidade superior? (d) A tensão no meio da corda é a média das tensões em suas extremidades superior e inferior? A velocidade de onda no meio da corda é a média das velocidades de onda em suas extremidades superior e inferior? Explique.

15.21 • Um oscilador harmônico simples no ponto $x = 0$ gera uma onda em uma corda. O oscilador opera em uma frequência de 40,0 Hz e com uma amplitude de 3,00 cm. A corda possui uma densidade linear de 50,0 g/m e está esticada a uma tensão de 5,00 N. (a) Determine a velocidade da onda. (b) Calcule o comprimento de onda. (c) Escreva sua função de onda $y(x, t)$. Suponha que o oscilador tenha seu deslocamento máximo para cima no instante $t = 0$. (d) Calcule a aceleração transversal máxima dos pontos na corda. (e) Quando tratamos das ondas transversais neste capítulo, a força da gravidade foi ignorada. Essa aproximação é razoável para essa onda? Explique.

Seção 15.5 Energia no movimento ondulatório

15.22 •• A corda de um piano, de massa igual a 3,00 g e comprimento de 80,0 cm, é submetida a uma tensão de 25,0 N. Uma onda com frequência de 120,0 Hz e amplitude igual a 1,6 mm desloca-se no fio. (a) Ache a potência média transportada pela onda. (b) O que ocorrerá com a potência média se a amplitude da onda for reduzida à metade?

15.23 • Um fio horizontal é esticado com uma tensão de 94,0 N, e a velocidade das ondas transversais ao fio é de 406 m/s. Qual deverá ser a amplitude de uma onda com frequência de 69,0 Hz para que a potência média transportada pela onda seja de 0,365 W?

15.24 •• Um fio leve é bastante esticado com uma tensão F. As ondas transversais que se propagam com amplitude A e comprimento de onda λ_1 transportam uma potência média $P_{\text{méd},1} = 0,400$ W. Se o comprimento de onda for dobrado, de modo que $\lambda_2 = 2\lambda_1$, enquanto a tensão F e a amplitude A permanecem as mesmas, qual será a potência média $P_{\text{méd},2}$ transportada pelas ondas?

15.25 •• Um avião a jato em decolagem pode produzir um som de intensidade 10,0 W/m^2 a 30,0 m de distância. Você, contudo, prefere o som tranquilo de uma conversa normal, que é 1,0 μW/m^2. Suponha que o avião se comporte como uma fonte sonora pontual. (a) Qual é a distância mínima do aeroporto que sua casa precisa estar para que você possa conservar sua paz de espírito? (b) Qual é a intensidade sonora que chega à sua amiga se ela mora duas vezes mais longe da pista do que você? (c) Que potência sonora o jato produz ao decolar?

15.26 •• **Limite da dor.** Você está investigando um relatório da aterrissagem de um ovni em uma região deserta do Novo México, e encontra um objeto estranho que está irradiando ondas sonoras uniformemente em todas as direções. Suponha que o som venha de uma fonte pontual e que você possa desprezar as reflexões. Você está caminhando lentamente na direção da fonte. Quando chega a 7,5 m dela, você mede a intensidade, e descobre que é 0,11 W/m^2. Uma intensidade de 1,0 W/m^2 costuma ser considerada o "limite da dor". O quão mais perto da fonte você conseguirá chegar antes que a intensidade sonora atinja esse limite?

15.27 • **Fornecimento de energia.** Por meio de medições, você determina que ondas sonoras estão se propagando igualmente em todas as direções a partir de uma fonte pontual e que a intensidade é igual a 0,026 W/m^2 a uma distância de 4,3 m

da fonte. (a) Qual é a intensidade a uma distância de 3,1 m? (b) Quanta energia sonora a fonte emite em uma hora se a potência fornecida permanecer constante?

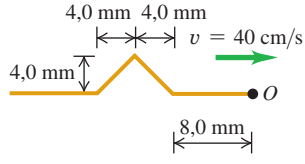
15.28 • Um colega com talento para a matemática lhe diz que a função de onda de uma onda progressiva em uma corda fina é $y(x, t) = 2{,}30 \text{ mm} \cos[(6{,}98 \text{ rad/m})x + (742 \text{ rad/s})t]$. Sendo mais prático, você mede a corda para que ela tenha comprimento de 1,35 m e massa de 0,00338 kg. Pede-se, então, que você calcule: (a) amplitude; (b) frequência; (c) comprimento de onda; (d) velocidade da onda; (e) sentido em que a onda se desloca; (f) tensão na corda; (g) potência média transmitida pela onda.

15.29 • A uma distância de $7{,}00 \times 10^{12}$ m de uma estrela, sua intensidade da radiação é 15,4 W/m^2. Supondo que a estrela irradie uniformemente em todas as direções, qual é a potência transmitida total da estrela?

Seção 15.6 Interferência de ondas, condições de contorno de uma corda e princípio da superposição

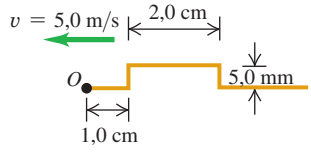
15.30 • **Reflexão.** Um pulso ondulatório deslocando-se sobre uma corda para $t = 0$ possui as dimensões indicadas na **Figura E15.30**. A velocidade da onda é igual a 40 cm/s. (a) Se o ponto O for uma extremidade fixa, desenhe a onda total sobre a corda para $t =$ 15 ms, 20 ms, 25 ms, 30 ms, 35 ms, 40 ms e 45 ms. (b) Repita o item (a) quando o ponto O for uma extremidade livre.

Figura E15.30



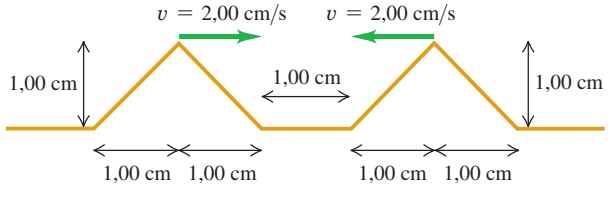
15.31 • **Reflexão.** Um pulso ondulatório deslocando-se sobre uma corda para $t = 0$ possui as dimensões indicadas na **Figura E15.31**. A velocidade da onda é igual a 5,0 m/s. (a) Se o ponto O for uma extremidade fixa, desenhe a onda total sobre a corda para $t =$ 1,0 ms, 2,0 ms, 3,0 ms, 4,0 ms, 5,0 ms, 6,0 ms e 7,0 ms. (b) Repita o item (a) quando o ponto O for uma extremidade livre.

Figura E15.31



15.32 • **Interferência de pulsos triangulares.** Dois pulsos ondulatórios triangulares estão se aproximando em uma corda esticada, como indicado na **Figura E15.32**. Os dois pulsos são idênticos e se deslocam com velocidade igual a 2,0 cm/s. A distância entre as extremidades dianteiras dos pulsos é igual a 1,00 cm para $t = 0$. Desenhe a forma da corda para $t = 0{,}250$ s, $t = 0{,}500$ s, $t = 0{,}750$ s, $t = 1{,}000$ s e $t = 1{,}250$ s.

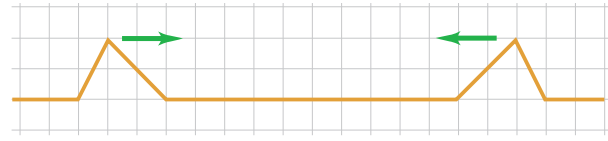
Figura E15.32



15.33 • Suponha que o pulso que se desloca para a esquerda no Exercício 15.32 esteja *abaixo* do nível da corda não esticada, em vez de acima. Desenhe os mesmos diagramas que você desenhou naquele exercício.

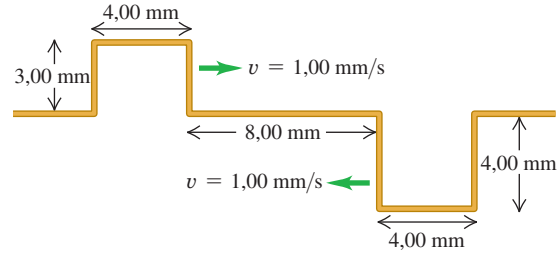
15.34 •• Dois pulsos estão se deslocando em sentidos opostos a 1,0 cm/s em uma corda esticada, como mostra a **Figura E15.34**. Cada quadrado possui 1,0 cm de lado. Desenhe a forma da corda depois de (a) 6,0 s; (b) 7,0 s; (c) 8,0 s.

Figura E15.34



15.35 •• **Interferência de pulsos retangulares.** A **Figura E15.35** mostra dois pulsos ondulatórios retangulares se aproximando em sentidos contrários em uma corda esticada. A velocidade de cada pulso é igual a 1,0 mm/s, e a figura indica a largura e a altura de cada pulso. Se a distância entre a parte dianteira de um pulso e a frente do outro for igual a 8,0 mm no instante $t = 0$, desenhe a onda na corda para $t = 4{,}0$ s, $t = 6{,}0$ s e $t = 10{,}0$ s.

Figura E15.35



Seção 15.7 Ondas sonoras estacionárias em uma corda

Seção 15.8 Modos normais de uma corda

15.36 •• **CALC** A distância entre dois ventres adjacentes de uma onda estacionária sobre uma corda é igual a 15,0 cm. Uma partícula situada em um ventre oscila em MHS com amplitude igual a 0,850 cm e período igual a 0,0750 s. A corda está sobre o eixo Ox e se encontra fixa no ponto $x = 0$. (a) Qual a distância entre os nós adjacentes? (b) Qual o comprimento de onda, a amplitude e a velocidade de duas ondas progressivas que adquirem esse padrão? (c) Calcule as velocidades transversais máxima e mínima de um ponto em um ventre. (d) Qual é a menor distância ao longo da corda entre um nó e um ventre?

15.37 • As ondas estacionárias em um fio são descritas pela Equação 15.28, com $A_{ES} = 2{,}50$ mm, $\omega = 942$ rad/s e $k = 0{,}750\pi$ rad/m. A extremidade esquerda do fio está no ponto $x = 0$. Calcule as distâncias entre a extremidade esquerda do fio e (a) os nós da onda estacionária e (b) os ventres.

15.38 • Uma corda de comprimento igual a 1,50 m é esticada entre dois suportes com uma tensão tal que a velocidade da onda transversal é igual a 62,0 m/s. Calcule o comprimento de onda e a frequência: (a) do modo fundamental; (b) do segundo sobretom; (c) do quarto harmônico.

15.39 • Um fio com massa igual a 40,0 g é esticado de modo que suas extremidades permanecem fixas a uma distância igual a 80,0 cm. Ele vibra de forma que a frequência do modo fundamental é igual a 60,0 Hz e a amplitude em um ventre é igual a 0,300 cm. (a) Ache a velocidade de propagação de uma onda transversal no fio. (b) Calcule a tensão nele. (c) Calcule a velocidade transversal máxima e a aceleração de partículas.

15.40 • Um afinador estica os fios de aço do piano com tensão igual a 800 N. O comprimento do fio é igual a 0,400 m e sua massa é igual a 3,00 g. (a) Qual é a frequência do modo fundamental de vibração do fio? (b) Qual é o número de harmônicos

superiores que podem ser ouvidos por uma pessoa capaz de ouvir frequências de até 10.000 Hz?

15.41 • **CALC** Uma corda fina, esticada, presa nas duas extremidades e oscilando em seu terceiro harmônico possui a forma descrita pela equação $y(x, t) = (5{,}60\text{ cm})\,\text{sen}\,[(0{,}0340\text{ rad/cm})x]\,\text{sen}\,[(50{,}0\text{ rad/s})t]$, onde a origem está na extremidade esquerda da corda, o eixo Ox está na corda e o eixo Oy é perpendicular à corda. (a) Desenhe um diagrama que mostre o padrão da onda estacionária. (b) Calcule a amplitude das duas ondas progressivas que compõem essa onda estacionária. (c) Qual é o comprimento da corda? (d) Calcule o comprimento de onda, a frequência, o período e a velocidade das ondas progressivas. (e) Calcule a velocidade transversal máxima de um ponto na corda. (f) Qual seria a equação $y(x, t)$ para essa corda se ela estivesse vibrando em seu oitavo harmônico?

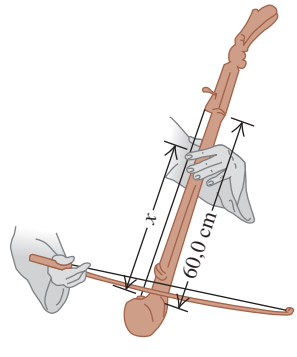
15.42 • A função de uma onda estacionária é $y(x, t) = 4{,}44\text{ mm}\,\text{sen}\,[(32{,}5\text{ rad/m})x]\,\text{sen}\,[(754\text{ rad/s})t]$. Para as duas ondas progressivas que compõem essa onda estacionária, calcule (a) amplitude da onda; (b) o comprimento; (c) a frequência; (d) a velocidade; (e) suas funções. (f) Pelas informações fornecidas, você consegue descobrir qual é esse harmônico? Explique.

15.43 • **Ondas em uma vareta.** Uma vareta flexível de 2,0 m de comprimento não está presa, estando completamente livre para vibrar. Desenhe de modo claro essa vareta vibrando em seus primeiros três harmônicos, depois use seus desenhos para encontrar o comprimento de onda de cada um desses harmônicos. (*Dica*: as extremidades devem ser nós ou ventres?)

15.44 •• Uma corda de certo instrumento musical tem 75,0 cm de comprimento e uma massa de 8,75 g. O instrumento está sendo tocado em uma sala onde a velocidade do som é 344 m/s. (a) A que tensão é preciso ajustar a corda para que, ao vibrar em seu segundo sobretom, produza um som de comprimento de onda igual a 0,765 m? (Suponha que a tensão de quebra do fio seja muito grande e não seja ultrapassada.) (b) Que frequência sonora essa corda produz em seu modo de vibração fundamental?

15.45 • O segmento da corda de um instrumento entre a ponte de apoio das cordas e a extremidade superior (a parte que vibra livremente) possui comprimento igual a 60,0 cm e essa extensão da corda tem massa igual a 2,0 g. Quando tocada, a corda emite uma nota A_4 (440 Hz). (a) Em que ponto o músico deverá colocar o dedo (ou seja, qual é a distância x entre o ponto e a ponte de apoio das cordas) para produzir uma nota D_5 (587 Hz)? (Veja a **Figura E15.45**.) Nas duas notas A_4 e D_5, a corda vibra no modo fundamental. (b) Sem afinar novamente, é possível produzir uma nota G_4 (392 Hz) nessa corda? Justifique sua resposta.

Figura E15.45



15.46 • (a) Uma corda horizontal amarrada nas duas extremidades vibra no modo fundamental. Uma onda estacionária possui velocidade v, frequência f, amplitude A e comprimento de onda igual a λ. Calcule a velocidade transversal máxima e a aceleração máxima nos pontos localizados em (i) $x = \lambda/2$, (ii) $x = \lambda/4$ e (iii) $x = \lambda/8$, a partir da extremidade esquerda da corda. (b) Em cada um dos pontos calculados no item (a), qual é a amplitude do movimento? (c) Em cada um dos pontos calculados no item (a), quanto tempo a corda leva para ir de seu deslocamento máximo para cima até seu deslocamento máximo para baixo?

15.47 • **Corda de violão.** Uma das cordas de um violão de comprimento igual a 63,5 cm é afinada para produzir uma nota B_3 (frequência igual a 245 Hz) quando está vibrando no modo fundamental. (a) Calcule a velocidade da onda transversal que percorre a corda. (b) Se a tensão da corda aumentar em 1%, qual deve ser sua nova frequência fundamental? (c) Se a velocidade do som no ar circundante for igual a 344 m/s, ache o comprimento de onda e a frequência da onda sonora produzida quando a corda vibra com a nota B_3. Como este resultado se compara com a frequência e com o comprimento de onda da onda estacionária na corda?

PROBLEMAS

15.48 • Uma onda transversal sobre uma corda é dada por

$$y(x, t) = (0{,}750\text{ cm})\cos\pi[(0{,}400\text{ cm}^{-1})x + (250\text{ s}^{-1})t]$$

(a) Ache a amplitude, o período, a frequência, o comprimento de onda e a velocidade de propagação. (b) Faça um desenho da corda para os seguintes valores de t: 0, 0,0005 s e 0,0010 s. (c) A onda está se deslocando no sentido $+x$ ou no sentido $-x$? (d) A densidade linear da corda é igual a 0,0500 kg/m. Ache a tensão. (e) Ache a potência média transportada por essa onda.

15.49 • **CALC** Uma onda transversal senoidal com 2,50 mm de amplitude e 1,80 m de comprimento de onda propaga-se com velocidade de 36,0 m/s da esquerda para a direita ao longo de uma corda esticada na horizontal. Considere a origem na extremidade esquerda da corda sem perturbação. No instante $t = 0$, a extremidade esquerda da corda tem seu deslocamento máximo para cima. (a) Ache a frequência, a frequência angular e o número de onda. (b) Qual é a função $y(x, t)$ que descreve a onda? (c) Qual é a função $y(t)$ para uma partícula na extremidade esquerda da corda? (d) Qual é a função $y(t)$ para uma partícula situada 1,35 m à direita da origem? (e) Qual é o módulo máximo da velocidade transversal de qualquer partícula da corda? (f) Ache o deslocamento transversal e a velocidade transversal de uma partícula situada 1,35 m à direita da origem para o tempo $t = 0{,}0625$ s.

15.50 •• **PC** Uma viga irregular de 1.750 N está pendurada horizontalmente em suas extremidades em um teto por dois cabos verticais (A e B), cada um com 1,25 m de comprimento e pesando 0,290 N. O centro de gravidade dessa viga está a um terço da viga a partir da extremidade em que o fio A está amarrado. Se você puxar ambos os cabos ao mesmo tempo, qual será o intervalo entre a chegada dos dois pulsos ao teto? Que pulso chegará primeiro? (Despreze o efeito do peso dos cabos sobre a tensão neles.)

15.51 •• Três partes de fio, cada uma de comprimento L, são ligadas em série por meio de suas extremidades formando um fio de comprimento igual a $3L$. A primeira parte do fio tem densidade linear μ_1, a segunda tem densidade linear $\mu_2 = 4\mu_1$ e a terceira tem densidade linear $\mu_3 = \mu_1/4$. (a) Se o fio combinado está sob tensão F, quanto tempo uma onda transversal leva para percorrer o comprimento total $3L$? Forneça a resposta em função de L, F e μ_1. (b) A resposta do item (a) depende da ordem em que os fios estão ligados? Explique.

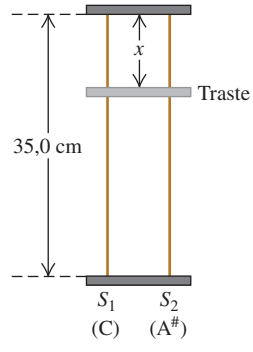
15.52 •• **Formiga sem peso.** Uma formiga de massa m está tranquilamente em repouso sobre uma corda esticada na

horizontal. A corda possui densidade linear μ e está sob tensão F. Sem avisar, seu primo Tobias produz uma onda transversal senoidal com comprimento de onda λ que se propaga na corda. O movimento da corda está contido em um plano vertical. Qual é a amplitude mínima da onda que faz a formiga ficar repentinamente com peso aparente igual a zero? Suponha que a massa m seja tão pequena que a presença da formiga não altere a propagação da onda.

15.53 •• Você precisa determinar o comprimento de um fio longo e fino, suspenso a partir do teto no átrio de um prédio alto. Um pedaço do fio com 2,00 cm sobrou de sua instalação. Usando uma balança analítica, você determina que a massa do pedaço que sobra é de 14,5 μg. Então você pendura uma massa de 0,400 kg na ponta inferior do fio longo e suspenso. Quando um pulso ondulatório transversal de pequena amplitude é enviado a esse fio, sensores nas duas extremidades medem que o pulso leva 26,7 ms para percorrer o comprimento. (a) Use essas medidas para calcular o comprimento do fio. Suponha que o peso do fio tenha um efeito desprezível sobre a velocidade das ondas transversais. (b) Discuta a precisão da aproximação feita no item (a).

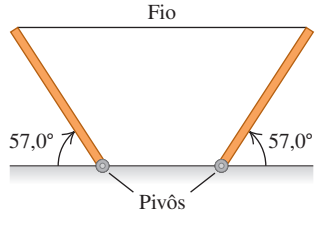
15.54 •• **Música.** Você está projetando um instrumento de duas cordas, com 35,0 cm de comprimento, como mostra a **Figura P15.54**. As duas cordas estão sob a *mesma tensão*. A corda S_1 tem massa de 8,00 g e produz uma nota C média (frequência de 262 Hz) em seu modo fundamental. (a) Qual deverá ser a tensão na corda? (b) Qual deverá ser a massa da corda S_2 de modo que ela produza um A# (frequência de 466 Hz) em seu modo fundamental? (c) Para estender o alcance do instrumento, você inclui um traste localizado logo abaixo das cordas, mas normalmente não tocando nelas. A que distância da extremidade superior você deverá colocar esse traste de modo que, ao pressionar S_1 firmemente contra ele, a corda produza um C# (frequência de 277 Hz) em seu modo fundamental? Ou seja, qual é o x na figura? (d) Se você pressionar S_2 contra o traste, que frequência de som fundamental a corda produzirá?

Figura P15.54



15.55 •• PC Um fio de 5,0 m e 0,732 kg é usado para sustentar dois postes uniformes de 235 N de igual comprimento (**Figura P15.55**). Suponha que o fio esteja praticamente na horizontal e que a velocidade do som seja 344 m/s. Um vento forte está soprando, fazendo com que o fio vibre em seu quinto sobretom. Quais são a frequência e o comprimento de onda do som que esse fio produz?

Figura P15.55



15.56 ••• PC Você está explorando um planeta recém-descoberto. O raio do planeta é de $7{,}20 \times 10^7$ m. Você suspende um peso de chumbo preso à ponta inferior de uma corda leve com 4,00 m de extensão e massa de 0,0280 kg. Você calcula em 0,0685 s o tempo necessário para que um pulso transversal se desloque da ponta inferior à ponta superior da corda. Na Terra, para a mesma corda e peso de chumbo, são necessários 0,0390 s para que um pulso transversal se desloque pelo comprimento da corda. O peso da corda é pequeno o bastante para que seu efeito sobre a tensão na corda possa ser ignorado. Supondo que a massa do planeta seja distribuída com simetria esférica, qual é sua massa?

15.57 •• Para uma corda esticada entre dois suportes, duas frequências de onda estacionária sucessivas são 525 Hz e 630 Hz. Existem outras frequências de onda estacionária menores que 525 Hz e maiores que 630 Hz. Se a velocidade das ondas transversais na corda for 384 m/s, qual é o comprimento da corda? Suponha que a massa do fio seja pequena o suficiente para que seu efeito sobre a tensão no fio seja ignorado.

15.58 •• Uma corda de 0,800 m de extensão com densidade linear $\mu = 7{,}50$ g/m é esticada entre dois suportes. A corda possui tensão F e um padrão de onda estacionária (não a fundamental) com frequência de 624 Hz. Com a mesma tensão, a próxima frequência de onda estacionária mais alta é 780 Hz. (a) Quais são a frequência e o comprimento da onda estacionária fundamental para essa corda? (b) Qual é o valor de F?

15.59 ••• PC Uma barra uniforme de 1,80 m de extensão, pesando 638 N, é suspensa em uma posição horizontal por dois fios verticais presos ao teto. Um fio é de alumínio e o outro é de cobre. O fio de alumínio está preso à extremidade esquerda da barra, enquanto o fio de cobre está preso 0,40 m à esquerda da extremidade direita. Cada fio possui 0,600 m de extensão e uma seção transversal circular com raio de 0,280 mm. Qual é a frequência fundamental das ondas estacionárias transversais para cada fio?

15.60 ••• Uma sucessão contínua de pulsos ondulatórios senoidais é produzida na extremidade de uma corda bastante longa e se propaga por toda sua extensão. A onda possui uma frequência de 70,0 Hz, amplitude de 5,0 mm e comprimento de onda de 0,600 m. (a) Quanto tempo a onda leva para percorrer uma distância de 8,00 m na corda? (b) Quanto tempo um ponto na corda leva para percorrer a distância de 8,00 m, uma vez que a sucessão de ondas tenha chegado ao ponto e o colocado em movimento? (c) Nos itens (a) e (b), como o tempo varia se a amplitude for dobrada?

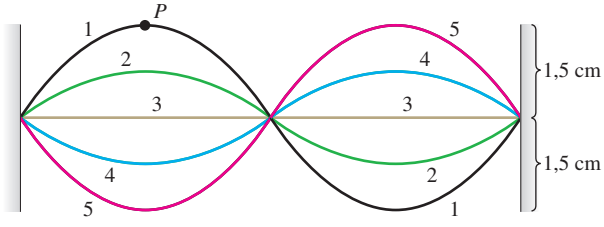
15.61 •• Um fio horizontal é amarrado a suportes em cada extremidade e vibra em sua onda estacionária do segundo sobretom. A tensão no fio é de 5,00 N, e a distância entre os nós na onda estacionária é de 6,28 cm. (a) Qual é o comprimento do fio? (b) Um ponto em um ventre da onda estacionária no fio se move de seu deslocamento superior máximo até seu deslocamento inferior máximo em 8,40 ms. Qual é a massa do fio?

15.62 ••• PC Um fio de cobre vertical de 1,20 m de extensão e calibre 18 (diâmetro de 1,024 mm) tem uma esfera de 100,0 N pendurada em sua extremidade. (a) Qual é o comprimento de onda do terceiro harmônico do fio? (b) Agora, uma esfera de 500,0 N *substitui* a esfera original. Qual é a variação do comprimento de onda do terceiro harmônico provocada pela substituição da esfera leve pela pesada? (*Dica*: veja o módulo de Young na Tabela 11.1.)

15.63 ••• Uma onda senoidal transversal desloca-se em uma corda. A corda tem 8,00 m de comprimento e massa de 6,00 g. A velocidade da onda é 30,0 m/s e o comprimento de onda é 0,200 m. (a) Se a onda deve ter uma potência média de 50,0 W, qual deve ser a amplitude da onda? (b) Para essa mesma corda, se a amplitude e o comprimento de onda forem iguais aos do item (a), qual é a potência média para a onda se a tensão for aumentada de tal forma que a velocidade da onda dobre?

15.64 •• Uma corda vibrando, de 50,0 cm de comprimento, está sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na **Figura P15.64**. A taxa do estroboscópio é fixada em 5.000 *flashes* por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos *flashes* 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles. (a) Calcule o período, a frequência e o comprimento de onda para as ondas progressivas nessa corda. (b) Em que modo normal (harmônico) a corda está vibrando? (c) Qual é a velocidade das ondas progressivas na corda? (d) Com que velocidade o ponto *P* se move quando a corda está na (i) posição 1 e (ii) posição 3? (e) Qual é a massa dessa corda?

Figura P15.64



15.65 • **Nós no varal.** Seu primo Tobias está outra vez brincando com o varal do Exemplo 15.2 (Seção 15.3). Uma extremidade do varal está presa a um poste vertical. Tobias segura a outra extremidade frouxamente, de modo que a velocidade das ondas no varal é relativamente baixa, 0,720 m/s. Ele encontra várias frequências nas quais pode oscilar sua extremidade do varal, de modo que um leve prendedor de roupas a 45,0 cm do poste não se mova. Quais são essas frequências?

15.66 •• Uma corda forte, com massa de 3,00 g e comprimento de 2,20 m, está presa a suportes em cada extremidade e vibra em seu modo fundamental. A velocidade transversal máxima de um ponto no meio da corda é 9,00 m/s. A tensão na corda é 330 N. (a) Qual é a amplitude da onda estacionária em seu ventre? (b) Qual é o módulo da aceleração transversal máxima de um ponto no ventre?

15.67 •• Uma corda fina, com 2,50 m de extensão, é esticada entre dois suportes, com uma tensão de 90,0 N entre eles. Quando a corda vibra em seu primeiro sobretom, um ponto em um ventre da onda estacionária na corda tem amplitude de 3,50 cm e velocidade transversal máxima de 28,0 m/s. (a) Qual é a massa da corda? (b) Qual é o módulo da aceleração transversal máxima desse ponto na corda?

15.68 ••• **CALC** Uma corda de violão está vibrando em seu modo fundamental, com nós em ambas as extremidades. O comprimento do segmento da corda que está livre para vibrar é 0,386 m. A aceleração transversal máxima de um ponto no meio de um segmento é $8{,}40 \times 10^3$ m/s^2 e a velocidade transversal máxima é 3,80 m/s. (a) Qual é a amplitude dessa onda estacionária? (b) Qual é a velocidade da onda para as ondas progressivas transversais na corda?

15.69 ••• Um fio de aço cilíndrico uniforme, de 55,0 cm de comprimento e 1,14 mm de diâmetro, é preso em ambas as extremidades. A que tensão ele deve ser ajustado para que, ao vibrar em seu primeiro sobretom, produza a nota D# com 311 Hz de frequência? Suponha que a deformação do fio seja desprezível. (*Dica*: use a Tabela 14.1.)

15.70 •• Uma corda cujas extremidades são fixas está vibrando no terceiro harmônico. As ondas possuem velocidade igual a 192 m/s e frequência igual a 240 Hz. A amplitude da onda estacionária em um ventre é igual a 0,400 cm. (a) Calcule a amplitude nos pontos da corda cujas distâncias a partir da extremidade esquerda da corda são (i) 40,0 cm, (ii) 20,0 cm e (iii) 10,0 cm. (b) Para cada um dos pontos mencionados no item (a), calcule quanto tempo a corda leva para ir de seu deslocamento máximo para cima até seu deslocamento máximo para baixo. (c) Ache a velocidade transversal máxima e a aceleração transversal máxima em cada um dos pontos mencionados no item (a).

15.71 ••• **PC** Uma pedra grande, pesando 164,0 N, é suspensa pela extremidade inferior de um fio fino com 3,00 m de extensão. A densidade da pedra é de 3.200 kg/m^3. A massa do fio é pequena o suficiente para que seu efeito sobre a tensão no fio possa ser desprezado. A extremidade superior do fio é mantida fixa. Quando a pedra está no ar, a frequência fundamental para as ondas estacionárias transversais no fio é de 42,0 Hz. Quando a pedra é totalmente submersa em um líquido, com seu topo logo abaixo da superfície, a frequência fundamental para o fio é de 28,0 Hz. Qual é a densidade do líquido?

15.72 • **Resistir à tensão.** Um fio ou corda se romperá se for submetido a muita tensão (Equação 11.8). Cordas mais grossas podem resistir a uma tensão maior sem se romper porque, quanto mais grossa a corda, maior é a área transversal e menor a tensão. Um tipo de aço possui densidade igual a 7.800 kg/m^3 e uma tensão de ruptura igual a $7{,}0 \times 10^8$ N/m^2. Você deseja fabricar uma corda de violão usando 4,0 g desse aço. A corda deve poder resistir a uma tensão de 900 N sem se romper. Sua tarefa é determinar: (a) o comprimento máximo e o raio mínimo que a corda pode ter; (b) a frequência fundamental mais alta possível das ondas estacionárias na corda, se toda a extensão da corda estiver livre para vibrar.

15.73 •• **Afinando um instrumento.** Um músico afina a corda C de seu instrumento para uma frequência fundamental igual a 65,4 Hz. O comprimento da seção da corda que vibra é igual a 0,600 m e a massa é igual a 14,4 g. (a) Qual é a tensão com a qual ela deve ser esticada? (b) Qual deve ser o aumento percentual da tensão para fazer a frequência aumentar de 65,4 Hz até 73,4 Hz, correspondendo a um aumento de altura da nota C para a nota D?

15.74 •• **DADOS** *Extensão de escala* é o comprimento da parte de uma corda de violão que pode vibrar livremente. Um valor padrão da extensão de escala é 25,5 polegadas. A frequência da onda estacionária fundamental em uma corda é determinada pela extensão de escala da corda, tensão e densidade linear. Na tabela a seguir mostramos a frequência padrão f de cada uma das cordas afinadas de um violão de seis cordas:

Corda	E2	A2	D3	G3	B3	E4
f **(Hz)**	82,4	110,0	146,8	196,0	246,9	329,6

Suponha que um valor típico da tensão de uma corda de violão seja 78,0 N (embora a tensão varie um pouco para diferentes cordas). (a) Calcule a densidade linear μ (em g/cm) para as cordas E2, G3 e E4. (b) Quando sua banda já está pronta para entrar no palco, sua corda G3 se parte. A única corda substituta que você tem é uma E2. Se as suas cordas possuem as densidades lineares calculadas no item (a), qual deverá ser a tensão na corda substituta para levar sua frequência fundamental ao valor da corda G3, ou seja, 196,0 Hz?

15.75 •• **DADOS** Em seu laboratório de física, um oscilador é preso à extremidade de uma corda horizontal. A outra extremidade da corda passa por uma polia sem atrito. Você suspende uma massa M pela extremidade livre da corda, produzindo a tensão Mg na corda. O oscilador produz ondas transversais de

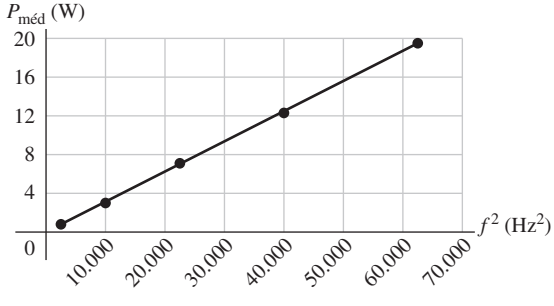
frequência f sobre a corda. Você não varia essa frequência durante o experimento, mas testa as cordas com três densidades lineares μ diferentes. Você também mantém uma distância fixa entre a extremidade da corda onde o oscilador está preso e o ponto onde ela está em contato com a borda da polia. Para produzir ondas estacionárias na corda, você varia M; então, você mede a distância d de um nó para outro para cada padrão de onda estacionária e obtém os seguintes dados:

Corda	A	A	B	B	C
μ (g/cm)	0,0260	0,0260	0,0374	0,0374	0,0482
M (g)	559	249	365	207	262
d (cm)	48,1	31,9	32,0	24,2	23,8

(a) Explique por que você obtém apenas certos valores de d. (b) Represente graficamente μd^2 (em kg · m) em função de M (em kg). Explique por que os dados desenhados dessa forma devem ficar próximos a uma linha reta. (c) Use a inclinação do melhor ajuste dos dados à linha reta para determinar a frequência f das ondas produzidas na corda pelo oscilador. Considere $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$. (d) Para a corda A ($\mu = 0{,}0260$ g/cm), que valor de M (em gramas) seria necessário para produzir uma onda estacionária com uma distância de 24,0 cm de um nó a outro? Use o valor de f calculado no item (c).

15.76 •• **DADOS** Você está medindo a dependência de frequência da potência média $P_{\text{méd}}$ transmitida pelas ondas que trafegam em um fio. Em seu experimento, você usa um fio com densidade linear de 3,5 g/m. Para uma onda transversal no fio com amplitude de 4,0 mm, você mede $P_{\text{méd}}$ (em watts) em função da frequência f da onda (em Hz). Você escolheu desenhar $P_{\text{méd}}$ em função de f^2 (**Figura P15.76**). (a) Explique por que os valores de $P_{\text{méd}}$ desenhados em função de f^2 deverão estar bem ajustados a uma linha reta. (b) Use a inclinação da linha reta ajustada aos dados, mostrada na Figura P15.76, para calcular a velocidade das ondas. (c) Que frequência angular ω resultaria em $P_{\text{méd}} = 10{,}0$ W?

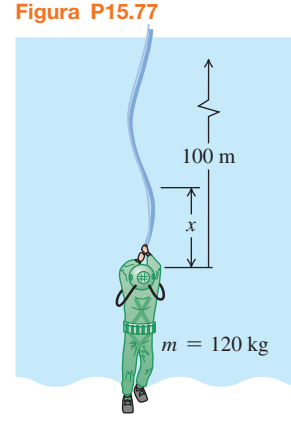
Figura P15.76



PROBLEMA DESAFIADOR

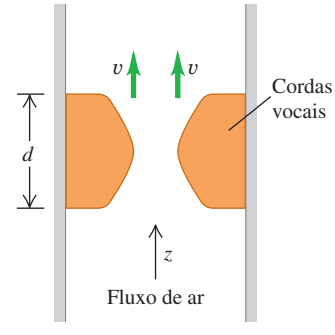
15.77 ••• **PC CALC** Um escafandrista está suspenso 100 m abaixo da superfície do Lago Ness por um cabo preso a um barco na superfície (**Figura P15.77**). O mergulhador e seus equipamentos possuem massa total de 120 kg e ocupam um volume igual a 0,0800 m^3. O cabo possui diâmetro igual a 2,00 cm e densidade linear $\mu = 1{,}10$ kg/m. O mergulhador imagina que viu algo se movendo nas profundezas escuras do lago e sacode a extremidade do cabo, produzindo ondas transversais que sobem através dele para sinalizar a seus companheiros que estão no barco. (a) Qual é a tensão no cabo em sua extremidade inferior presa ao mergulhador? Não se esqueça de incluir a força de empuxo que a água (densidade igual a 1.000 kg/m^3) exerce sobre ele. (b) Calcule a tensão no cabo a uma distância x acima do mergulhador. Em seu cálculo, inclua a força de empuxo que a água exerce sobre o cabo. (c) A velocidade das ondas transversais no cabo é dada por $v = \sqrt{F/\mu}$, Equação 15.14. Portanto, a velocidade varia ao longo do cabo, visto que a tensão não é constante. (Esta relação despreza a força de amortecimento que a água exerce sobre o cabo que se move.) Integre para achar o tempo que o primeiro sinal leva para atingir a superfície.

Figura P15.77



Problemas com contexto

BIO Ondas nas cordas vocais. Na laringe, o som é produzido pela vibração das *cordas vocais* (também chamadas de "pregas vocais"). A figura que acompanha este problema é um corte transversal do trato vocal em um dado instante no tempo. O ar flui para cima (no sentido positivo de z) através do trato vocal, fazendo com que uma onda transversal se propague verticalmente para cima, ao longo da superfície das cordas vocais. Em um adulto típico do sexo masculino, a espessura das cordas vocais na direção do fluxo de ar é $d = 2{,}0$ mm. A fotografia de alta velocidade mostra que, para uma frequência de vibração de $f = 125$ Hz, a onda ao longo da superfície dos tratos vocais sobe a uma velocidade $v = 375$ cm/s. Use t para o tempo, z para o deslocamento no sentido positivo do eixo z e λ para o comprimento de onda.

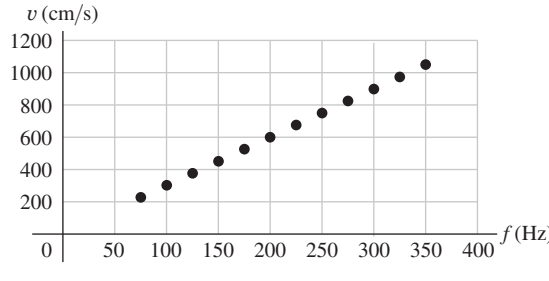


15.78 Qual é o comprimento da onda que atravessa a superfície das cordas vocais quando elas estão vibrando na frequência f? (a) 2,0 mm; (b) 3,3 mm; (c) 0,50 cm; (d) 3,0 cm.

15.79 Qual destas é uma descrição matemática possível para a onda no Problema 15.78? (a) $A\ \text{sen}[2\pi f(t + z/v)]$; (b) $A\ \text{sen}[2\pi f(t - z/v)]$; (c) $A\ \text{sen}[2\pi ft)\cos(2\pi z/\lambda)$; (d) $A\ \text{sen}(2\pi ft)\ \text{sen}(2\pi z/\lambda)$.

15.80 A velocidade de onda é medida para diferentes frequências de vibração. Um gráfico da velocidade de onda em função da frequência (**Figura P15.80**) indica que, quando a frequência aumenta, o comprimento de onda (a) aumenta; (b) diminui; (c) não muda; (d) torna-se indefinido.

Figura P15.80



RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

(iii) A potência de uma onda mecânica depende de sua amplitude e frequência (veja a Equação 15.25).

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

15.1 Resposta: **(i)**. A "ola" se desloca horizontalmente de um espectador ao seguinte ao longo de cada fileira do estádio, mas o deslocamento de cada espectador é verticalmente para cima. Como o deslocamento é perpendicular à direção em que a onda se propaga, ela é transversal.

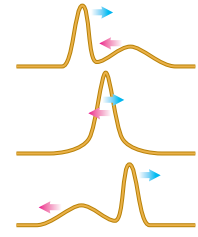
15.2 Resposta: **(iv)**. A velocidade de uma onda em uma corda, v, não depende do comprimento de onda. Podemos reescrever a relação $v = \lambda f$ como $f = v/\lambda$, o que nos mostra que, como v não varia, se o comprimento de onda dobrar, a frequência se reduzirá à metade.

15.3 Respostas: **(a)** $\frac{2}{8}T$, **(b)** $\frac{4}{8}T$, **(c)** $\frac{5}{8}T$. Como a onda é senoidal, cada ponto na corda oscila em MHS. Assim, podemos aplicar todas as ideias do Capítulo 13 sobre MHS à onda mostrada na Figura 15.8. (a) Uma partícula em MHS tem velocidade máxima quando está passando pela posição de equilíbrio ($y = 0$ na Figura 15.8). A partícula no ponto A está passando por essa posição em movimento ascendente em $t = \frac{2}{8}T$. (b) Em MHS vertical, a maior aceleração *para cima* ocorre quando uma partícula está em seu deslocamento máximo *para baixo*. Isso acontece para a partícula no ponto B em $t = \frac{4}{8}T$. (c) Uma partícula em MHS vertical tem uma aceleração *para baixo* quando seu deslocamento é *para cima* (ascendente). A partícula em C tem um deslocamento ascendente (para cima) e está se movendo para baixo em $t = \frac{5}{8}T$.

15.4 Resposta: **(ii)**. A relação $v = \sqrt{F/\mu}$ (Equação 15.14) diz que a velocidade da onda é maior na corda que possuir a menor densidade linear. Essa é a corda mais fina, com a menor quantidade de massa m e, portanto, a menor densidade linear $\mu = m/L$ (todas as cordas possuem o mesmo comprimento).

15.5 Resposta: **(iii)**, **(iv)**, **(ii)**, **(i)**. A Equação 15.25 diz que a potência média em uma onda senoidal é $P_{\text{méd}} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2$. Todas as quatro cordas são idênticas, então todas possuem a mesma massa, o mesmo comprimento e a mesma densidade linear μ. A frequência f é a mesma para todas as ondas, assim como a frequência angular $\omega = 2\pi f$. Assim, a potência média da onda em cada corda é proporcional à raiz quadrada da tensão da corda F e ao quadrado da amplitude A. Comparada à corda (i), a potência média em cada corda é (ii) $\sqrt{4} = 2$ vezes maior; (iii) $4^2 = 16$ vezes maior; e (iv) $\sqrt{2}(2)^2 = 4\sqrt{2}$ vezes maior.

15.6 Resposta:



15.7 Respostas: sim, sim. Dobrar a frequência faz com que o comprimento de onda passe a ser a metade. Assim, o espaçamento entre os nós (igual a $\lambda/2$) também é a metade. Há nós em todas as posições anteriores, mas também há um novo nó entre cada par de nós antigos.

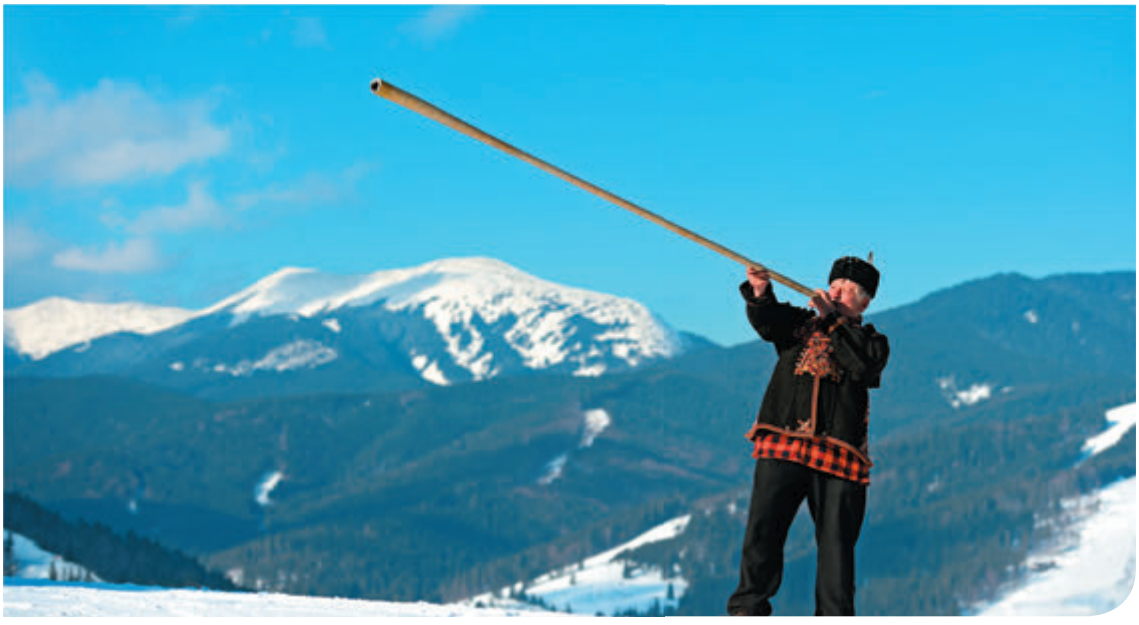
15.8 Respostas: ***n* = 1, 3, 5...** Quando se prende o centro da corda com o dedo, está se forçando a criação de um nó no centro. Assim, apenas ondas estacionárias com um nó em $x = L/2$ podem ser criadas. Veja na Figura 15.26 que os modos normais $n = 1$, 3, 5... não podem estar presentes.

Problema em destaque

(a) $F(r) = \dfrac{m\omega^2}{2L}(L^2 - r^2)$

(b) $v(r) = \omega\sqrt{\dfrac{L^2 - r^2}{2}}$

(c) $\dfrac{\pi}{\omega\sqrt{2}}$



? O som de uma trombeta desloca-se mais lentamente em um dia frio de inverno no alto das montanhas que em um dia quente de verão no nível do mar. Isso ocorre porque, em altas elevações no inverno, o ar possui menor (i) pressão; (ii) densidade; (iii) umidade; (iv) temperatura; (v) massa por mol.

16 SOM E AUDIÇÃO

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **16.1** Como descrever uma onda sonora em termos dos deslocamentos de partículas ou das flutuações de pressão.
- **16.2** Como calcular a velocidade de ondas sonoras em diferentes materiais.
- **16.3** Como calcular a intensidade de uma onda sonora.
- **16.4** O que determina as frequências sonoras particulares produzidas por um órgão ou uma flauta.
- **16.5** Como ocorre a ressonância em instrumentos musicais.
- **16.6** O que acontece quando ondas sonoras de fontes diferentes se sobrepõem.
- **16.7** Como descrever o que acontece quando duas ondas sonoras de frequências levemente diferentes se combinam.
- **16.8** Por que a altura de uma sirene muda enquanto ela passa por você.
- **16.9** Por que um avião voando mais rápido que o som produz uma onda de choque.

Revendo conceitos de:

- **6.4** Potência.
- **8.1** O teorema do impulso-momento.
- **11.4** Módulo de compressão e módulo de Young.
- **12.2** Pressão manométrica e pressão absoluta.
- **14.8** Oscilações forçadas e ressonância.
- **15.1-15.8** Ondas mecânicas.

De todas as ondas mecânicas da natureza, as mais importantes em nosso cotidiano são as ondas longitudinais que se propagam em um meio, em geral o ar, e que são chamadas de ondas *sonoras*. Isso porque o ouvido humano possui uma sensibilidade impressionante, sendo capaz de detectar ondas sonoras mesmo de intensidade muito baixa. A capacidade de ouvir sons de animais predadores, que não são visíveis durante a noite, foi essencial para a sobrevivência de nossos ancestrais, então não é exagero afirmar que existimos graças ao nosso sentido da audição altamente desenvolvido.

No Capítulo 15, discutimos as ondas mecânicas principalmente em termos de deslocamentos; muitas vezes, contudo, é mais apropriado descrever ondas sonoras em termos de flutuações de *pressão*, porque o ouvido é muito sensível a elas. Estudaremos as relações entre as flutuações de deslocamento, de pressão e intensidade, bem como o vínculo entre essas grandezas e a percepção do som pelo ouvido humano.

Quando uma fonte sonora ou um ouvinte se move pelo ar, o ouvinte detecta um som com uma frequência diferente do som emitido pela fonte. Esse fenômeno é o efeito Doppler, que possui importantes aplicações na medicina e na tecnologia.

16.1 ONDAS SONORAS

A definição mais geral de **som** é uma onda longitudinal que se propaga em um meio. Nossa principal preocupação neste capítulo é com a propagação do som no ar; porém, o som pode se propagar nos meios gasoso, líquido ou sólido. Você já deve ter notado claramente a propagação do som

em sólidos se o alto-falante do aparelho de som do seu vizinho estiver instalado próximo à sua parede.

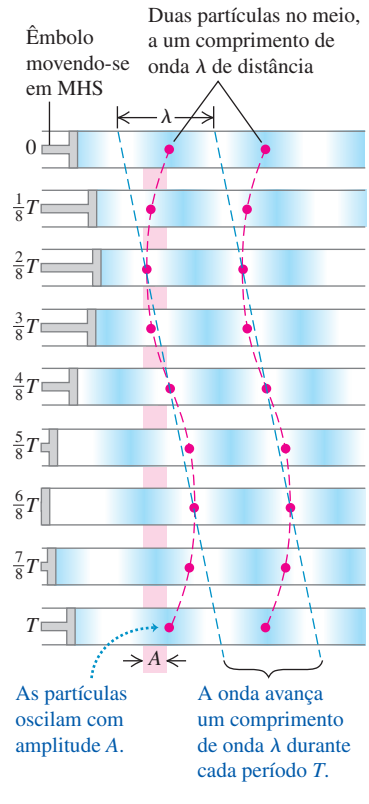
As ondas sonoras mais simples são ondas senoidais, que possuem valores definidos para a amplitude, a frequência e o comprimento de onda. O ouvido humano é sensível aos sons com frequências compreendidas entre 20 e 20.000 Hz, que delimitam o **intervalo audível**, mas também usamos a palavra *som* no caso de frequências maiores (**ultrassom**) ou menores (**infrassom**) que os limites do intervalo audível.

As ondas sonoras geralmente se propagam em todas as direções a partir da fonte, com amplitudes que dependem da direção e da distância entre o ouvinte e a fonte. Voltaremos a discutir essa questão na próxima seção. Por enquanto, nos concentraremos no caso ideal de uma onda sonora que se propaga apenas no sentido positivo do eixo x. Conforme discutimos na Seção 15.3, essa onda é descrita por uma função de onda $y(x, t)$, que fornece o deslocamento instantâneo y de uma partícula em um meio para uma posição x no instante t. Caso a onda seja senoidal, podemos representá-la usando a Equação 15.7:

$$y(x, t) = A\cos(kx - \omega t) \quad \text{(onda sonora propagando-se no sentido } +x\text{)} \qquad (16.1)$$

Lembre-se de que, em uma onda longitudinal, os deslocamentos são *paralelos* à direção da propagação da onda, de modo que as distâncias x e y são paralelas e não ortogonais, como no caso da propagação de uma onda transversal. A amplitude A é o deslocamento máximo da partícula a partir da posição de equilíbrio (**Figura 16.1**). Portanto, A também é chamada de **amplitude de deslocamento**.

Figura 16.1 Uma onda senoidal longitudinal deslocando-se para a direita em um fluido. (Compare com a Figura 15.7.)



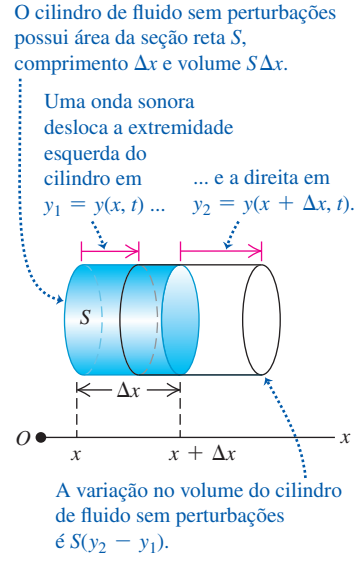
Ondas sonoras como flutuações de pressão

Ondas sonoras também podem ser descritas em termos de variações de *pressão* em vários pontos. Em uma onda sonora senoidal no ar, a pressão flutua acima e abaixo da pressão atmosférica P_a em uma variação senoidal com a mesma frequência que os movimentos das partículas do ar. O ouvido humano funciona captando essas variações de pressão. Uma onda sonora entrando no canal auditivo exerce uma pressão flutuante sobre um lado do tímpano; o ar do outro lado, expelido pela tuba auditiva, está na pressão atmosférica. A diferença de pressão dos dois lados do tímpano põe o ar em movimento. Microfones e aparelhos similares, em geral, também captam diferenças de pressão, não deslocamentos.

Seja $P(x, t)$ a flutuação instantânea da pressão em uma onda sonora para cada ponto x e instante t. Ou seja, $P(x, t)$ fornece a *diferença* entre a pressão da onda e a pressão atmosférica normal P_a. Imagine que $P(x, t)$ seja a *pressão manométrica* definida na Seção 12.2; ela pode ser positiva ou negativa. A *pressão absoluta* em cada ponto, portanto, é igual a $P_a + P(x, t)$.

Para ver a ligação entre a flutuação de pressão $P(x, t)$ e o deslocamento $y(x, t)$ de uma onda sonora se propagando ao longo do eixo x no sentido positivo, considere um cilindro imaginário de um meio ondulatório (gasoso, líquido ou sólido) com seção reta de área S e eixo ao longo da direção de propagação (**Figura 16.2**). Quando não existe nenhuma onda sonora, o comprimento do cilindro é Δx e o volume é $V = S\Delta x$, como indicado pelo volume sombreado na Figura 16.2. Quando uma onda está presente, no instante t a extremidade que estava inicialmente no ponto x é deslocada para $y_1 = y(x, t)$, e a extremidade que estava inicialmente no ponto $x + \Delta x$ é deslocada para $y_2 = y(x + \Delta x, t)$; isso pode ser mostrado pelas setas vermelhas. Quando $y_2 > y_1$, como no caso indicado na Figura 16.2, o volume do cilindro aumenta, produzindo-se uma diminuição de pressão. Quando $y_2 < y_1$, o volume diminui e a pressão aumenta. Quando $y_2 = y_1$, o cilindro é simplesmente deslocado para a esquerda ou para a direita; não existe variação de volume nem flutuação de pressão. A flutuação de pressão depende da *diferença* entre os deslocamentos de pontos vizinhos do meio.

Figura 16.2 À medida que uma onda sonora se propaga ao longo do eixo x, as extremidades esquerda e direita sofrem diferentes deslocamentos y_1 e y_2.



Quantitativamente, a variação de volume ΔV do cilindro é

$$\Delta V = S(y_2 - y_1) = S[y\,(x + \Delta x, t) - y\,(x, t)]$$

No limite $\Delta x \to 0$, a variação relativa de volume de dV/V (variação do volume dividida pelo volume original) é

$$\frac{dV}{V} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{S\,[y(x + \Delta x, t) - y\,(x, t)]}{S\,\Delta x} = \frac{\partial y\,(x, t)}{\partial x} \tag{16.2}$$

A variação relativa do volume relaciona-se à flutuação de pressão por meio do módulo de compressão B, definido pela Equação 11.13 como $B = -P(x, t)/(dV/V)$ (ver Seção 11.4). Explicitando $P(x, t)$, obtemos

$$P\,(x, t) = -B\frac{\partial y\,(x, t)}{\partial x} \tag{16.3}$$

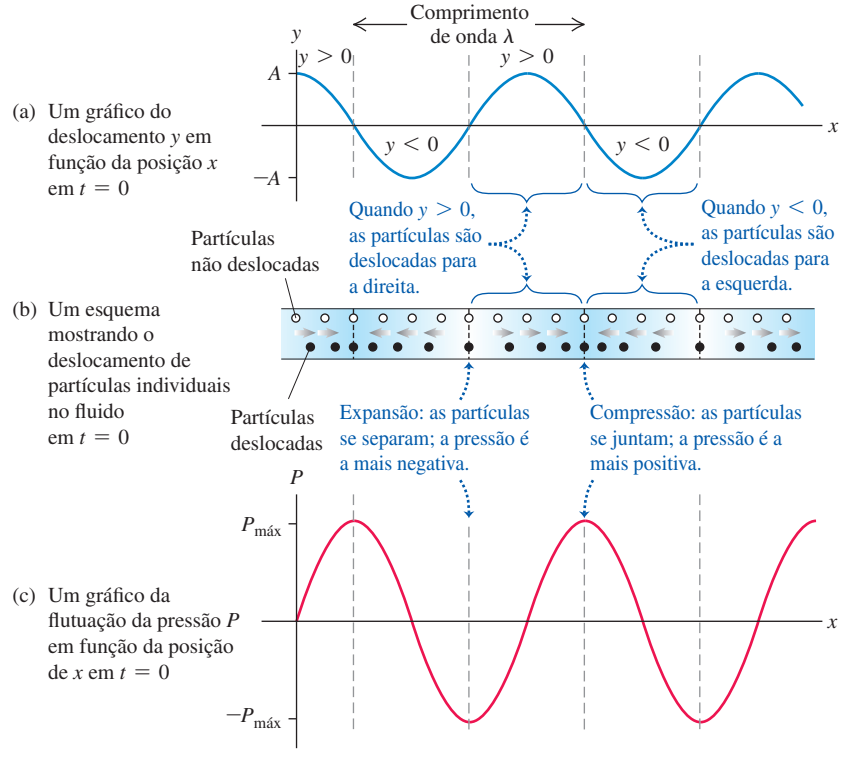
O sinal negativo surge porque, quando $\partial y(x, t)/\partial x$ é positivo, o deslocamento no ponto $x + \Delta x$ é maior que no ponto x, correspondendo a um aumento de volume e a uma diminuição da pressão, e uma flutuação negativa da pressão.

Quando calculamos $\partial y(x, t)/\partial x$ para a onda senoidal da Equação 16.1, encontramos

$$P(x, t) = BkA \text{ sen } (kx - \omega t) \tag{16.4}$$

A **Figura 16.3** mostra $y(x, t)$ e $P(x, t)$ para uma onda senoidal quando $t = 0$. Mostra também o quanto as partículas individuais da onda estão deslocadas nesse momento. Embora $y(x, t)$ e $P(x, t)$ descrevam a mesma onda, essas funções têm uma diferença de fase de um quarto de ciclo; em um dado instante, o deslocamento é máximo quando a flutuação de pressão é igual a zero e vice-versa. Em especial, note que as compressões (pontos de maior pressão e densidade) e expansões (pontos de menor pressão e densidade) são pontos de deslocamento *zero*.

Figura 16.3 Três formas de descrever uma onda sonora.



ATENÇÃO Gráfico de uma onda sonora Lembre-se de que os gráficos na Figura 16.3 mostram a onda em apenas *um* instante no tempo. Como a onda está se propagando no sentido positivo do eixo x, à medida que o tempo passa, as configurações de onda nas funções $y(x, t)$ e $P(x, t)$ movem-se para a direita na velocidade da onda $v = \omega/k$. As partículas, ao contrário, apenas oscilam para a frente e para trás em MHS, como se pode ver na Figura 16.1.

A Equação 16.4 mostra que a grandeza BkA representa a flutuação máxima de pressão. Essa grandeza é chamada de **amplitude da pressão**, sendo designada por $P_{máx}$:

Amplitude de pressão, onda sonora senoidal $P_{máx} = BkA$ (16.5)

B: Módulo de compressão do meio

$k = 2\pi/\lambda$: Número de onda

A: Amplitude de deslocamento

Para uma dada amplitude, ondas com comprimentos de onda λ curtos (valores elevados do número de onda $k = 2\pi/\lambda$) apresentam variações de pressão maiores, porque os máximos e mínimos são comprimidos e se aproximam mais entre si. Um meio que possui um valor elevado do módulo de compressão B é menos compressível e, portanto, uma pressão mais elevada é necessária para produzir uma dada variação de volume (ou seja, uma dada amplitude de deslocamento).

EXEMPLO 16.1 AMPLITUDE DE UMA ONDA SONORA

Em uma onda sonora senoidal com intensidade moderada, a variação máxima da pressão é da ordem de $3{,}0 \times 10^{-2}$ Pa acima e abaixo da pressão atmosférica. Calcule o deslocamento máximo correspondente em uma frequência de 1.000 Hz. Nas condições normais de pressão atmosférica e densidade, a velocidade do som é 344 m/s, e o módulo de compressão é $1{,}42 \times 10^5$ Pa.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema envolve a relação entre duas formas diferentes de descrever uma onda sonora: em termos de deslocamento e em termos de pressão. A variável procurada é a amplitude A do deslocamento. São dados a amplitude da pressão $P_{máx}$, a velocidade da onda v, a frequência f e o módulo de compressão B. A variável que queremos achar, A, está relacionada a $P_{máx}$ pela Equação 16.5. Usamos também a relação $\omega = vk$ (Equação 15.6) para encontrar o número de onda k a partir de v e da frequência angular $\omega = 2\pi f$.

EXECUTAR: pela Equação 15.6,

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{(2\pi \text{ rad})\ (1.000 \text{ Hz})}{344 \text{ m/s}} = 18{,}3 \text{ rad/m}$$

Logo, pela Equação 16.5, o deslocamento máximo é

$$A = \frac{P_{máx}}{Bk} = \frac{3{,}0 \times 10^{-2} \text{ Pa}}{(1{,}42 \times 10^5 \text{ Pa})\ (18{,}3 \text{ rad/m})} = 1{,}2 \times 10^{-8} \text{ m}$$

AVALIAR: essa amplitude de deslocamento é apenas cerca de $\frac{1}{100}$ do tamanho de uma célula humana. Lembre-se de que o ouvido, na verdade, é sensível a flutuações de pressão; ele detecta esses deslocamentos minúsculos apenas indiretamente.

EXEMPLO 16.2 AMPLITUDE DE UMA ONDA SONORA NO OUVIDO INTERNO

Quando uma onda sonora entra no ouvido humano, ela produz vibrações do tímpano que, por sua vez, produzem oscilações nos minúsculos ossos do ouvido médio, chamados de *ossículos*, uma cadeia de três pequenos ossos no ouvido médio (**Figura 16.4**). Essas oscilações são finalmente transmitidas ao ouvido interno (cheio de líquido, principalmente); o movimento desse fluido perturba as células capilares no ouvido interno, as quais transmitem impulsos ao nervo que se liga ao cérebro, transportando a informação de que existe um som. A parte móvel do tímpano possui uma área aproximadamente igual a 43 mm^2, e a área do estribo (o menor ossículo), onde ele se liga ao ouvido interno, é aproximadamente igual a 3,2 mm^2. Para o som mencionado no Exemplo 16.1, determine (a) a amplitude da pressão e (b) a amplitude do deslocamento da onda no fluido que enche o ouvido interno, em que a velocidade do som é cerca de 1.500 m/s.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: embora a onda sonora esteja agora se deslocando em um líquido, e não no ar, os mesmos princípios e relações entre as propriedades são aplicáveis. Podemos desprezar a massa dos ossículos (cerca de 58 mg $= 5{,}8 \times 10^{-5}$ kg), de modo que a força exercida pelos ossículos sobre o fluido no ouvido interno é a mesma exercida sobre o tímpano e os ossículos pelas ondas sonoras incidentes. (Usamos essa mesma ideia nos capítulos 4 e 5, quando dissemos que a tensão é a mesma em

(*Continua*)

(*Continuação*)

ambas as extremidades de uma corda sem massa.) Portanto, a amplitude da pressão $P_{\text{máx (ouvido interno)}}$ é maior que no ar externo, $P_{\text{máx (ar)}}$, em razão de a mesma força ser exercida sobre uma área menor (a área do estribo em relação à área do tímpano). Dada a amplitude da pressão no ouvido interno, $P_{\text{máx (ouvido interno)}}$, encontramos a amplitude do deslocamento $A_{\text{ouvido interno}}$ usando a Equação 16.5.

EXECUTAR: (a) usando a área do tímpano e a amplitude da pressão encontradas no Exemplo 16.1, a força máxima exercida pela onda sonora no ar sobre o tímpano é $F_{\text{máx}} = P_{\text{máx(ar)}} S_{\text{tímpano}}$. Logo, a amplitude da pressão no fluido do ouvido interno é

$$P_{\text{máx (ouvido interno)}} = \frac{F_{\text{máx}}}{S_{\text{estribo}}} = P_{\text{máx (ar)}} \frac{S_{\text{tímpano}}}{S_{\text{estribo}}}$$

$$= (3{,}0 \times 10^{-2}\ \text{Pa}) \frac{43\ \text{mm}^2}{3{,}2\ \text{mm}^2} = 0{,}40\ \text{Pa}$$

(b) Para calcular o deslocamento máximo $A_{\text{ouvido interno}}$, usamos novamente a relação $A = P_{\text{máx}}/Bk$, como no Exemplo 16.1. O fluido no ouvido interno é constituído principalmente de água, que possui um módulo de compressão B muito maior que o ar. Conforme a Tabela 11.2, a compressibilidade da água (infelizmente também simbolizada pela letra k) é igual a $45{,}8 \times 10^{-11}\ \text{Pa}^{-1}$; logo, $B_{\text{fluido}} = 1/(45{,}8 \times 10^{-11}\ \text{Pa}^{-1}) = 2{,}18 \times 10^{9}\ \text{Pa}$.

A onda no ouvido interno possui a mesma frequência angular ω que a onda no ar, porque o ar, o tímpano, os ossículos e o fluido do ouvido interno oscilam juntos (veja o Exemplo 15.8 na Seção 15.8). Porém, como a velocidade da onda sonora v na água é maior que no ar (1.500 m/s contra 344 m/s), o número de onda $k = \omega/v$ é menor. Usando o valor de ω pelo Exemplo 16.1,

$$k_{\text{ouvido interno}} = \frac{\omega}{v_{\text{ouvido interno}}} = \frac{(2\pi\ \text{rad})\,(1.000\ \text{Hz})}{1.500\ \text{m/s}} = 4{,}2\ \text{rad/m}$$

Juntando tudo, o deslocamento máximo do fluido no ouvido interno é

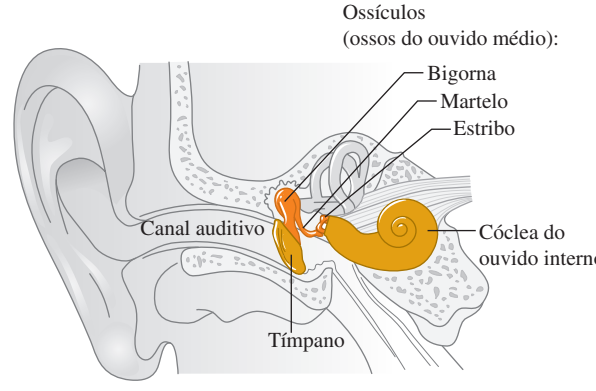
$$A_{\text{ouvido interno}} = \frac{P_{\text{máx (ouvido interno)}}}{B_{\text{fluido}}\, k_{\text{ouvido interno}}} = \frac{0{,}40\ \text{Pa}}{(2{,}18 \times 10^{9}\ \text{Pa})\,(4{,}2\ \text{rad/m})}$$

$$= \frac{0{,}40\ \text{Pa}}{(2{,}18 \times 10^{9}\ \text{Pa})\,(4{,}2\ \text{rad/m})}$$

$$= 4{,}4 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

AVALIAR: o resultado do item (a) mostra que o efeito dos ossículos é aumentar a amplitude da pressão no ouvido interno em um fator igual a $(43\ \text{mm}^2)/(3{,}2\ \text{mm}^2) = 13$. Esse fator de amplificação contribui para a grande sensibilidade do ouvido humano. Essa amplitude do deslocamento no ouvido interno é ainda menor que a obtida para o deslocamento no ar. Porém, o que realmente importa no ouvido interno é a amplitude da *pressão*, visto que são as variações de pressão no fluido que produzem as forças que impulsionam as células capilares.

Figura 16.4 Anatomia do ouvido humano. O ouvido médio possui tamanho aproximadamente igual ao de uma bola de gude pequena. Os ossículos (martelo, bigorna e estribo) são os menores ossos existentes no corpo humano.



Percepções das ondas sonoras

As características físicas de uma onda sonora estão diretamente relacionadas à percepção desse som por um ouvinte. Para uma dada frequência, quanto maior for a amplitude da pressão de uma onda sonora senoidal, mais elevada será a **intensidade sonora** percebida. A relação entre a amplitude da pressão e a intensidade sonora não é muito simples e varia de uma pessoa a outra. Um fator importante é que o ouvido não possui a mesma sensibilidade para todas as frequências do intervalo audível. Um som com uma dada frequência pode parecer mais forte que outro com amplitude igual, mas frequência diferente. Para uma frequência de 1.000 Hz, a amplitude mínima da pressão que pode ser detectada por um ouvido normal é igual a aproximadamente 3×10^{-5} Pa; para produzir a mesma intensidade sonora a 200 Hz ou a 15.000 Hz, o valor é cerca de 3×10^{-4} Pa. A percepção da intensidade também depende da saúde do ouvido. A idade normalmente causa perda de sensibilidade em frequências mais altas.

A frequência de uma onda sonora é o fator principal que determina a **altura** de um som, a qualidade que nos permite distinguir um som "agudo" de um "grave". Quanto maior for a frequência do som (dentro do intervalo audível), mais aguda será a altura do som que um ouvinte perceberá. A amplitude da pressão também desempenha um papel na determinação da altura do som. Quando um ouvinte compara duas ondas sonoras de mesma frequência, mas com valores diferentes

de amplitude de pressão, o som de maior amplitude de pressão é percebido como mais forte, porém com uma altura menor, parecendo mais grave.

Sons musicais têm funções de onda mais complicadas que uma simples função senoidal. A flutuação de pressão de uma onda sonora produzida por uma clarineta é mostrada na **Figura 16.5a**. O padrão é tão complexo porque a coluna de ar em um instrumento de sopro como a clarineta vibra não apenas na frequência fundamental, mas também em muitos outros harmônicos ao mesmo tempo. (Na Seção 15.8, descrevemos esse mesmo comportamento em uma corda dedilhada, tocada com um arco ou percutida. Examinaremos a física dos instrumentos de sopro na Seção 16.4.) A onda sonora produzida no ar que circunda o instrumento conterá a mesma quantidade de cada harmônico, ou seja, a mesma *composição harmônica*. A Figura 16.5b mostra a composição harmônica do som de uma clarineta. O processo matemático de traduzir um gráfico da pressão em função do tempo, como o da Figura 16.5a, em um gráfico de composição harmônica, como o da Figura 16.5b, é chamado de *análise de Fourier*.

Dois tons produzidos por instrumentos diferentes podem ter a mesma frequência fundamental (e, portanto, a mesma altura), porém são percebidos de maneiras diferentes em virtude da presença de quantidades diferentes dos diversos harmônicos. Essa diferença no som é chamada **timbre**, e geralmente é descrita de modo subjetivo mediante o uso de expressões como um som "redondo", "estridente", "metálico" ou "melodioso". Um som rico em harmônicos, como o da clarineta, representado nas figuras 16.5a e 16.5b, geralmente soa como "fino" e "agudo", enquanto um tom contendo basicamente o harmônico fundamental, como o produzido por uma flauta doce, representado nas figuras 16.5c e 16.5d, é mais "melodioso" e "redondo". O mesmo princípio se aplica à voz humana, que é outro exemplo de instrumento de sopro: as vogais "a" e "e" soam de modo diferente pelas diferenças em sua composição harmônica.

Outro fator importante para a determinação do timbre é o comportamento no princípio (*ataque*) e no final (*decaimento*) de um tom. O som de um piano começa com uma pancada e a seguir se extingue gradualmente. O som de um cravo, além de possuir uma composição harmônica diferente, começa muito mais rapidamente com um clique, e os harmônicos mais elevados começam antes dos mais baixos. Quando a tecla é solta, o som se extingue muito mais rapidamente que o som do piano. Efeitos semelhantes podem ser observados em outros instrumentos musicais.

Diferentemente dos sons feitos por instrumentos musicais, o **ruído** é uma combinação de *todas* as frequências, não apenas as harmônicas, ou seja, frequências múltiplas de uma frequência fundamental. (Um caso extremo é o "ruído branco", que contém quantidades iguais de todas as frequências ao longo do intervalo audível.) Exemplos de ruídos são o som do vento e o som sibilante produzido quando você pronuncia a consoante "s".

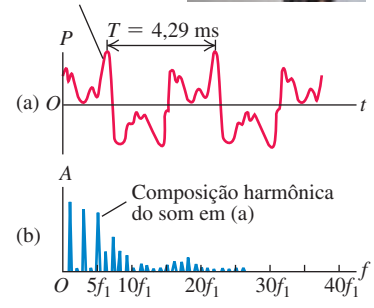
TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.1 Você utiliza um gerador de sinal eletrônico para produzir uma onda sonora senoidal no ar. A seguir, você aumenta a frequência da onda de 100 Hz para 400 Hz, enquanto mantém a amplitude de pressão constante. Que efeito isso exerce sobre a amplitude de deslocamento da onda sonora? (i) Torna-se quatro vezes maior; (ii) torna-se duas vezes maior; (iii) não varia; (iv) reduz-se à metade; (v) reduz-se a um quarto. I

16.2 VELOCIDADE DAS ONDAS SONORAS

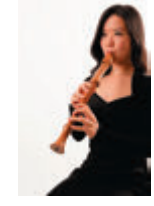
Vimos, na Seção 15.4, que a velocidade de uma onda transversal em uma corda depende da tensão F e da densidade linear μ: $v = \sqrt{F/\mu}$. Qual, poderíamos perguntar, é a expressão correspondente para a velocidade das ondas sonoras em um gás ou um líquido? De que propriedades do meio a velocidade depende?

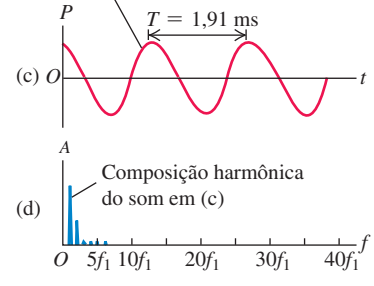
Figura 16.5 Diferentes representações do som de (a), (b) uma clarineta e (c), (d) uma flauta doce. (Gráficos adaptados a partir de R. E. Berg e D. G. Stork, *The Physics of Sound,* Prentice-Hall, 1982.)

Flutuação da pressão em função do tempo em uma clarineta com frequência fundamental $f_1 = 233$ Hz



Flutuação da pressão em função do tempo para uma flauta doce com frequência fundamental $f_1 = 523$ Hz





BIO Aplicação Perda de audição decorrente de som amplificado
Pela exposição à música altamente amplificada, muitos músicos populares jovens sofrem dano permanente no ouvido e apresentam audição típica de pessoas com mais de 65 anos de idade. Os fones de ouvido de aparelhos de som usados em volume muito alto também constituem uma ameaça para a audição. Tome cuidado!

Podemos levantar uma hipótese a respeito dessas questões lembrando-nos de uma afirmação feita na Seção 15.4: nas ondas mecânicas, em geral, a expressão da velocidade da onda tem a forma

$$v = \sqrt{\frac{\text{Força de restauração que atua durante o retorno ao equilíbrio}}{\text{Força resistiva inercial durante o retorno ao equilíbrio}}}$$

Uma onda sonora no interior de um fluido provoca compressões e expansões nesse fluido; logo, o termo da força restauradora na expressão anteriormente mostrada precisa ser relacionado com a facilidade ou a dificuldade de comprimir o fluido. É precisamente isso o que o módulo de compressão B do meio nos diz. Conforme a segunda lei de Newton, a inércia é relacionada à massa. A quantidade de massa de um fluido comprimido é descrita por sua densidade, ou massa por unidade de volume, ρ. Logo, esperamos que a velocidade das ondas sonoras seja da forma $v = \sqrt{B/\rho}$.

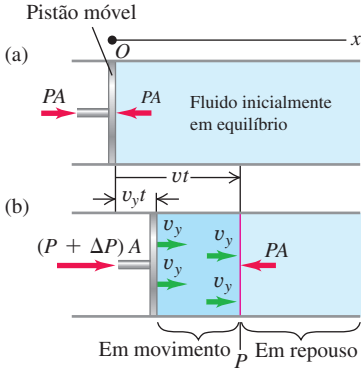
Figura 16.6 Quando um instrumento de sopro como esta trompa francesa é tocado, ondas sonoras se propagam no ar dentro dos tubos do instrumento. As propriedades do som que emerge do grande bocal dependem da velocidade dessas ondas.

Para verificar nossa hipótese, deduziremos a velocidade das ondas sonoras em um fluido dentro de um tubo. Essa é uma situação de importância, já que todos os instrumentos musicais de sopro são fundamentalmente tubos nos quais uma onda longitudinal (som) se propaga em um fluido (ar) (**Figura 16.6**). A voz humana é produzida com base no mesmo princípio; as ondas sonoras se propagam no trato vocal humano, que é basicamente um tubo cheio de ar ligado aos pulmões em uma das extremidades (a laringe), enquanto a outra extremidade (a boca) está em contato com o ar exterior. Nessa dedução, seguiremos as etapas usadas na dedução na Seção 15.4 para achar a velocidade das ondas transversais.

Velocidade do som em um fluido

A **Figura 16.7** mostra um fluido com densidade ρ em um tubo com uma seção reta de área A. No estado de equilíbrio (Figura 16.7a), o fluido está submetido a uma pressão uniforme P. Tomamos o eixo x ao longo do comprimento do tubo. Essa é, também, a direção em que fazemos uma onda longitudinal se propagar, de modo que o deslocamento y também é medido ao longo do tubo, como na Seção 16.1 (ver Figura 16.2).

Figura 16.7 Uma onda sonora propagando-se em um fluido confinado em um tubo. (a) Fluido em equilíbrio. (b) Um tempo t depois que o pistão começa a se mover para a direita à velocidade v_y, o fluido entre o pistão e o ponto P está em movimento. A velocidade das ondas sonoras é v.



No instante $t = 0$, começamos a deslocar o pistão da extremidade esquerda com velocidade constante v_y da esquerda para a direita. Isso provoca um movimento ondulatório que se propaga da esquerda para a direita ao longo do comprimento do tubo, no qual seções sucessivas de fluido começam a se mover e se comprimem em instantes sucessivos.

A Figura 16.7b mostra o fluido em um instante t. Todas as partes do fluido à esquerda do ponto P se movem com velocidade v_y da esquerda para a direita, e todas as partes do fluido à direita do ponto P ainda estão em repouso. A fronteira entre a parte em repouso e a parte móvel do fluido se desloca da esquerda para a direita com velocidade igual à de propagação da onda v. Até o instante t, o pistão se moveu uma distância $v_y t$, e a fronteira avançou uma distância vt. Analogamente ao caso de uma onda transversal em uma corda, podemos obter a velocidade de propagação da onda usando o teorema do impulso-momento linear.

A quantidade de fluido que entra em movimento no instante t é a quantidade que inicialmente ocupava uma seção do cilindro de comprimento vt, com área da seção reta A e volume vtA. A massa dessa quantidade de fluido é ρvtA, e seu momento linear longitudinal (ou seja, momento linear ao longo da direção do tubo) possui módulo

$$\text{Momento linear longitudinal} = (\rho vtA)v_y$$

A seguir, determinamos o aumento da pressão, ΔP, no fluido que se move. O volume original do fluido que se move, Avt, diminuiu por um valor $Av_y t$. Pela definição de módulo de compressão B, dada pela Equação 11.13 na Seção 11.5,

$$B = \frac{-\text{Variação da pressão}}{\text{Fração da variação do volume}} = \frac{-\Delta P}{-Av_y t/Avt} \text{ e } \Delta P = B\frac{v_y}{v}$$

A pressão no fluido que se move é $P + \Delta P$, e a força que o pistão exerce sobre o fluido é $(P + \Delta P)A$. A força resultante que atua sobre o fluido é ΔPA (veja a Figura 16.7b), e o impulso longitudinal é

$$\text{Impulso longitudinal} = \Delta PAt = B\frac{v_y}{v}At$$

Como o fluido estava em repouso no instante $t = 0$, a variação do momento linear até o instante t é igual ao momento linear nesse instante. Aplicando o teorema do impulso-momento linear (ver Seção 8.1), achamos

$$B\frac{v_y}{v}At = \rho vtAv_y \tag{16.6}$$

Quando explicitamos v, obtemos

Velocidade de uma onda longitudinal em um fluido

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \tag{16.7}$$

(B: Módulo de compressão do fluido; ρ: Densidade do fluido)

o que está de acordo com nossa hipótese.

Embora tenhamos deduzido a Equação 16.7 para uma onda se propagando em um tubo, ela se aplica a toda onda longitudinal se propagando em um fluido comprimido, inclusive ondas de som se propagando no ar ou na água.

Velocidade do som em um sólido

Quando uma onda longitudinal se propaga em uma barra *sólida*, a situação é ligeiramente diferente. Uma barra pode se deformar lateralmente quando é comprimida longitudinalmente, enquanto um fluido no interior de um tubo com seção reta uniforme não pode se deformar lateralmente. Usando o mesmo tipo de raciocínio feito na dedução da Equação 16.7, podemos mostrar que a velocidade de propagação de um pulso longitudinal na barra é dada por

Velocidade de uma onda longitudinal em uma barra sólida

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \tag{16.8}$$

(Y: Módulo de Young do material da barra; ρ: Densidade do material da barra)

Definimos o módulo de Young na Seção 11.4.

ATENÇÃO Barras sólidas *versus* sólidos comprimidos A Equação 16.8 se aplica somente a barras ou hastes cujas partes laterais possam sofrer pequenas saliências ou reentrâncias à medida que a onda se propaga. Ela não se aplica a ondas longitudinais em um sólido *comprimido*, visto que, nesses materiais, as pequenas variações laterais são impedidas pela presença do material nas vizinhanças laterais. A velocidade de propagação das ondas longitudinais em um sólido comprimido depende da densidade, do módulo de compressão e do módulo de *cisalhamento*.

Observe que as equações 16.7 e 16.8 valem para uma onda senoidal, bem como para qualquer tipo de onda periódica, e não apenas para o caso especial discutido nesta dedução.

A **Tabela 16.1** lista a velocidade do som se propagando em diversos materiais comprimidos. A velocidade de propagação do som no chumbo é menor que a ve-

TABELA 16.1 Velocidade do som em diversos materiais em grandes volumes.

Material	Velocidade do som (m/s)
Gases	
Ar (20 °C)	344
Hélio (20 °C)	999
Hidrogênio (20 °C)	1.330
Líquidos	
Hélio líquido (4 K)	211
Mercúrio (20 °C)	1.451
Água (0 °C)	1.402
Água (20 °C)	1.482
Água (100 °C)	1.543
Sólidos	
Alumínio	6.420
Chumbo	1.960
Aço	5.941

locidade do som no alumínio ou no aço, porque o chumbo possui um módulo de compressão e de cisalhamento menor e uma densidade maior que aqueles metais.

EXEMPLO 16.3 COMPRIMENTO DE ONDA DAS ONDAS DE UM SONAR

Um navio usa um sistema de sonar para detectar objetos submersos (**Figura 16.8**). Determine a velocidade das ondas sonoras na água usando a Equação 16.7 e ache o comprimento de onda de uma onda com frequência igual a 262 Hz.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: as variáveis que desejamos encontrar são a velocidade e o comprimento de onda de uma onda sonora na água. Para usar a Equação 16.7 para a velocidade da onda, usamos a densidade da água, $\rho = 1{,}00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$, e calculamos o módulo de compressão da água a partir da compressibilidade (veja a Tabela 11.2). Dadas a velocidade e a frequência $f = 262$ Hz, calculamos o comprimento de onda a partir da relação $v = f\lambda$.

EXECUTAR: no Exemplo 16.2, usamos a Tabela 11.2 para encontrar $B = 2{,}18 \times 10^9$ Pa. Então,

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2{,}18 \times 10^9\ \text{Pa}}{1{,}00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3}} = 1.480\ \text{m/s}$$

e

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1.480\ \text{m/s}}{262\ \text{s}^{-1}} = 5{,}65\ \text{m}$$

AVALIAR: o valor calculado de v está de acordo com o valor empírico encontrado na Tabela 16.1. Embora a água seja bem mais densa que o ar (ρ é maior), ela é também muito mais incompressível (B é muito maior); logo, a velocidade $v = \sqrt{B/\rho}$ é maior que os 344 m/s da velocidade do som no ar em temperaturas normais. A relação $\lambda = v/f$ diz, então, que uma onda de som na água precisa ter um comprimento de onda maior que uma onda da mesma frequência no ar. Na verdade, descobrimos no Exemplo 15.1 (Seção 15.2) que uma onda de som de 262 Hz no ar tem um comprimento de onda de apenas 1,31 m.

Figura 16.8 Um dispositivo sonar utiliza ondas sonoras subaquáticas para detectar e localizar objetos submersos.

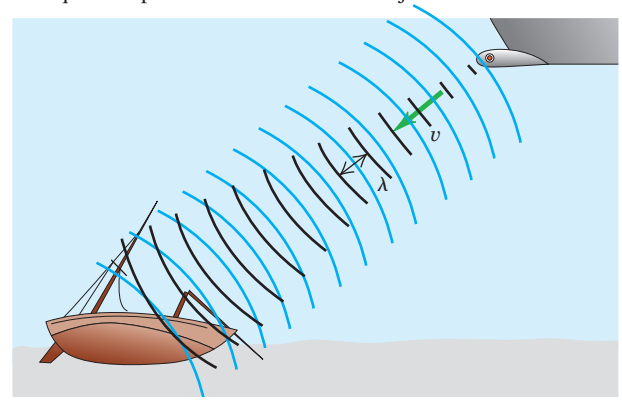


Figura 16.9 Esta imagem tridimensional de um feto no útero foi feita por meio de uma sequência de varreduras de ultrassom. Cada varredura individual revela uma "fatia" bidimensional do feto; muitas dessas fatias são, então, combinadas digitalmente. As imagens de ultrassom também são usadas para estudar a ação da válvula do coração e detectar tumores.

Golfinhos emitem ondas sonoras com frequências elevadas (da ordem de 100.000 Hz) e usam o eco para se guiar e caçar. O comprimento de onda correspondente na água é igual a 1,48 cm. Com esse sistema de "sonar" de alta frequência, eles conseguem detectar a presença de objetos tão pequenos quanto o comprimento de onda (porém não muito menores). A *imagem de ultrassom* ou *ultrassonografia* é uma técnica médica que utiliza exatamente o mesmo princípio; ondas sonoras com frequências muito elevadas e comprimentos de onda muito pequenos, chamadas de *ultrassom*, percorrem o corpo humano, e os "ecos" oriundos do interior do organismo são usados para criar uma imagem. Para um ultrassom com frequência igual a 5 MHz $= 5 \times 10^6$ Hz, o comprimento de onda na água (o constituinte principal do corpo humano) é igual a 0,3 mm, e características com dimensões até essa ordem de grandeza podem ser discernidas na imagem (**Figura 16.9**). O ultrassom é mais sensível que os raios X para detectar contrastes entre diversos tipos de tecidos, e não apresenta os riscos da radiação associados aos raios X.

Velocidade do som em um gás

A maioria das ondas sonoras que encontramos em nossa vida diária se propaga no ar. Ao usar a Equação 16.7 para calcular a velocidade de uma onda sonora no ar, não devemos nos esquecer de que o módulo de compressão de um gás depende de sua pressão: quanto maior a pressão aplicada a um gás para comprimi-lo, mais ele resiste a uma compressão adicional e, portanto, maior o módulo de compressão. (É por isso que não são dados valores específicos do módulo de compressão para gases na Tabela 11.1.) A expressão para o módulo de compressão de um gás que se pode usar na Equação 16.7 é

$$B = \gamma P_0 \qquad (16.9)$$

onde P_0 é a pressão de equilíbrio do gás. A grandeza γ (a letra grega "gama") é denominada *razão das capacidades caloríficas.* É um número adimensional que caracteriza as propriedades térmicas do gás. (Aprenderemos mais sobre essa grandeza no Capítulo 19.) Por exemplo, a razão das capacidades caloríficas do ar é $\gamma = 1{,}40$. Em condições normais de pressão atmosférica, $P_0 = 1{,}013 \times 10^5$ Pa. Portanto, $B = (1{,}40)(1{,}013 \times 10^5 \text{ Pa}) = 1{,}42 \times 10^5$ Pa. Esse valor é minúsculo se comparado ao módulo de compressão de um sólido típico (ver Tabela 11.1), que está aproximadamente entre 10^{10} e 10^{11} Pa. Isso não é de surpreender, pois não é nada mais que uma afirmação de que o ar é muito mais fácil de comprimir que o aço.

A densidade ρ de um gás depende também da pressão, que, por sua vez, depende da temperatura. No fim das contas, a razão B/ρ para um dado tipo de gás *não* depende da pressão, apenas da temperatura. Conforme a Equação 16.7, isso significa que a velocidade do som em um gás é, fundamentalmente, uma função da temperatura T:

Velocidade do som em um gás ideal

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \qquad (16.10)$$

γ: Razão das capacidades caloríficas; R: Constante do gás; T: Temperatura absoluta; M: Massa molar

Essa expressão incorpora diversas grandezas que estudaremos nos capítulos 17, 18 e 19. A temperatura T é a temperatura *absoluta* em kelvins (K), igual à temperatura em Celsius mais 273,15; logo, 20,00 °C correspondem a $T = 293{,}15$ K. A grandeza M é a *massa molar,* ou massa por mol da substância de que o gás é composto. A *constante do gás*, R, possui o mesmo valor para todos os gases. O valor numérico mais aproximado de R atualmente é

$$R = 8{,}3144621\ (75)\ \text{J/mol} \cdot \text{K}$$

que, por razões práticas de cálculo, podemos aproximar para 8,314 J/mol · K.

Para qualquer gás em particular, γ, R e M são constantes, e a velocidade da onda é proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta. No Capítulo 18, veremos que a Equação 16.10 é quase idêntica à expressão para a velocidade média das moléculas de um gás ideal. Isso mostra que as velocidades sonoras e as moleculares são intimamente relacionadas.

EXEMPLO 16.4 VELOCIDADE DO SOM NO AR

Calcule a velocidade das ondas sonoras no ar na temperatura ambiente ($T = 20$ °C) e encontre o intervalo de comprimentos de onda no ar em que o ouvido humano (que consegue escutar frequências entre 20 Hz até cerca de 20.000 Hz) é sensível. A massa molar média do ar (uma mistura principalmente de nitrogênio e oxigênio) é $M = 28{,}8 \times 10^{-3}$ kg/mol e a razão das capacidades caloríficas, $\gamma = 1{,}40$.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: usamos a Equação 16.10 para achar a velocidade do som a partir de γ, T e M, e usamos $v = f\lambda$ para calcular o comprimento de onda que corresponde aos limites de frequência. Observe que, na Equação 16.10, a temperatura T *deverá* ser expressa em kelvins, e não em graus Celsius.

EXECUTAR: em $T = 20$ °C $= 293$ K, encontramos

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{(1{,}40)\,(8{,}314\ \text{J/mol} \cdot \text{k})\,(239\ \text{K})}{28{,}8 \times 10^{-3}\ \text{kg/mol}}} = 344\ \text{m/s}$$

Usando esse valor de v em $\lambda = v/f$, descobrimos que, a 20 °C, a frequência $f = 20$ Hz corresponde a um comprimento de onda $\lambda = 17$ m, e $f = 20.000$ Hz corresponde a $\lambda = 1{,}7$ cm.

AVALIAR: nosso resultado está de acordo com a velocidade do som medida a uma temperatura $T = 20$ °C.

Na realidade, sabemos que um gás é constituído por moléculas que se movem aleatoriamente, separadas por distâncias grandes em comparação com seus diâmetros. As vibrações que constituem as ondas que se propagam em um gás se sobrepõem no movimento térmico aleatório. Sob a pressão atmosférica, uma molécula se desloca a uma distância média da ordem de 10^{-7} m entre as colisões,

enquanto a amplitude do deslocamento de uma onda sonora fraca é de 10^{-9} m. Podemos imaginar que uma onda sonora se propagando em um gás seja semelhante ao movimento de um enxame de abelhas; o enxame como um todo oscila ligeiramente enquanto cada abelha se move de modo aparentemente aleatório dentro do conjunto.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.2 O mercúrio é 13,6 vezes mais denso que a água. Com base na Tabela 16.1, a 20 °C, qual desses líquidos possui um módulo de compressão maior? (i) Mercúrio; (ii) água; (iii) os módulos são praticamente iguais; (iv) não há dados suficientes para decidir. I

16.3 INTENSIDADE DO SOM

As ondas sonoras, como todas as ondas progressivas, transferem energia de uma região do espaço para outra. Na Seção 15.5, apresentamos a *intensidade de onda I*, que é igual à taxa temporal média com a qual a energia é transportada por unidade de área, por meio de uma superfície perpendicular à direção de propagação da onda. Vamos ver agora como expressar a intensidade de uma onda sonora em um fluido em termos da amplitude do deslocamento A ou da amplitude da pressão $P_{máx}$.

Vamos considerar uma onda sonora se propagando no sentido positivo do eixo x, de modo a podermos usar as expressões da Seção 16.1 para o deslocamento $y(x, t)$ e a flutuação de pressão $P(x, t)$ — Equações 16.1 e 16.4, respectivamente. Na Seção 6.4, vimos que a potência é igual ao produto da força pela velocidade; ver a Equação 6.18. Portanto, a potência por unidade de área nessa onda sonora é igual ao produto da flutuação de pressão $P(x, t)$ (força por unidade de área) pela velocidade da *partícula* $v_y(x, t)$, que é a velocidade no instante t daquela parte do meio ondulatório na coordenada x. Usando as equações 16.1 e 16.4, encontramos

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

$$P(x, t)\, v_y(x, t) = [BkA \operatorname{sen}(kx - \omega t)]\,[\omega A \operatorname{sen}(kx - \omega t)]$$

$$= B\omega k A^2 \operatorname{sen}^2(kx - \omega t)$$

ATENÇÃO Velocidade da onda *versus* velocidade da partícula Lembre-se de que a velocidade da onda como um todo *não* é igual à velocidade da partícula. Embora a onda continue a se mover no sentido da propagação, partículas individuais no meio ondulatório meramente se agitam para a frente e para trás, como mostra a Figura 16.1. Além disso, a velocidade máxima de uma partícula do meio pode ser bem diferente da velocidade da onda.

A intensidade é o valor temporal médio da potência por unidade de área $P(x, t)\, v_y(x, t)$. Para qualquer valor de x, o valor médio da função $\operatorname{sen}^2(kx - \omega t)$ ao longo de um período $T = 2\pi/\omega$ é igual a $\frac{1}{2}$, logo,

$$I = \tfrac{1}{2} B\omega k A^2 \tag{16.11}$$

Usando as relações $\omega = vk$ e $v = \sqrt{B/\rho}$, podemos transformar a Equação 16.11 na forma

Intensidade de uma onda sonora senoidal em um fluido

$$I = \tfrac{1}{2}\sqrt{\rho B}\,\omega^2 A^2 \tag{16.12}$$

(ω: Frequência angular $= 2\pi f$; A: Amplitude de deslocamento; ρ: Densidade do fluido; B: Módulo de compressão do fluido)

Geralmente, é mais útil expressar I em termos da amplitude da pressão $P_{máx}$. Usando as equações 16.5 e 16.12 e a relação $\omega = vk$, obtemos

$$I = \frac{\omega P_{máx}^2}{2Bk} = \frac{vP_{máx}^2}{2B} \tag{16.13}$$

Usando a relação de velocidade da onda $v = \sqrt{B/\rho}$, também podemos escrever a Equação 16.13 nas formas alternativas

Intensidade de uma onda sonora senoidal em um fluido

$$I = \frac{P_{máx}^2}{2\rho v} = \frac{P_{máx}^2}{2\sqrt{\rho B}} \tag{16.14}$$

Amplitude de pressão; Densidade do fluido; Velocidade de onda; Módulo de compressão do fluido

Convidamos você a verificar essas expressões. A comparação entre as equações 16.12 e 16.14 mostra que ondas sonoras senoidais de mesma intensidade, porém frequências diferentes, possuem amplitudes de deslocamento A diferentes, mas a *mesma* amplitude de pressão $P_{máx}$. Essa é uma outra razão pela qual geralmente é mais conveniente descrever uma onda sonora em termos das flutuações de pressão, e não em função do deslocamento.

A potência média *total* transportada ao longo de uma superfície por uma onda sonora é igual ao valor da intensidade da onda sobre a superfície, multiplicado pela área da superfície quando a intensidade é uniforme ao longo da superfície. A potência sonora total emitida por uma pessoa falando em um tom de conversa normal é aproximadamente igual a 10^{-5} W, enquanto um grito forte corresponde a 3×10^{-2} W. Se todas as pessoas de uma cidade com 10 milhões de habitantes conversassem ao mesmo tempo, a potência total emitida seria de 100 W, equivalente ao consumo de potência de uma lâmpada de filamento de porte médio. Por outro lado, a potência necessária para encher um auditório grande ou um estádio com som alto é considerável (ver o Exemplo 16.7).

Se a fonte sonora emite ondas em todas as direções de maneira uniforme, a intensidade diminui com o aumento da distância r da fonte segundo a lei do inverso do quadrado (Seção 15.5): a intensidade é proporcional a $1/r^2$. A intensidade pode ser aumentada confinando as ondas de som para trafegarem apenas na direção desejada (**Figura 16.10**), embora a lei $1/r^2$ ainda se aplique.

A relação do inverso do quadrado também não é aplicável dentro de espaços fechados, porque a energia do som pode chegar a um ouvinte por reflexão nas paredes e no teto. Com efeito, parte do trabalho de um arquiteto ao projetar um auditório é ajustar essas reflexões de modo que a intensidade seja tão uniforme quanto possível em todo o auditório.

Figura 16.10 Colocando as mãos próximas à boca, como mostra a fotografia, você dirige as ondas sonoras que saem dela, de modo a evitar que elas se propaguem para os lados. Dessa forma, você pode ser ouvido a distâncias mais longas.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 16.1 INTENSIDADE DO SOM

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* as relações entre a intensidade e a amplitude de uma onda sonora são bastante simples. Entretanto, algumas outras grandezas estão envolvidas nessas relações; por isso, é especialmente importante discernir qual é a variável procurada.

PREPARAR *o problema* usando os seguintes passos:

1. Organize as diversas grandezas em categorias. As propriedades da onda incluem as amplitudes de deslocamento e pressão, A e $P_{máx}$. A frequência f pode ser determinada a partir da frequência angular ω, do número de onda k ou do comprimento de onda λ. Essas grandezas são relacionadas mediante a velocidade da onda v, que, por sua vez, é determinada pelas propriedades do meio (B e ρ no caso de um líquido; γ, T e M para um gás).
2. Determine quais são as grandezas conhecidas e quais as que você deseja encontrar. Procure as relações apropriadas que o conduzirão onde quer chegar.

EXECUTAR *a solução:* use as equações que você escolheu para encontrar as variáveis-alvo. Expresse a temperatura em kelvins (temperatura Celsius mais 273,15) para calcular a velocidade do som em um gás.

AVALIAR *sua resposta:* se possível, use uma relação alternativa para verificar seus resultados.

EXEMPLO 16.5 INTENSIDADE DE UMA ONDA SONORA NO AR

Ache a intensidade da onda sonora do Exemplo 16.1, considerando $P_{máx} = 3{,}0 \times 10^{-2}$ Pa. Assuma uma temperatura de 20 °C para a qual a densidade do ar é dada por $\rho = 1{,}20$ kg/m^3 e a velocidade do som é $v = 344$ m/s.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a variável que queremos encontrar é a intensidade I da onda sonora. Conhecemos a amplitude da pressão $P_{máx}$ da onda, e também a densidade ρ e a velocidade da onda v no meio. Podemos calcular I a partir de $P_{máx}$, ρ e v, usando a Equação 16.14.

EXECUTAR: conforme a Equação 16.14,

$$I = \frac{P_{máx}^2}{2\rho v} = \frac{(3{,}0 \times 10^{-2}\ \text{Pa})^2}{2\,(1{,}20\ \text{kg/m}^3)\,(344\ \text{m/s})}$$

$$= 1{,}1 \times 10^{-6}\ \text{J/(s} \cdot \text{m}^2) = 1{,}1 \times 10^{-6}\ \text{W/m}^2$$

AVALIAR: essa intensidade parece ser muito baixa, mas, na verdade, está dentro do intervalo de intensidades sonoras encontradas diariamente. Uma onda sonora muito forte, no limiar da dor, possui uma amplitude de pressão aproximadamente igual a 30 Pa e uma intensidade aproximadamente igual a 1 W/m^2. A amplitude da pressão do som mais fraco que pode ser ouvido é $3{,}0 \times 10^{-5}$ Pa, e a intensidade correspondente é 10^{-12} W/m^2. Experimente esses valores de $P_{máx}$ na Equação 16.14 para verificar se essas correspondências realmente são como dissemos.

EXEMPLO 16.6 MESMA INTENSIDADE, FREQUÊNCIAS DIFERENTES

Quais são as amplitudes de pressão e deslocamento de uma onda sonora de 20 Hz com a mesma intensidade da onda sonora de 1.000 Hz dos exemplos 16.1 e 16.5?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: nos exemplos 16.1 e 16.5, descobrimos que, para uma onda sonora de 1.000 Hz com $P_{máx} = 3{,}0 \times 10^{-2}$ Pa, $A = 1{,}2 \times 10^{-8}$ m e $I = 1{,}1 \times 10^{-6}$ W/m^2. Nossas variáveis-alvo são $P_{máx}$ e A para uma onda sonora de 20 Hz com a mesma intensidade I. Podemos encontrar esses valores usando as equações 16.14 e 16.12, respectivamente.

EXECUTAR: podemos modificar as equações 16.14 e 16.12 para obter $P_{máx}^2 = 2I\sqrt{\rho B}$ e $\omega^2 A^2 = 2I/\sqrt{\rho B}$, respectivamente. Essas relações nos dizem que, para determinada intensidade de som I em determinado meio (ρ e B constantes), as grandezas $P_{máx}$ e ωA (ou, de modo equivalente, fA) são *constantes* que não dependem da frequência. A partir do primeiro resultado, temos imediatamente $P_{máx} = 3{,}0 \times 10^{-2}$ Pa para $f = 20$ Hz, o mesmo que para $f = 1.000$ Hz. Se escrevermos o segundo resultado como $f_{20}A_{20} = f_{1.000}A_{1.000}$, teremos

$$A_{20} = \left(\frac{f_{1.000}}{f_{20}}\right)A_{1.000}$$

$$= \left(\frac{1.000\ \text{Hz}}{20\ \text{Hz}}\right)(1{,}2 \times 10^{-8}\text{m}) = 6{,}0 \times 10^{-7}\ \text{m} = 0{,}60\ \mu\text{m}$$

AVALIAR: nosso resultado reforça a ideia de que a amplitude da pressão proporciona uma descrição mais conveniente de uma onda sonora que a amplitude do deslocamento.

EXEMPLO 16.7 "TOQUE MAIS ALTO!"

Em um concerto ao ar livre, desejamos que a intensidade do som a uma distância de 20 m do conjunto de alto-falantes seja igual a 1 W/m^2. Supondo que a intensidade das ondas sonoras seja uniforme em todas as direções, qual deve ser a potência acústica do som emitido pelo conjunto de alto-falantes?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR, PREPARAR E EXECUTAR: este exemplo usa a definição da intensidade como potência por unidade de área. Aqui a potência total é a variável procurada; a área em questão é um hemisfério centrado no conjunto de alto-falantes. Levantamos a hipótese de que os alto-falantes estejam no nível do solo e que nenhuma potência acústica seja absorvida pelo solo, de modo que a potência acústica se espalha uniformemente sobre um hemisfério de raio igual a 20 m. A área da superfície do hemisfério é igual a $(\frac{1}{2})(4\pi)(20\ \text{m})^2$, ou aproximadamente 2.500 m^2. A potência acústica necessária é o produto dessa área pela intensidade: (1 W/m^2) (2.500 m^2) = 2.500 W = 2,5 kW.

AVALIAR: a potência elétrica fornecida ao conjunto de alto-falantes deve ser consideravelmente maior que 2,5 kW, porque a eficiência desses dispositivos não é muito elevada (em geral, entre 1 e 10% para alto-falantes comuns, e até 25% para alto-falantes de corneta).

A escala decibel

Como o ouvido é sensível a um intervalo de intensidade muito grande, geralmente se adota uma escala *logarítmica* para as intensidades, chamada **nível da intensidade sonora**:

$$\beta = (10\ \text{dB}) \log \frac{I}{I_0} \qquad (16.15)$$

Nível da intensidade sonora: β — Intensidade da onda sonora: I — Intensidade de referência $= 10^{-12}$ W/m^2: I_0 — Logaritmo de base 10

A intensidade de referência I_0 escolhida na Equação 16.15 é aproximadamente o limiar da audição humana de 1.000 Hz. Os níveis de intensidade sonora são expressos em **decibéis**, abreviados por dB. Um decibel é uma fração igual a $\frac{1}{10}$ do *bel*, uma unidade criada em homenagem a Alexander Graham Bell (o inventor do telefone). Como, em muitos casos, o bel é inconvenientemente grande, o decibel é a unidade usual para o nível da intensidade sonora.

Quando a intensidade de uma onda sonora for igual a I_0 ou 10^{-12} W/m^2, seu nível de intensidade sonora será $\beta = 0$ dB. Uma intensidade de 1 W/m^2 corresponde a 120 dB. Na **Tabela 16.2**, fornecemos os níveis da intensidade sonora de diversos sons familiares em decibéis. Podemos usar a Equação 16.15 para conferir o valor de β dado para cada intensidade indicada na tabela.

Como o ouvido não possui a mesma sensibilidade para todas as frequências do intervalo audível, alguns medidores do nível da intensidade sonora fornecem pesos diferentes para as frequências. É o que acontece com a chamada escala dBA, que dá menos ênfase a frequências muito baixas e muito altas, às quais o ouvido é menos sensível.

TABELA 16.2 Níveis de intensidade sonora de diversas fontes (valores típicos).

Fonte ou descrição do som	Nível de intensidade sonora, β (dB)	Intensidade I (W/m^2)
Avião a jato militar a 30 m de distância	140	10^2
Limiar da dor	120	1
Martelete pneumático	95	$3{,}2 \times 10^{-3}$
Trem em um elevado	90	10^{-3}
Tráfego pesado	70	10^{-5}
Conversa comum	65	$3{,}2 \times 10^{-6}$
Automóvel silencioso	50	10^{-7}
Rádio com volume baixo	40	10^{-8}
Sussurro médio	20	10^{-10}
Ruído de folhas	10	10^{-11}
Limiar da audição a 1.000 Hz	0	10^{-12}

EXEMPLO 16.8 PERDA DE AUDIÇÃO TEMPORÁRIA OU PERMANENTE

Uma exposição de dez minutos a um som de 120 dB produz um desvio típico do limiar de audição a 1.000 HZ de 0 dB até cerca de 28 dB durante alguns segundos. Uma exposição a um som de 92 dB durante dez anos produz um desvio *permanente* da sensibilidade de até 28 dB. A que intensidades correspondem 28 dB e 92 dB?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o problema fornece dois níveis de intensidade sonora diferentes β; queremos encontrar as intensidades correspondentes. Podemos usar a Equação 16.15 para calcular a intensidade I que corresponde a cada valor de β.

EXECUTAR: resolvemos a Equação 16.15 para I dividindo ambos os membros por 10 dB e, a seguir, usando a relação $10^{\log x} = x$:

$$I = I_0 10^{\beta/(10\text{ dB})}$$

Quando $\beta = 28$ dB e $\beta = 92$ dB, os expoentes são $\beta/(10\text{ db}) = 2{,}8$ e 9,2, respectivamente, de modo que

$$I_{28\text{ dB}} = (10^{-12}\text{ W/m}^2)10^{2{,}8} = 6{,}3 \times 10^{-10}\text{ W/m}^2$$
$$I_{92\text{ dB}} = (10^{-12}\text{ W/m}^2)10^{9{,}2} = 1{,}6 \times 10^{-3}\text{ W/m}^2$$

AVALIAR: caso tenha obtido uma resposta dez vezes maior, você pode ter digitado 10×10^{-12} na calculadora em vez de 1×10^{-12}. Tome cuidado!

EXEMPLO 16.9 UM PÁSSARO CANTA NO CAMPO

Imagine um modelo idealizado no qual um pássaro (considerado uma fonte puntiforme) esteja emitindo um som com potência constante, em uma intensidade que varia com o inverso do quadrado da distância entre o pássaro e o ouvinte (**Figura 16.11**). Em quantos decibéis a intensidade do som diminui quando você se afasta até o dobro da distância inicial entre você e o pássaro?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como a escala decibel é logarítmica, a *diferença* entre dois níveis de intensidade sonora (a variável procurada) corresponde à *razão* entre as intensidades correspondentes, que é determinada pela lei do inverso do quadrado. Assinalamos os pontos P_1 e P_2 na Figura 16.11. Em cada

(*Continua*)

(*Continuação*)

ponto usamos a Equação 16.15, a definição de nível de intensidade sonora. Usamos a Equação 15.26, ou lei do inverso do quadrado, para relacionar as intensidades nesses dois pontos.

EXECUTAR: a diferença $\beta_2 - \beta_1$ entre dois níveis de intensidade sonora quaisquer está relacionada às intensidades correspondentes por:

$$\begin{aligned}\beta_2 - \beta_1 &= (10\text{ dB})\left(\log\frac{I_2}{I_0} - \log\frac{I_1}{I_0}\right)\\ &= (10\text{ dB})\left[(\log I_2 - \log I_0) - (\log I_1 - \log I_0)\right]\\ &= (10\text{ dB})\log\frac{I_2}{I_1}\end{aligned}$$

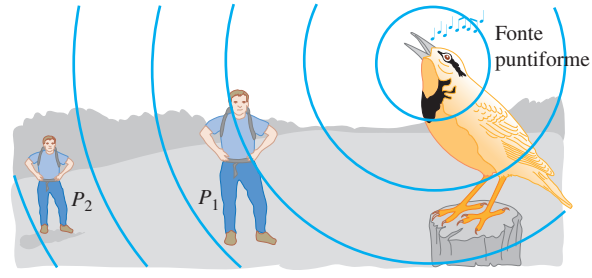
Para a lei do inverso do quadrado, a Equação 15.26 resulta em $I_2/I_1 = r_1^2/r_2^2 = \frac{1}{4}$, logo

$$\beta_2 - \beta_1 = (10\text{ dB})\log\frac{I_2}{I_1} = (10\text{ dB})\log\tfrac{1}{4} = -6{,}0\text{ dB}$$

AVALIAR: nosso resultado deu negativo, o que indica (corretamente) que o nível de intensidade sonora é menor em P_2 que em P_1. A diferença de 6 dB negativos não depende do valor do nível de intensidade sonora em P_1; *qualquer* duplicação da distância a partir de uma fonte regida pela lei do inverso do quadrado reduz o nível de intensidade sonora em 6 dB.

É interessante notar que a *intensidade sonora* percebida não é diretamente proporcional à intensidade do som. Por exemplo, muitas pessoas interpretam um aumento da ordem de 8 a 10 dB no nível da intensidade sonora (correspondente a uma intensidade que aumenta em um fator de 6 a 10) como o dobro da intensidade sonora.

Figura 16.11 Quando você se afasta até o dobro da distância inicial entre você e uma fonte puntiforme, qual é a diminuição da intensidade do som que você ouve?



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.3 Você dobra a intensidade de uma onda sonora no ar ao mesmo tempo que mantém a frequência inalterada. (A pressão, a densidade e a temperatura do ar também permanecem inalteradas.) Que efeito isso terá sobre a amplitude do deslocamento, a amplitude da pressão, o módulo de compressão, a velocidade do som e o nível de intensidade sonora? I

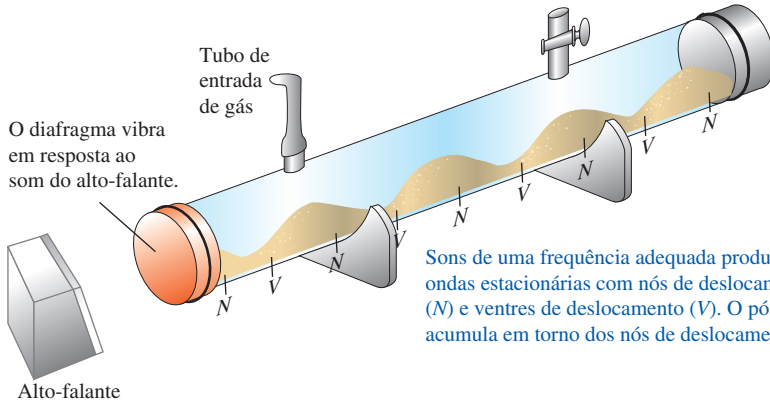
16.4 ONDAS ESTACIONÁRIAS E MODOS NORMAIS

Quando ondas longitudinais (sonoras) se propagam em um fluido no interior de um tubo, elas são refletidas nas extremidades do mesmo modo que as ondas transversais em uma corda. A superposição das ondas que se propagam em sentidos opostos também forma uma onda estacionária. Tal como no caso de uma onda estacionária transversal em uma corda (ver Seção 15.7), ondas estacionárias sonoras em um tubo podem ser usadas para criar ondas sonoras no ar circundante. Esse é o princípio operacional da voz humana, bem como de muitos instrumentos musicais, inclusive os de sopro, metais e órgãos de tubos.

As ondas transversais em uma corda, inclusive as estacionárias, são em geral descritas somente em termos dos deslocamentos da corda. Porém, como já vimos, as ondas longitudinais em um fluido podem ser descritas em termos tanto de deslocamento do fluido quanto de variação da pressão no fluido. Para evitar confusão, vamos usar os termos **nó de deslocamento** e **ventre de deslocamento** para designar os pontos onde as partículas do fluido possuem deslocamento igual a zero e máximo, respectivamente.

Podemos demonstrar a existência de ondas sonoras estacionárias em uma coluna de gás usando um aparelho chamado tubo de Kundt (**Figura 16.12**). Um tubo de vidro horizontal da ordem de 1,0 m de comprimento está fechado em uma de suas extremidades, e na outra contém um diafragma flexível que pode transmitir vibrações. Um alto-falante vizinho é acionado por um oscilador de áudio e um amplificador e força o diafragma a vibrar senoidalmente com uma frequência que podemos variar. As ondas sonoras no interior do tubo são refletidas na extremidade fechada do tubo. Espalhamos uma pequena quantidade de pó fino pela parte inferior do tubo. À medida que variamos a frequência do som, passamos por

Figura 16.12 Demonstração de ondas sonoras estacionárias por meio de um tubo de Kundt. As regiões sombreadas representam a densidade do gás no instante em que a pressão do gás nos nós de deslocamento é máxima ou mínima.



frequências em que as amplitudes das ondas estacionárias se tornam tão grandes que o pó é varrido ao longo do tubo pelo gás em movimento. Assim, o pó fica em repouso nos locais onde existem nós de deslocamento (onde o gás não se move). A distância entre dois nós adjacentes é igual a $\lambda/2$.

A **Figura 16.13** mostra os movimentos de nove partículas diferentes dentro de um tubo cheio de gás em que há uma onda sonora estacionária. Uma partícula em um nó de deslocamento (*N*) não se move, enquanto uma partícula em um ventre de deslocamento (*V*) oscila com amplitude máxima. Note que as partículas em lados opostos do nó de deslocamento vibram em fases opostas. Quando uma dessas partículas se aproxima da outra, o gás entre elas é comprimido e a pressão aumenta; quando elas se afastam, ocorre uma expansão do gás e a pressão diminui. Logo, quando ocorre um *nó* de deslocamento, o gás sofre uma compressão máxima e as variações de pressão e de densidade acima e abaixo do valor médio atingem um máximo. Em contraste, as partículas dos lados opostos de um *ventre* vibram em *fase*; as distâncias entre as partículas são aproximadamente constantes e não existe *nenhuma* variação de pressão ou densidade em um ventre de deslocamento.

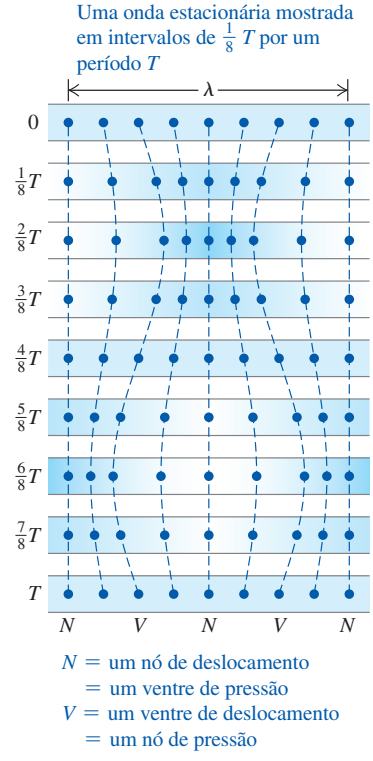
Usamos o termo **nó de pressão** para descrever um ponto da onda longitudinal estacionária no qual a pressão e a densidade não variam, e o termo **ventre de pressão** para descrever um ponto no qual variações da pressão e densidade atingem valores máximos. Usando esses termos, podemos resumir nossas observações sobre ondas longitudinais estacionárias do seguinte modo:

Um nó de pressão corresponde sempre a um ventre de deslocamento, e um ventre de pressão corresponde sempre a um nó de deslocamento.

A Figura 16.12 mostra uma onda sonora estacionária no instante em que a variação da pressão atinge seu valor máximo; a região sombreada mostra que a densidade e a pressão do gás atingem valores máximos e mínimos nos nós de deslocamento (designados pela letra *N*).

Quando ocorre reflexão na extremidade *fechada* de um tubo (uma extremidade com uma barreira rígida ou uma tampa), o deslocamento das partículas nessa extremidade é sempre igual a zero, de modo semelhante a uma extremidade fixa de uma corda. Logo, a extremidade fechada de um tubo é um nó de deslocamento e um ventre de pressão; as partículas não se movem, porém, a variação da pressão é máxima. Uma extremidade *aberta* de um tubo é um nó de pressão porque ela está aberta para a atmosfera, onde a pressão permanece constante. Portanto, uma extremidade aberta é sempre um *ventre* de deslocamento, analogamente ao caso da extremidade livre de uma corda; as partículas se deslocam com amplitude máxima, mas a pressão não varia. (Estritamente falando, um nó de pressão ocorre

Figura 16.13 Em uma onda sonora estacionária, um nó de deslocamento *N* é um ventre de pressão (um ponto em que a pressão flutua ao máximo) e um ventre de deslocamento *V* é um nó de pressão (um ponto em que a pressão não flutua).



em um ponto um pouco mais além da extremidade livre do tubo. Porém, quando o diâmetro do tubo for pequeno em comparação ao comprimento de onda, o que é verdade para quase todos os instrumentos musicais, esse efeito pode ser desprezado.) Logo, as ondas sonoras longitudinais são refletidas nas extremidades fechadas e abertas de um tubo, exatamente como ocorre com as ondas transversais refletidas em extremidades fixas e livres de uma corda, respectivamente.

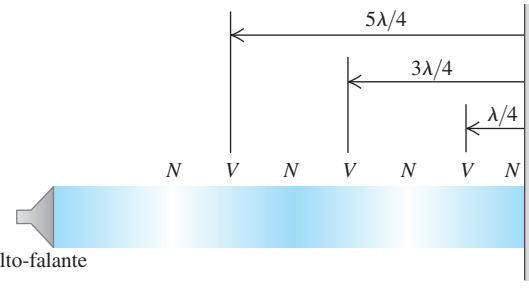
EXEMPLO CONCEITUAL 16.10 O SOM DO SILÊNCIO

Um alto-falante direcional lança uma onda sonora de comprimento de onda λ contra a parede (**Figura 16.14**). A que distância da parede você pode ficar para não ouvir nenhum som?

SOLUÇÃO

Seu ouvido detecta variações de *pressão* no ar; portanto, você não ouve nenhum som quando seu ouvido está em um *nó de pressão*, que corresponde a um ventre de deslocamento. A parede é um nó de deslocamento; a distância entre um nó e o ventre adjacente é igual a $\lambda/4$ e a distância entre dois ventres consecutivos é igual a $\lambda/2$ (Figura 16.14). Assim, os ventres de deslocamento (nós de pressão), nos quais nenhum som será ouvido, estão nas distâncias $d = \lambda/4$, $d = \lambda/4 + \lambda/2 = 3\lambda/4$, $d = 3\lambda/4 + \lambda/2 = 5\lambda/4$ e assim por diante. Se o alto-falante não fosse altamente direcional, esse efeito seria muito difícil de ser observado, porque ocorreriam reflexões das ondas sonoras no solo, no teto e em outras paredes.

Figura 16.14 Quando ondas sonoras são emitidas contra uma parede, elas interferem nas ondas refletidas pela parede e formam ondas estacionárias. As letras *N* e *V* indicam, respectivamente, um nó e um ventre de *deslocamento*.



Órgãos e instrumentos de sopro

Figura 16.15 Tubos de órgão de tamanhos diferentes produzem sons com frequências diferentes.

A aplicação mais importante das ondas longitudinais estacionárias é a produção de tons musicais. Um órgão constitui um dos exemplos mais simples (**Figura 16.15**). O ar é fornecido por foles ou ventoinhas na extremidade inferior do tubo (**Figura 16.16**). Uma corrente de ar emerge da abertura estreita na extremidade da superfície horizontal e a seguir é direcionada para a parte superior da abertura, chamada de *boca* do tubo. A coluna de ar no tubo começa a vibrar e ocorrem diversos modos normais possíveis, tal como no caso de uma corda esticada. A boca sempre funciona como uma extremidade aberta; logo, ela é um nó de pressão e um ventre de deslocamento. A outra extremidade do tubo (no topo da Figura 16.16) pode estar fechada ou aberta.

Na **Figura 16.17**, as duas extremidades do tubo estão abertas, de modo que são nós de pressão e ventres de deslocamento. Um tubo de órgão que possui as duas extremidades abertas é chamado de *tubo aberto*. A frequência fundamental f_1 corresponde a um padrão de onda estacionária com um ventre em cada extremidade e um nó de deslocamento no meio do tubo (Figura 16.17a). A distância entre dois ventres adjacentes é sempre igual a meio comprimento de onda e, neste caso, ele é igual ao comprimento L do tubo; $\lambda/2 = L$. A frequência fundamental correspondente, obtida da relação $f = v/\lambda$, é dada por

$$f_1 = \frac{v}{2L} \quad \text{(tubo aberto)} \tag{16.16}$$

As figuras 16.17b e 16.17c mostram o segundo e o terceiro harmônicos (o primeiro e o segundo sobretons); seus padrões de vibração apresentam dois e três nós de deslocamento, respectivamente. Para estes, meio comprimento de onda é igual a $L/2$ e $L/3$, respectivamente, e as frequências são o dobro e o triplo da frequência fundamental, respectivamente. Ou seja, $f_2 = 2f_1$ e $f_3 = 3f_1$. Para *qualquer* modo normal de um tubo aberto de comprimento L deve existir um múltiplo inteiro de meios comprimentos de onda, e os comprimentos de onda λ_n possíveis são dados por

$$L = n\frac{\lambda_n}{2} \quad \text{ou} \quad \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \quad \text{(tubo aberto)} \tag{16.17}$$

As frequências correspondentes f_n são obtidas por $f_n = v/\lambda_n$, de modo que todas as frequências dos modos normais para um tubo aberto nas duas extremidades são dadas por

Ondas estacionárias, tubo aberto:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \qquad (16.18)$$

(n: Frequência do harmônico de ordem n ($n = 1, 2, 3, ...$); v: Velocidade do som no tubo; L: Comprimento do tubo)

O valor $n = 1$ corresponde à frequência fundamental, $n = 2$, ao segundo harmônico (primeiro sobretom), e assim por diante. Como alternativa, podemos escrever

$$f_n = nf_1 \qquad (n = 1, 2, 3...) \quad \text{(tubo aberto)} \qquad (16.19)$$

onde f_1 é dada pela Equação 16.16.

A **Figura 16.18** mostra um *tubo fechado:* ele é aberto na extremidade esquerda, mas fechado na direita. A extremidade esquerda (aberta) é um ventre de deslocamento (nó de pressão), porém a extremidade da direita (fechada) corresponde a um nó de deslocamento (ventre de pressão). A Figura 16.18a mostra o modo com frequência mais baixa; o comprimento do tubo é a distância entre um nó e o ventre adjacente, ou um quarto do comprimento de onda ($L = \lambda_1/4$). A frequência fundamental é $f_1 = v/\lambda_1$, ou

$$f_1 = \frac{v}{4L} \quad \text{(tubo fechado)} \qquad (16.20)$$

Esse valor é a metade da frequência fundamental de um tubo *aberto* de mesmo comprimento. Em linguagem de música, a *altura* de um tubo fechado é uma oitava a menos (um fator de dois na frequência) do que a de um tubo aberto de mesmo comprimento. A Figura 16.18b mostra o modo seguinte, em que o comprimento de onda do tubo é *três quartos* do comprimento de onda, correspondendo a uma frequência $3f_1$. Na Figura 16.18c, $L = 5\lambda/4$ e a frequência é igual a $5f_1$. Os comprimentos de onda possíveis são

Figura 16.16 Seção reta do tubo de um órgão em dois instantes separados por meio período. As letras *N* e *V* indicam, respectivamente, um nó e um ventre de *deslocamento*. As partes mais escuras indicam pontos nos quais a variação de pressão é máxima, e as partes mais claras indicam pontos nos quais a variação de pressão é igual a zero.

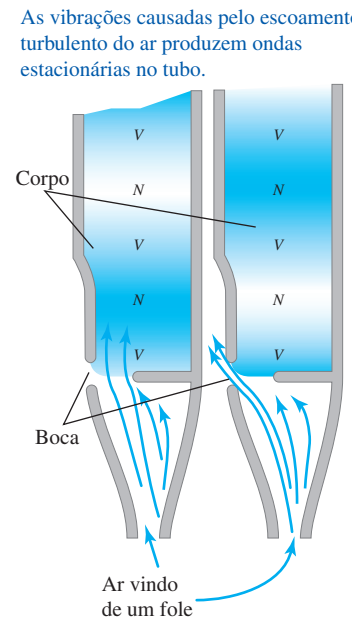


Figura 16.17 Seção reta de um tubo aberto mostrando os três primeiros modos normais. As regiões sombreadas indicam variações de pressão. As curvas indicam os gráficos do deslocamento ao longo do tubo em instantes separados entre si pela metade do período. As letras *N* e *V* indicam, respectivamente, um nó e um ventre de *deslocamento*; trocando as posições obtemos, respectivamente, um ventre e um nó de *pressão*.

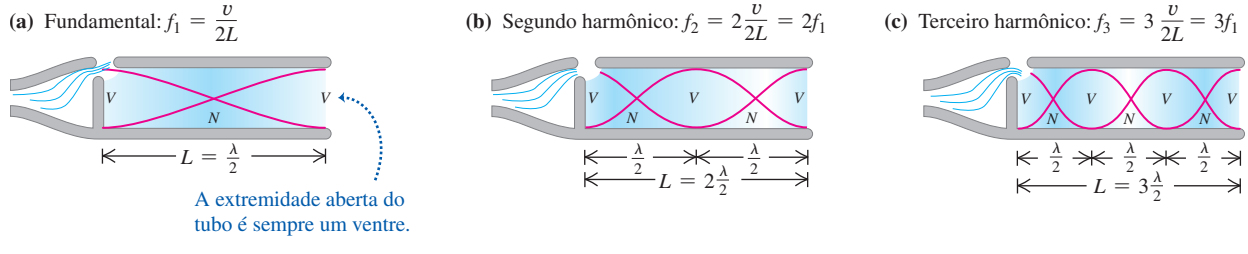
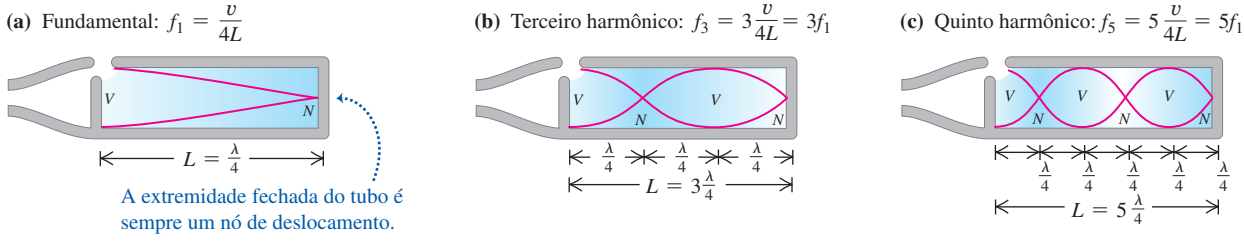


Figura 16.18 Seção reta de um tubo fechado mostrando os três primeiros modos normais, assim como os nós e os ventres de *deslocamento*. Somente os harmônicos de ordem ímpar podem ocorrer.



$$L = n\frac{\lambda_n}{4} \qquad \text{ou} \qquad \lambda_n = \frac{4L}{n} \qquad (n = 1, 3, 5, \ldots) \quad \text{(tubo fechado)} \qquad (16.21)$$

As frequências dos modos normais são dadas por $f_n = v/\lambda_n$, ou

Ondas estacionárias, tubo fechado:

$$f_n = \frac{nv}{4L} \qquad (16.22)$$

(n: Frequência do harmônico de ordem n ($n = 1, 3, 5, \ldots$); v: Velocidade do som no tubo; L: Comprimento do tubo)

ou

$$f_n = nf_1 \qquad (n = 1, 3, 5, \ldots) \quad \text{(tubo fechado)} \qquad (16.23)$$

onde f_1 é dado pela Equação 16.20. Vemos que o segundo, o quarto e todos os harmônicos *pares* não estão presentes. Em um tubo fechado em uma das extremidades, a frequência fundamental é $f_1 = v/4L$ e somente os harmônicos de ordem ímpar na série ($3f_1$, $5f_1$, ...) são possíveis.

Uma possibilidade final seria um tubo fechado em *ambas* as extremidades, contendo nós de deslocamento e ventres de pressão nas duas extremidades. Esse caso não tem utilidade prática como instrumento musical, pois não há forma de fazer as vibrações saírem do tubo.

EXEMPLO 16.11 UMA HISTÓRIA DE DOIS TUBOS

Em um dia no qual a velocidade do som é igual a 345 m/s, a frequência fundamental de um tubo de órgão fechado é igual a 220 Hz. (a) Qual é o comprimento desse tubo fechado? (b) O segundo *sobretom* desse tubo possui o mesmo comprimento de onda que o terceiro *harmônico* de um tubo *aberto*. Qual é o comprimento do tubo aberto?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema usa a relação entre o comprimento de frequências de modo normal de um tubo aberto (Figura 16.17) e de um tubo fechado (Figura 16.18). No item (a), determinamos o comprimento do tubo fechado pela Equação 16.22. No item (b), precisamos comparar essa situação com a de um tubo aberto, cujas frequências são dadas pela Equação 16.18.

EXECUTAR: (a) como em um tubo fechado, $f_1 = v/4L$, então

$$L_{\text{fechado}} = \frac{v}{4f_1} = \frac{345\ \text{m/s}}{4\,(220\ \text{s}^{-1})} = 0{,}392\ \text{m}$$

(b) A frequência do segundo sobretom de um tubo fechado (a *terceira* frequência possível) é $f_5 = 5f_1 = 5(220\ \text{Hz}) = 1.100\ \text{Hz}$. Se os comprimentos de onda dos dois tubos são os mesmos, as frequências também são iguais, de modo que a frequência do terceiro harmônico do tubo aberto, que é dada por $3f_1 = 3(v/2L)$, é igual a 1.100 Hz. Logo,

$$1.100\ \text{Hz} = 3\left(\frac{35\ \text{m/s}}{2\,L_{\text{aberto}}}\right) \quad \text{e} \quad L_{\text{aberto}} = 0{,}470\ \text{m}$$

AVALIAR: o comprimento do tubo fechado é 0,392 m e sua frequência fundamental é 220 Hz; o tubo aberto *mais longo* (0,470 m) tem uma frequência fundamental *maior*, (1.100 Hz)/3 = 367 Hz. Caso isso lhe pareça contraditório, você deve comparar novamente as figuras 16.17a e 16.18a.

Em um tubo de um órgão em uso, diversos modos estão presentes simultaneamente; o movimento do ar é uma superposição desses modos. Essa situação é análoga ao caso de uma corda batida ou puxada, como na Figura 15.28. Tal como no caso de uma corda vibrante, uma onda estacionária complexa se propaga no tubo produzindo uma onda sonora progressiva no ar circundante com uma composição harmônica semelhante à da onda estacionária. Um tubo muito fino produz uma onda sonora rica em harmônicos superiores; um tubo grosso produz basicamente o harmônico fundamental, ouvido como um tom suave, mais parecido com o tom de uma flauta. A composição harmônica também depende da forma da boca do tubo.

Até o momento, falamos sobre tubos de órgãos, porém essa discussão se aplica a outros instrumentos de sopro. A flauta e a flauta doce são diretamente análogas.

A principal diferença é que esses instrumentos possuem buracos ao longo do tubo. Usando os dedos, podemos abrir ou fechar os buracos, alterando o comprimento efetivo L da coluna de ar e, portanto, fazendo variar a altura do som. Em contraste, cada tubo individual de um órgão pode tocar apenas uma nota. A flauta e a flauta doce funcionam como tubos *abertos*, enquanto uma clarineta funciona como um tubo *fechado* (fechado na extremidade onde se localiza a palheta e aberto na outra extremidade, por onde sai o ar).

As equações 16.18 e 16.22 mostram que as frequências de qualquer instrumento de sopro são proporcionais à velocidade do som v na coluna de ar no interior do instrumento. Como mostra a Equação 16.10, v depende da temperatura; seu valor aumenta quando a temperatura aumenta. Portanto, a altura de todos os instrumentos musicais se eleva com o aumento da temperatura. Se alguns tubos do órgão estiverem em temperaturas diferentes de outros, o órgão soará desafinado.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.4 Se você conectar uma mangueira à extremidade de um tubo de metal e soprar ar comprimido dentro dele, o tubo produzirá um tom musical. Se, em vez disso, você soprar hélio comprimido para dentro do tubo à mesma pressão e temperatura, o tubo produzirá (i) o mesmo tom, (ii) um tom mais alto ou (iii) um tom mais baixo? ❙

16.5 RESSONÂNCIA E SOM

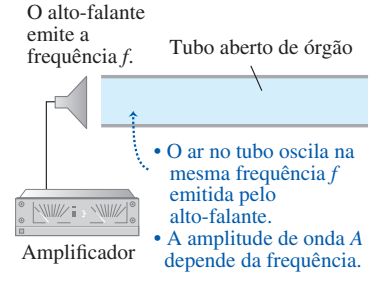
Muitos sistemas mecânicos têm modos normais de oscilação. Como vimos, esses modos incluem colunas de ar (como em um órgão de tubos) e cordas esticadas (como em uma guitarra; ver Seção 15.8). Em cada modo, cada partícula do sistema descreve um MHS com a mesma frequência desse modo. Colunas de ar e cordas esticadas possuem uma série infinita de modos normais, porém o conceito básico está intimamente relacionado com o oscilador harmônico simples discutido no Capítulo 13, que possui um único modo normal (ou seja, uma única frequência com a qual ele oscila depois de ser perturbado).

Suponha que você aplique uma força variando periodicamente sobre um sistema que pode oscilar. O sistema é, então, forçado a oscilar com a mesma frequência da força aplicada (chamada de *força propulsora*). Esse movimento denomina-se *oscilação forçada*. Falamos sobre as oscilações forçadas de um oscilador harmônico na Seção 13.8, inclusive descrevendo o fenômeno da **ressonância** mecânica. Um exemplo simples de ressonância ocorre quando você empurra seu primo Tobias em um balanço. O balanço é um pêndulo; ele possui apenas um modo normal cuja frequência é determinada pelo comprimento do pêndulo. Quando empurramos periodicamente o balanço com essa frequência, podemos fazer a amplitude do movimento aumentar. Porém, quando empurramos o balanço com uma frequência diferente, ele praticamente não se move.

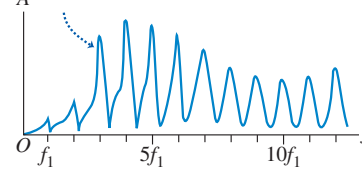
A ressonância também ocorre quando uma força periodicamente variável é aplicada a um sistema com muitos modos normais. Na **Figura 16.19a**, um tubo aberto de um órgão é colocado nas proximidades de um alto-falante emitindo ondas senoidais puras com frequência f, que pode variar ajustando-se o amplificador. O ar no interior do tubo é forçado a oscilar com a mesma frequência f da *força propulsora* produzida pelo alto-falante. Em geral, a amplitude desse movimento é relativamente pequena, e o ar no interior do tubo não se move em nenhum dos padrões do modo normal mostrados na Figura 16.17. Entretanto, quando a frequência f da força propulsora tiver um valor próximo ao de uma das frequências dos modos normais, o ar no interior do tubo oscilará com a mesma frequência desse modo normal e a amplitude aumentará consideravelmente. A Figura 16.19b mostra a amplitude das oscilações do ar no tubo em função da frequência f da força propulsora. Essa **curva de ressonância** do tubo forma picos quando o valor da frequência f é igual a uma das frequências dos modos normais do tubo. A forma detalhada da curva de ressonância depende da geometria do tubo.

Figura 16.19 (a) O ar em um tubo aberto é forçado a oscilar com a mesma frequência que as ondas sonoras senoidais provenientes de um alto-falante. (b) A curva de ressonância do tubo aberto mostra a amplitude da onda sonora estacionária no tubo em função da frequência da força propulsora.

(a)



(b) Curva de ressonância: gráfico da amplitude A em função da frequência da força propulsora f. Os picos de ressonância ocorrem para as frequências dos modos normais do tubo: $f_1,\ f_2 = 2f_1,\ f_3 = 3f_1,\ \ldots$.



BIO Aplicação Ressonância e a sensibilidade do ouvido O canal auditivo do ouvido humano (ver Figura 16.4) é um tubo aberto cheio de ar em uma extremidade e fechado na outra extremidade (o tímpano). O canal tem cerca de 2,5 cm = 0,0025 m de extensão, de modo que possui uma ressonância em sua frequência fundamental $f_1 = v/4L$ = (344 m/s)/[4(0,025 m)] = 3.440 Hz. A ressonância significa que um som nessa frequência produz uma forte oscilação do tímpano. É por isso que seu ouvido é mais sensível a sons próximos de 3.440 Hz.

Se a frequência da força propulsora for exatamente *igual* a uma das frequências dos modos normais, o sistema está em ressonância, e a amplitude da oscilação forçada atingirá seu valor máximo. Caso não houvesse atrito nem nenhum outro mecanismo de dissipação de energia, uma força propulsora com a frequência de um modo normal continuaria a adicionar energia ao sistema, a amplitude cresceria indefinidamente e os picos da curva de ressonância da Figura 16.19b seriam infinitamente grandes. Contudo, em sistemas reais sempre existe alguma dissipação de energia, ou amortecimento, conforme discutimos na Seção 13.8; a amplitude da oscilação na ressonância pode ser muito grande, mas não infinita.

O "som das ondas do mar" que você ouve quando encosta o ouvido em uma concha é produzido por ressonância. O ruído do som do ar do lado de fora da concha é uma mistura de ondas sonoras com quase todas as frequências audíveis, forçando a oscilação do ar em seu interior. A concha funciona como se fosse o tubo de um órgão, contendo um conjunto de frequências dos modos normais; portanto, o ar no interior da concha oscila com mais intensidade nessas frequências, produzindo o som característico que você ouve. Para ouvir outro fenômeno semelhante, tire a tampa de sua bebida favorita e sopre através da extremidade superior aberta. O ruído é produzido pelo seu sopro e o "tubo do órgão" é a coluna de ar acima da superfície livre do líquido. Ao beber um pouco da bebida e repetir a experiência, você ouvirá um tom mais baixo porque o comprimento do "tubo" aumentou e as frequências dos modos normais são mais baixas.

A ressonância também ocorre quando uma corda esticada é obrigada a oscilar (ver Seção 15.8). Suponha que uma das extremidades de uma corda esticada seja mantida fixa enquanto a outra vibra com pequenas amplitudes produzindo ondas estacionárias. Quando a frequência do mecanismo propulsor *não* for igual a uma das frequências dos modos normais da corda, a amplitude nos ventres será bastante pequena. Contudo, quando a frequência for igual a uma das frequências dos modos normais, a corda entrará em ressonância e a amplitude dos ventres passará a ser muito maior que aquela na extremidade propulsora. Esta não é precisamente um nó, porém está mais próxima de um nó que de um ventre quando a corda entra em ressonância. As fotografias de ondas estacionárias mostradas na Figura 15.23 foram feitas desse modo, mantendo-se a extremidade da esquerda fixa e fazendo a extremidade da direita oscilar verticalmente com pequena amplitude.

É fácil demonstrar a ressonância em um piano. Pressione para baixo o pedal do amortecedor, ou *sustain* (o pedal do lado direito), de modo a eliminar o amortecimento e permitir que as cordas vibrem livremente, e a seguir cante em um tom constante para dentro do piano. Quando você para de cantar, o piano parece continuar cantando a mesma nota. As ondas sonoras de sua voz excitam vibrações nas cordas que possuem frequências naturais próximas das frequências (a fundamental e os demais harmônicos) presentes na nota que você cantou.

Um exemplo mais espetacular é dado por uma cantora que quebra um cálice de cristal quando sua voz é amplificada. Um cálice de vinho de cristal de boa qualidade possui frequências normais de vibração que você pode ouvir dando-lhe uma leve batida com o dedo. Quando uma cantora emite uma nota em volume muito alto com uma frequência exatamente igual a uma das frequências desses modos normais, as oscilações que ocorrem no cálice podem se superpor, dando origem a uma oscilação com uma amplitude tão elevada que será capaz de quebrá-lo (**Figura 16.20**).

Figura 16.20 A frequência do som deste trompete atinge um valor exatamente igual a uma das frequências dos modos normais da taça de cristal. As vibrações da taça produzidas pela ressonância possuem uma amplitude suficientemente elevada para fazê-la quebrar.

EXEMPLO 16.12 UM DUETO PARA ÓRGÃO E GUITARRA

Um tubo fechado de um órgão emite um som nas vizinhanças de uma guitarra, fazendo vibrar uma de suas cordas com grande amplitude. Fazemos a tensão da corda variar até achar a amplitude máxima. O comprimento da corda é igual a 80% do comprimento do tubo fechado. Sabendo que a corda e o tubo vibram com a mesma frequência fundamental, calcule a razão entre a velocidade de propagação da onda na corda e a velocidade de propagação do som no ar.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a grande resposta da vibração obtida na corda é um exemplo de ressonância. Ela ocorre porque

(*Continua*)

(*Continuação*)
o tubo do órgão e a corda possuem a mesma frequência fundamental. Usando o subscrito *a* para designar grandezas do ar e o subscrito *c* para designar grandezas da corda, temos $f_{1a} = f_{1c}$. A Equação 16.20 fornece a frequência fundamental de um tubo fechado, e a Equação 15.32 fornece a frequência fundamental de uma corda de guitarra que é fixada em ambas as extremidades. Essas expressões envolvem a velocidade da onda no ar (v_a) e na corda (v_c), e os comprimentos do tubo e da corda. Sabemos que $L_c = 0{,}80\ L_a$, e que a variável que queremos encontrar é a razão v_c/v_a.

EXECUTAR: pela Equação 16.20, sabemos que $f_{1a} = v_a/4L_a$, e, pela Equação 15.32, sabemos também que $f_{1c} = v_c/2L_c$. Igualando essas relações, encontramos

$$\frac{v_a}{4L_a} = \frac{v_c}{2L_c}$$

Substituindo $L_c = 0{,}80L_a$ na relação anterior e reagrupando os termos, achamos $v_c/v_a = 0{,}40$.

AVALIAR: como um exemplo, se a velocidade do som no ar fosse igual a 345 m/s, a velocidade da onda na corda seria (0,40)(345 m/s) = 138 m/s. Note que, embora as ondas estacionárias no tubo e na corda possuam a mesma frequência, elas têm *comprimentos de onda* $\lambda = v/f$ diferentes, porque os dois meios têm velocidades v diferentes. Qual das ondas estacionárias possui o maior comprimento de onda?

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.5 Um tubo de órgão fechado de comprimento L possui uma frequência fundamental igual a 220 Hz. Em qual dos seguintes tubos haverá ressonância se um diapasão de frequência igual a 660 Hz soar perto dele? (Pode haver mais de uma resposta correta.) (i) Um tubo de órgão fechado de comprimento L; (ii) um tubo de órgão fechado de comprimento $2L$; (iii) um tubo de órgão aberto de comprimento L; (iii) um tubo de órgão aberto de comprimento $2L$. ❙

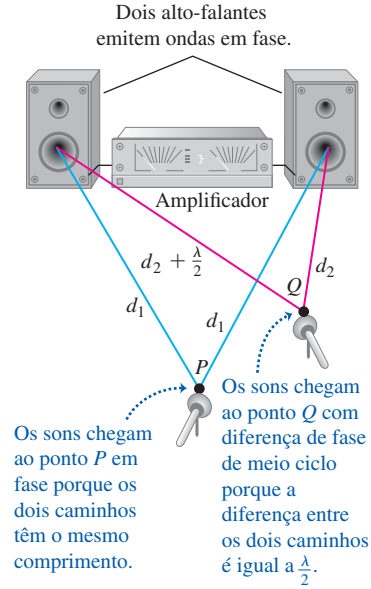
16.6 INTERFERÊNCIA DE ONDAS

O termo *interferência* agrupa os fenômenos ondulatórios que ocorrem quando duas ou mais ondas se superpõem na mesma região do espaço. Como vimos, uma onda estacionária é um exemplo simples de interferência: duas ondas se propagando em sentidos opostos ao longo de um meio se superpõem, dando origem a um padrão de onda estacionária que possui nós e ventres que não se movem.

A **Figura 16.21** mostra outro exemplo de interferência que envolve ondas que se espalham no espaço. Dois alto-falantes, mantidos em fase pelo mesmo amplificador, emitem ondas sonoras senoidais idênticas com a mesma frequência constante. Colocamos um microfone no ponto P da figura, equidistante dos dois alto-falantes. As cristas das ondas emitidas pelos dois alto-falantes percorrem distâncias iguais nos mesmos intervalos e chegam simultaneamente ao ponto P. Portanto, as ondas chegam em fase e ocorre uma interferência construtiva. A amplitude total da onda que medimos em P é igual ao dobro da amplitude de cada onda individual.

Deslocamos agora o microfone para o ponto Q, no qual a diferença entre as distâncias até os microfones é igual a meio comprimento de onda. Então as duas ondas chegam ao ponto Q com uma *diferença de fase* equivalente a meio ciclo; uma crista positiva da onda proveniente de um alto-falante chega ao ponto no mesmo instante em que chega outra onda com uma crista negativa. Nesse caso, ocorre interferência destrutiva, e a amplitude medida no microfone é *muito menor* que quando um único alto-falante está presente. Quando as amplitudes das ondas provenientes dos dois alto-falantes forem iguais, as duas ondas se cancelam completamente no ponto Q, e a amplitude total da onda resultante é igual a zero.

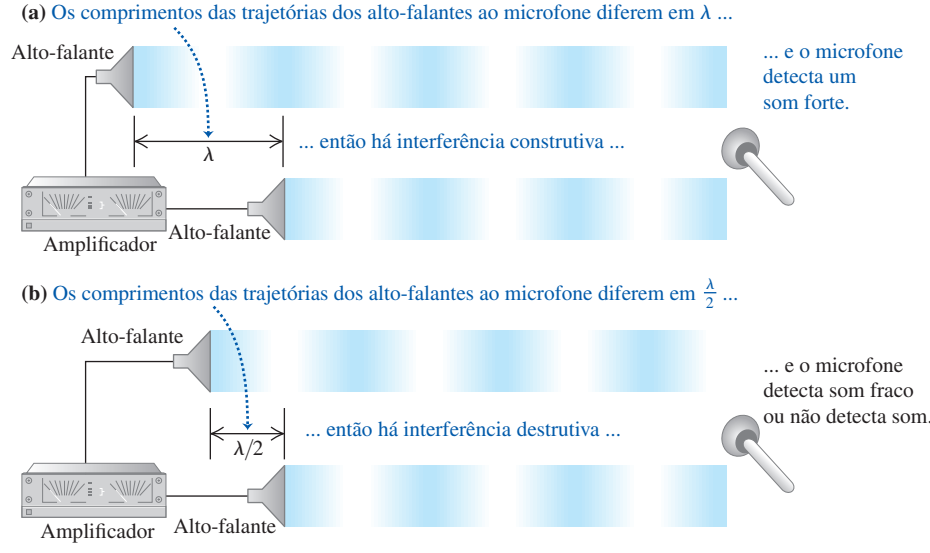
Figura 16.21 Dois alto-falantes alimentados pelo mesmo amplificador. A interferência construtiva ocorre no ponto P, e a interferência destrutiva ocorre no ponto Q.



ATENÇÃO Interferência e ondas progressivas A onda total resultante na Figura 16.21 é uma onda *progressiva*, e não uma onda estacionária. Em uma onda estacionária não existe nenhum fluxo de energia em nenhuma direção. Em contraste, na Figura 16.21 *existe* um fluxo total de energia do alto-falante para o ar circundante, típico de uma onda progressiva. A interferência entre as ondas dos alto-falantes simplesmente faz o fluxo de energia ser *canalizado* para certas direções (por exemplo, para o ponto P) e ser cancelado em outras direções (por exemplo, na direção do ponto Q). Você pode notar outra diferença entre a Figura 16.21 e uma onda estacionária considerando um ponto, como o ponto Q, onde ocorre interferência destrutiva. Esse ponto é *simultaneamente* um nó de deslocamento e um nó de pressão, porque não existe nenhuma onda resultante nesse ponto. Em uma onda estacionária, um nó de pressão é um ventre de deslocamento e vice-versa.

A interferência construtiva ocorre quando a diferença entre as distâncias percorridas pelas duas ondas for igual a um número inteiro de comprimentos de onda, 0, λ, 2λ, 3λ ...; em todos esses casos, as ondas chegam em fase ao microfone (**Figura 16.22a**). Quando a diferença das distâncias entre o microfone e cada alto-falante for igual a um número semi-inteiro de comprimentos de onda, λ/2, 3λ/2, 5λ/2..., as ondas chegam ao microfone com fases opostas e ocorrerá interferência destrutiva (Figura 16.22b). Nesse caso, pouca ou nenhuma energia sonora flui em direção ao microfone que está diretamente em frente aos alto-falantes. Em vez disso, a energia é dirigida para outras direções, onde ocorre interferência construtiva.

Figura 16.22 Dois alto-falantes alimentados pelo mesmo amplificador emitindo ondas em fase. Somente as ondas direcionadas aos microfones são indicadas, e elas estão separadas para maior clareza. (a) Ocorre interferência construtiva quando a diferença entre os dois caminhos for igual a 0, λ, 2λ, 3λ ... (b) Ocorre interferência destrutiva quando a diferença entre os dois caminhos for igual a λ/2, 3λ/2, 5λ/2...



EXEMPLO 16.13 INTERFERÊNCIA EM ALTO-FALANTES

Dois alto-falantes pequenos, A e B (**Figura 16.23**), são alimentados por um mesmo amplificador e emitem ondas senoidais puras em fase. Considere que a velocidade do som é igual a 350 m/s. (a) Em que frequências ocorre interferência construtiva no ponto P? (b) Em que frequências ocorre interferência destrutiva?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a natureza da interferência em P depende da diferença d entre os comprimentos das trajetórias dos pontos A e B até P. Calculamos os comprimentos das trajetórias pelo teorema de Pitágoras. Interferências construtivas ocorrem quando d for igual a um número inteiro de comprimentos de onda, enquanto a interferência destrutiva ocorre quando d é um número semi-inteiro de comprimentos de onda. Para encontrar as frequências correspondentes, usamos a relação $v = f\lambda$.

EXECUTAR: a distância do alto-falante A até o ponto P é $[(2{,}00\text{ m})^2 + (4{,}00\text{ m})^2]^{1/2} = 4{,}47$ m, e a distância entre o alto-falante B até P é $[(1{,}00\text{ m})^2 + (4{,}00\text{ m})^2]^{1/2} = 4{,}12$ m. A diferença entre as trajetórias seguidas pelas ondas é $d = 4{,}47\text{ m} - 4{,}12\text{ m} = 0{,}35$ m. (a) Ocorre interferência construtiva quando $d = 0, \lambda, 2\lambda$ ..., ou $d = 0, v/f, 2v/f... = nv/f$. Logo, as frequências possíveis são

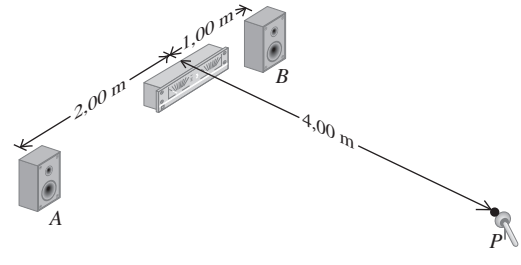
$$f_n = \frac{nv}{d} = n\,\frac{350\text{ m/s}}{0{,}35\text{ m}} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$
$$= 1.000\text{ Hz}, 2.000\text{ Hz}, 3.000\text{ Hz}, \ldots$$

(b) Ocorre interferência destrutiva quando $d = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2...$, ou $d = v/2f, 3v/2f, 5v/2f...$ Logo, as frequências possíveis são

$$f_n = \frac{nv}{2d} = n\,\frac{350\text{ m/s}}{2\,(0{,}35\text{ m})} \qquad (n = 1, 3, 5, \ldots)$$
$$= 500\text{ Hz}, 1.500\text{ Hz}, 2.500\text{ Hz}, \ldots$$

AVALIAR: à medida que a frequência aumenta, o som no ponto P altera amplitudes grandes e pequenas (próximas de zero); os máximos e mínimos ocorrem nas frequências que calculamos. Esse efeito dificilmente pode ser notado em uma sala comum, em razão das reflexões múltiplas que ocorrem nas paredes, no piso e no teto.

Figura 16.23 Que tipo de interferência ocorre em P?



A interferência é o princípio por trás dos fones de ouvido para redução de ruído, usados em ambientes com fontes sonoras muito intensas, como cabines de aeronave (**Figura 16.24**). Um microfone no aparelho detecta o ruído externo, e os circuitos internos reproduzem o ruído dentro do fone, com diferença de fase de meio ciclo. Esse som defasado interfere destrutivamente nos sons gerados fora do fone, de modo que o usuário experimenta muito pouco ruído indesejado.

Figura 16.24 Este fone para aviação utiliza interferência destrutiva para minimizar a quantidade de ruído proveniente do vento e das hélices que chega aos ouvidos de quem o utiliza.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.6 Suponha que o alto-falante *A* da Figura 16.23 emita uma onda sonora senoidal com 500 Hz de frequência, e que o alto-falante *B* emita uma onda sonora senoidal de 1.000 Hz. Que tipo de interferência ocorrerá entre essas duas ondas? (i) Interferência construtiva em vários pontos, inclusive o ponto *P*, e interferência destrutiva em vários outros pontos; (ii) interferência destrutiva em vários pontos, inclusive o ponto *P*, e interferência construtiva em vários pontos; (iii) nenhuma das opções anteriores. ❙

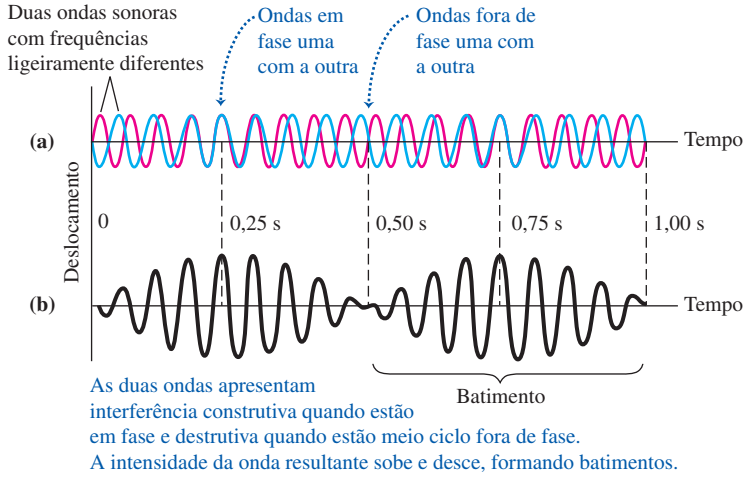
16.7 BATIMENTOS

Na Seção 16.6, comentamos sobre os efeitos de *interferência* que ocorrem quando duas ondas com amplitudes diferentes e mesma frequência se superpõem na mesma região do espaço. Vejamos agora o que ocorre quando há superposição de duas ondas de mesma amplitude, mas frequências ligeiramente diferentes. Isso ocorre, por exemplo, quando tocamos simultaneamente dois diapasões com frequências ligeiramente diferentes, ou quando dois tubos de um órgão que deveriam ter a mesma frequência ficam ligeiramente "desafinados".

Considere um ponto particular do espaço onde as duas ondas se superpõem. Na **Figura 16.25a**, desenhamos os deslocamentos das ondas individuais nesse ponto em função do tempo. O comprimento total do eixo do tempo representa 1 segundo, e as frequências são 16 Hz (senoide azul) e 18 Hz (senoide vermelha). Aplicando o princípio da superposição, adicionamos os deslocamentos em cada instante para achar o deslocamento total no respectivo instante. O resultado dessa superposição é o gráfico indicado na Figura 16.25b. Em certos instantes, as duas ondas estão em fase; seus máximos coincidem e as duas amplitudes se somam. Porém, em certos instantes (como $t = 0{,}50$ s na Figura 16.25), elas estão completamente *fora* de fase. Nesse caso, as duas ondas se cancelam, e a amplitude total é zero.

A onda resultante representada na Figura 16.25b parece uma única onda senoidal com uma amplitude variável que vai de zero até um valor máximo e depois retorna a zero. Neste exemplo, a amplitude atinge dois máximos e dois mínimos

Figura 16.25 Batimentos são flutuações na amplitude produzidas pela superposição de duas ondas sonoras que possuem frequências ligeiramente diferentes, aqui 16 Hz e 18 Hz. (a) Ondas individuais. (b) Onda resultante da superposição das duas ondas. A frequência dos batimentos é 18 Hz − 16 Hz = 2 Hz.



DADOS MOSTRAM

Batimentos

Quando os alunos recebiam um problema sobre batimentos, mais de 40% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Pensar que a frequência dos batimentos informa qual das duas fontes está na frequência mais alta. Tudo o que ela diz é a diferença entre suas frequências.
- Esquecer que a altura (ou tom) é determinada principalmente pela frequência da onda, enquanto a intensidade do som é determinada principalmente pela amplitude da onda.

consecutivos em um segundo; logo, a frequência dessa variação de amplitude é igual a 2 Hz. A variação da amplitude produz variações de intensidade denominadas **batimentos**, e a frequência dessa variação de intensidade denomina-se **frequência dos batimentos**. Neste exemplo, a frequência do batimento é a *diferença* entre as duas frequências. Quando a frequência dos batimentos for de poucos hertz, conseguimos ouvi-la como uma ondulação ou pulsação no tom.

Podemos demonstrar que a frequência dos batimentos é *sempre* dada pela diferença das duas frequências f_a e f_b. Suponha que f_a seja maior que f_b; os períodos correspondentes são T_a e T_b, sendo $T_a < T_b$. Se as ondas começassem em fase no instante $t = 0$, elas voltariam a ficar em fase quando a primeira onda percorresse um ciclo a mais que a segunda. Isso ocorreria quando o valor de t fosse igual a T_{bat}, o *período* dos batimentos. Seja n o número de ciclos da primeira onda no instante T_{bat}; então o número de ciclos da segunda onda no mesmo instante é $(n - 1)$ e, portanto, obtemos as relações

$$T_{\text{bat}} = nT_a \quad \text{e} \quad T_{\text{bat}} = (n - 1)T_b$$

Eliminando n entre essas duas equações, achamos

$$T_{\text{bat}} = \frac{T_a T_b}{T_b - T_a}$$

O inverso do período dos batimentos é a *frequência* dos batimentos, $f_{\text{bat}} = 1/T_{\text{bat}}$, portanto,

$$f_{\text{bat}} = \frac{T_b - T_a}{T_a T_b} = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_b}$$

e, finalmente,

Frequência dos batimentos para as ondas a e b

$$f_{\text{bat}} = f_a - f_b \qquad (16.24)$$

(f_a: Frequência de onda a; f_b: Frequência de onda b (menor que f_a))

Conforme afirmamos, a frequência dos batimentos é a diferença entre as duas frequências.

Uma dedução alternativa da Equação 16.24 consiste em listar as funções que descrevem as curvas da Figura 16.25a e, a seguir, somá-las. Suponha que, em certo ponto, as duas ondas sejam dadas por $y_a(t) = A \operatorname{sen} 2\pi f_a t$ e $y_b(t) = -A \operatorname{sen} 2\pi f_b t$. Usamos a seguinte identidade trigonométrica:

$$\operatorname{sen} a - \operatorname{sen} b = 2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(a - b) \cos \tfrac{1}{2}(a + b)$$

Podemos então expressar a onda resultante $y(t) = y_a(t) + y_b(t)$ do seguinte modo:

$$y_a(t) + y_b(t) = [2A \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(2\pi)(f_a - f_b)t] \cos \tfrac{1}{2}(2\pi)(f_a + f_b)t$$

O fator da amplitude (a grandeza entre colchetes) varia lentamente com uma frequência $\frac{1}{2}(f_a - f_b)$. O fator cosseno varia com uma frequência igual à frequência *média* $\frac{1}{2}(f_a + f_b)$. O *quadrado* da amplitude, proporcional à intensidade do som que o ouvido detecta, passa por dois máximos e dois mínimos em cada ciclo. Logo, a frequência dos batimentos que ouvimos f_{bat} é o dobro da grandeza $\frac{1}{2}(f_a - f_b)$ ou, precisamente, $f_a - f_b$, concordando com a Equação 16.24.

Os batimentos entre dois tons podem ser ouvidos até uma frequência de batimentos da ordem de 6 ou 7 Hz. Duas cordas de piano ou dois tubos de um órgão que apresentam diferença de frequência da ordem de 2 ou 3 Hz possuem um som ondulatório ou "desafinado", embora alguns registros de órgão contenham dois conjuntos de tubos propositalmente afinados para que as frequências dos batimentos sejam da ordem de 1 a 2 Hz, para obter um efeito ondulatório suave. Escutar os batimentos é uma técnica importante para afinar todos os instrumentos musicais. Parte da engenharia contida no voo de uma aeronave consiste em *evitar* batimentos (**Figura 16.26**).

Quando há diferenças de frequências maiores que cerca de 6 ou 7 Hz, não escutamos mais batimentos individuais, e a sensação conflui para uma *consonância* ou uma *dissonância*, dependendo da razão entre as frequências dos dois sons. Em alguns casos, o ouvido percebe um tom chamado *diferença de tom*, com uma altura igual à frequência dos batimentos dos dois tons. Por exemplo, se você escuta um assobio que produz sons de 1.800 Hz e de 1.900 Hz quando emitido, você ouvirá não somente esses tons, mas também um tom muito mais baixo de 100 Hz.

Figura 16.26 Se as duas hélices deste avião não estiverem perfeitamente sincronizadas, os pilotos, os passageiros e os ouvintes que no solo devem escutar batimentos desagradáveis, ouvidos como intensos sons pulsantes. Em alguns aviões, o sincronismo das hélices é feito eletronicamente; em outros, o piloto faz isso "de ouvido", como na afinação de um piano.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.7 Um diapasão vibra com uma frequência de 440 Hz, enquanto um segundo diapasão vibra em uma frequência desconhecida. Quando se fazem soar ambos os diapasões simultaneamente, escuta-se um tom que cresce e diminui em intensidade três vezes por segundo. Qual é a frequência do segundo diapasão? (i) 434 Hz; (ii) 437 Hz; (iii) 443 Hz; (iv) 446 Hz; (v) 434 Hz ou 446 Hz; (vi) 437 Hz ou 443 Hz.

16.8 O EFEITO DOPPLER

Você já deve ter notado que, quando um carro se aproxima de você buzinando, parece que a frequência do som diminui à medida que ele vai passando. Esse fenômeno, descrito pela primeira vez no século XIX pelo cientista austríaco Christian Doppler, denomina-se **efeito Doppler**. Quando existe um movimento relativo entre uma fonte sonora e um ouvinte, a frequência do som percebido pelo ouvinte é diferente da frequência do som emitido pela fonte. Um efeito semelhante ocorre com a luz e com as ondas de rádio; voltaremos a esse tema mais adiante.

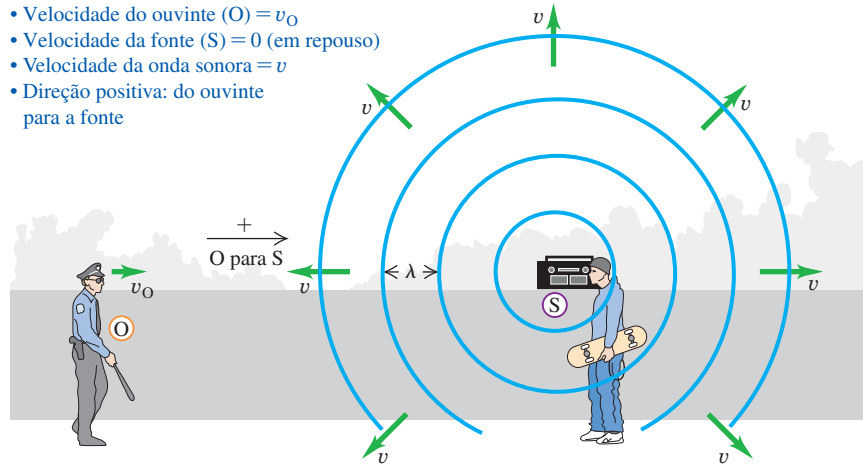
Para analisar o efeito Doppler do som, vamos estabelecer uma relação entre o desvio da frequência e as velocidades da fonte e do ouvinte em relação ao meio (geralmente o ar) através do qual a onda sonora se propaga. Para simplificar, consideraremos somente o caso particular no qual a velocidade da fonte e a do ouvinte possuem direções ao longo da linha reta que os une. Sejam v_S e v_O as componentes da velocidade do som e da velocidade do ouvinte, respectivamente, em relação ao meio. Vamos considerar positivo o sentido do ouvinte O para a fonte sonora S. A velocidade do som v em relação ao meio será sempre considerada positiva.

Ouvinte em movimento e fonte estacionária

Vamos inicialmente supor um ouvinte O se movendo com velocidade v_O e se aproximando de uma fonte sonora S (**Figura 16.27**). A fonte emite uma onda sonora com frequência f_S e comprimento de onda $\lambda = v/f_S$. A figura mostra diversas cristas de onda, separadas pela mesma distância λ. As cristas das ondas que se aproximam do ouvinte movem-se com uma velocidade de propagação *em relação ao ouvinte* igual a $(v + v_O)$. Assim, a frequência f_O das ondas que chegam ao local onde o ouvinte se situa (ou seja, a frequência ouvida pelo observador) é dada por

$$f_O = \frac{v + v_O}{\lambda} = \frac{v + v_O}{v/f_S} \tag{16.25}$$

Figura 16.27 Um ouvinte que se aproxima de uma fonte ouve um som com uma frequência maior que a frequência da fonte, porque a velocidade relativa entre o ouvinte e a onda é maior que a velocidade da onda v.



ou

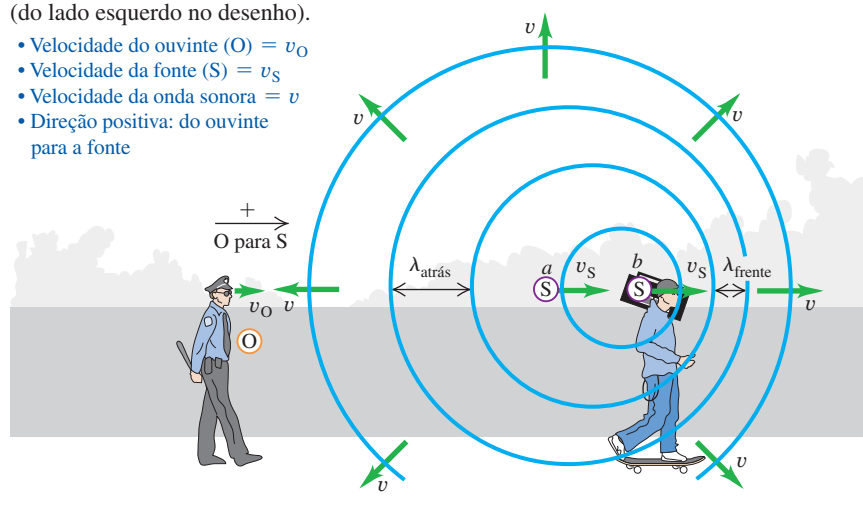
$$f_O = \left(\frac{v + v_O}{v}\right) f_S = \left(1 + \frac{v_O}{v}\right) f_S \quad \text{(ouvinte em movimento, fonte estacionária)} \qquad (16.26)$$

Portanto, quando um ouvinte se aproxima da fonte sonora ($v_O > 0$), como indicado na Figura 16.27, ele ouve um som com uma frequência mais elevada (altura mais elevada) que a frequência ouvida quando ele está em repouso. Quando o ouvinte se afasta da fonte sonora ($v_O < 0$), ele ouve uma frequência menor (altura mais baixa).

Fonte em movimento e ouvinte em movimento

Suponha agora que, além do ouvinte, a fonte também se mova, com velocidade v_S (**Figura 16.28**). A velocidade da onda em relação ao meio no qual ela se propaga (o ar) ainda é igual a v, pois essa velocidade só depende das propriedades do meio e não se altera quando a fonte se move. Porém, o comprimento de onda não é mais v/f_S. Vejamos por quê. O tempo para a emissão de um ciclo da onda é o período $T = 1/f_S$. Durante esse tempo, a onda se deslocou uma distância $vT = v/f_S$, e a fonte se moveu uma distância $v_S T = v_S/f_S$. O comprimento de onda é a distância entre duas cristas sucessivas, distância determinada pelo deslocamento *relativo* entre a fonte e o ouvinte. Como podemos ver na Figura 16.28, isso é diferente para um ouvinte

Figura 16.28 As cristas das ondas emitidas por uma fonte em movimento de a para b ficam comprimidas na frente da fonte (do lado direito no desenho) e se dilatam atrás dela (do lado esquerdo no desenho).



que está na frente da fonte e para outro que está atrás da fonte. Na região à direita da fonte na Figura 16.28 (ou seja, na frente da fonte), o comprimento de onda é

$$\lambda_{\text{frente}} = \frac{v}{f_S} - \frac{v_S}{f_S} = \frac{v - v_S}{f_S} \qquad \begin{matrix}\text{(comprimento de onda na frente de uma fonte que se move)}\end{matrix} \qquad (16.27)$$

Na região à esquerda da fonte (ou seja, atrás da fonte), o comprimento de onda é

$$\lambda_{\text{atrás}} = \frac{v + v_S}{f_S} \qquad \begin{matrix}\text{(comprimento de onda atrás de uma fonte que se move)}\end{matrix} \qquad (16.28)$$

As ondas se comprimem na frente da fonte e se distendem atrás dela, em razão de seu movimento.

Para encontrar a frequência percebida pelo ouvinte atrás da fonte, substituímos a Equação 16.28 na primeira forma da Equação 16.25:

$$f_O = \frac{v + v_O}{\lambda_{\text{atrás}}} = \frac{v + v_O}{(v + v_S)/f_S}$$

Efeito Doppler para ouvinte O e fonte S em movimento:

$$f_O = \frac{v + v_O}{v + v_S} f_S \qquad (16.29)$$

Frequência detectada pelo ouvinte

Velocidade do ouvinte (+ se de O para S, − se ao contrário)

Frequência emitida pela fonte

Velocidade do som

Velocidade da fonte (+ se de O para S, − se ao contrário)

Embora tenhamos deduzido a Equação 16.29 para a situação particular mostrada na Figura 16.28, essa equação inclui *todas* as possibilidades do movimento da fonte e do ouvinte (em relação ao meio) ao longo da reta que os une. Quando o ouvinte está em repouso, v_O é igual a zero. Quando o ouvinte e a fonte estão em repouso ou quando se deslocam com a mesma velocidade em relação ao meio, então $v_O = v_S$ e $f_O = f_S$. Quando o sentido da velocidade da fonte ou da velocidade do ouvinte for contrário ao sentido que vai do ouvinte para a fonte (que definimos como positivo), a velocidade correspondente a ser usada na Equação 16.29 é negativa.

Como exemplo, a frequência percebida por um ouvinte em repouso ($v_O = 0$) é $f_O = [v/(v + v_S)]f_S$. Se a fonte estiver se movendo na direção do ouvinte (no sentido negativo), então $v_S < 0$, $f_O > f_S$, e o ouvinte escuta uma frequência mais alta que a emitida pela fonte. Se, em vez disso, a fonte estiver se afastando do ouvinte (deslocando-se no sentido positivo), então $v_S > 0$, $f_O < f_S$, e o ouvinte percebe uma frequência mais baixa. Isso explica a mudança de altura que você nota quando a sirene de uma ambulância passa por você (**Figura 16.29**).

Figura 16.29 O efeito Doppler explica por que a frequência da sirene de uma ambulância ou de um carro de bombeiro apresenta uma altura mais elevada ($f_O > f_S$) quando a fonte se aproxima de você ($v_S < 0$), e uma altura mais baixa ($f_O < f_S$) quando a fonte se afasta de você ($v_S > 0$).

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 16.2 EFEITO DOPPLER

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* o efeito Doppler é relevante sempre que a fonte das ondas, o detector das ondas (ouvinte) ou ambos estão em movimento.

PREPARAR *o problema* por meio dos seguintes passos:

1. Estabeleça um sistema de coordenadas. Defina como positivo o sentido que vai do ouvinte para a fonte, e certifique-se de que você conhece os sinais de todas as velocidades relevantes. Uma velocidade no sentido do ouvinte para a fonte é positiva; com sentido contrário a ela é negativa. Também devemos medir todas as velocidades em relação ao ar no qual o som se propaga.
2. Use subscritos consistentes para identificar as diversas grandezas: S para a fonte de som e O para o ouvinte.
3. Identifique quais das grandezas desconhecidas são as variáveis-alvo.

EXECUTAR *a solução* da seguinte forma:

1. Use a Equação 16.29 para relacionar as frequências na fonte e junto ao ouvinte, a velocidade do som e as velocidades da fonte e do ouvinte, de acordo com a convenção de sinal definida no item 1 anterior. Se a fonte estiver em movimento, você pode calcular o comprimento de onda medido pelo ouvinte usando as equações 16.27 ou 16.28.

(*Continua*)

(*Continuação*)

2. Quando uma onda é refletida por uma superfície, em repouso ou em movimento, a análise deve ser feita em duas etapas. Na primeira, a superfície desempenha o papel do "ouvinte"; a frequência com a qual as cristas das ondas chegam à superfície é f_O. Na segunda, imagine que a superfície seja uma nova "fonte", emitindo ondas com a mesma frequência f_O. Finalmente, determine a frequência detectada pelo ouvinte que escuta essa nova onda.

AVALIAR *sua resposta:* o *sentido* do deslocamento de frequência é razoável? Quando ocorre uma aproximação entre a fonte e o ouvinte, $f_O > f_S$; quando eles se afastam, $f_O < f_S$. Quando não existe movimento relativo entre a fonte e o ouvinte, $f_O = f_S$.

EXEMPLO 16.14 EFEITO DOPPLER I: COMPRIMENTOS DE ONDA

Uma sirene da polícia emite uma onda senoidal com frequência $f_S = 300$ Hz. A velocidade do som é 340 m/s e o ar está parado. (a) Calcule o comprimento de onda das ondas sonoras quando a sirene está em repouso em relação ao ar. (b) Determine o comprimento de onda das ondas situadas na frente e atrás da sirene quando a sirene se move a 30 m/s.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o efeito Doppler não está envolvido na parte (a), pois nem a fonte nem o ouvinte estão se movendo em relação ao ar; $v = \lambda f$ resulta no comprimento de onda. A **Figura 16.30** mostra a situação na parte (b): quando a sirene está em movimento, calculamos o comprimento de onda de ambos os lados da sirene por meio das equações 16.27 e 16.28, para indicar o efeito Doppler.

EXECUTAR: (a) quando a fonte está em repouso,

$$\lambda = \frac{v}{f_S} = \frac{340 \text{ m/s}}{300 \text{ Hz}} = 1{,}13 \text{ m}$$

(b) Pela Equação 16.27, na frente da sirene,

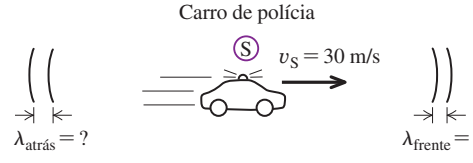
$$\lambda_{\text{frente}} = \frac{v - v_S}{f_S} = \frac{340 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{300 \text{ Hz}} = 1{,}03 \text{ m}$$

Pela Equação 16.28, atrás da sirene,

$$\lambda_{\text{atrás}} = \frac{v + v_S}{f_S} = \frac{340 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{300 \text{ Hz}} = 1{,}23 \text{ m}$$

AVALIAR: o comprimento de onda é menor na frente da sirene e maior atrás, como era de se esperar.

Figura 16.30 Esboço do problema.



EXEMPLO 16.15 EFEITO DOPPLER II: FREQUÊNCIAS

Se o ouvinte O está em repouso e a sirene do Exemplo 16.14 se afasta de O com velocidade de 30 m/s, que frequência o ouvinte escuta?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a variável que precisamos encontrar é a frequência f_O percebida pelo ouvinte, que está atrás da fonte em movimento. A **Figura 16.31** mostra a situação. Sabemos que $v_O = 0$ e $v_S = +30$ m/s (positiva, porque a velocidade da fonte se move no mesmo sentido que aponta do ouvinte para a fonte).

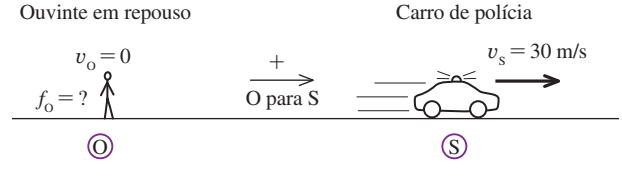
EXECUTAR: pela Equação 16.29,

$$f_O = \frac{v}{v + v_S} f_S = \frac{340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}} (300 \text{ Hz}) = 276 \text{ Hz}$$

AVALIAR: a fonte e o ouvinte se afastam, de modo que $f_O < f_S$. Vejamos como verificar nosso resultado numérico. Do Exemplo 16.14, sabemos que o comprimento de onda atrás da fonte (onde o ouvinte da Figura 16.31 está localizado) é 1,23 m. A velocidade da onda em relação ao ouvinte em repouso é $v = 340$ m/s, embora a fonte esteja se movendo, portanto,

$$f_O = \frac{v}{\lambda} = \frac{340 \text{ m/s}}{1{,}23 \text{ m}} = 276 \text{ Hz}$$

Figura 16.31 Esboço do problema.



EXEMPLO 16.16 EFEITO DOPPLER III: OUVINTE EM MOVIMENTO

Se a sirene estiver em repouso e o ouvinte se afastando da sirene a 30 m/s, que frequência o ouvinte escuta?

SOLUÇÃO

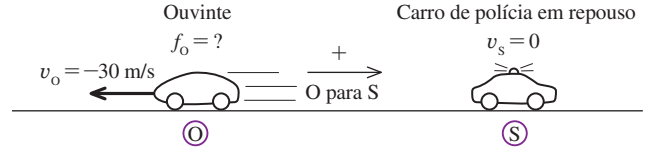
IDENTIFICAR E PREPARAR: mais uma vez, a variável que queremos encontrar é f_O, mas agora o ouvinte está em movimento e a fonte está em repouso. A **Figura 16.32** mostra a situação. A velocidade do ouvinte $v_O = -30$ m/s (negativa, pois o movimento está na direção da fonte para o ouvinte).

EXECUTAR: pela Equação 16.29,

$$f_O = \frac{v + v_O}{v} f_S = \frac{340\ \text{m/s} + (-30\ \text{m/s})}{340\ \text{m/s}} (300\ \text{Hz}) = 274\ \text{Hz}$$

AVALIAR: novamente, a fonte e o ouvinte estão se afastando, de modo que $f_O < f_S$. Note que a *velocidade relativa* entre o ouvinte e a fonte é a mesma do Exemplo 16.15, porém o desvio da frequência produzido pelo efeito Doppler é diferente porque v_S e v_L são diferentes.

Figura 16.32 Esboço do problema.



EXEMPLO 16.17 EFEITO DOPPLER IV: FONTE E OUVINTE EM MOVIMENTO

Se a sirene se afasta do ouvinte com velocidade de 45 m/s em relação ao ar e o ouvinte se aproxima da sirene com velocidade de 15 m/s em relação ao ar, que frequência o ouvinte escuta?

SOLUÇÃO

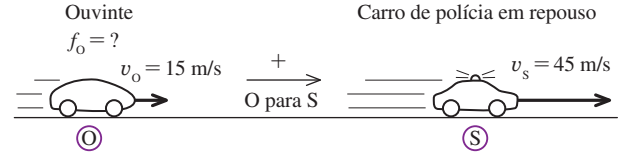
IDENTIFICAR E PREPARAR: agora *tanto* O quanto S estão em movimento (**Figura 16.33**). Mais uma vez, a variável que queremos encontrar é f_O (a frequência percebida pelo ouvinte). Tanto a velocidade da fonte, $v_S = +45$ m/s, quanto a do ouvinte, $v_O = +15$ m/s, são positivas, porque os dois vetores apontam no sentido do ouvinte para a fonte.

EXECUTAR: pela Equação 16.29, encontramos

$$f_O = \frac{v + v_O}{v + v_S} f_S = \frac{340\ \text{m/s} + 15\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} + 45\ \text{m/s}} (300\ \text{Hz}) = 277\ \text{Hz}$$

AVALIAR: como nos exemplos 16.15 e 16.16, a fonte e o ouvinte se afastam novamente um do outro a 30 m/s, de modo que novamente $f_O < f_S$. Porém, f_O é diferente em todos os três casos porque o efeito Doppler para o som depende de como a fonte e o ouvinte estão se movendo em relação ao *ar*, e não simplesmente um em relação ao outro.

Figura 16.33 Esboço do problema.



EXEMPLO 16.18 EFEITO DOPPLER V: DUPLO DESVIO DOPPLER

Um carro de polícia move-se a 30 m/s no sentido de um armazém. Qual é a frequência do som refletido pela porta do armazém que o motorista do carro de polícia ouve?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR: nesta situação existem *dois* desvios Doppler (**Figura 16.34**). No primeiro, o armazém funciona como um "ouvinte" em repouso. A frequência do som que atinge o armazém, que chamamos de f_A, é maior que 300 Hz porque a fonte está se aproximando. No segundo desvio, o armazém funciona como uma fonte de som com frequência f_A, e o ouvinte é o motorista do carro de polícia; ele ouve uma frequência maior que f_A, porque se aproxima da fonte.

PREPARAR: para determinar f_A, usamos a Equação 16.29 substituindo f_O por f_A. O armazém está em repouso, logo $v_O = v_A = 0$ (o armazém está em repouso) e $v_S = -30$ m/s (a sirene está se movendo no sentido negativo da fonte ao ouvinte).

Para determinar a frequência ouvida pelo motorista (nossa variável-alvo), usamos novamente a Equação 16.29, porém agora substituindo f_S por f_A. Para esta segunda parte do problema, $v_S = 0$ porque o armazém em repouso é a fonte e a velocidade do ouvinte (o motorista) é $v_O = +30$ m/s. (A velocidade do ouvinte é positiva porque ela possui sentido do ouvinte para a fonte.)

EXECUTAR: a frequência que chega ao armazém é

$$f_A = \frac{v}{v + v_S} f_S = \frac{340\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} + (-30\ \text{m/s})} (300\ \text{Hz}) = 329\ \text{Hz}$$

Portanto, a frequência ouvida pelo motorista é

$$f_O = \frac{v + v_O}{v} f_A = \frac{340\ \text{m/s} + 30\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s}} (329\ \text{Hz}) = 358\ \text{Hz}$$

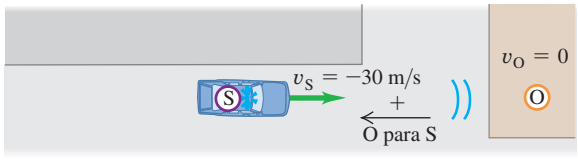
(*Continua*)

(*Continuação*)

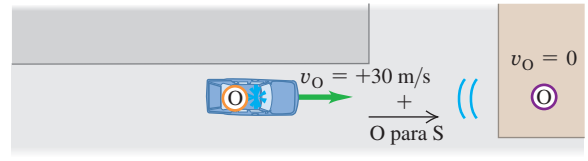
AVALIAR: como há dois desvios Doppler, o som refletido ouvido pelo motorista tem uma frequência ainda mais alta que o som percebido por um ouvinte estacionário no armazém.

Figura 16.34 Duas etapas do movimento da onda sonora desde o carro de polícia até o armazém e de volta ao carro.

(a) O som se desloca da sirene do carro de polícia (fonte S) até o armazém ("ouvinte" O).



(b) O som refletido se desloca do armazém (fonte S) para o carro de polícia (ouvinte O).



Efeito Doppler em ondas eletromagnéticas

No efeito Doppler do som, as velocidades v_O e v_S são sempre medidas em relação ao *ar* ou a qualquer meio de propagação. Também ocorre efeito Doppler em ondas *eletromagnéticas* que se propagam no vácuo, como no caso das ondas de rádio ou de ondas luminosas. Nesse caso, não há um meio que possamos usar como referência para medirmos as velocidades, e o único fator relevante é a velocidade *relativa* entre a fonte e o observador. (Em contraste, o efeito Doppler do som não depende somente dessa velocidade relativa, conforme vimos no Exemplo 16.17.)

Para deduzir a expressão do efeito Doppler do desvio da frequência para a luz, é necessário usar a teoria da relatividade especial. Discutiremos esse assunto no Capítulo 37; por enquanto, mencionaremos o resultado sem demonstração. A velocidade de propagação da onda é a velocidade da luz, geralmente designada pela letra c, que é a mesma tanto para o receptor quanto para a fonte. No sistema de referência no qual o receptor está em repouso, a fonte se afasta dele com velocidade v. (Quando a fonte se *aproxima* do receptor, a velocidade v é negativa.) A frequência da fonte é novamente f_S. A frequência f_R medida pelo receptor R (a frequência com a qual as ondas chegam ao receptor) é, então, dada por

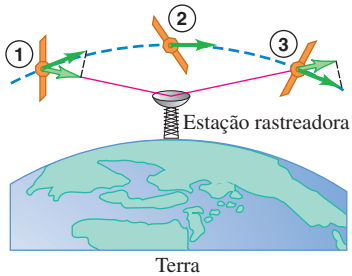
$$f_R = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\, f_S \quad \text{(efeito Doppler para a luz)} \tag{16.30}$$

Quando v é positiva, a fonte se *afasta* diretamente do receptor e f_R é sempre *menor* que f_S; quando v é negativa, a fonte se *aproxima* diretamente do receptor e f_R é *maior* que f_S. O efeito qualitativo é semelhante ao que ocorre com as ondas sonoras, porém a relação quantitativa é diferente.

Uma aplicação conhecida do efeito Doppler em ondas de rádio é o equipamento de radar montado na janela lateral de carros de polícia para medir a velocidade de outros carros. A onda eletromagnética emitida pelo equipamento é refletida por um carro em movimento, que funciona como uma fonte móvel, e a onda refletida que volta para o equipamento da polícia sofre um desvio de frequência em decorrência do efeito Doppler. Os sinais transmitido e refletido se combinam e formam batimentos, e a velocidade pode ser calculada pela frequência deles. Técnicas semelhantes ("radar Doppler") são usadas para medir a velocidade do vento na atmosfera.

O efeito Doppler também é usado para rastrear satélites e outros veículos espaciais. Na **Figura 16.35**, um satélite emite um sinal de rádio com frequência constante f_S. À medida que o satélite percorre sua órbita, ele primeiro se aproxima e depois se afasta do receptor; a frequência f_R do sinal recebido na Terra varia de um valor maior que f_S para um valor menor que f_S depois que ele passa exatamente sobre o local da estação.

Figura 16.35 Variação do componente da velocidade do satélite ao longo da linha de visão de um satélite passando por uma estação rastreadora. A frequência do sinal recebido pela estação rastreadora varia de um valor maior para um menor à medida que ele passa sobre o local da estação.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.8 Você está em um concerto ao ar livre com o vento soprando a 10 m/s dos músicos até você. O som que você escuta sofre desvio pelo efeito Doppler? Em caso afirmativo, as frequências que você escuta são menores ou maiores?

16.9 ONDAS DE CHOQUE

Você provavelmente já ouviu um "estrondo sônico" provocado por um avião voando com velocidade maior que a do som. Podemos entender qualitativamente por que isso ocorre examinando a **Figura 16.36**. Seja v_S o módulo da *velocidade* do avião em relação ao ar, de modo que ele é sempre positivo. O movimento do avião no ar produz som; quando v_S é menor que a velocidade do som v, as ondas na parte frontal do avião são comprimidas com um comprimento de onda dado pela Equação 16.27:

$$\lambda_{\text{frente}} = \frac{v - v_S}{f_S}$$

À medida que a velocidade do avião v_S se aproxima da velocidade do som v, o comprimento de onda tende a zero e as cristas das ondas se agrupam (Figura 16.36a). O avião precisa exercer uma grande força para comprimir o ar que encontra pela frente; pela terceira lei de Newton, o ar exerce uma força igual e contrária igualmente grande sobre o avião. Assim, ocorre um grande aumento do arraste aerodinâmico (resistência do ar) à medida que a velocidade do avião se aproxima da velocidade do som, um fenômeno conhecido como "barreira do som".

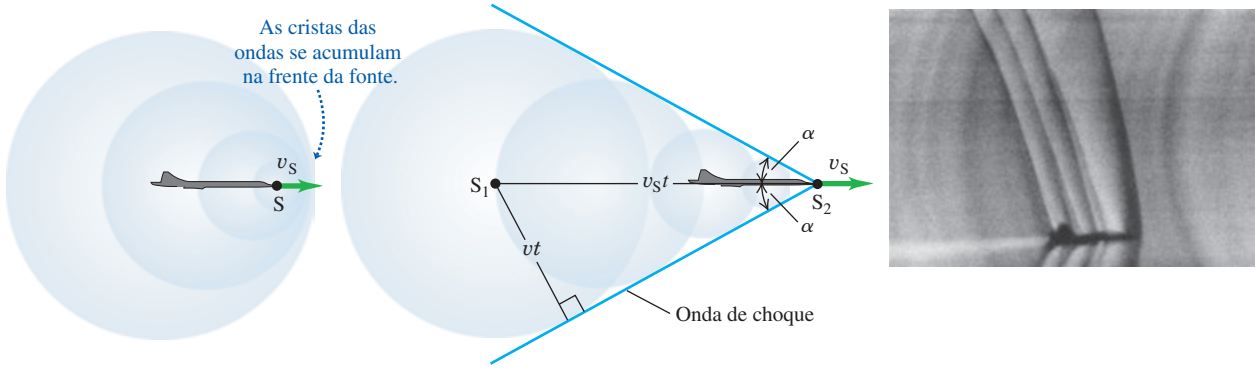
Quando o módulo de v_S é maior que o de v, a fonte do som se desloca com velocidade **supersônica**, e as equações 16.27 e 16.29 do efeito Doppler não podem mais ser usadas para a velocidade do som na parte frontal da fonte. A Figura 16.36b mostra o que ocorre em uma seção reta. À medida que o avião se move, ele desloca o ar das vizinhanças e produz som. Diversas cristas de onda são emitidas a partir do nariz do avião; cada crista se espalha ao longo de círculos cujos centros coincidem com a posição do avião no momento em que ele emite a crista. Depois de um tempo t, a crista emitida no ponto S_1 se espalhou circularmente até um raio vt, e o avião se deslocou uma distância maior $v_S t$, atingindo o ponto S_2. Você pode notar que existe interferência construtiva das ondas ao longo da reta

Figura 16.36 Cristas de onda em torno de uma fonte sonora S movendo-se (a) ligeiramente mais devagar que a velocidade do som v e (b) mais rápido que a velocidade do som v. (c) Fotografia de um avião a jato T-38 que se desloca com velocidade 1,1 vez a velocidade do som. Ondas de choque distintas são produzidas pelo nariz, pelas asas e pela traseira do avião. Os ângulos dessas ondas variam porque, ao se mover em torno dele, o ar é acelerado e retardado, de modo que a velocidade relativa do avião em relação ao ar, v_S, é diferente em diferentes pontos.

(a) Fonte sonora S (avião) movendo-se próxima à velocidade do som

(b) Fonte sonora movendo-se mais rápido que a velocidade do som

(c) Onda de choque em torno de um avião supersônico



envoltória que faz um ângulo α com a direção da velocidade do avião, produzindo uma crista de onda de amplitude muito grande ao longo dessa reta. Essa crista com amplitude grande denomina-se **onda de choque** (Figura 16.36c).

Observando o triângulo retângulo mostrado na Figura 16.36b, podemos ver que sen $\alpha = vt/v_S t$, ou

Onda de choque produzida pela fonte sonora movendo-se mais rápido que o som:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{v}{v_S} \qquad (16.31)$$

(v: Velocidade do som; v_S: Velocidade da fonte sonora; α: Ângulo da onda de choque)

Figura 16.37 O primeiro avião supersônico, Bell X-1, foi projetado de forma parecida a uma bala de metralhadora calibre 50 — sabia-se que essa bala era capaz de se deslocar com velocidade supersônica.

A razão v_S/v denomina-se **número de Mach**. Ele é maior que um para todas as velocidades supersônicas, e o valor de sen α na Equação 16.31 é igual ao inverso do número de Mach. A primeira pessoa a quebrar a barreira do som foi o capitão Chuck Yeager, da força aérea dos Estados Unidos, pilotando o Bell X-1 com velocidade igual a 1,06 Mach, no dia 14 de outubro de 1947 (**Figura 16.37**).

Na verdade, as ondas de choque ocorrem em três dimensões; uma onda de choque forma um *cone* em torno da direção do movimento da fonte. Se esta (possivelmente um avião a jato supersônico ou a bala de um rifle) se move com velocidade constante, o ângulo α é constante, e a onda de choque se move acompanhando a fonte. É a chegada ao solo dessa onda de choque que produz o estrondo sônico que você ouve depois que um avião supersônico passa pela vertical acima do ponto onde você se encontra. Na parte dianteira do cone da onda de choque não existe nenhum som. No interior do cone, um ouvinte em repouso ouve o som com frequência deslocada pelo efeito Doppler do avião que se afasta.

ATENÇÃO Ondas de choque Enfatizamos que a onda de choque é produzida *continuamente* por qualquer objeto que se mova no ar com velocidade supersônica e não somente no instante em que ele "quebra a barreira do som". As ondas sonoras que se superpõem para formar a onda de choque, como na Figura 16.36b, são criadas pelo movimento do próprio objeto e não por qualquer fonte sonora que o objeto possa transportar. Os estampidos provocados por uma bala e pelo chicote em um circo decorrem do movimento supersônico desses objetos. Os motores de um avião a jato podem emitir sons muito intensos, porém que não produzem ondas de choque. Se o piloto desligasse os motores, o avião continuaria a produzir uma onda de choque enquanto sua velocidade permanecesse supersônica.

As ondas de choque têm aplicações fora do âmbito da aviação. Elas são usadas para quebrar cálculos nos rins e na vesícula sem a necessidade de cirurgias invasivas, mediante o emprego de uma técnica que recebeu o extravagante nome de *litotripsia extracorpórea por ondas de choque*. Uma onda de choque produzida fora do corpo é focalizada por um refletor ou uma lente acústica que faz com que ela incida o mais próximo possível do cálculo. Quando as tensões resultantes sobre o cálculo superam seu limite de tensão de ruptura, ele se quebra em diversos fragmentos que podem ser eliminados. Essa técnica requer uma determinação precisa do local onde se encontra o cálculo, o que pode ser feito por meio de técnicas de imagem com ultrassom (ver Figura 16.9).

EXEMPLO 16.19 ESTRONDO SÔNICO DE UM AVIÃO SUPERSÔNICO

Um avião está voando a Mach 1,75 a uma altura de 8.000 m, onde a velocidade do som é igual a 320 m/s. Quanto tempo depois de o avião passar verticalmente sobre sua cabeça você ouvirá o estrondo sônico?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a onda de choque forma um cone se afastando da parte traseira do avião, então na verdade o problema está perguntando quanto tempo transcorre desde o momento em que o avião passa sobre sua cabeça até o momento em que o choque da onda chega até você no ponto O (**Figura 16.38**). Durante o tempo t (a variável procurada) transcorrido desde que o avião passou bem em cima de sua cabeça com velocidade v_S, ele percorreu uma distância $v_S t$. A Equação 16.31 fornece o ângulo do cone da onda de choque, α; usamos trigonometria para calcular t.

(*Continua*)

(*Continuação*)

EXECUTAR: pela Equação 16.31, o ângulo α é dado por

$$\alpha = \text{arcsen}\frac{1}{1{,}75} = 34{,}8°$$

A velocidade do avião é a velocidade do som multiplicada pelo número de Mach:

$$v_S = (1{,}75)\,(320\text{ m/s}) = 560\text{ m/s}$$

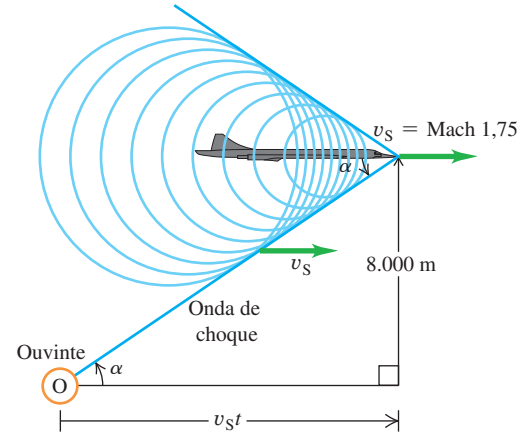
Pela Figura 16.38, temos

$$\tan\alpha = \frac{8.000\text{ m}}{v_S t}$$

$$t = \frac{8.000\text{ m}}{(560\text{ m/s})\,(\tan 34{,}8°)} = 20{,}5\text{ s}$$

AVALIAR: você ouve o estrondo sônico 20,5 s depois que o avião passa verticalmente sobre sua cabeça, e nesse intervalo ele se deslocou (560 m/s) (20,5 s) = 11,5 km além do ponto situado verticalmente sobre sua cabeça. Nos cálculos anteriores, consideramos a mesma velocidade do som em todas as altitudes, logo α = arcsen v/v_S é constante, e a onda de choque forma um cone perfeito. Na verdade, a velocidade do som diminui com o aumento da altitude. Como você acha que isso afeta o resultado?

Figura 16.38 Você ouve o estrondo sônico quando a onda de choque atinge você no ponto O (e *não* no momento em que o avião quebra a barreira do som). Um ouvinte situado à direita do ponto O ainda não ouviu o estrondo sônico, porém o ouvirá logo a seguir; um ouvinte à esquerda do ponto O já ouviu o estrondo sônico.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 16.9 O que você ouviria se estivesse diretamente atrás (à esquerda) do avião supersônico da Figura 16.38? (i) Um estrondo sônico; (ii) o som do avião, com desvio de Doppler nas frequências mais altas; (iii) o som do avião, com desvio de Doppler nas frequências baixas; (iv) nada.

CAPÍTULO 16 RESUMO

Ondas sonoras: o som consiste em ondas longitudinais que se propagam em um meio. Uma onda sonora senoidal é caracterizada por uma frequência f, um comprimento de onda λ (ou frequência angular ω e número de onda k) e uma amplitude de deslocamento A. A amplitude da pressão $P_{máx}$ é diretamente proporcional à amplitude do deslocamento, ao número de onda e ao módulo de compressão B do meio ondulatório. (Ver exemplos 16.1 e 16.2.)

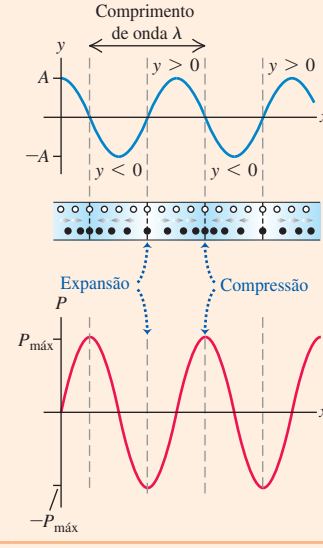
A velocidade da onda sonora em um fluido depende do módulo de compressão B e da densidade ρ. Se o fluido é um gás ideal, a velocidade pode ser expressa em função da temperatura T, da massa molar M e da razão das capacidades caloríficas γ do gás. A velocidade de ondas longitudinais em uma barra sólida depende da densidade e do módulo de Young, Y. (Ver exemplos 16.3 e 16.4.)

$$P_{máx} = BkA \qquad (16.5)$$
(onda sonora senoidal)

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (16.7)$$
(onda longitudinal em um fluido)

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \qquad (16.10)$$
(onda sonora em um gás ideal)

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad (16.8)$$
(onda longitudinal em uma barra sólida)

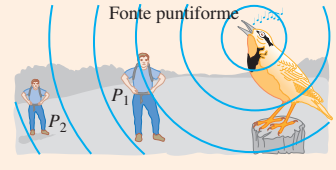


Intensidade e nível de intensidade sonora: a intensidade I de uma onda sonora é a taxa temporal média com a qual a energia é transferida pela onda, por unidade de área. Em uma onda senoidal, a intensidade pode ser expressa em função da amplitude A ou amplitude da pressão $p_{máx}$. (Ver exemplos 16.5 a 16.7.)

$$I = \tfrac{1}{2}\sqrt{\rho B}\,\omega^2 A^2 = \frac{P_{máx}^2}{2\rho v}$$

$$= \frac{P_{máx}^2}{2\sqrt{\rho B}} \qquad (16.12),(16.14)$$

(intensidade de uma onda sonora senoidal em um fluido)



O nível da intensidade sonora β de uma onda sonora é a medida logarítmica de sua intensidade, medida em relação a I_0, uma intensidade arbitrária definida como igual a 10^{-12} W/m^2. Os níveis da intensidade sonora são expressos em decibéis (dB). (Ver exemplos 16.8 e 16.9.)

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \qquad (16.15)$$

(definição do nível da intensidade sonora)

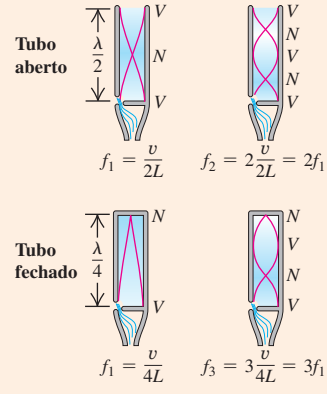
Ondas sonoras estacionárias: ondas sonoras estacionárias podem percorrer um cano ou um tubo. Uma extremidade fechada é um nó de deslocamento e um ventre de pressão; uma extremidade aberta é um ventre de deslocamento e um nó de pressão. Em um tubo aberto nas duas extremidades, com comprimento L, as frequências dos modos normais são múltiplos inteiros da velocidade do som divididos por $2L$. Em um tubo fechado em uma extremidade e aberto na outra, as frequências dos modos normais são múltiplos ímpares da velocidade do som divididos por $4L$. (Ver exemplos 16.10 e 16.11.)
Um tubo ou outro sistema com frequências em modos normais pode ser estimulado a oscilar em qualquer frequência. Uma resposta máxima, ou ressonância, ocorre quando a frequência da força propulsora se aproxima de uma das frequências de modo normal do sistema. (Ver Exemplo 16.12.)

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad (16.18)$$

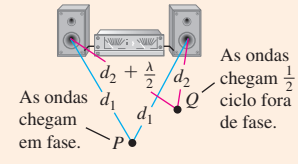
(tubo aberto)

$$f_n = \frac{nv}{4L} \quad (n = 1, 3, 5, \ldots) \qquad (16.22)$$

(tubo fechado)



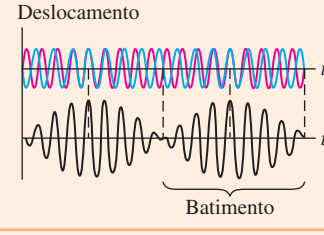
Interferência: quando duas ou mais ondas se superpõem na mesma região do espaço, os efeitos resultantes constituem o fenômeno da interferência. A amplitude resultante pode ser maior ou menor que a amplitude da onda individual, dependendo se as ondas estão em fase (interferência construtiva) ou fora de fase (interferência destrutiva). (Ver Exemplo 16.13.)



Batimentos: ouvimos batimentos quando dois tons com frequências ligeiramente diferentes f_a e f_b são emitidos simultaneamente. A frequência dos batimentos f_{bat} é a diferença entre f_a e f_b.

$$f_{bat} = f_a - f_b \qquad (16.24)$$

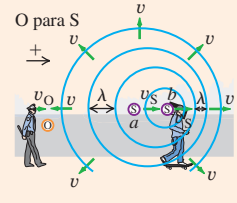
(frequência dos batimentos)



Efeito Doppler: o efeito Doppler do som é o deslocamento da frequência que ocorre quando uma fonte sonora, um ouvinte ou ambos se movem em relação ao meio. A frequência da fonte do som f_S e a frequência do ouvinte f_O estão relacionadas à velocidade da fonte v_S e à velocidade do ouvinte v_O em relação a um meio e à velocidade do som v. (Ver exemplos 16.14 a 16.18.)

$$f_O = \frac{v + v_O}{v + v_S} f_S \qquad (16.29)$$

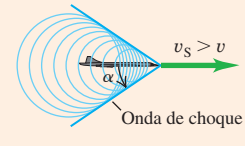
(efeito Doppler, fonte em movimento e ouvinte em movimento)



Ondas de choque: uma fonte sonora que se move com velocidade v_S maior que a velocidade do som v cria uma onda de choque. A frente da onda forma um cone de ângulo α. (Ver Exemplo 16.19.)

$$\text{sen } \alpha = \frac{v}{v_S} \qquad (16.31)$$

(onda de choque)



Problema em destaque Interferência do alto-falante

Os alto-falantes A e B estão afastados 7,00 m um do outro e vibram em fase a 172 Hz. O som é propagado por eles uniformemente em todas as direções. Suas potências de saída acústica são $8{,}00 \times 10^{-4}$ W e $6{,}00 \times 10^{-5}$ W, respectivamente. A temperatura do ar é de 20 °C. (a) Determine a diferença de fase dos dois sinais em um ponto C ao longo da reta que une A e B, 3,00 m de B e 4,00 m de A (**Figura 16.39**). (b) Determine a intensidade e o nível de intensidade sonora em C somente a partir do alto-falante A (B desligado) e a somente a partir do alto-falante B (A desligado). (c) Determine a intensidade e o nível de intensidade sonora em C a partir dos dois alto-falantes juntos.

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Escolha as equações que relacionam potência, distância da fonte, intensidade, amplitude de pressão e nível de intensidade sonora.
2. Decida como você determinará a diferença de fase no item (a). Quando tiver determinado a diferença de fase, como poderá usá-la para achar a amplitude da onda combinada em C devida às duas fontes?
3. Liste as grandezas desconhecidas para cada parte do problema e identifique suas variáveis-alvo.

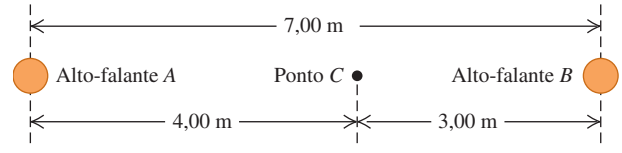
EXECUTAR

4. Determine a diferença de fase no ponto C.
5. Ache a intensidade, o nível de intensidade sonora e a amplitude de pressão em C devido a cada alto-falante separado.
6. Use seus resultados dos itens 4 e 5 para achar a amplitude de pressão em C devida aos dois alto-falantes juntos.
7. Use seu resultado do item 6 para achar a intensidade e o nível de intensidade sonora em C devido aos dois alto-falantes juntos.

AVALIAR

8. Qual é a relação entre seus resultados do item (c) para intensidade e nível de intensidade sonora em C e aqueles do item (b)? Isso faz sentido?
9. Que resultado você teria obtido no item (c) se tivesse (incorretamente) combinado as *intensidades* de A e B diretamente, em vez de (corretamente) combinar as *amplitudes de pressão*, como fez no item 6?

Figura 16.39 Situação para este problema.



PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS:** problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q16.1 Quando o som sai do ar e penetra na água, sua frequência se altera? E sua velocidade? E seu comprimento de onda? Explique seu raciocínio.

Q16.2 O herói de um filme de aventura escuta a aproximação de um trem colocando seu ouvido no trilho. Por que esse método funciona melhor para perceber a aproximação do trem do que simplesmente escutar pelo modo normal?

Q16.3 A altura (ou frequência) do tubo de um órgão aumenta ou diminui quando a temperatura aumenta? Explique.

Q16.4 Em grande parte dos instrumentos de sopro modernos, a altura de um som pode ser mudada por meio de teclas ou chaves que alteram o comprimento da coluna vibratória de ar. Contudo, um clarim não possui teclas nem chaves, e ainda assim pode emitir muitas notas. Como isso é possível? Existe alguma restrição em relação às notas que um clarim pode emitir?

Q16.5 Músicos que tocam instrumentos de sopro em uma orquestra sinfônica "aquecem" seus instrumentos soprando-os antes da apresentação. Para que serve isso?

Q16.6 Em uma demonstração científica bastante popular e divertida, uma pessoa inala hélio e sua voz se torna aguda e estridente. Por que isso acontece? (*Atenção:* inalar hélio demais pode levar à perda de consciência e até à morte.)

Q16.7 Em algumas estradas, as pistas são divididas por pequenas saliências ou ondulações regularmente espaçadas. Quando os pneus de um carro passam sobre essas divisórias, pode ocorrer a produção de uma nota musical. Por quê? Mostre como esse fenômeno pode ser usado para medir a velocidade do carro.

Q16.8 (a) Um nível sonoro de 0 dB significa que não há som? (b) Existe algum significado físico para um som ter um nível de intensidade negativo? Se houver, qual? (c) Uma intensidade sonora nula significa que não há som? (d) Existe algum significado físico para um som ter uma intensidade negativa? Por quê?

Q16.9 Qual dos dois fatores influi mais diretamente na intensidade sonora de uma onda: sua amplitude de *deslocamento* ou sua amplitude da *pressão*? Explique sua resposta.

Q16.10 Quando a amplitude da pressão de uma onda sonora se reduz à metade de seu valor, qual é o fator de diminuição da intensidade da onda? Qual deve ser o fator de aumento da amplitude da pressão de uma onda sonora para que sua intensidade cresça por um fator igual a 16? Explique.

Q16.11 O nível de intensidade sonora β obedece à lei do inverso do quadrado? Por quê?

Q16.12 Uma pequena fração da energia de uma onda sonora é absorvida pelo ar através do qual a onda se propaga. Como esse efeito modifica a relação do inverso do quadrado entre a intensidade e a distância da fonte? Explique seu raciocínio.

Q16.13 Uma pequena tira de metal é introduzida em um dos dentes de um diapasão. À medida que essa tira é movida na direção da extremidade do dente, que efeito isso exerce sobre o

comprimento de onda e a frequência do som que o dente produz? Por quê?

Q16.14 Um organista em uma catedral toca um acorde forte e a seguir solta as teclas. O som persiste durante alguns segundos e se extingue gradualmente. Por que ele persiste? O que ocorre com a energia sonora quando o som se extingue?

Q16.15 Dois alto-falantes, *A* e *B*, são alimentados pelo mesmo amplificador e emitem ondas senoidais em fase. A frequência das ondas emitidas por cada alto-falante é de 860 Hz. O ponto *P* está a 12,0 m de *A* e a 13,4 m de *B*. A interferência em *P* é construtiva ou destrutiva? Explique como você chegou a essa conclusão.

Q16.16 Dois diapasões vibram com frequências idênticas, porém um está fixo e o outro está montado na beirada de uma plataforma giratória. O que um ouvinte escutará? Explique.

Q16.17 Uma grande igreja possui parte de um órgão na frente e a outra parte em seu final. Uma pessoa andando rapidamente ao longo da reta que une as duas partes do órgão enquanto elas estão tocando simultaneamente afirma que as duas partes estão desafinadas entre si. Por quê?

Q16.18 Uma fonte sonora e um ouvinte estão em repouso sobre a Terra, porém um vento forte sopra no sentido da fonte para o ouvinte. Existe efeito Doppler? Justifique sua resposta.

Q16.19 Você é capaz de imaginar situações em que o efeito Doppler pudesse ser observado em ondas que se propagam na superfície da água? E em ondas elásticas que se propagam em grandes profundidades? Em caso afirmativo, descreva as circunstâncias imaginadas e explique seu raciocínio. Em caso negativo, explique por que não.

Q16.20 Estrelas que não são o nosso Sol normalmente parecem inertes quando vistas com telescópios. Entretanto, os astrônomos podem facilmente usar a luz dessas estrelas para verificar que elas estão girando e até mesmo medir a velocidade de sua superfície. Como eles conseguem fazer isso?

Q16.21 Se você espera um trem se aproximar e passar em um cruzamento da ferrovia, você ouve o som do trem com um desvio Doppler. Mas, se você escutar com atenção, ouvirá que a mudança na frequência é contínua; não existe uma súbita passagem de frequência elevada para frequência baixa. A frequência passa *suavemente* (mas rapidamente) de alta para baixa à medida que o trem passa. Por que ocorre essa variação suave?

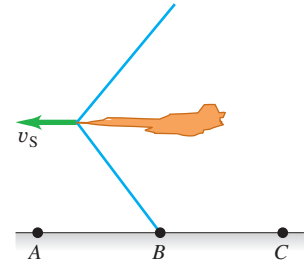
Q16.22 No caso 1, uma fonte sonora se aproxima de um observador parado com velocidade u. No caso 2, o observador se move na direção da fonte estacionária com a mesma velocidade u. Se a fonte está sempre produzindo um som de mesma frequência, o observador escutará a mesma frequência em ambos os casos, uma vez que a velocidade relativa é a mesma em ambas as vezes? Justifique sua resposta.

Q16.23 Um avião produz estrondo sônico apenas no instante em que sua velocidade supera o valor Mach 1? Explique seu raciocínio.

Q16.24 Caso você esteja pilotando um avião supersônico, o que você ouve? Explique seu raciocínio. Em particular, você ouve um estrondo sônico contínuo? Justifique sua resposta.

Q16.25 Um avião a jato está voando a uma altitude constante com uma velocidade uniforme v_S maior que a velocidade do som. Descreva o que está sendo ouvido por observadores situados nos pontos *A*, *B* e *C* no instante indicado na **Figura Q16.25**, quando a onda de choque acabou de chegar ao ponto *B*. Explique seu raciocínio.

Figura Q16.25



EXERCÍCIOS

A menos que haja alguma indicação em contrário, suponha que a velocidade do som no ar possua módulo $v = 344$ m/s.

Seção 16.1 Ondas sonoras

16.1 • O Exemplo 16.1 (Seção 16.1) mostrou que, em ondas sonoras deslocando-se no ar com frequência de 1.000 Hz, uma amplitude de deslocamento igual a $1{,}2 \times 10^{-8}$ m produz uma amplitude de pressão igual a $3{,}0 \times 10^{-2}$ Pa. (a) Qual é o comprimento de onda dessas ondas? (b) Para uma onda de 1.000 Hz no ar, qual é a amplitude de deslocamento necessária para que a amplitude da pressão esteja no limiar da dor, que corresponde a 30 Pa? (c) Em qual comprimento de onda e frequência uma onda com amplitude de deslocamento igual a $1{,}2 \times 10^{-8}$ m produziria uma amplitude de pressão igual a $1{,}5 \times 10^{-3}$ Pa?

16.2 • O Exemplo 16.1 (Seção 16.1) mostrou que, em ondas sonoras deslocando-se no ar com frequência de 1.000 Hz, uma amplitude de deslocamento igual a $1{,}2 \times 10^{-8}$ m produz uma amplitude de pressão igual a $3{,}0 \times 10^{-2}$ Pa. O módulo de compressão da água a 20 °C é $2{,}2 \times 10^{9}$ Pa, e a velocidade do som na água nessa temperatura é igual a 1.480 m/s. Em ondas sonoras de 1.000 Hz na água a 20 °C, que amplitude de deslocamento é produzida quando a amplitude da pressão é igual a $3{,}0 \times 10^{-2}$ Pa? Explique por que sua resposta é um valor muito menor que $1{,}2 \times 10^{-8}$ m.

16.3 • Considere uma onda sonora no ar com amplitude de deslocamento igual a 0,0200 mm. Calcule a amplitude da pressão para as frequências: (a) 150 Hz; (b) 1.500 Hz; (c) 15.000 Hz. Em cada caso, compare os resultados com a pressão do limiar da dor, que é igual a 30 Pa.

16.4 • Uma máquina em uma fábrica produz um som de amplitude de deslocamento igual a 1,00 μm, mas a frequência desse som pode ser ajustada. A fim de prevenir danos aos ouvidos dos trabalhadores, a amplitude de pressão máxima das ondas sonoras é limitada a 10,0 Pa. Nas condições dessa fábrica, o módulo de compressão do ar é $1{,}42 \times 10^{5}$ Pa. Qual é o som de frequência mais alta para o qual essa máquina pode ser ajustada sem exceder o limite recomendado? Essa frequência é audível para os trabalhadores?

16.5 • BIO **Ultrassom e infrassom.** (a) **Comunicação com baleias.** As baleias azuis aparentemente se comunicam entre si usando sons na frequência de 17 Hz, que podem ser ouvidos a cerca de 1.000 km de distância no oceano. Qual é o comprimento de onda desse som na água do mar, onde a velocidade do som é de 1.531 m/s? (b) **Cliques do golfinho.** Um tipo de som que os golfinhos emitem é um clique agudo com comprimento de onda de 1,5 cm no oceano. Qual é a frequência desses cliques? (c) **Apitos para cães.** Uma marca de apitos para cães informa uma frequência de 25 kHz para seus produtos. Qual é o comprimento de onda desse som? (d) **Morcegos.** Embora os

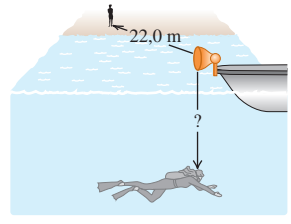
morcegos emitam uma grande variedade de sons, um tipo emite pulsos de som com uma frequência entre 39 kHz e 78 kHz. Qual é o intervalo de comprimentos de onda desse som? (e) **Sonogramas.** O ultrassom é usado para visualizar o interior do corpo, semelhante ao modo como os raios X são usados. Para obter uma imagem nítida, o comprimento de onda do som deverá ser em torno de um quarto (ou menos) do tamanho dos objetos a serem vistos. Aproximadamente que frequência de som é necessária para produzir uma imagem clara de um tumor com 1,0 mm de extensão se a velocidade do som no tecido humano é de 1.550 m/s?

Seção 16.2 Velocidade das ondas sonoras

16.6 • (a) Em um líquido com densidade igual a 1.300 kg/m^3, propaga-se uma onda longitudinal com frequência igual a 400 Hz e comprimento de onda igual a 8,00 m. Calcule o módulo de compressão do líquido. (b) Uma barra metálica com 1,50 m de comprimento possui densidade igual a 6.400 kg/m^3. Uma onda sonora longitudinal leva um tempo de $3{,}90 \times 10^{-4}$ s para ir de uma extremidade até a outra da barra. Qual é o módulo de Young do metal?

16.7 • Uma mergulhadora escuta um som proveniente da buzina de um barco que está diretamente sobre ela na superfície de um lago. No mesmo instante, um amigo que está nas margens do lago a uma distância de 22,0 m da buzina também ouve o som da buzina (**Figura E16.7**). A buzina está 1,2 m acima da superfície da água. Calcule a distância (indicada pelo "?" na figura) entre a buzina e a mergulhadora. A temperatura do ar e da água é de 20 °C.

Figura E16.7



16.8 • Para uma temperatura de 27 °C, qual é a velocidade de uma onda longitudinal (a) no hidrogênio (massa molecular igual a 2,02 g/mol); (b) no hélio (massa molecular igual a 4,0 g/mol); (c) no argônio (massa molecular igual a 39,9 g/mol)? Encontre os valores de γ na Tabela 19.1. (d) Compare as respostas dos itens (a), (b) e (c) com a velocidade do som no ar na mesma temperatura.

16.9 • Um oscilador vibrando a 1.250 Hz produz uma onda sonora que se desloca em um gás ideal a 325 m/s quando a temperatura do gás é 22 °C. Em um certo experimento, você precisa que o mesmo oscilador produza um som de comprimento de onda igual a 28,5 cm nesse gás. Qual deveria ser a temperatura do gás para obter esse comprimento de onda?

16.10 •• **CALC** (a) Mostre que a variação relativa na velocidade do som (dv/v) decorrente de uma pequena variação de temperatura dT é dada por $dv/v = \frac{1}{2}\, dT/T$. (*Dica:* comece com a Equação 16.10.) (b) A velocidade do som no ar a 20 °C é 344 m/s. Use o resultado da parte (a) para descobrir a variação na velocidade do som em razão de uma variação de 1,0 °C na temperatura do ar.

16.11 •• Uma barra de latão com 60,0 m de comprimento é golpeada em uma extremidade. Na outra extremidade, uma pessoa ouve dois sons vindos de duas ondas longitudinais, uma se deslocando na barra metálica e a outra no ar. Qual é o intervalo entre os dois sons? (A velocidade do som no ar é igual a 344 m/s; informações relevantes sobre o latão podem ser encontradas nas Tabelas 11.1 e 14.1.)

16.12 •• Qual deve ser a tensão (F/A) em um fio esticado de um material cujo módulo de Young é Y para que a velocidade de propagação de uma onda longitudinal seja 30 vezes maior que a velocidade de propagação de uma onda transversal?

Seção 16.3 Intensidade do som

16.13 •• **BIO** **Energia fornecida ao ouvido.** O som é detectado quando uma onda de som faz com que o tímpano vibre. Normalmente, o diâmetro dessa membrana tem cerca de 8,4 mm nos humanos. (a) Quanta energia é fornecida ao tímpano a cada segundo quando alguém sussurra (20 dB) um segredo ao seu ouvido? (b) Para compreender como o ouvido é sensível a quantidades de energia muito pequenas, calcule com que velocidade um mosquito comum de 2,0 mg teria de voar (em mm/s) para ter essa quantidade de energia cinética.

16.14 • (a) Por qual fator a intensidade do som deve ser aumentada para que o nível da intensidade sonora aumente em 13,0 dB? (b) Explique por que você não precisa conhecer a intensidade do som original.

16.15 •• **Bisbilhotagem!** Você está tentando escutar uma conversa particular, porém, da sua distância de 15,0 m, ela se parece com um sussurro médio de 20,0 dB. A que distância dos tagarelas você precisa se aproximar para que o nível do som seja de 60,0 dB?

16.16 •• **BIO** **Audição humana.** Uma fã em um concerto de rock está a 30 m do palco e, nesse ponto, o nível da intensidade de som é de 110 dB. (a) Quanta energia é transferida aos seus tímpanos a cada segundo? (b) Com que velocidade um mosquito de 2,0 mg teria de voar (em mm/s) para ter essa energia cinética? Compare a velocidade do mosquito com a encontrada para o sussurro no item (a) do Exercício 16.13.

16.17 • Uma onda sonora no ar a 20 °C tem uma frequência igual a 320 Hz e uma amplitude de deslocamento igual a $5{,}0 \times 10^{-3}$ mm. Para essa onda sonora, calcule: (a) a amplitude da pressão (em Pa); (b) a intensidade (em W/m^2); (c) o nível da intensidade sonora (em decibéis).

16.18 •• Você mora em uma rua movimentada. Porém, como amante da música, você deseja reduzir o ruído do trânsito. (a) Se você instalar janelas especiais que refletem o som e reduzem o nível da intensidade sonora (em dB) em 30 dB, por qual fração você terá reduzido a intensidade do som (em W/m^2)? (b) Se, em vez disso, você reduzisse a intensidade pela metade, que variação (em dB) você causaria no nível da intensidade sonora?

16.19 • **BIO** Para uma pessoa com audição normal, o som mais fraco que pode ser ouvido a uma frequência de 400 Hz possui uma amplitude de pressão aproximadamente igual a $6{,}0 \times 10^{-5}$ Pa. Calcule: (a) a intensidade correspondente; (b) o nível da intensidade sonora; (c) a amplitude de deslocamento dessa onda sonora a 20 °C.

16.20 •• A intensidade decorrente de diversas fontes sonoras independentes é igual à soma das intensidades individuais. (a) Quando quatro bebês choram simultaneamente com a mesma intensidade, em quantos decibéis o nível da intensidade sonora é maior que o nível da intensidade quando apenas um bebê chora? (b) Quantos bebês chorando são necessários para aumentar novamente o nível da intensidade sonora no mesmo número de decibéis calculado no item (a)?

16.21 • **PC** A boca de um bebê está a 30 cm de distância do ouvido do pai e a 1,50 m de distância do ouvido da mãe. Qual é a diferença entre o nível da intensidade do som ouvido pelo pai e o nível da intensidade do som ouvido pela mãe?

16.22 •• A câmara da cidade de Sacramento recentemente aprovou uma lei para reduzir o nível de intensidade sonora permitido dos barulhentos aspiradores de folhas de seu nível atual, de 95 dB, para 70 dB. Com a nova lei, qual é a razão

entre a intensidade permitida agora e a intensidade permitida anteriormente?

16.23 •• **PC** No ponto A, a 3,0 m de uma pequena fonte sonora que está emitindo uniformemente em todas as direções, o nível da intensidade sonora é 53 dB. (a) Qual é a intensidade do som em A? (b) A que distância da fonte você deverá ir para que a intensidade seja um quarto da existente em A? (c) A que distância da fonte você deverá ir para que o nível da intensidade sonora seja um quarto da existente em A? (d) A intensidade obedece à lei do inverso do quadrado? E o nível da intensidade sonora?

16.24 •• (a) Se dois sons diferem em 5,00 dB, determine a razão entre a intensidade do som mais alto e a do som mais baixo. (b) Se um som é 100 vezes mais intenso que outro, por quanto eles diferem no nível da intensidade sonora (em decibéis)? (c) Se você aumentar o volume de seu aparelho de som, de modo que a intensidade seja dobrada, em quanto aumentará o nível da intensidade sonora?

Seção 16.4 Ondas estacionárias e modos normais

16.25 • Ondas sonoras estacionárias são produzidas em um tubo de comprimento igual a 1,20 m. Para o modo fundamental e os dois primeiros sobretons, determine a posição ao longo do tubo (medida a partir da extremidade esquerda) dos nós de deslocamento e dos nós de pressão supondo que (a) o tubo possui as duas extremidades abertas; (b) a extremidade esquerda do tubo está fechada e a direita está aberta.

16.26 • A frequência fundamental de um tubo aberto em ambas as extremidades é 524 Hz. (a) Qual é o comprimento desse tubo? Se agora fechamos uma extremidade, calcule (b) o comprimento de onda e (c) a nova frequência fundamental.

16.27 • **BIO** **A voz humana.** O trato vocal humano é um tubo cujo comprimento é igual a 17 cm e se estende desde os lábios até as pregas vocais situadas no meio da garganta. As pregas vocais são parecidas com as palhetas de uma clarineta e o trato vocal humano atua como um tubo fechado em uma das extremidades. Faça uma estimativa das três primeiras frequências das ondas estacionárias que se formam no trato vocal. Use o valor $v = 344$ m/s. (A resposta é apenas uma estimativa porque a posição dos lábios e da língua altera o movimento do ar no trato vocal.)

16.28 •• **BIO** **O trato vocal.** Muitos cantores de ópera (e alguns cantores populares) possuem uma faixa de cerca de $2\frac{1}{2}$ oitavas ou ainda maior. Suponha que a faixa de uma soprano se estenda desde A abaixo do C médio (frequência de 220 Hz) até o E bemol acima do C alto (frequência de 1.244 Hz). Embora o trato vocal seja bastante complicado, podemos modelá-lo como uma coluna de ar ressonante, semelhante a um tubo de órgão, aberta no alto e fechada na parte inferior. A coluna se estende da boca até o diafragma, na cavidade peitoral, e também podemos considerar que a nota musical mais baixa seja a fundamental. Qual é a extensão dessa coluna de ar se $v = 354$ m/s? Seu resultado parece ser razoável, com base nas observações do seu próprio corpo?

16.29 • O tubo mais longo encontrado na maioria dos órgãos de tubos de tamanho médio é 4,88 m. Qual é a frequência da nota correspondente ao modo fundamental se o tubo for: (a) aberto nas duas extremidades; (b) aberto em uma extremidade e fechado na outra?

16.30 • **Cantando no chuveiro.** Um tubo fechado em ambas as extremidades pode ter ondas estacionárias dentro dele, só que você normalmente não as ouve porque muito pouco do som pode sair do tubo. Entretanto, você *pode* ouvir esse som se estiver *dentro* do tubo, como alguém cantando no chuveiro. (a) Mostre que os comprimentos de onda das ondas estacionárias em um tubo de comprimento L fechado em ambas as extremidades são $\lambda_n = 2L/n$, e as frequências são dadas por $f_n = nv/2L = nf_1$, onde $n = 1, 2, 3,...$ (b) Imaginando que essa pessoa tomando banho estivesse dentro de um tubo, encontre a frequência fundamental e a frequência dos dois primeiros sobretons de um chuveiro a 2,50 m de altura. Essas frequências são audíveis?

Seção 16.5 Ressonância e som

16.31 • Você sopra na extremidade aberta de um tubo de ensaio e produz uma onda sonora estacionária fundamental na coluna de ar no interior do tubo. A velocidade do som no ar é igual a 344 m/s, e o tubo de ensaio funciona como um tubo fechado. (a) Sabendo que o comprimento da coluna de ar no tubo de ensaio é igual a 14,0 cm, qual é a frequência dessa onda estacionária? (b) Qual seria a frequência da onda estacionária supondo que o tubo de ensaio esteja completamente cheio de água?

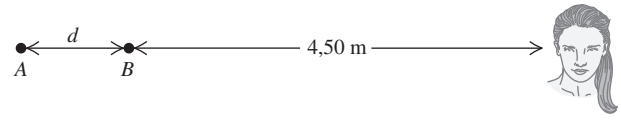
16.32 •• **PC** Você aproxima um tubo fechado de comprimento ajustável de um fio esticado de 62,0 cm de comprimento e massa igual a 7,25 g sob uma tensão de 4.110 N. Você quer ajustar o comprimento do tubo de modo que, quando ele produzir som em sua frequência fundamental, esse som faça o fio vibrar em seu segundo *sobretom* com uma amplitude bastante grande. Que comprimento o tubo deve ter?

16.33 •• Um fio com 75,0 cm de comprimento e massa de 5,625 g está preso nas duas pontas e ajustado a uma tensão de 35,0 N. Quando ele vibra em seu segundo sobretom, determine: (a) a frequência e o comprimento de onda em que ele está vibrando; e (b) a frequência e o comprimento de onda das ondas de som que ele está produzindo.

Seção 16.6 Interferência de ondas

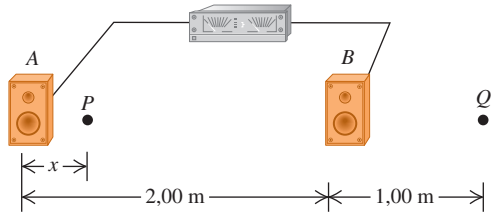
16.34 • Dois pequenos alto-falantes A e B são alimentados a 725 Hz em fase pelo mesmo oscilador de áudio. Os dois alto-falantes começam a 4,50 m do ouvinte, mas o alto-falante A é lentamente afastado (**Figura E16.34**). (a) A que distância d o som dos alto-falantes inicialmente produzirá uma interferência destrutiva no local do ouvinte? (b) Se A for afastado ainda mais que no item (a), a que distância d os alto-falantes em seguida produzirão uma interferência destrutiva no local do ouvinte? (c) Depois que A começar a se afastar de seu ponto original, a que distância d os alto-falantes inicialmente produzirão uma interferência construtiva no local do ouvinte?

Figura E16.34



16.35 • Dois alto-falantes, A e B (**Figura E16.35**), são alimentados por um mesmo amplificador e emitem ondas senoidais em fase. O alto-falante B está a uma distância de 2,00 m à direita do alto-falante A. Considere um ponto Q ao longo da extensão da linha reta que une os dois alto-falantes, situado a uma distância de 1,00 m à direita do alto-falante B. Os dois alto-falantes emitem ondas sonoras que se propagam diretamente dos alto-falantes até o ponto Q. Qual é a menor frequência capaz de produzir (a) interferência *construtiva* no ponto Q; (b) interferência *destrutiva* no ponto Q?

Figura E16.35



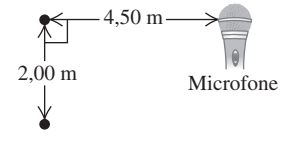
16.36 •• Dois alto-falantes, *A* e *B* (Figura E16.35), são alimentados por um mesmo amplificador e emitem ondas senoidais em fase. O alto-falante *B* está a uma distância de 2,00 m à direita do alto-falante *A*. Os dois alto-falantes emitem ondas sonoras com uma frequência igual a 206 Hz. Considere um ponto *P* ao longo da linha reta que une os dois alto-falantes e situado entre eles a uma distância *x* à direita do alto-falante *A*. Os dois alto-falantes emitem ondas sonoras que se propagam diretamente dos alto-falantes até o ponto *P*. Para quais valores de *x* ocorrerá (a) interferência *destrutiva* no ponto *P*; (b) interferência *construtiva* no ponto *P*? (c) Os efeitos de interferência como os que você encontrou nos itens (a) e (b) quase nunca são ouvidos no equipamento de som estereofônico de sua casa. Por que não?

16.37 •• Dois alto-falantes, *A* e *B*, são alimentados por um mesmo amplificador e emitem ondas senoidais em fase. O alto-falante *B* está a uma distância de 12,0 m à direita do alto-falante *A*. A frequência das ondas emitidas por cada um dos alto-falantes é 688 Hz. Você está em pé entre os dois alto-falantes, sobre a linha reta que os une, em um ponto onde há interferência construtiva. A que distância você precisa andar na direção do alto-falante *B* para atingir um ponto de interferência destrutiva?

16.38 • Dois alto-falantes, *A* e *B*, são alimentados por um mesmo amplificador e emitem ondas senoidais em fase. A frequência das ondas emitidas por cada um dos alto-falantes é 172 Hz. Você está a 8,00 m de *A*. Qual é a menor distância de *B* que você deve ficar para estar em um ponto de interferência destrutiva?

16.39 •• Dois pequenos alto-falantes estéreos são alimentados em degrau pelo mesmo oscilador de frequência variável. Seu som é captado por um microfone localizado conforme a **Figura E16.39**. Para quais frequências seu som nos alto-falantes produz (a) interferência construtiva e (b) interferência destrutiva?

Figura E16.39



Seção 16.7 Batimentos

16.40 •• Dois violonistas tentam tocar a mesma nota de comprimento de onda igual a 64,8 cm ao mesmo tempo, mas um dos instrumentos está levemente desafinado e toca uma nota de comprimento de onda igual a 65,2 cm. Qual é a frequência dos batimentos que esses músicos ouvem quando tocam juntos?

16.41 •• **Afinando um violino.** Uma violinista está afinando seu instrumento com a nota A (440 Hz). Ela toca a nota enquanto escuta um som gerado eletronicamente, exatamente com essa frequência, e escuta uma frequência de batimento de 3 Hz, que aumenta para 4 Hz quando ela pressiona a corda de seu violino firmemente. (a) Qual foi a frequência da nota tocada por seu violino quando ela ouviu os batimentos de 3 Hz? (b) Para afinar seu violino perfeitamente em A, a violinista deverá apertar ou afrouxar sua corda a partir de como ela se encontrava quando ouviu os batimentos de 3 Hz?

16.42 •• **Ajustando motores de avião.** Os motores que impulsionam as hélices de um avião são, em alguns casos, ajustados usando batimentos. O motor zumbindo produz uma onda de som com a mesma frequência da hélice. (a) Se uma hélice de única lâmina estiver girando a 575 rpm e você ouvir batimentos de 2,0 Hz quando ligar a segunda hélice, quais são as duas frequências possíveis (em rpm) da segunda hélice? (b) Suponha que você aumente ligeiramente a velocidade da segunda hélice e descubra que a frequência do batimento muda para 2,1 Hz. No item (a), qual das duas respostas foi a correta para a frequência da segunda hélice de única lâmina? Como você sabe disso?

16.43 •• Dois tubos de órgão, abertos em uma extremidade e fechados em outra, medem cada um 1,14 m de comprimento. Um desses tubos é alongado em 2,00 cm. Calcule a frequência do batimento que eles produzem quando tocam juntos em sua frequência fundamental.

Seção 16.8 O efeito Doppler

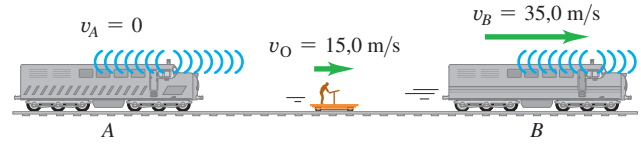
16.44 •• No Exemplo 16.18 (Seção 16.8), suponha que o carro de polícia se afaste do armazém a 20 m/s. Que frequência do som refletido pelo armazém é ouvida pelo motorista do carro de polícia?

16.45 •• No planeta Ornitus, um pássaro macho voa em direção à fêmea com velocidade de 25,0 m/s enquanto canta com uma frequência de 1.200 Hz. A fêmea está em repouso e ouve um som com frequência de 1.240 Hz; qual é a velocidade do som na atmosfera do planeta Ornitus?

16.46 • Um trem se desloca com velocidade de 25,0 m/s com o ar calmo. A frequência da nota emitida pelo apito da locomotiva é igual a 400 Hz. Qual é o comprimento de onda das ondas sonoras: (a) na parte frontal da locomotiva? (b) Atrás da locomotiva? Qual é a frequência do som que um ouvinte em repouso escuta quando está: (c) na frente da locomotiva? (d) Atrás dela?

16.47 • Dois trens, *A* e *B*, apitam simultaneamente com a mesma frequência de 392 Hz. O trem *A* está em repouso e o trem *B* se desloca para a direita (se afastando de *A*) com velocidade igual a 35,0 m/s. Um ouvinte está entre os dois apitos e se desloca para a direita com velocidade de 15,0 m/s (**Figura E16.47**). Não existe vento. (a) Qual é a frequência que o ouvinte escuta do apito de *A*? (b) Qual é a frequência que ele escuta de *B*? (c) Qual é a frequência dos batimentos que o ouvinte escuta?

Figura E16.47



16.48 • **Fonte em movimento *versus* ouvinte em movimento.** (a) Uma fonte sonora que produz ondas de 1,00 kHz se desloca na direção de um ouvinte estacionário em uma velocidade igual à metade da velocidade do som. Que frequência o ouvinte escutará? (b) Suponha que, em vez disso, a fonte esteja parada e o ouvinte esteja se movendo na direção da fonte com uma velocidade igual à metade da velocidade do som. Que frequência o ouvinte escutará? Qual é a relação entre sua resposta e a do item (a)? Explique fisicamente por que as duas respostas diferem.

16.49 • Um pato nadando agita os pés uma vez a cada 1,6 s, produzindo ondas superficiais com esse período. O pato está se movendo com velocidade constante em um lago no qual a velocidade das ondas superficiais é 0,32 m/s, e a distância entre as cristas das ondas em frente ao pato é 0,12 m. (a) Qual é a velocidade do pato? (b) Qual é a distância entre as cristas das ondas atrás do pato?

16.50 • Um trem se desloca com velocidade igual a 30,0 m/s em um ar calmo. A frequência da nota emitida pelo apito do trem é igual a 352 Hz. Qual é a frequência ouvida por um passageiro no interior de um trem que se move em sentido contrário ao do primeiro trem a 18,0 m/s, supondo que: (a) os trens se aproximam; (b) os trens se afastam?

16.51 • O alarme de um carro está emitindo ondas sonoras de frequência igual a 520 Hz. Você está dirigindo uma motocicleta, afastando-se do carro em linha reta. Com que velocidade você está andando se escuta uma frequência de 490 Hz?

16.52 •• Enquanto você está sentado no seu carro, ao lado de uma estrada no campo, um amigo seu se aproxima em um carro idêntico. Você aciona a buzina do carro, que possui uma frequência de 260 Hz. Seu amigo também aciona a buzina, que é idêntica à sua, e você escuta uma frequência de batimento de 6,0 Hz. Com que velocidade seu amigo está se aproximando de você?

16.53 • Dois canários voam um em direção ao outro, cada um deles movendo-se a 15,0 m/s em relação ao solo e emitindo uma nota com frequência de 1.750 Hz. (a) Que frequência cada pássaro ouve um do outro? (b) Que comprimento de onda cada canário medirá para a nota emitida pelo outro?

16.54 •• A sirene de um carro de bombeiro dirigindo-se para o norte a 30,0 m/s emite um som com frequência de 2.000 Hz. Um caminhão à frente desse carro está se deslocando para o norte a 20,0 m/s. (a) Qual é a frequência do som da sirene que o motorista do carro escuta refletida da traseira do caminhão? (b) Que comprimento de onda esse motorista mediria para essas ondas sonoras refletidas?

16.55 •• Um carro de polícia parado emite um som de 1.200 Hz de frequência, que bate em um carro na rodovia e retorna com uma frequência de 1.250 Hz. O carro de polícia está bem ao lado da rodovia, de modo que o outro carro está trafegando diretamente em direção a ele ou afastando-se dele. (a) Com que velocidade o carro estava se movendo? Ele estava se aproximando ou se afastando do carro de polícia? (b) Que frequência o carro de polícia teria recebido se estivesse trafegando em direção ao outro carro a 20,0 m/s?

16.56 •• Com que velocidade (em termos de porcentagem da velocidade da luz) uma estrela teria de se mover para que a frequência da luz que recebemos dela fosse 10,0% maior que a frequência da luz que ela emite? Ela estaria se afastando ou se aproximando de nós? (Suponha que a estrela esteja se afastando ou se aproximando em linha reta.)

Seção 16.9 Ondas de choque

16.57 •• Um avião a jato voa passando verticalmente sobre sua cabeça a Mach 1,70 e permanece a uma altura constante de 1.250 m. (a) Qual é o ângulo α do cone das ondas de choque? (b) Quanto tempo depois de o avião passar sobre a vertical acima de sua cabeça você ouvirá o estrondo sônico? Despreze a variação da velocidade do som com a altura.

16.58 • O cone das ondas de choque criado pelo ônibus espacial em um instante durante sua reentrada na atmosfera forma um ângulo de 58,0° com a direção de seu movimento. A velocidade do som nessa altitude é 331 m/s. (a) Qual é o número de Mach do ônibus espacial nesse instante e (b) com que velocidade (em m/s) ele está se deslocando em relação à atmosfera? (c) Quais seriam seu número de Mach e o ângulo do cone das ondas de choque se ele viajasse na mesma velocidade, mas em altitudes baixas, onde a velocidade do som é 344 m/s?

PROBLEMAS

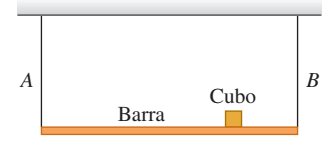
16.59 •• Uma soprano e um baixo estão cantando um dueto. Enquanto a soprano canta um lá sustenido a 932 Hz, o baixo canta um lá sustenido três oitavas mais baixo. Nessa sala de concertos, a densidade do ar é 1,20 kg/m^3, e o módulo de compressão é $1{,}42 \times 10^5$ Pa. Para que suas notas tenham o mesmo nível de intensidade sonora, quais devem ser (a) a razão entre a amplitude de pressão do baixo e a amplitude de pressão da soprano, e (b) a razão entre a amplitude de deslocamento do baixo e a amplitude de deslocamento da soprano? (c) Que amplitude de deslocamento (em m e nm) a soprano produz ao cantar seu lá sustenido com 72,0 dB?

16.60 •• **PC** O som de um trompete se propaga uniformemente no ar, em todas as direções, a 20 °C. A uma distância de 5,0 m do trompete, o nível da intensidade sonora é 52,0 dB. A frequência é 587 Hz. (a) Qual é a amplitude da pressão a essa distância? (b) Qual é a amplitude do deslocamento? (c) A que distância o nível da intensidade sonora é igual a 30,0 dB?

16.61 • **PC** Uma pessoa está tocando uma pequena flauta de 10,75 cm de comprimento, aberta em uma das extremidades e fechada na outra, perto de uma corda esticada que possui uma frequência fundamental de 600,0 Hz. Se a velocidade do som for 344 m/s, com que harmônicos da flauta a corda entrará em ressonância? Em cada caso, que harmônico da corda está em ressonância?

16.62 •• **PC** Uma barra uniforme de 165 N é sustentada horizontalmente por dois fios idênticos, *A* e *B* (**Figura P16.62**). Um pequeno cubo de chumbo de 185 N é colocado a $\frac{3}{4}$ do caminho entre *A* e *B*. Os fios medem cada um 75,0 cm de comprimento e possuem massa de 5,50 g. Se ambos os fios são puxados simultaneamente em seu centro, qual é a frequência dos batimentos que eles produzirão ao vibrar em sua frequência fundamental?

Figura P16.62

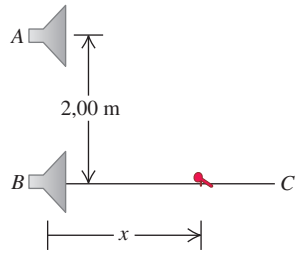


16.63 • Um tubo de um órgão possui dois harmônicos sucessivos com frequências iguais a 1.372 Hz e 1.764 Hz. (a) Esse tubo é aberto ou fechado? Explique. (b) Que harmônicos são esses? (c) Qual é o comprimento do tubo?

16.64 ••• A frequência da nota F_4 é 349 Hz. (a) Se um tubo de um órgão está aberto em uma extremidade e fechado na outra, qual deve ser o comprimento no modo fundamental para produzir essa nota a 20 °C? (b) Qual seria a temperatura do ar para que a frequência fosse de 370 Hz, correspondendo a um aumento da altura de F para F$^{\#}$ (de fá para fá sustenido)? (Despreze a variação do comprimento do tubo produzida pela variação da temperatura.)

16.65 •• Dois alto-falantes idênticos *A* e *B* estão separados por uma distância de 2,00 m. Os alto-falantes são alimentados por um mesmo amplificador e produzem ondas sonoras com frequência igual a 784 Hz. Considere a velocidade do som no ar igual a 344 m/s. Um pequeno microfone se afasta do ponto *B* ao longo de uma linha perpendicular à reta que une o ponto *B* com o ponto *A* (reta *BC* indicada na **Figura P16.65**). (a) A que distâncias do ponto *B* haverá interferência *destrutiva*? (b) A que distâncias do ponto *B* haverá interferência *construtiva*? (c) Quando a frequência é suficientemente baixa, não existe nenhum ponto da reta *BC* com interferência destrutiva. Qual é a frequência mais baixa para que isso ocorra?

Figura P16.65



16.66 •• Um morcego voa na direção de uma parede, emitindo um som constante de frequência igual a 1,70 kHz. O morcego ouve seu próprio som e também o som refletido pela parede. Com que velocidade ele deve voar para escutar uma frequência de batimento igual a 8,00 Hz?

16.67 •• A fonte sonora do sistema de sonar de um navio opera com uma frequência igual a 18,0 kHz. A velocidade do som na água (supostamente uniforme a 20 °C) é igual a 1.482 m/s. (a) Qual é o comprimento de onda das ondas emitidas pela fonte? (b) Qual é a diferença entre a frequência das ondas irradiadas diretamente e a frequência das ondas refletidas por uma baleia que se aproxima do navio em linha reta com velocidade de 4,95 m/s? O navio está em repouso na água.

16.68 ••• BIO **Medicina com ultrassom.** Uma onda sonora de 2,0 MHz se propaga ao longo do ventre de uma mulher grávida, sendo refletida pela parede do coração do feto. A parede do coração se move no sentido do receptor do som quando o coração bate. O som refletido é a seguir misturado com o som transmitido, e 72 batimentos por segundo são detectados. A velocidade do som nos tecidos do corpo é de 1.500 m/s. Calcule a velocidade da parede do coração do feto no instante em que essa medida é realizada.

16.69 ••• BIO Morcegos-ferradura (do gênero *Rhinolophus*) emitem sons através de suas narinas e depois escutam a frequência do som refletido pela sua presa para determinar a velocidade dela. (O termo "ferradura" dado a esse morcego decorre de uma reentrância em forma de ferradura existente em torno de suas narinas, que desempenha o papel de um espelho que focaliza o som, de modo que o morcego emite um feixe muito estreito de ondas sonoras semelhante ao feixe luminoso de uma lanterna.) Um *Rhinolophus* se deslocando com uma velocidade v_{mor} emite um som com frequência f_{mor}; ele ouve o som refletido por um inseto que se aproxima dele com uma frequência mais elevada igual a f_{ref}. (a) Mostre que a velocidade do inseto é dada por

$$v_{inseto} = v\left[\frac{f_{ref}(v - v_{mor}) - f_{mor}(v + v_{mor})}{f_{ref}(v - v_{mor}) + f_{mor}(v + v_{mor})}\right]$$

onde v é a velocidade do som. (b) Se f_{mor} = 80,7 kHz, f_{ref} = 83,5 kHz e v_{mor} = 3,9 m/s, calcule a velocidade do inseto.

16.70 • PC Uma sirene de polícia com frequência f_{sir} está fixa em uma plataforma em vibração. A plataforma e a sirene oscilam para cima e para baixo com um movimento harmônico simples de amplitude A_P e frequência f_P. (a) Calcule a frequência máxima e a frequência mínima do som que você ouve em um ponto diretamente acima da sirene. (b) Em que ponto do movimento da plataforma a frequência máxima é ouvida? E a frequência mínima? Explique.

16.71 •• PC Uma plataforma rotativa com 1,50 m de diâmetro gira a 75 rpm. Dois alto-falantes, cada um emitindo som com comprimento de onda de 31,3 cm, estão presos à borda da mesa em extremidades opostas de um diâmetro. Um ouvinte para à frente da plataforma. (a) Qual é a maior frequência de batimento que o ouvinte receberá desse sistema? (b) O ouvinte poderá distinguir os batimentos individuais?

16.72 •• DADOS Um tanque cilíndrico longo e fechado contém um gás diatômico que é mantido a uma temperatura uniforme, que pode ser variada. Quando você mede a velocidade do som v no gás em função da temperatura T do gás, obtém estes resultados:

T (°C)	−20,00	0,0	20,0	40,0	60,0	80,0
v (m/s)	324	337	349	361	372	383

(a) Explique como você pode representar esses resultados em um gráfico, de modo que ele se ajuste a uma linha reta. Construa esse gráfico e verifique se os pontos plotados estão próximos de uma linha reta. (b) Como o gás é diatômico, γ = 1,40. Use a inclinação da reta no item (a) para calcular M, a massa molecular do gás. Expresse M em gramas/mol. Que tipo de gás se encontra no tanque?

16.73 •• DADOS Um tubo longo contém ar sob pressão de 1,00 atm à temperatura de 77 °C. Uma das extremidades do tubo é aberta, enquanto a outra está fechada por um pistão móvel. Um diapasão nas vizinhanças da extremidade aberta vibra com uma frequência igual a 500 Hz. Ocorre ressonância quando a distância entre o pistão e a extremidade aberta do tubo é igual a 18,0 cm, 55,5 cm e 93,0 cm. (a) Com esses dados, qual é a velocidade do som no ar a 77 °C? (b) Pelo resultado do item (a), qual é o valor de γ? (c) Esses dados mostram que o nó de deslocamento está situado ligeiramente fora da extremidade aberta do tubo. A que distância dessa extremidade ele se encontra?

16.74 ••• DADOS **Supernova!** (a) A Equação 16.30 pode ser escrita como

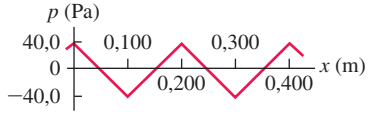
$$f_R = f_S\left(1 - \frac{v}{c}\right)^{1/2}\left(1 + \frac{v}{c}\right)^{-1/2}$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, $3{,}00 \times 10^8$ m/s. A maioria dos objetos se move muito mais lentamente que isso (v/c é muito pequeno), de modo que os cálculos usando a Equação 16.30 deverão ser feitos cuidadosamente, para evitar erros de arredondamento. Use o teorema binomial para mostrar que, se $v << c$, a Equação 16.30 se reduz aproximadamente a $f_R = f_S[1 - (v/c)]$. (b) A nuvem de gás conhecida como Nebulosa do Caranguejo pode ser observada até mesmo com um pequeno telescópio. Ela é formada pelos resíduos de uma *supernova*, uma estrela que explode violentamente. (A explosão foi vista na Terra no dia 4 de julho de 1054.) O brilho emitido pela Nebulosa tem a característica cor vermelha do gás hidrogênio aquecido. Em um laboratório na Terra, o hidrogênio aquecido produz uma luz vermelha com frequência igual a $4{,}568 \times 10^{14}$ Hz; a luz vermelha detectada na periferia da Nebulosa do Caranguejo chegou à Terra com uma frequência igual a $4{,}586 \times 10^{14}$ Hz. Estime a velocidade da expansão da periferia da Nebulosa do Caranguejo. Suponha que a velocidade do centro da nebulosa em relação à Terra seja desprezível. (c) Supondo que a velocidade da expansão tenha permanecido constante desde o instante em que a explosão ocorreu, estime o diâmetro da Nebulosa do Caranguejo. Forneça sua resposta em metros e em anos-luz. (d) O diâmetro angular da Nebulosa do Caranguejo observado na Terra é igual a um arco de 5 minutos (o arco de 1 minuto equivale a $\frac{1}{60}$ do arco de um grau). Estime a distância (em anos-luz) entre a Terra e a Nebulosa do Caranguejo e estime o ano em que a explosão da supernova ocorreu de fato.

PROBLEMAS DESAFIADORES

16.75 ••• CALC A **Figura P16.75** mostra a flutuação de pressão P de uma onda sonora não senoidal em função de x para $t = 0$. A onda se propaga no sentido $+x$. (a) Faça o gráfico da flutuação de pressão P em função de t para $x = 0$. Mostre pelo menos dois ciclos de oscilações. (b) Faça um gráfico do deslocamento y nessa onda sonora em função de x para $t = 0$. No ponto $x = 0$, o deslocamento para $t = 0$ é igual a zero. Mostre pelo menos dois comprimentos de onda. (c) Faça um gráfico do deslocamento y em função de t para $x = 0$. Mostre pelo menos dois ciclos de oscilações. (d) Calcule a velocidade e a aceleração máximas de um elemento de ar através do qual esta onda se propaga. (e) Descreva como o cone de um alto-falante deve se mover em função do tempo para produzir a onda sonora desse problema.

Figura P16.75



16.76 ••• PC Ondas longitudinais em uma mola. Uma mola longa, como uma Slinky™, é frequentemente utilizada para demonstrar ondas longitudinais. (a) Mostre que, se uma mola que obedece à lei de Hooke possui massa m, comprimento L e constante de força k', a velocidade das ondas longitudinais na mola é $v = L\sqrt{k'/m}$ (ver Seção 16.2). (b) Calcule v para uma mola com $m = 0{,}250$ kg, $L = 2{,}00$ m e $k' = 1{,}50$ N/m.

Problemas com contexto

BIO Imagens de ultrassom. Um transdutor típico de ultrassom para diagnóstico médico produz um feixe de ultrassom com uma frequência de 1,0 MHz. O feixe parte do transdutor, atravessa o tecido e é parcialmente refletido quando encontra estruturas diferentes no tecido. O mesmo transdutor que produz o ultrassom também detecta as reflexões. O transdutor emite um pulso curto de ultrassom e espera receber os ecos refletidos antes de emitir o próximo pulso. Medindo o tempo entre o pulso inicial e a chegada do sinal refletido, podemos usar a velocidade do ultrassom no tecido, 1.540 m/s, para determinar a distância entre o transdutor e a estrutura que produzir a reflexão.

À medida que o ultrassom passa pelo tecido, o feixe é atenuado pela absorção. Assim, estruturas mais profundas retornam ecos mais fracos. Uma atenuação típica no tecido é -100 dB/m · MHz; no osso, ela é -500 dB/m · MHz. Ao determinar a atenuação, tomamos a intensidade de referência como sendo a intensidade produzida pelo transdutor.

16.77 Se a estrutura mais profunda que você deseja visualizar está a 10,0 cm do transdutor, qual é o número máximo de pulsos por segundo que podem ser emitidos? (a) 3.850; (b) 7.700; (c) 15.400; (d) 1.000.000.

16.78 Depois que um feixe passa por 10 cm de tecido, qual é a intensidade desse feixe como uma fração de sua intensidade inicial no transdutor? (a) 1×10^{-11}; (b) 0,001; (c) 0,01; (d) 0,1.

16.79 Como a velocidade do ultrassom no osso é cerca do dobro da velocidade no tecido mole, a distância até uma estrutura que se encontra além de um osso pode ser medida incorretamente. Se um feixe passa por 4 cm de tecido, depois 2 cm de ossos e depois outro 1 cm de tecido antes de ecoar em um cisto e retornar ao transdutor, qual é a diferença entre a distância verdadeira até o cisto e a distância medida, considerando que a velocidade é sempre 1.540 m/s? Em comparação com a distância medida, a estrutura está, na verdade, (a) 1 cm mais distante; (b) 2 cm mais distante; (c) 1 cm mais próxima; (d) 2 cm mais próxima?

16.80 Em algumas aplicações de ultrassom, como em seu uso em tecidos cranianos, grandes reflexões dos ossos que o cercam podem produzir ondas estacionárias. Isso é um problema porque a grande amplitude de pressão em um ventre pode danificar os tecidos. Para uma frequência de 1,0 MHz, qual é a distância entre os ventres no tecido? (a) 0,38 mm; (b) 0,75 mm; (c) 1,5 mm; (d) 3,0 mm.

16.81 Para um ultrassom craniano, por que é vantajoso usar frequências na faixa de kHz em vez da faixa de MHz? (a) Os ventres das ondas estacionárias estarão mais próximos nas frequências mais baixas que nas mais altas; (b) não haverá ondas estacionárias nas frequências mais baixas; (c) os ossos cranianos atenuarão mais o ultrassom nas frequências mais baixas que nas mais altas; (d) os ossos cranianos atenuarão menos o ultrassom nas frequências mais baixas que nas mais altas.

RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

(**iv**) A Equação 16.10, na Seção 16.2, diz que a velocidade do som em um gás depende da temperatura e do tipo de gás (através da razão entre capacidades de calor e massa molar). O ar no inverno nas montanhas possui uma temperatura mais baixa que o ar no verão no nível do mar, mas eles têm basicamente a mesma composição. Logo, apenas a temperatura mais baixa explica a menor velocidade do som no inverno nas montanhas.

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

16.1 Resposta: (**v**). Pela Equação 16.5, a amplitude de deslocamento é $A = P_{máx}/Bk$. A amplitude da pressão $P_{máx}$ e o módulo de compressão B não se alteram, mas a frequência f aumenta por um fator igual a 4. Assim, o número de onda $k = \omega/v = 2\pi f/v$ também aumenta por um fator 4. Como A é inversamente proporcional a k, a amplitude de deslocamento se reduz a $\frac{1}{4}$. Em outras palavras, em frequências mais altas, um menor deslocamento máximo é necessário para produzir a mesma flutuação máxima de pressão.

16.2 Resposta: (**i**). Pela Equação 16.7, a velocidade das ondas longitudinais (som) em um fluido é dada por $v = \sqrt{B/\rho}$. Podemos reagrupar essa expressão para obter uma expressão para o módulo de compressão B em função da densidade do fluido ρ e da velocidade do som v: $B = \rho v^2$. A 20 °C, a velocidade do som no mercúrio é ligeiramente menor que na água (1.451 m/s contra 1.482 m/s), mas a densidade do mercúrio é maior que a da água por um grande fator (13,6). Logo, o módulo de compressão do mercúrio é maior que o da água por um fator de (13,6) $(1.451/1.482)^2 = 13{,}0$.

16.3 Resposta: A e $P_{máx}$ aumentam por um fator igual a $\sqrt{2}$, B e v não se alteram, β aumenta em 3,0 dB. As equações 16.9 e 16.10 mostram que o módulo de compressão B e

a velocidade do som v permanecem constantes porque as propriedades físicas do ar não se alteraram. Pelas equações 16.12 e 16.14, a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude do deslocamento, ou o quadrado da amplitude da pressão. Assim, dobrar a intensidade significa que tanto A quanto $P_{máx}$ aumentam por um fator igual a $\sqrt{2}$. O Exemplo 16.9 mostra que *multiplicar* a intensidade por um fator de $2(I_2/I_1 = 2)$ corresponde a *somar* (10 dB) log (I_2/I_1) = (10 db) log 2 = 3,0 dB ao nível de intensidade sonora.

16.4 Resposta: (**ii**). O hélio é menos denso e possui massa molar menor que o ar, portanto, o som se desloca mais rápido no hélio que no ar. As frequências de modo normal em um tubo são proporcionais à velocidade do som v; logo, a frequência e, portanto, a altura, elevam-se quando o ar no tubo é substituído pelo hélio.

16.5 Resposta: (**i**) e (**iv**). Haverá ressonância se 660 Hz for uma das frequências de modo normal do tubo. Um tubo fechado de órgão possui frequências de modo normal que são múltiplos ímpares de sua frequência fundamental (ver Equação 16.22 e Figura 16.18). Portanto, o tubo (i), que tem frequência fundamental de 220 Hz, também tem uma frequência de modo normal de 3(220 Hz) = 660 Hz. O tubo (ii) possui o dobro do comprimento do tubo (i); pela Equação 16.20, a frequência fundamental de um tubo fechado é inversamente proporcional ao comprimento, então o tubo (ii) tem uma frequência fundamental de $(\frac{1}{2})$ (220 Hz) = 110 Hz. Suas outras frequências de modo normal são 330 Hz, 550 Hz, 770 Hz..., portanto, um diapasão de 660 Hz não provocará ressonância. O tubo (iii) é aberto e do mesmo comprimento que o tubo (i), logo, sua frequência fundamental é o dobro da frequência fundamental do tubo (i) (compare as equações 16.16 e 16.20), ou 2(220 Hz) = 440 Hz. Suas outras frequências de modo normal são múltiplos inteiros da frequência fundamental (ver Equação 16.19), ou 880 Hz, 1.320 Hz, ..., nenhuma delas igual à frequência de 660 Hz do diapasão. O tubo (iv) também é aberto, mas possui o dobro do comprimento do tubo (iii) (ver Equação 16.18), portanto, suas frequências de modo normal são a metade das frequências do tubo (iii): 220 Hz, 440 Hz, 660 Hz,..., de modo que o terceiro harmônico ressoará com o diapasão.

16.6 Resposta: (**iii**). Interferências construtivas e destrutivas entre duas ondas ocorrem apenas se ambas possuem a mesma frequência. Neste caso, as frequências são diferentes, então não há pontos em que as duas ondas sempre reforcem uma à outra (interferência construtiva) ou sempre anulem uma à outra (interferência destrutiva).

16.7 Resposta: (**vi**). A frequência de batimento é 3 Hz, portanto, a diferença entre as frequências dos dois diapasões também é 3 Hz. Assim, o segundo diapasão vibra em uma frequência de 443 Hz ou de 437 Hz. Você pode verificar as duas possibilidades comparando as alturas dos dois diapasões quando eles soam juntos: a frequência é 437 Hz se o segundo diapasão possuir uma altura menor, e de 443 Hz se possuir uma altura maior.

16.8 Resposta: **não.** O ar (o meio em que as ondas sonoras se propagam) está se movendo da fonte para o ouvinte. Assim, relativamente ao ar, tanto a fonte quanto o ouvinte estão se movendo no sentido do ouvinte para a fonte. Logo, ambas as velocidades são positivas e $v_S = v_O = +10$ m/s. O fato de essas duas velocidades serem iguais significa que o numerador e o denominador na Equação 16.29 são iguais e, assim, $f_O = f_S$, e *não* há efeito Doppler.

16.9 Resposta: (**iii**). A Figura 16.38 mostra que não há ondas sonoras dentro do cone da onda de choque. Atrás do avião, as cristas de onda estão espalhadas, assim como atrás da fonte em movimento na Figura 16.28. Logo, as ondas que chegam até você possuem um comprimento de onda maior e uma frequência menor.

Problema em destaque

(**a**) $180° = \pi$ rad

(**b**) Somente de A: $I = 3{,}98 \times 10^{-6}$ W/m^2, $\beta = 66{,}0$ dB;
Somente de B: $I = 5{,}31 \times 10^{-7}$ W/m^2, $\beta = 57{,}2$ dB

(**c**) $I = 1{,}60 \times 10^{-6}$ W/m^2, $\beta = 62{,}1$ dB

? Em fundições, o ferro fundido é aquecido a 1.500° Celsius para remover impurezas. É mais preciso dizer que o ferro fundido contém uma grande quantidade de (i) temperatura; (ii) calor; (iii) energia; (iv) dois desses; (v) todos esses.

17 TEMPERATURA E CALOR

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **17.1** O significado de equilíbrio térmico e o que os termômetros medem realmente.
- **17.2** Como funcionam diversos tipos de termômetros.
- **17.3** A física por trás da escala de temperatura absoluta, ou Kelvin.
- **17.4** Como as dimensões de um objeto variam em resultado de uma variação de temperatura.
- **17.5** O significado do calor e em que ele difere da temperatura.
- **17.6** Como fazer cálculos envolvendo transferências de calor, variações de temperatura e transições de fase.
- **17.7** Como o calor se transfere por condução, convecção e radiação.

Revendo conceitos de:

- **11.4** Tensão e deformação.
- **12.2** Medição de pressão em um fluido.
- **14.4** Forças e oscilações interatômicas.

Tanto em um dia escaldante de verão quanto em uma noite fria de inverno, seu corpo precisa manter uma temperatura aproximadamente constante. Ele possui mecanismos de controle de temperatura eficientes, mas, algumas vezes, precisa de ajuda. Em um dia quente, você usa menos roupa para melhorar a troca de calor entre seu corpo e o ar ambiente, e para melhorar o resfriamento produzido pela evaporação do suor. Em um dia frio, você pode se sentar próximo a uma lareira para absorver a energia produzida por ela. Os conceitos deste capítulo auxiliarão você a entender os processos físicos básicos para preservar o calor ou o frio.

Os termos "temperatura" e "calor" costumam ser usados como sinônimos na linguagem cotidiana. Em física, contudo, esses dois termos têm significados bastante diferentes. Neste capítulo, definiremos temperatura em termos de sua medição, e veremos como sua variação afeta as dimensões dos objetos. Veremos que calor se refere à transferência de energia provocada apenas pelas diferenças de temperatura, e aprenderemos a calcular e controlar essas transferências de energia.

Também daremos ênfase aos conceitos de temperatura e de calor em suas relações com objetos *macroscópicos,* como cilindros de gás, cubos de gelo e o corpo humano. No Capítulo 18, estudaremos esses mesmos conceitos sob o ponto de vista *microscópico*, referente ao comportamento dos átomos e das moléculas individuais. Esses dois capítulos fornecerão os conceitos básicos para a **termodinâmica**, o estudo das transformações de energia envolvendo calor, trabalho mecânico e outros tipos de energia, e de como essas transformações se relacionam com as propriedades da matéria. A termodinâmica constitui uma parte indispensável dos fundamentos da física, da química e da biologia, e encontra aplicação em áreas como motores de automóveis, refrigeradores, processos bioquímicos e a estrutura das estrelas. Vamos analisar os conceitos básicos da termodinâmica nos capítulos 19 e 20.

17.1 TEMPERATURA E EQUILÍBRIO TÉRMICO

O conceito de **temperatura** tem origem nas ideias qualitativas baseadas em nosso sentido de tato. Um corpo que parece estar "quente" normalmente está em uma temperatura mais elevada que um corpo análogo que parece estar "frio". Isso é um pouco vago, e os sentidos podem ser enganosos. Contudo, muitas propriedades da matéria que podemos *medir* — inclusive o comprimento de uma barra metálica, a pressão de vapor em uma caldeira, a intensidade da corrente elétrica transportada por um fio e a cor de um objeto incandescente muito quente — dependem da temperatura.

A temperatura também está relacionada à energia cinética das moléculas de um material. Em geral, essa relação é bastante complexa e, por isso, não é uma boa ideia começar com uma *definição* de temperatura. No Capítulo 18, vamos estudar a relação entre a temperatura e a energia do movimento das moléculas de um gás ideal. Entretanto, podemos definir temperatura e calor independentemente de qualquer imagem molecular detalhada. Nesta seção, vamos desenvolver uma definição *macroscópica* de temperatura.

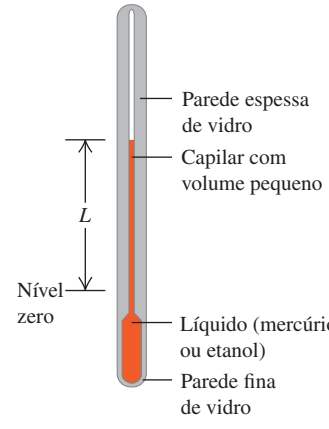
Antes de usar a temperatura como uma medida para saber se um corpo está quente ou frio, precisamos construir uma escala de temperatura. Para isso, podemos usar qualquer propriedade do sistema que dependa do fato de o corpo estar "quente" ou "frio". A **Figura 17.1a** mostra um conhecido sistema para medir temperatura. Quando o sistema se torna mais quente, o líquido colorido (geralmente etanol ou mercúrio) se expande e sobe no tubo, e o valor de L cresce. Outro sistema simples é um gás no interior de um recipiente mantido a volume constante (Figura 17.1b). A pressão p, medida com o manômetro, aumenta ou diminui à medida que o gás se aquece ou esfria. Um terceiro exemplo é a resistência elétrica R de um fio condutor, a qual varia quando o fio se aquece ou esfria. Cada uma dessas propriedades nos fornece um número (L, p ou R) que varia quando o corpo se aquece ou esfria, de modo que a respectiva propriedade pode ser usada para fazer um **termômetro**.

Para medir a temperatura de um corpo, você coloca o termômetro em contato com o corpo. Se você deseja saber a temperatura de uma xícara com café quente, coloca o bulbo do termômetro no café; quando ele interage com o líquido, o termômetro se aquece e o café esfria ligeiramente. Quando o estado estacionário é atingido, você pode ler a temperatura. Dizemos que o sistema atingiu o *equilíbrio*, um estado em que a interação entre o termômetro e o café faz com que não exista mais nenhuma variação de temperatura no sistema. Chamamos esse estado de **equilíbrio térmico**.

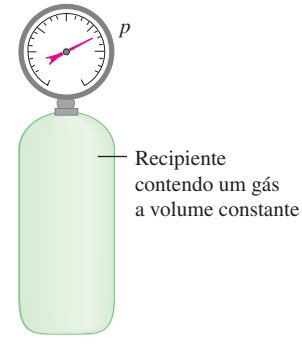
Quando dois sistemas estão separados por um material **isolante**, como madeira, plástico, isopor ou fibra de vidro, um sistema influencia o outro muito lentamente. As caixas térmicas usadas na praia são feitas com materiais isolantes para impedir que o gelo e os alimentos gelados se aqueçam e atinjam o equilíbrio térmico com o ar quente do verão fora da caixa. Um *isolante ideal* é um material que impede qualquer tipo de interação entre os dois sistemas. Ele impede que o equilíbrio térmico seja atingido quando os dois sistemas não estão em equilíbrio no início. Isolantes reais, como os usados nas caixas térmicas, não são ideais, de modo que o conteúdo da caixa térmica acabará esquentando. Porém, apesar disso, um isolante ideal é uma idealização prática, assim como uma corda sem massa ou uma inclinação sem atrito.

Figura 17.1 Dois dispositivos para medir temperatura.

(a) Variações na temperatura provocam variações no volume do líquido



(b) Variações na temperatura provocam variações na pressão do gás

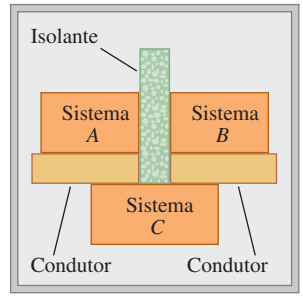


A lei zero da termodinâmica

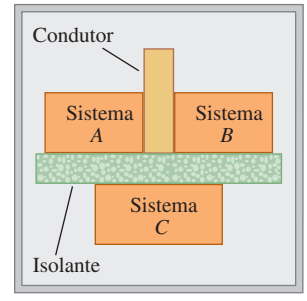
Podemos descobrir uma propriedade importante do equilíbrio térmico considerando três sistemas A, B e C, que inicialmente não estão em equilíbrio térmico (**Figura 17.2**). Colocamos os sistemas no interior de uma caixa isolante ideal para que não possam interagir com nada a não ser um com o outro. Separamos A e B por meio de uma parede isolante ideal (Figura 17.2a), porém, deixamos C interagir com A e com B. Mostramos a interação na figura por meio de uma placa clara

Figura 17.2 A lei zero da termodinâmica.

(a) Se os sistemas *A* e *B* estão em equilíbrio térmico com o sistema *C*, então...



(b) ... os sistemas *A* e *B* estão em equilíbrio térmico entre si.



representando um **condutor** térmico, um material que *permite* a interação térmica através dele. Esperamos até que o equilíbrio térmico seja atingido; então, *A* e *B* estão em equilíbrio térmico com *C*. Porém, será que o *sistema A* está em equilíbrio térmico com o *sistema B*?

Para responder a essa pergunta, separamos o sistema *C* de *A* e de *B* por meio de uma parede isolante ideal (Figura 17.2b) e, a seguir, trocamos a parede isolante que existia entre eles por uma parede *condutora* que permite a interação entre *A* e *B*. O que ocorrerá? A experiência mostra que não ocorrerá *nada*; não haverá nenhuma alteração adicional em *A* ou *B*. Esse resultado é chamado de **lei zero da termodinâmica**:

Quando *C* está inicialmente em equilíbrio térmico com *A* e com *B*, então *A* e *B* também estão em equilíbrio térmico entre si.

(A importância dessa lei só foi reconhecida depois que a primeira, a segunda e a terceira leis da termodinâmica foram enunciadas. Como essa lei é o fundamento das demais, o nome "lei zero" parece apropriado.)

Suponha agora que o sistema *C* seja um termômetro, como o de bulbo com líquido da Figura 17.1a. Na Figura 17.2a, o termômetro *C* está em contato com *A* e com *B*. No equilíbrio térmico, quando a leitura do termômetro atingir um valor estável, ele estará medindo a temperatura tanto de *A* quanto de *B*; logo, *A* e *B* possuem a *mesma* temperatura. A experiência mostra que o equilíbrio térmico não é alterado quando se introduz ou se remove um isolante; logo, a leitura do termômetro *C* não se alteraria se ele estivesse em contato separadamente com *A* ou com *B*. Concluímos, assim, que:

Dois sistemas estão em equilíbrio térmico se e somente se eles possuírem a mesma temperatura.

É isso que torna o termômetro útil; na realidade, um termômetro mede *sua própria* temperatura, mas, quando está em equilíbrio térmico com outro corpo, as temperaturas devem ser iguais. Quando as temperaturas de dois sistemas são diferentes, eles *não podem* estar em equilíbrio térmico.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 17.1 Você introduz um termômetro em uma panela de água quente e registra a leitura. Que temperatura você registrou? (i) A temperatura da água; (ii) a temperatura do termômetro; (iii) uma média aritmética das temperaturas da água e do termômetro; (iv) uma média ponderada das temperaturas da água e do termômetro, com o peso maior sendo sobre a temperatura da água; (v) uma média ponderada das temperaturas da água e do termômetro, com o peso maior sendo sobre a temperatura do termômetro. ❙

17.2 TERMÔMETROS E ESCALAS DE TEMPERATURA

Para que o dispositivo com líquido no bulbo mostrado na Figura 17.1a se transforme em um termômetro útil, é necessário marcar uma escala numérica sobre o vidro. Suponha que o "zero" da escala corresponda ao ponto de congelamento da água pura e o número "100" corresponda ao ponto de ebulição, e a distância entre essas duas marcações seja subdividida em 100 intervalos iguais, chamados de *graus*. Isso corresponde à **escala Celsius de temperatura** (também chamada de escala *centígrada*). A temperatura Celsius é um número negativo quando se refere a um estado cuja temperatura é menor que a do ponto de congelamento da água. A escala Celsius é usada na vida cotidiana, na ciência e na indústria, em quase todos os países do mundo.

Outro tipo comum de termômetro utiliza uma *lâmina bimetálica*, obtida com a junção de dois metais diferentes (**Figura 17.3a**). Quando a temperatura desse sistema aumenta, um dos metais se dilata mais que o outro, e a lâmina composta se encurva (Figura 17.3b). Essa lâmina costuma ser enrolada em espiral, com a extremidade externa fixa na caixa do termômetro e a extremidade interna ligada a um ponteiro (Figura 17.3c). O ponteiro gira em reação à variação de temperatura.

Em um *termômetro de resistência*, a variação de temperatura pode ser medida pela variação do valor da resistência elétrica de um fio fino, de um cilindro de carbono ou de um cristal de germânio. Os termômetros de resistência, em geral, são mais precisos que os outros tipos de termômetro.

Alguns termômetros funcionam detectando a quantidade de radiações infravermelhas emitidas por um objeto. (Veremos na Seção 17.7 que *todos* os objetos emitem radiação eletromagnética, inclusive infravermelha, como consequência de sua temperatura.) Um exemplo moderno é o *termômetro de artéria temporal* (**Figura 17.4**). O enfermeiro passa um desses termômetros sobre a testa do paciente nas proximidades da artéria temporal, e um sensor de radiações infravermelhas no termômetro mede a radiação que vem da pele. Esse aparelho fornece valores mais precisos da temperatura corporal que os termômetros orais ou timpânicos.

Na **escala Fahrenheit de temperatura**, ainda usada em países como os Estados Unidos, a temperatura de congelamento da água é 32 °F (trinta e dois graus Fahrenheit), e a temperatura de ebulição é 212 °F, ambas em condições normais de pressão atmosférica. Há 180 graus entre a temperatura de congelamento e a de ebulição, em vez dos 100 graus da escala Celsius, portanto, um grau Fahrenheit corresponde a apenas $\frac{100}{180}$ ou $\frac{5}{9}$ de um grau na escala Celsius.

Para converter graus Celsius em graus Fahrenheit, note que T_C, a temperatura na escala Celsius, é o número de graus Celsius acima da temperatura de congelamento; o número de graus Fahrenheit acima da temperatura de congelamento é $\frac{9}{5}$desse valor. Entretanto, o congelamento na escala Fahrenheit ocorre aos 32 °F. Assim, para obter T_F, a verdadeira temperatura na escala Fahrenheit, multiplique o valor em Celsius por $\frac{9}{5}$ e acrescente 32°. Em símbolos:

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32° \qquad (17.1)$$

(Temperatura em Fahrenheit; Temperatura em Celsius)

Para converter temperaturas da escala Fahrenheit para a escala Celsius, basta usar a fórmula:

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32°) \qquad (17.2)$$

(Temperatura em Celsius; Temperatura em Fahrenheit)

Em palavras: subtraia 32° para obter o número de graus em Fahrenheit acima da temperatura de congelamento, e depois multiplique por $\frac{5}{9}$ para obter o número de graus Celsius acima do congelamento, ou seja, a temperatura em Celsius.

Figura 17.3 Lâmina bimetálica funcionando como termômetro.

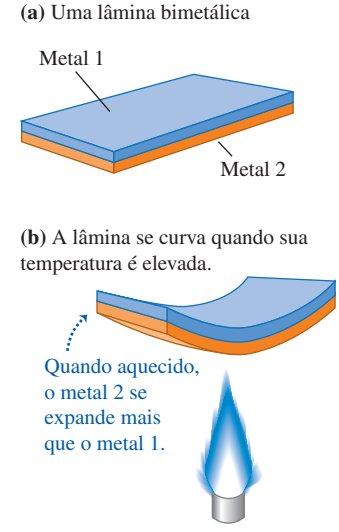


Figura 17.4 Um termômetro de artéria temporal mede a radiação infravermelha da pele que recobre uma das mais importantes artérias da cabeça. Embora o revestimento do termômetro toque a pele, o detector de infravermelho dentro do termômetro não a toca.

BIO Aplicação Temperaturas corporais em mamíferos A maioria dos mamíferos mantém temperaturas corporais na faixa de 36 °C a 40 °C. Uma alta taxa metabólica aquece o animal no interior, e o isolamento (como pele e gordura corporal) atrasa a perda de calor.

Recomendamos que você não memorize as equações 17.1 e 17.2. Em vez disso, tente entender o raciocínio usado e deduza novamente essas relações quando você precisar delas, conferindo seu raciocínio com a relação 100 °C = 212 °F.

Alguns livros norte-americanos usam o símbolo °C para a temperatura e o símbolo °C para um *intervalo* de temperatura. Contudo, no Brasil, o último símbolo não é adotado, e nesta obra não faremos a distinção entre esses dois símbolos, ou seja, usaremos o símbolo °C tanto para uma temperatura quanto para um *intervalo* de temperatura.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 17.2 Quais dos seguintes tipos de termômetro precisam estar em equilíbrio térmico com o objeto a ser medido a fim de fornecerem leituras precisas? (i) Uma lâmina bimetálica; (ii) um termômetro de resistência; (iii) um termômetro de artéria temporal; (iv) as alternativas (i) e (ii) estão corretas; (v) as alternativas (i), (ii) e (iii) estão corretas. ❙

17.3 TERMÔMETRO DE GÁS E ESCALA KELVIN

Quando calibramos dois termômetros — por exemplo, um termômetro com líquido no interior de um bulbo e um termômetro de resistência —, fazendo as duas leituras coincidirem em 0 °C e em 100 °C, as leituras podem não coincidir precisamente nas temperaturas intermediárias. Qualquer escala de temperatura definida desse modo sempre depende em parte das propriedades específicas dos materiais usados. Idealmente, seria preciso definir uma escala de temperaturas que *não* dependesse das propriedades de um material específico. Para isso, são necessários alguns princípios da termodinâmica. Voltaremos a essa questão fundamental no Capítulo 20. Aqui, discutiremos o *termômetro de gás a volume constante*, um tipo de termômetro que apresenta comportamento próximo do ideal.

O termômetro de gás se baseia no fato de que a pressão de um gás mantido a volume constante aumenta com a elevação da temperatura. Um gás é colocado no interior de um recipiente mantido a volume constante (**Figura 17.5a**), e sua pressão é medida por meio de um dos dispositivos descritos na Seção 14.2. Para calibrar esse termômetro, medimos as pressões em duas temperaturas diferentes, digamos 0 °C e 100 °C, assinalamos esses pontos sobre um gráfico e desenhamos uma linha reta, ligando-os. Podemos então usar esse gráfico para ler a temperatura correspondente

DADOS MOSTRAM

Escalas de temperatura

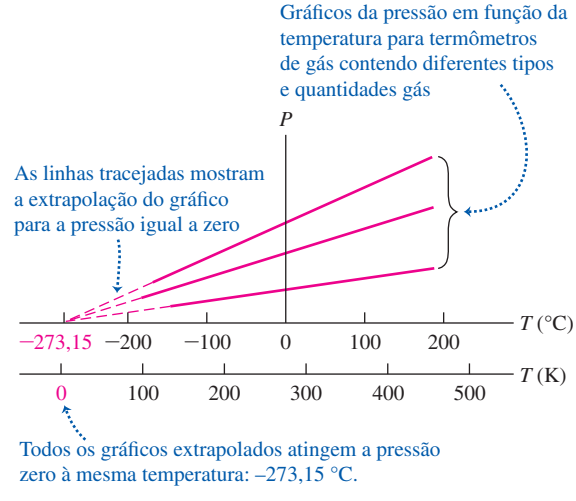
Quando os alunos recebiam um problema sobre conversão entre escalas de temperatura Celsius, Fahrenheit e Kelvin, mais de 46% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Esquecer que as equações 17.1 e 17.2 se aplicam a *temperaturas*, e não a *diferenças de temperatura.* Para converter uma diferença de temperatura em °F para °C, multiplique por $\frac{5}{9}$; para converter uma diferença de temperatura em °C para °F, multiplique por $\frac{9}{5}$.
- Esquecer que as diferenças de temperatura são as mesmas nas escalas Celsius e Kelvin. Aumentar a temperatura em 5 °C é o mesmo que aumentá-la em 5 K.

Figura 17.5 (a) Um termômetro de gás a volume constante usado para medir temperatura. (b) Quanto maior a quantidade de gás no termômetro, mais alto é o gráfico da pressão P em função da temperatura T.

(a) Um termômetro de gás a volume constante

(b) Gráficos de pressão *versus* temperatura a volume constante para três tipos e quantidades diferentes de gás



a qualquer outra pressão. A Figura 17.5b mostra os resultados de três experiências desse tipo, cada uma usando um tipo e uma quantidade diferente de gás.

Extrapolando esse gráfico, vemos que deve existir uma temperatura hipotética igual a −273,15 °C, em que a pressão absoluta do gás deveria ser igual a zero. Verifica-se que essa temperatura é sempre a *mesma* para qualquer tipo de gás (pelo menos no limite de densidades muito pequenas). Na verdade, é impossível observar esse ponto de pressão igual a zero. Os gases se liquefazem e depois se solidificam à medida que a temperatura atinge valores muito pequenos, e a proporcionalidade entre pressão e temperatura deixa de ser válida.

Usamos essa temperatura extrapolada para uma pressão nula como a base para definir uma escala cujo zero corresponde a essa temperatura. Essa escala denomina-se **escala Kelvin de temperatura**, assim chamada em homenagem ao físico inglês Lord Kelvin (1824-1907). As unidades dessa escala são as mesmas que as da escala Celsius, porém o zero é deslocado de tal modo que 0 K = −273,15 °C e 273,15 K = 0 °C, ou seja,

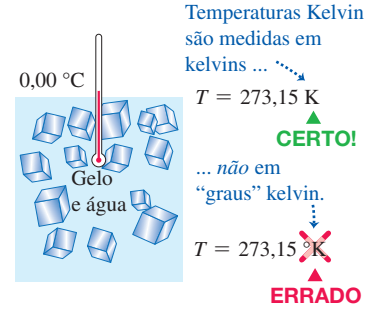
$$T_K = T_C + 273{,}15 \qquad (17.3)$$

(T_K: Temperatura Kelvin; T_C: Temperatura Celsius)

Para uma temperatura ambiente de 20 °C, obtemos 20 + 273,15, ou cerca de 293 K.

ATENÇÃO Nunca diga "graus kelvin" Na nomenclatura do SI, não se usa o termo "grau" na escala Kelvin; a temperatura acima é lida "293 kelvins" e não "graus kelvin" (**Figura 17.6**). Devemos usar a inicial maiúscula para Kelvin quando nos referimos à escala de temperatura; contudo, a *unidade* de temperatura é o *kelvin*, com inicial minúscula (no entanto, a abreviação K deve ser escrita com letra maiúscula).

Figura 17.6 Uso correto e incorreto da escala Kelvin.



EXEMPLO 17.1 TEMPERATURA DO CORPO HUMANO

Você coloca um pedaço de gelo na boca. O gelo, à temperatura T_1 = 32,00 °F, acaba sendo todo convertido em água à temperatura do corpo T_2 = 98,6 °F. Expresse essas temperaturas em graus Celsius e kelvins, e calcule $\Delta T = T_2 - T_1$ nas duas escalas.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: as variáveis procuradas são as temperaturas T_1 e T_2, expressas em graus Celsius e em kelvins, assim como a diferença entre essas duas temperaturas. Convertemos as temperaturas de Fahrenheit em Celsius com a Equação 17.2, e de Celsius em Kelvin usando a Equação 17.3.

EXECUTAR: pela Equação 17.2, T_1 = 0,00 °C e T_2 = 37,00 °C. Logo, $\Delta T = T_2 - T_1$ = 37,00 °C. Para obter a temperatura na escala Kelvin, basta somar 273,15 K ao valor de cada temperatura em graus Celsius: T_1 = 273,15 K e T_2 = 310,15 K. A diferença de temperatura é dada por $\Delta T = T_2 - T_1$ = 37,00 K.

AVALIAR: as escalas Kelvin e Celsius têm o zero em pontos diferentes, porém, o intervalo de um grau é o mesmo nas duas escalas. Portanto, *qualquer* diferença entre as temperaturas é a *mesma* nas duas escalas. Porém, ΔT não é o mesmo na escala Fahrenheit; aqui, por exemplo, ΔT = 66,60 °F.

A escala Kelvin e a temperatura absoluta

A escala Celsius tem dois pontos fixos: o ponto de congelamento normal da água e o ponto de ebulição. Podemos, no entanto, definir a escala Kelvin usando um termômetro de gás com apenas um ponto de referência para a temperatura. A pressão P é diretamente proporcional à temperatura na escala Kelvin, conforme mostra a Figura 17.5b. Assim, podemos definir a razão entre duas temperaturas T_1 e T_2 na escala Kelvin como a razão entre as pressões P_1 e P_2, medidas pelo termômetro de gás:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \qquad (17.4)$$

(**Definição da escala Kelvin:** a razão de duas **temperaturas em kelvins**... é igual à razão das **pressões** correspondentes no **termômetro de gás**.)

Para completar a definição de T, basta especificar a temperatura Kelvin de um único estado específico. Por razões de precisão e facilidade de reprodução das condições, o ponto escolhido é o *ponto triplo* da água, o único ponto em que a água sólida (gelo), a água líquida e o vapor d'água podem coexistir em equilíbrio. Isso ocorre a uma temperatura de 0,01 °C e uma pressão de vapor igual a 610 Pa (cerca de 0,006 atm). (Essa pressão é da *água*, e não do gás do *termômetro*.) A temperatura do ponto triplo da água é *definida* pelo valor $T_{\text{triplo}} = 273{,}16$ K, correspondente a 0,01 °C. Pela Equação 17.4, se P_{triplo} for a pressão em um termômetro de gás para uma temperatura T_{triplo} e P for a pressão para uma outra temperatura T, então T é dada na escala Kelvin por

$$T = T_{\text{triplo}} \frac{P}{P_{\text{triplo}}} = (273{,}16\ \text{K}) \frac{P}{P_{\text{triplo}}} \tag{17.5}$$

Os termômetros de gás não são práticos para o uso cotidiano. Eles ocupam volumes muito grandes e levam muito tempo para atingir o equilíbrio térmico. Eles são usados principalmente para estabelecer padrões com elevada precisão e calibrar outros termômetros.

As relações entre as três escalas de temperatura que discutimos são apresentadas graficamente na **Figura 17.7**. A escala Kelvin denomina-se **escala absoluta de temperatura**, e seu ponto zero ($T = 0$ K $= -273{,}15$ °C, a temperatura que na Equação 17.5 corresponde a $P = 0$) denomina-se **zero absoluto**. No zero absoluto, um sistema molecular (como uma porção de um gás, de um líquido ou de um sólido) possui um valor *mínimo* para a energia total (energia cinética mais energia potencial); contudo, por causa de efeitos quânticos, *não* é correto dizer que todo movimento molecular cessa no zero absoluto. No Capítulo 20, definiremos de modo mais preciso o que significa o zero absoluto, por meio dos princípios termodinâmicos que serão desenvolvidos nos capítulos seguintes.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 17.3 Ordene as seguintes temperaturas do maior para o menor valor: (i) 0,00 °C; (ii) 0,00 °F; (iii) 260,00 K; (iv) 77,00 K; (v) −180,00 °C.

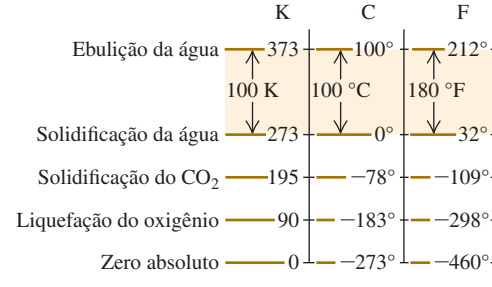


Figura 17.7 Relações entre as escalas Kelvin (K), Celsius (C) e Fahrenheit (F). As frações dos graus das temperaturas foram aproximadas para os graus inteiros mais próximos.

17.4 EXPANSÃO TÉRMICA

A maioria dos materiais sofre expansão ou dilatação térmica quando suas temperaturas aumentam. Temperaturas em elevação fazem o líquido se expandir em um termômetro formado por um líquido dentro de um tubo (Figura 17.1a) e curvam lâminas bimetálicas (Figura 17.3b). Uma garrafa cheia de água e tampada muito firmemente pode quebrar quando aquecida; no entanto, você pode afrouxar a tampa metálica de um recipiente jogando água quente sobre ela. Todas essas situações exemplificam a *dilatação térmica*.

Dilatação linear

Suponha que uma barra possua comprimento L_0 em uma dada temperatura T_0. Quando a temperatura varia por ΔT, o comprimento varia por ΔL. A experiência

mostra que, quando ΔT não é muito grande (digamos, menor que cerca de 100 °C), ΔL é *diretamente proporcional* a ΔT (**Figura 17.8a**). Quando duas barras feitas com o mesmo material sofrem a mesma variação de temperatura, mas uma possui o dobro do comprimento da outra, então a *variação* do comprimento também é duas vezes maior. Portanto, ΔL também deve ser proporcional a L_0 (Figura 17.8b). Podemos expressar essas relações em uma equação:

Dilatação térmica linear: variação no comprimento

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \qquad (17.6)$$

(ΔL: variação no comprimento; L_0: comprimento original; ΔT: variação de temperatura; α: coeficiente de dilatação linear)

A constante α, que descreve as propriedades de expansão térmica de um dado material, denomina-se **coeficiente de dilatação linear**. As unidades de α são K^{-1} ou $(°C)^{-1}$. (Lembre-se de que o intervalo de um grau é o mesmo na escala Kelvin e na escala Celsius.) Se o comprimento de um corpo a uma temperatura T_0 é L_0, então seu comprimento L a uma temperatura $T = T_0 + \Delta T$ é

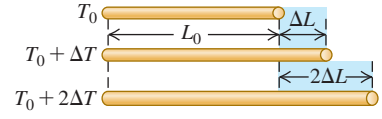
$$L = L_0 + \Delta L = L_0 + \alpha L_0 \Delta T = L_0(1 + \alpha \Delta T) \qquad (17.7)$$

Em muitos materiais, as dimensões lineares sofrem variações de acordo com a Equação 17.6 ou com a 17.7. Logo, L pode ser a espessura de uma barra, o comprimento do lado de uma lâmina quadrada, ou o diâmetro de um buraco. Alguns materiais, como madeira, ou cristal, dilatam-se de modo diferente em diferentes direções. Não vamos levar em conta esse efeito.

Podemos entender a dilatação térmica qualitativamente, em termos das moléculas do material. Imagine as forças interatômicas de um sólido sendo molas, como na **Figura 17.9a**. (Já exploramos a analogia entre uma força interatômica e a de uma mola na Seção 13.4.) Cada átomo vibra em torno de uma posição de equilíbrio. Quando a temperatura aumenta, a energia e a amplitude das vibrações também aumentam. As forças das molas interatômicas não são simétricas em relação à posição de equilíbrio; em geral, elas se comportam como molas que se dilatam com mais facilidade do que se comprimem. Consequentemente, quando a amplitude das vibrações aumenta, a distância *média* entre os átomos também aumenta (Figura 17.9b). À medida que os átomos se afastam, todas as dimensões aumentam.

Figura 17.8 Como o comprimento de uma barra se comporta com uma variação na temperatura. (As variações de comprimento são exageradas para maior visibilidade.)

(a) Para variações moderadas na temperatura, ΔL é diretamente proporcional a ΔT.



(b) ΔL também é diretamente proporcional a L_0.

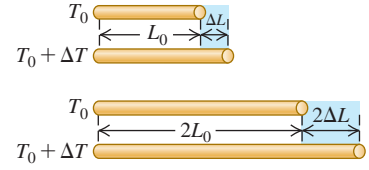
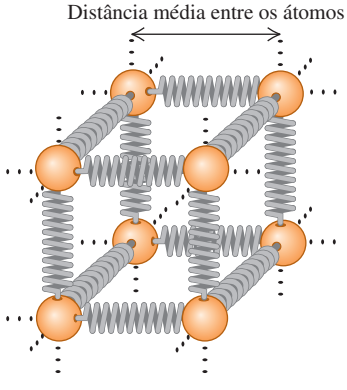


Figura 17.9 (a) Podemos modelar os átomos em um sólido imaginando-os interligados por "molas" que se dilatam com mais facilidade do que se comprimem. (b) Um gráfico da energia potencial da "mola" $U(x)$ pela distância x entre átomos vizinhos *não* é simétrico. (Compare com a Figura 14.20b.) À medida que a energia aumenta e os átomos oscilam com maior amplitude, a distância média aumenta.

(a) Um modelo das forças entre átomos vizinhos em um sólido



(b) Gráfico da energia potencial da "mola" $U(x)$

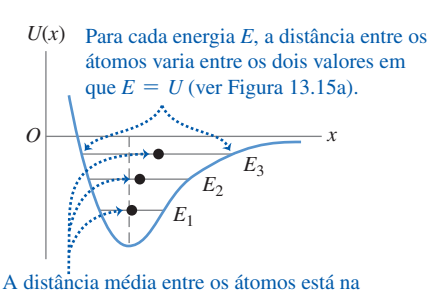


Figura 17.10 Quando um objeto passa por dilatação térmica, quaisquer buracos existentes no objeto também se dilatam. (A dilatação foi exagerada na gravura.)

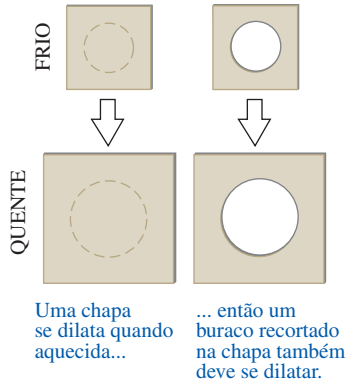


Figura 17.11 Este trilho de linha férrea possui uma lacuna entre os segmentos, para permitir a dilatação térmica. (Os sons de estalos que são familiares aos passageiros de trens vêm das rodas passando sobre essas lacunas.) Em dias quentes, os segmentos se expandem e preenchem a lacuna. Se houvesse menos lacunas, o trilho poderia se deformar sob condições muito quentes.

ATENÇÃO **Aquecendo um objeto com um buraco** Quando um objeto sólido contém um buraco em seu interior, o que ocorre com o tamanho do buraco quando a temperatura do objeto aumenta? Um erro muito comum é pensar que, quando o objeto se expande, o buraco se contrai, porque o objeto se expande para dentro do buraco. Na verdade, quando o objeto se dilata, o mesmo ocorre com o buraco (**Figura 17.10**); *todas* as dimensões lineares do objeto se dilatam do mesmo modo quando a temperatura varia. Pense nos átomos da Figura 17.9a como se fossem o contorno de um buraco cúbico. Quando o objeto se expande, os átomos se separam e o buraco aumenta de tamanho. A única situação em que um "buraco" será preenchido em decorrência da dilatação térmica é quando dois objetos distintos se dilatam e fecham a brecha existente entre eles (**Figura 17.11**).

A proporcionalidade direta expressa na Equação 17.6 não é exata; ela é *aproximadamente* correta apenas quando ocorrem variações de temperatura muito pequenas. Em um dado material, α varia ligeiramente com a temperatura inicial T_0 e com a amplitude do intervalo de temperatura. Porém, vamos desprezar esse efeito aqui. Valores médios de α para diversos materiais são listados na **Tabela 17.1**. Dentro da margem de precisão desses valores, não precisamos nos preocupar se T_0 é 0 °C ou 20 °C, ou alguma outra temperatura. Note que os valores típicos de α são muito pequenos; mesmo considerando uma variação de temperatura de 100 °C, a variação relativa do comprimento $\Delta L/L_0$ é da ordem de apenas $\frac{1}{1.000}$ para os metais listados na tabela.

TABELA 17.1 Coeficientes de dilatação linear.

Material	α [K^{-1} ou $(°C)^{-1}$]
Alumínio	$2{,}4 \times 10^{-5}$
Latão	$2{,}0 \times 10^{-5}$
Cobre	$1{,}7 \times 10^{-5}$
Vidro	$0{,}4-0{,}9 \times 10^{-5}$
Invar (liga de ferro-níquel)	$0{,}09 \times 10^{-5}$
Quartzo (fundido)	$0{,}04 \times 10^{-5}$
Aço	$1{,}2 \times 10^{-5}$

Dilatação volumétrica

O aumento da temperatura geralmente produz aumento de *volume,* tanto em líquidos quanto em sólidos. Analogamente ao caso da dilatação linear, a experiência mostra que, quando a variação de temperatura ΔT for menor do que cerca de 100 °C, o aumento de volume ΔV é aproximadamente proporcional à variação de temperatura ΔT e ao volume inicial V_0:

Dilatação térmica volumétrica: variação no volume

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T \qquad (17.8)$$

Volume original; Variação de temperatura; Coeficiente de expansão volumétrica

A constante β caracteriza as propriedades da dilatação volumétrica de um dado material; ela é chamada **coeficiente de dilatação volumétrica**. As unidades de β são K^{-1} ou $(°C)^{-1}$. Analogamente ao caso da dilatação linear, β varia ligeiramente com a temperatura, e a Equação 17.8 é uma relação aproximada que só vale para pequenas variações de temperatura. Em muitas substâncias, diminui em temperaturas baixas. Diversos valores de β nas vizinhanças da temperatura ambiente são listados na **Tabela 17.2**. Note que os valores para líquidos são geralmente maiores que os valores para sólidos.

TABELA 17.2 Coeficientes de dilatação volumétrica.

Sólidos	β [K^{-1} ou $(°C)^{-1}$]	Líquidos	β [K^{-1} ou $(°C)^{-1}$]
Alumínio	$7{,}2 \times 10^{-5}$	Etanol	75×10^{-5}
Latão	$6{,}0 \times 10^{-5}$	Dissulfeto de carbono	115×10^{-5}
Cobre	$5{,}1 \times 10^{-5}$	Glicerina	49×10^{-5}
Vidro	$1{,}2–2{,}7 \times 10^{-5}$	Mercúrio	18×10^{-5}
Invar (liga de ferro-níquel)	$0{,}27 \times 10^{-5}$		
Quartzo (fundido)	$0{,}12 \times 10^{-5}$		
Aço	$3{,}6 \times 10^{-5}$		

Em materiais sólidos, existe uma relação simples entre o coeficiente de dilatação volumétrica β e o coeficiente de dilatação linear α. Para deduzir essa relação, consideremos um cubo de um material com lado L e volume $V = L^3$. Na temperatura inicial, os valores são L_0 e V_0. Quando a temperatura aumenta de dT, a aresta aumenta de dL e o volume aumenta de uma quantidade dV dada por:

$$dV = \frac{dV}{dL} dL = 3L^2\, dL$$

Agora, substituímos L e V pelos valores iniciais L_0 e V_0. Conforme a Equação 17.6, dL é dado por

$$dL = \alpha L_0\, dT$$

Como $V_0 = {L_0}^3$, podemos expressar dV do seguinte modo:

$$dV = 3{L_0}^2 \alpha L_0\, dT = 3\alpha V_0\, dT$$

Esse resultado está de acordo com a forma infinitesimal da Equação 17.8, $dV = \beta V_0\, dT$, somente quando

$$\beta = 3\alpha \qquad (17.9)$$

(Confira essa relação para alguns materiais listados nas tabelas 17.1 e 17.2.)

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 17.1 DILATAÇÃO TÉRMICA

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* verifique se o problema envolve variações em comprimento (dilatação térmica linear) ou em volume (dilatação térmica volumétrica).

PREPARAR *o problema* por meio dos seguintes passos:

1. Relacione as grandezas conhecidas e desconhecidas, identificando as variáveis-alvo.
2. Escolha a Equação 17.6 para a dilatação linear e a Equação 17.8 para a dilatação volumétrica.

EXECUTAR *a solução* da seguinte forma:

1. Resolva as equações para obter as variáveis-alvo. Se uma temperatura inicial T_0 é fornecida e você deve calcular a temperatura final T correspondente a uma dada variação de comprimento ou de volume, calcule ΔT primeiro e a temperatura final será $T = T_0 + \Delta T$. Lembre-se de que as dimensões de um buraco em um material se expandem com o aumento da temperatura do mesmo modo que qualquer outra dimensão linear, e o volume de um buraco (como o volume de um recipiente) se dilata do mesmo modo que a dilatação da forma sólida correspondente.
2. Mantenha a coerência das unidades. Neste caso em particular, L_0 e ΔL (ou V_0 e ΔV) devem possuir as mesmas unidades. Se você usar um valor de α ou de β em K^{-1} ou $(°C)^{-1}$, então ΔT deve ser dado em kelvins ou em graus Celsius; pelo Exemplo 17.1, as duas escalas são equivalentes *para diferenças de temperatura*.

AVALIAR *sua resposta:* verifique se os resultados fazem sentido.

EXEMPLO 17.2 VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO CAUSADA POR UMA VARIAÇÃO DE TEMPERATURA

Uma agrimensora usa uma trena de aço de 50,000 m de comprimento a uma temperatura de 20 °C. As marcações na trena são calibradas para essa temperatura. (a) Qual é o comprimento da trena quando a temperatura é 35 °C? (b) Quando a temperatura é igual a 35 °C, ela usa a trena para medir uma distância. O valor lido na trena é igual a 35,794 m. Qual é a distância real?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este é um problema de dilatação linear de uma trena de medição. O problema nos fornece o comprimento inicial da trena $L_0 = 50{,}000$ m em $T_0 = 20$ °C. No item (a), usamos a Equação 17.6 para encontrar a variação ΔL no comprimento da trena a $T = 35$°C e a Equação 17.7 para encontrar L. (O valor de α para o aço pode ser encontrado na Tabela 17.1.) Como a trena se dilata, a 35 °C a distância entre duas marcas de metro sucessivas é maior que 1 m. Logo, a distância real no item (b) é *maior* que a distância lida na trena por um fator igual à razão entre o comprimento da trena L a 35 °C e seu comprimento L_0 a 20 °C.

EXECUTAR: (a) a variação de temperatura é $\Delta T = T - T_0 = 15$ °C; pelas equações 17.6 e 17.7,

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T = (1{,}2 \times 10^{-5}\ \text{K}^{-1})(50\ \text{m})(15\ \text{K})$$
$$= 9{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m} = 9{,}0\ \text{mm}$$
$$L = L_0 + \Delta L = 50{,}000\ \text{m} + 0{,}009\ \text{m} = 50{,}009\ \text{m}$$

(b) Nosso resultado do item (a) mostra que, a 35 °C, a trena ligeiramente dilatada lê uma distância de 50,000 m quando a distância verdadeira é 50,009 m. Podemos reescrever a álgebra do item (a) como $L = L_0(1 + \alpha\,\Delta T)$; a 35 °C, *qualquer* distância verdadeira será maior que a leitura por um fator de 50,009/50,000 = $1 + \alpha\Delta T = 1 + 1{,}8 \times 10^{-4}$. A distância verdadeira é, portanto,

$$(1 + 1{,}8 \times 10^{-4})(35{,}794\ \text{m}) = 35{,}800\ \text{m}$$

AVALIAR: no item (a), note que L_0 foi dado com cinco algarismos significativos, mas precisamos usar somente dois deles para calcular ΔL. Nosso resultado mostra que os metais se dilatam muito pouco sob variações moderadas de temperatura. No entanto, apesar da pequena diferença de 0,009 m = 9 mm, encontrada no item (b) entre a leitura da escala e a verdadeira distância, ela pode ser importante em um trabalho de precisão.

EXEMPLO 17.3 VARIAÇÃO DO VOLUME CAUSADA POR UMA VARIAÇÃO DE TEMPERATURA

Um frasco de vidro com volume igual a 200 cm^3 a 20 °C está cheio de mercúrio até a borda. Qual é a quantidade de mercúrio que derrama quando a temperatura do sistema se eleva até 100 °C? O coeficiente de dilatação *linear* do vidro é igual a $0{,}40 \times 10^{-5}\ \text{K}^{-1}$.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema envolve a dilatação volumétrica do vidro e do mercúrio. A quantidade que transborda depende da *diferença* entre os valores de ΔV desses dois materiais, ambos dados pela Equação 17.8. Para o mercúrio transbordar, seu coeficiente de dilatação volumétrica β (ver Tabela 17.2) deve ser maior que o do vidro, que encontramos a partir da Equação 17.9 usando o valor indicado de α.

EXECUTAR: pela Tabela 17.2, $\beta_{\text{Hg}} = 18 \times 10^{-5}\ \text{K}^{-1}$. Este é realmente maior que $\beta_{\text{vidro}} = 3\alpha_{\text{vidro}} = 3(0{,}40 \times 10^{-5}\ \text{K}^{-1}) = 1{,}2 \times 10^{-5}\ \text{K}^{-1}$, pela Equação 17.9. O aumento do volume é, então,

$$\Delta V_{\text{Hg}} - \Delta V_{\text{vidro}} = \beta_{\text{Hg}} V_0 \Delta T - \beta_{\text{vidro}} V_0 \Delta T$$
$$= V_0 \Delta T(\beta_{\text{Hg}} - \beta_{\text{vidro}})$$
$$= (200\ \text{cm}^3)(80\ °\text{C})(18 \times 10^{-5} - 1{,}2 \times 10^{-5})$$
$$= 2{,}7\ \text{cm}^3$$

AVALIAR: isso é basicamente o que ocorre em um termômetro de vidro com mercúrio; a coluna dentro de um tubo lacrado aumenta à medida que T aumenta, pois o mercúrio se expande mais rapidamente que o vidro.

Como pode ser visto nas tabelas 17.1 e 17.2, o vidro possui coeficientes de dilatação α e β menores que os coeficientes de dilatação dos metais. Isso explica por que você pode afrouxar a tampa metálica de um recipiente de vidro jogando água quente sobre ela: o metal se dilata mais que o vidro.

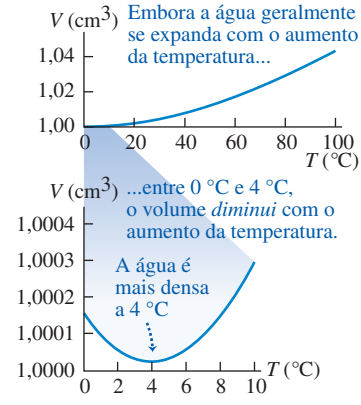
Dilatação térmica da água

A água, no intervalo de temperaturas entre 0 °C e 4 °C, *diminui* de volume quando a temperatura aumenta. Nesse intervalo, o coeficiente de dilatação volumétrica da água é *negativo.* Acima de 4 °C, a água se expande quando aquecida (**Figura 17.12**). Portanto, a densidade da água apresenta seu valor mais elevado a 4 °C. A água também se expande quando congela, sendo essa a razão pela qual ela se curva para cima no meio dos compartimentos cúbicos de formas para fazer gelo. Em contraste, quase todos os materiais se contraem quando congelam.

Esse comportamento anômalo da água tem um efeito importante na vida de animais e plantas em lagos. Um lago se congela da superfície para baixo; acima de 4 °C, a água fria flui para a parte inferior por causa de sua maior densidade. Porém, quando a temperatura da superfície se torna menor que 4 °C, a água próxima da

superfície é menos densa que a água abaixo dela. Logo, o movimento para baixo termina, e a água nas proximidades da superfície permanece mais fria que a água embaixo dela. À medida que a superfície se congela, o gelo flutua porque possui densidade menor que a da água. A água no fundo permanece com uma temperatura de cerca de 4 °C, até que ocorra o congelamento total do lago. Caso a água se contraísse ao esfriar, como a maior parte das substâncias, lagos começariam a se congelar do fundo para a superfície. A circulação por diferença de densidade faria com que a água quente fosse transportada para a superfície, e os lagos ficariam totalmente congelados mais facilmente. Isso provocaria a destruição de todas as plantas e animais que não suportam o congelamento. Caso a água não tivesse essa propriedade especial, a evolução da vida provavelmente teria seguido um curso muito diferente.

Figura 17.12 O volume de um grama de água no intervalo de 0 °C até 100 °C. A 100 °C, o volume aumentou para 1,043 cm^3. Se o coeficiente de dilatação volumétrica fosse constante, a curva seria uma linha reta.



Tensão térmica

Caso você prenda rigidamente as extremidades de uma barra para impedir sua dilatação ou compressão, e a seguir produza uma variação de temperatura, surgem tensões de dilatação ou de compressão chamadas de **tensões térmicas**. A barra tenderia a se dilatar ou a se comprimir, mas os dispositivos que seguram suas extremidades impedem que isso ocorra. As tensões resultantes podem se tornar suficientemente elevadas a ponto de deformar a barra de modo irreversível, ou até mesmo quebrá-la. (Talvez você queira rever a discussão a respeito de tensão e deformação na Seção 11.4.)

Os engenheiros precisam levar em conta as tensões térmicas quando projetam estruturas (veja a Figura 17.11). Blocos de concreto em estradas e estruturas das pontes geralmente contêm um espaço vazio entre as seções, preenchido com um material flexível, ou são ligadas por meio de juntas em forma de dentes (**Figura 17.13**), para permitir a dilatação e a contração do concreto. Os tubos longos que transportam vapor apresentam juntas de dilatação ou seções em forma de U para impedir contrações ou alongamentos com as variações de temperatura. Se uma das extremidades de uma ponte de aço está rigidamente presa a seu suporte, a outra extremidade fica apoiada sobre rolamentos.

Figura 17.13 Juntas de expansão em pontes são projetadas para acomodar as variações de comprimento oriundas da dilatação térmica.

Para calcular a tensão térmica em uma barra presa, calculamos a dilatação (ou contração) que *ocorreria* caso ela não estivesse presa, e a seguir achamos a tensão necessária para comprimi-la (ou esticá-la) até que ela atinja seu comprimento original. Suponha que uma barra de comprimento L_0 e seção reta com área A seja mantida com o comprimento constante enquanto sua temperatura se reduz (ΔT negativa), produzindo uma tensão na barra. Pela Equação 17.6, a variação relativa do comprimento caso a barra estivesse livre e pudesse se contrair seria dada por

$$\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{\text{térmica}} = \alpha\,\Delta T \tag{17.10}$$

As variações ΔT e ΔL são negativas. A tensão deve aumentar de um valor F precisamente suficiente para produzir uma variação relativa de comprimento igual e contrária $(\Delta L/L_0)_{\text{tensão}}$. De acordo com a definição do módulo de Young, Equação 11.10, temos:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} \quad \text{logo} \quad \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{\text{tensão}} = \frac{F}{AY} \tag{17.11}$$

Se o comprimento tiver de permanecer constante, a variação relativa *total* do comprimento deverá ser igual a zero. Pelas equações 17.10 e 17.11, isso significa que

$$\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{\text{térmica}} + \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)_{\text{tensão}} = \alpha\,\Delta T + \frac{F}{AY} = 0$$

Explicitando a tensão necessária F/A para manter o comprimento da barra constante, achamos

Tensão térmica: Força necessária para manter o comprimento da barra constante

$$\frac{F}{A} = -Y\alpha\,\Delta T \qquad (17.12)$$

Y: Módulo de Young; ΔT: Variação de temperatura; α: Coeficiente de dilatação linear; A: Área da seção reta da barra

Em uma diminuição de temperatura, ΔT é negativa e, portanto, F e F/A são positivas; isso significa que uma *força de tração* e uma tensão são necessárias para manter o comprimento constante. Se ΔT é positiva, F e F/A são grandezas negativas, e a força de tração e a tensão necessárias são de *compressão*.

Se existem diferenças de temperatura no interior de um corpo, dilatações ou contrações não uniformes são produzidas e tensões térmicas podem ser induzidas. Você pode quebrar um recipiente de vidro se despejar água muito quente nele; as tensões térmicas entre as partes quentes e frias do recipiente excedem a tensão de ruptura do vidro, produzindo fraturas. O mesmo fenômeno produz fraturas em cubos de gelo despejados em um recipiente com água quente.

EXEMPLO 17.4 TENSÕES TÉRMICAS

Um cilindro de alumínio com 10 cm de comprimento e seção reta com área igual a 20 cm^2 deve ser usado para separar duas paredes de aço. A 17,2 °C ele escorrega livremente entre as duas paredes. Calcule a tensão no cilindro e a força total que ele exerce sobre cada parede quando aquecido até 22,3 °C, supondo que as paredes sejam completamente rígidas e a distância entre elas permaneça constante.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: veja a **Figura 17.14**. As variáveis que desejamos encontrar são a tensão térmica F/A no cilindro, cuja seção reta de área A é dada, e a força F que ela exerce sobre as paredes. Usamos a Equação 17.12 para relacionar F/A à variação de temperatura ΔT, e daí calculamos F. (O comprimento do cilindro é irrelevante.) Encontramos, para o alumínio, o módulo de Young Y_{Al} e o coeficiente de dilatação linear α_{Al} nas tabelas 11.1 e 17.1, respectivamente.

EXECUTAR: temos $Y_{Al} = 7{,}0 \times 10^{10}$ Pa e $\alpha_{Al} = 2{,}4 \times 10^{-5}\ K^{-1}$, e $\Delta T = 22{,}3\ °C - 17{,}2\ °C = 5{,}1\ °C = 5{,}1\ K$. Da Equação 17.12, a tensão é

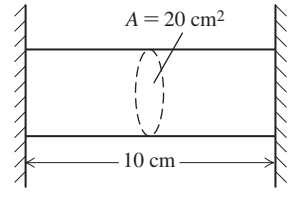
$$\begin{aligned}\frac{F}{A} &= -Y_{Al}\alpha_{Al}\Delta T \\ &= -(7{,}0 \times 10^{10}\ \text{Pa})(2{,}4 \times 10^{-5}\ \text{K}^{-1})(5{,}1\ \text{K}) \\ &= -8{,}6 \times 10^{6}\ \text{Pa} = -1.200\ \text{lb/pol}^2\end{aligned}$$

A força total F é dada pelo produto da área da seção reta vezes a tensão:

$$\begin{aligned}F = A\left(\frac{F}{A}\right) &= (20 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)(-8{,}6 \times 10^{6}\ \text{Pa}) \\ &= -1{,}7 \times 10^{4}\ \text{N} = -1{,}9\ \text{tons}\end{aligned}$$

AVALIAR: a tensão sobre o cilindro e a força exercida sobre as paredes são imensas. Isso mostra a importância de levar em conta as tensões térmicas na engenharia.

Figura 17.14 Nosso esboço para este problema.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 17.4 Na lâmina bimetálica mostrada na Figura 17.3a, o metal 1 é o cobre. Quais dos seguintes materiais podem ser usados como metal 2? (Pode haver mais de uma resposta correta.) (i) Aço; (ii) latão; (iii) alumínio.

17.5 QUANTIDADE DE CALOR

Quando você coloca uma colher fria em uma xícara de café quente, a colher esquenta e o café esfria, e eles tendem a atingir equilíbrio térmico. A interação que produz essas variações de temperatura é basicamente uma transferência de *energia* entre uma substância e a outra. A transferência de energia produzida apenas

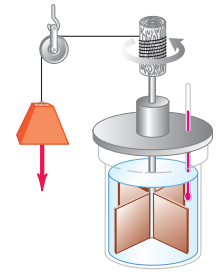
por uma diferença de temperatura denomina-se *transferência de calor* ou *fluxo de calor*, e a energia transferida desse modo denomina-se **calor**.

O estudo da relação entre calor e outras formas de energia evoluiu gradualmente durante os séculos XVIII e XIX. Sir James Joule (1818-1889) estudou como a água pode ser aquecida ao ser vigorosamente mexida com um agitador (**Figura 17.15a**). As pás do agitador transferem energia para a água, realizando um *trabalho* sobre ela, e Joule verificou que o *aumento de temperatura é diretamente proporcional ao trabalho realizado*. A mesma variação de temperatura também pode ser obtida colocando-se a água em contato com algum corpo mais quente (Figura 17.15b); logo, essa interação também deve envolver uma troca de energia. Nos capítulos 19 e 20, discutiremos a relação entre calor e energia mecânica mais detalhadamente.

ATENÇÃO **Temperatura × calor** É extremamente importante que você entenda a diferença entre *calor* e *temperatura*. A temperatura depende do estado físico de um material, indicando, por meio de uma descrição quantitativa, se o material está quente ou frio. Na física, o termo "calor" sempre se refere a uma transferência de energia de um corpo ou sistema para outro em virtude de uma diferença de temperatura entre eles, nunca a quantidade de energia contida em um sistema particular. Podemos alterar a temperatura de um corpo fornecendo ou retirando calor dele, ou retirando ou fornecendo outras formas de energia, como a mecânica (Figura 17.15a). Quando dividimos um corpo em duas metades, cada metade possui a mesma temperatura do corpo inteiro; porém, para aumentar a temperatura de cada metade até um mesmo valor final, devemos fornecer a *metade* da energia que seria fornecida ao corpo inteiro.

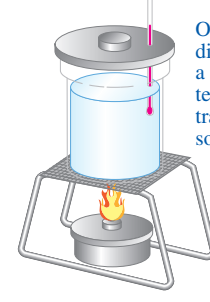
Figura 17.15 A mesma variação de temperatura produzida em um mesmo sistema pode ser obtida (a) realizando-se um trabalho sobre o sistema e (b) transferindo-se calor para o sistema.

(a) Elevando a temperatura da água por meio do trabalho realizado sobre ela



A água se aquece à medida que as pás realizam trabalho sobre ela; a temperatura se eleva em um valor proporcional à quantidade de trabalho realizada.

(b) Elevando a temperatura da água por aquecimento direto



O aquecimento direto pode produzir a mesma variação de temperatura que o trabalho realizado sobre a água.

Podemos definir uma *unidade* de quantidade de calor com base na variação de temperatura de materiais específicos. A **caloria** (abreviada como cal) é definida como *a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de um grama de água de 14,5 °C a 15,5 °C*. A caloria usada para alimentos é, na realidade, uma quilocaloria (kcal), igual a 1.000 cal. Uma unidade de calor correspondente, que usa graus Fahrenheit e unidades britânicas, é a **British thermal unit**, ou Btu. Um Btu é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de uma libra (peso) de água de 1 °F, de 63 °F até 64 °F.

Como o calor é uma energia em trânsito, deve existir uma relação entre essas unidades e as unidades de energia mecânica que conhecemos, como o joule (**Figura 17.16**). Experiências semelhantes às realizadas por Joule mostraram que

$$1\ \text{cal} = 4{,}186\ \text{J}$$
$$1\ \text{kcal} = 1.000\ \text{cal} = 4.186\ \text{J}$$
$$1\ \text{Btu} = 778\ \text{pés} \cdot \text{lb} = 252\ \text{cal} = 1.055\ \text{J}$$

Figura 17.16 A palavra "energia" tem origem grega. Este rótulo em uma lata de café grego mostra que 100 ml de café preparado tem um conteúdo de energia ([Ενέργεα]) de 9,6 quilojoules, ou 2,3 quilocalorias.

A caloria não é uma unidade SI fundamental. O Comitê Internacional de Pesos e Medidas recomenda o uso do joule como a unidade básica de todas as formas de energia, inclusive o calor. Neste livro, seguiremos essa recomendação.

Calor específico

Usamos o símbolo Q para a quantidade de calor. Quando associada a uma variação infinitesimal de temperatura dT, chamamos essa quantidade de dQ. Verifica-se que a quantidade de calor Q necessária para elevar a temperatura da massa m de um material de T_1 até T_2 é aproximadamente proporcional à variação de temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$. Ela também é proporcional à massa m do material. Quando você aquece água para fazer chá, precisa do dobro da quantidade de calor para fazer duas xícaras em vez de uma, se a variação de temperatura for a mesma. A quantidade de calor também depende da natureza do material: para elevar em 1 °C a temperatura

de um quilograma de água, é necessário transferir uma quantidade de calor igual a 4.190 J, enquanto basta transferir 910 J de calor para elevar a temperatura de um quilograma de alumínio de 1 °C.

Reunindo todas as relações mencionadas, podemos escrever

Calor necessário para variação de temperatura de uma certa massa

$$Q = mc\,\Delta T \qquad (17.13)$$

(m: Massa do material; ΔT: Variação de temperatura; c: Calor específico do material)

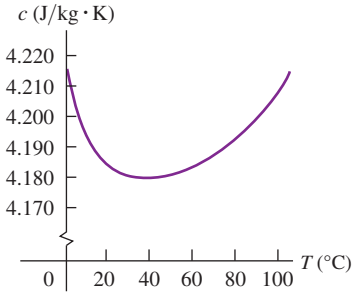
O **calor específico** c possui valores diferentes para cada tipo de material. Para uma variação de temperatura infinitesimal dT e uma correspondente quantidade de calor dQ, temos

$$dQ = mc\,dT \qquad (17.14)$$

$$c = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT} \quad \text{(calor específico)} \qquad (17.15)$$

Nas equações 17.13, 17.14 e 17.15, quando Q (ou dQ) e ΔT (ou dT) são positivos, o calor é transferido para o corpo e sua temperatura aumenta; quando são negativos, o calor é liberado pelo corpo e sua temperatura diminui.

Figura 17.17 Calor específico da água em função da temperatura. O valor de c varia menos que 1% entre 0 °C e 100 °C.



ATENÇÃO A definição de calor Lembre-se de que dQ não representa nenhuma variação ou quantidade de calor *contida* em um corpo. O calor é sempre uma energia *em trânsito* em virtude de uma diferença de temperatura. Não existe nenhuma "quantidade de calor em um corpo".

O calor específico da água é aproximadamente igual a

$$4.190\ \text{J/kg} \cdot \text{K} \quad \text{ou} \quad 1\ \text{cal/g} \cdot \text{°C} \quad \text{ou} \quad 1\ \text{Btu/1b} \cdot \text{°F}$$

O calor específico de um material depende até certo ponto da temperatura inicial e do intervalo de temperatura. A **Figura 17.17** mostra essa dependência no caso da água. Nos problemas e exemplos deste capítulo, desprezaremos essa pequena variação.

EXEMPLO 17.5 CONSUMO DE ENERGIA DURANTE UMA FEBRE

Em um episódio de gripe, um homem de 80 kg tem 39 °C de febre, em vez da temperatura normal de 37 °C do corpo. Considerando que o corpo humano é constituído essencialmente de água, qual seria o calor necessário para produzir essa variação de temperatura?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema usa a relação entre o calor (a variável-alvo), a massa, o calor específico e a variação de temperatura. Usamos a Equação 17.13 para calcular o calor necessário Q, partindo dos valores fornecidos $m = 80$ kg, $c = 4.190$ J/kg · K (para a água) e $\Delta T = 39{,}0\ °\text{C} - 37{,}0\ °\text{C} = 2{,}0\ °\text{C} = 2{,}0$ K.

EXECUTAR: de acordo com a Equação 17.13, obtemos,

$$Q = mc\,\Delta T = (80\ \text{kg})\,(4.190\ \text{J/kg} \cdot \text{K})\,(2{,}0\ \text{K}) = 6{,}7 \times 10^5\ \text{J}$$

AVALIAR: isso corresponde a 160 kcal. Na realidade, o calor específico do corpo humano é aproximadamente igual a 3.480 J/kg · K, ou 83% do calor específico da água. A diferença decorre da presença de proteínas, gorduras e minerais, que possuem um calor específico menor que o da água. Logo, uma resposta mais precisa é $Q = 5{,}6 \times 10^5$ J = 133 kcal. Esses dois resultados mostram que, se não fosse pelos sistemas de regulação da temperatura corporal, o processo de extração de energia a partir de alimentos produziria variações mensuráveis nessa temperatura. (No caso de uma pessoa gripada, a temperatura elevada é decorrência da atividade extra do corpo no combate à infecção.)

EXEMPLO 17.6 SUPERAQUECIMENTO ELETRÔNICO

Você está projetando um elemento para um circuito eletrônico constituído por 23 mg de silício. A corrente elétrica transfere energia para o elemento a uma taxa igual a 7,4 mW = $7{,}4 \times 10^{-3}$ J/s. Se o seu projeto não permite nenhuma transferência de calor a partir do elemento, qual é a taxa de aumento da temperatura do elemento? O calor específico do silício é igual a 705 J/kg · K.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a energia adicionada ao elemento do circuito provoca um aumento de temperatura, exatamente como se o calor estivesse sendo transmitido para o elemento à taxa de $dQ/dt = 7{,}4 \times 10^{-3}$ J/s. Nossa variável-alvo é a taxa de variação da temperatura dT/dt. Podemos usar a Equação 17.14, que relaciona as variações de temperatura infinitesimais dT ao calor correspondente dQ, para obter uma expressão para dQ/dt em termos de dT/dt.

EXECUTAR: dividindo os dois lados da Equação 17.14 por dt e reagrupando, obtemos

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dQ/dt}{mc} = \frac{7{,}4 \times 10^{-3}\ \text{J/s}}{(23 \times 10^{-6}\ \text{kg})(705\ \text{J/kg} \cdot \text{K})} = 0{,}46\ \text{K/s}$$

AVALIAR: com essa taxa de aumento de temperatura (27 K/min), o elemento do circuito seria autodestruído em pouco tempo. A transferência de calor é um fator importante no projeto dos elementos usados em circuitos eletrônicos.

Calor específico molar

Algumas vezes é mais conveniente descrever a quantidade de uma substância em termos de *moles n* em vez da *massa m* do material. Lembrando dos seus estudos de química, você sabe que um mol de qualquer substância pura sempre contém o mesmo número de moléculas. (Discutiremos esse ponto com mais detalhes no Capítulo 18.) A letra M indica o *mol* ou *massa molar* de qualquer substância. (A grandeza M algumas vezes é chamada de *peso molecular*, porém a expressão *massa molar* é mais apropriada: essa grandeza depende da massa da molécula, e não do seu peso.) Por exemplo, a massa molar da água é igual a 18,0 g/mol = $18{,}0 \times 10^{-3}$ kg/mol; um mol de água possui massa igual a 18,0 g = 0,0180 kg. A massa total m de um material é igual à massa molecular M vezes o número de moles n:

$$m = nM \tag{17.16}$$

Substituindo a massa m na Equação 17.13 pelo produto nM, achamos

$$Q = nMc\,\Delta T \tag{17.17}$$

O produto Mc denomina-se **calor específico molar** (ou simplesmente *calor molar*) e será designado pela letra C (maiúscula). Usando essa notação, podemos reescrever a Equação 17.17 na forma

Calor necessário para variar a temperatura de um certo número de moles → $Q = nC\,\Delta T$ (17.18)

n: Número de moles do material; ΔT: Mudança de temperatura; C: Calor específico molar do material

Comparando com a Equação 17.15, podemos expressar o calor específico molar C (calor por mol por variação da temperatura) em termos do calor específico c (calor por massa por variação da temperatura) e da massa molar M (massa por mol):

$$C = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT} = Mc \quad \text{(calor específico molar)} \tag{17.19}$$

Por exemplo, o calor específico molar da água é

$$C = Mc = (0{,}0180\ \text{kg/mol})\ (4.190\ \text{J/kg} \cdot \text{K}) = 75{,}4\ \text{J/mol} \cdot \text{K}$$

Figura 17.18 A água possui um calor específico muito maior que o do vidro ou de metais usados em utensílios de cozinha. Isso explica por que a água leva vários minutos para ferver, enquanto a chaleira ou a panela atingem uma temperatura elevada rapidamente.

Na **Tabela 17.3**, encontramos os valores do calor específico e do calor específico molar de diversas substâncias. Note o valor especialmente alto do calor específico da água (**Figura 17.18**).

ATENÇÃO O significado de "calor específico" O termo "calor específico" não é muito apropriado, porque pode sugerir a ideia errada de que um corpo *contém* certa quantidade de calor. Lembre-se de que calor é energia em trânsito entre corpos, não a energia contida em um corpo.

Medidas do calor específico e do calor específico molar nos materiais sólidos normalmente são realizadas mantendo-se a pressão atmosférica constante; os valores correspondentes são denominados *calores específicos à pressão constante*, simbolizados por c_P ou C_P. Quando a substância é um gás, em geral é mais fácil mantê-la dentro de um recipiente a *volume* constante; os valores correspondentes denominam-se *calores específicos a volume constante*, designados por c_v ou C_V. Para uma dada substância, C_V é diferente de C_P. Se o sistema pode se expandir à medida que o calor é transferido, existe uma troca de energia adicional, porque o sistema realiza um *trabalho* sobre seus arredores. Se o volume permanece constante, o sistema não realiza trabalho algum. Nos gases, a diferença entre C_P e C_V é significativa. Na Seção 19.7, estudaremos em detalhes os calores específicos dos gases.

A última coluna da Tabela 17.3 mostra algo interessante. Os calores específicos molares de quase todos os sólidos elementares possuem aproximadamente o mesmo valor: cerca de 25 J/mol · K. Essa correlação, denominada *regra de Dulong e Petit* (em homenagem aos seus descobridores), é a base de uma ideia muito importante. O número de átomos contidos em um mol de qualquer substância elementar é sempre o mesmo. Isso significa que, considerando uma base *por átomo*, a mesma quantidade de calor é necessária para elevar em um determinado número de graus a temperatura de todos esses elementos, embora as *massas* dos átomos sejam muito diferentes. O calor necessário para produzir um dado aumento de temperatura depende somente da *quantidade* de átomos que a amostra contém, e não da massa de cada átomo. No Capítulo 18, ao estudarmos os detalhes do calor específico do ponto de vista molecular, veremos por que a regra de Dulong e Petit funciona tão bem.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 17.5 Coloque em ordem as seguintes substâncias, em termos de quantidade de calor necessária para elevar sua temperatura de 20 °C a 21 °C, do maior ao menor valor: (i) um quilograma de mercúrio; (ii) um quilograma de etanol; (iii) um mol de mercúrio; (iv) um mol de etanol. ❙

TABELA 17.3 Calor específico e calor específico molar (pressão constante).

Substância	Calor específico, c (J/kg · K)	Massa molar, M (kg/mol)	Calor específico molar, C (J/mol · K)
Alumínio	910	0,0270	24,6
Berílio	1.970	0,00901	17,7
Cobre	390	0,0635	24,8
Etanol	2.428	0,0461	111,9
Etilenoglicol	2.386	0,0620	148,0
Gelo (0 °C)	2.100	0,0180	37,8
Ferro	470	0,0559	26,3
Chumbo	130	0,207	26,9
Mármore ($CaCO_3$)	879	0,100	87,9
Mercúrio	138	0,201	27,7
Sal (NaCl)	879	0,0585	51,4
Prata	234	0,108	25,3
Água (líquida)	4.190	0,0180	75,4

17.6 CALORIMETRIA E TRANSIÇÕES DE FASE

Calorimetria significa "medida de calor". Já discutimos a transferência de energia (calor) envolvida nas variações de temperatura. Ocorre também transferência de calor nas *transições de fase*, como a liquefação do gelo ou a ebulição da água. Compreendendo essas relações de calor adicionais, podemos analisar diversos problemas envolvendo quantidade de calor.

Transições de fase

Utilizamos a palavra **fase** para designar qualquer estado específico da matéria, como o de um sólido, um líquido ou um gás. O composto H_2O existe na *fase sólida* como gelo, na *fase líquida* como água e na *fase gasosa* como vapor d'água. A transição de uma fase para a outra é chamada de **transição de fase** ou *mudança de fase*. Em uma dada pressão, a transição de fase ocorre em uma temperatura definida, sendo geralmente acompanhada por uma emissão ou absorção de calor e por uma variação de volume e de densidade.

Um exemplo conhecido da transição de fase é a liquefação do gelo. Quando fornecemos calor ao gelo a 0 °C na pressão atmosférica normal, a temperatura do gelo *não* aumenta. O que ocorre é que uma parte do gelo derrete e se transforma em água líquida. Adicionando-se calor lentamente, de modo que a temperatura do sistema seja mantida muito próxima do equilíbrio térmico, a temperatura do sistema permanece igual a 0 °C até que todo o gelo seja fundido (**Figura 17.19**). O calor fornecido a esse sistema não é usado para fazer sua temperatura aumentar, mas sim para produzir uma *transição de fase* de sólido para líquido.

Figura 17.19 O ar circundante está à temperatura ambiente, mas essa mistura de água e gelo permanece a 0 °C até que todo o gelo tenha se derretido e que a mudança de fase se complete.

São necessários $3{,}34 \times 10^5$ J de calor para converter 1 kg de gelo a 0 °C em 1 kg de água líquida a 0 °C em condições normais de pressão atmosférica. O calor necessário por unidade de massa denomina-se **calor de fusão** (algumas vezes chamado de *calor latente de fusão*), designado por L_f. Para a água submetida a uma pressão atmosférica normal, o calor de fusão é dado por

$$L_f = 3{,}34 \times 10^5 \text{ J/kg} = 79{,}6 \text{ cal/g} = 143 \text{ Btu/1b}$$

Generalizando, para liquefazer a massa m de um sólido cujo calor de fusão é L_f, é necessário fornecer ao material uma quantidade de calor Q, dada por

$$Q = mL_f$$

Esse processo é *reversível*. Para congelar água líquida a 0 °C, devemos *retirar* calor dela; o módulo do calor é o mesmo, mas, nesse caso, Q é negativo, porque estamos retirando calor, e não adicionando. Para englobar essas duas possibilidades e incluir outras transições de fase, podemos escrever

Transferência de calor em uma transição de fase

$$Q = \pm mL \qquad (17.20)$$

- m: Massa do material que muda de fase
- L: Calor latente para essa transição de fase
- $+$ se o calor entra no material, $-$ se sai dele

O sinal positivo (mais calor no sistema) é usado quando o sólido se funde; o sinal negativo (menos calor no sistema) é usado quando o líquido se solidifica. O calor de fusão depende do material e também varia ligeiramente com a pressão.

Para qualquer material, a uma dada pressão, a temperatura de fusão é sempre igual à temperatura de liquefação. Nessa temperatura única, as fases líquida e sólida podem coexistir em uma condição chamada **equilíbrio de fase**.

Podemos repetir o raciocínio anterior para o caso da *ebulição* ou *vaporização*, uma transição da fase líquida para a fase gasosa. O calor correspondente (por uni-

dade de massa) denomina-se **calor de vaporização**, L_v. Sob pressão atmosférica normal, o calor de vaporização L_v da água é

$$L_v = 2{,}256 \times 10^6 \text{ J/kg} = 539 \text{ cal/g} = 970 \text{ Btu/1b}$$

Ou seja, é necessário fornecer $2{,}256 \times 10^6$ J para fazer 1 kg de água líquida se transformar em 1 kg de vapor d'água a 100 °C. Em comparação, o calor necessário para aquecer 1 kg de água de 0 °C até 100 °C é dado por $Q = mc\,\Delta T = (1{,}0 \text{ kg})(4.190 \text{ J/kg} \cdot \text{°C}) \times (100 \text{ °C}) = 4{,}19 \times 10^5$ J, menos que um quinto do calor necessário para a vaporização da água a 100 °C. Esse resultado está de acordo com nossa experiência cotidiana na cozinha: uma panela com água pode atingir a temperatura de ebulição em alguns minutos, porém é necessário um tempo muito maior para fazer a água vaporizar completamente.

Como a fusão, a ebulição é uma transição de fase reversível. Quando retiramos calor de um gás, na temperatura de ebulição, o gás retorna para a fase líquida, ou se *condensa*, cedendo ao ambiente a mesma quantidade de calor (calor de vaporização) que foi necessária para vaporizá-lo. A uma dada pressão, a temperatura de ebulição coincide com a temperatura de condensação; nessa temperatura existe um equilíbrio de fase no qual a fase líquida coexiste com a gasosa.

Tanto L_v quanto a temperatura de ebulição de um dado material dependem da pressão. A água ferve a uma temperatura menor (cerca de 95 °C) em Itatiaia do que no Rio de Janeiro, por exemplo, pois Itatiaia está em um local mais elevado e a pressão atmosférica média é mais baixa. O calor de vaporização é ligeiramente maior nessa pressão mais baixa, aproximadamente igual a $2{,}27 \times 10^6$ J/kg.

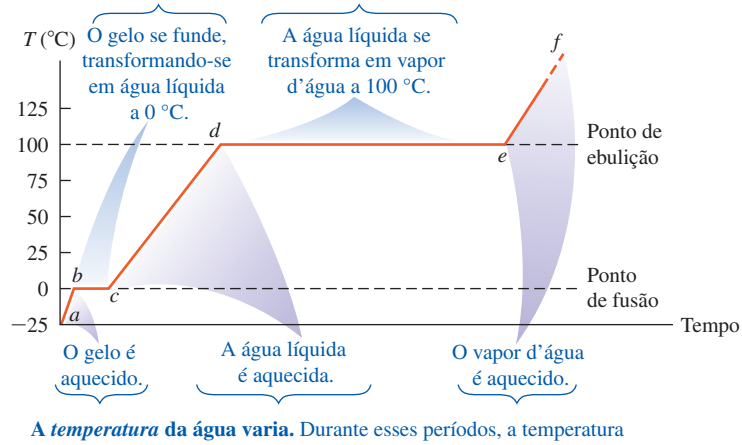
A **Figura 17.20** resume essas ideias sobre transições de fase. Na **Tabela 17.4**, fornecemos o calor de fusão e de vaporização de diversas substâncias e as respectivas temperaturas de fusão e ebulição sob pressão atmosférica normal. Pouquíssimos *elementos* possuem temperaturas de fusão nas vizinhanças da temperatura ambiente; um deles é o gálio metálico, que você pode ver na **Figura 17.21**.

Em certas circunstâncias, uma substância pode passar diretamente da fase sólida para a fase gasosa. Esse processo denomina-se *sublimação*, e dizemos que o sólido *sublima*. O calor de transição correspondente denomina-se *calor de sublimação*, L_S. O dióxido de carbono líquido não pode existir a uma pressão menor que cerca de 5×10^5 Pa (cerca de 5 atm), e o "gelo seco" (dióxido de carbono sólido) sublima na pressão atmosférica. A sublimação da água em um alimento congelado produz

Figura 17.21 O gálio metálico, aqui mostrado liquefazendo-se na mão de uma pessoa, é um dos poucos elementos que se fundem próximo à temperatura ambiente. Sua temperatura de fusão é 29,8 °C, e seu calor de fusão é igual a $8{,}04 \times 10^4$ J/kg.

Figura 17.20 Gráfico da temperatura em função do tempo de uma amostra de água inicialmente na fase sólida (gelo). O calor é fornecido à amostra a taxa constante. A temperatura permanece constante durante todas as mudanças de fase, desde que a pressão permaneça constante.

***Transições* de fase da água.** Durante esses períodos, a temperatura permanece constante e a transição de fase ocorre à medida que o calor é fornecido: $Q = +mL$.



A *temperatura* da água varia. Durante esses períodos, a temperatura sobe à medida que o calor é fornecido: $Q = mc\Delta T$.

$a \rightarrow b$: gelo inicialmente a −25 °C é aquecido a 0 °C.
$b \rightarrow c$: a temperatura permanece a 0 °C até que o gelo derreta.
$c \rightarrow d$: a água é aquecida de 0 °C a 100 °C.
$d \rightarrow e$: a temperatura permanece a 100 °C até que a água vaporize.
$e \rightarrow f$: o vapor é aquecido para temperaturas acima de 100 °C.

TABELA 17.4 Calor de fusão e calor de vaporização.

	Ponto de fusão normal		Calor de fusão, L_f (J/kg)	Ponto de ebulição normal		Calor de vaporização, L_v (J/kg)
Substância	**K**	**°C**		**K**	**°C**	
Hélio	*	*	*	4,216	– 268,93	$20{,}9 \times 10^3$
Hidrogênio	13,84	– 259,31	$58{,}6 \times 10^3$	20,26	– 252,89	452×10^3
Nitrogênio	63,18	– 209,97	$25{,}5 \times 10^3$	77,34	– 195,8	201×10^3
Oxigênio	54,36	– 218,79	$13{,}8 \times 10^3$	90,18	– 183,0	213×10^3
Etanol	159	– 114	$104{,}2 \times 10^3$	351	78	854×10^3
Mercúrio	234	– 39	$11{,}8 \times 10^3$	630	357	272×10^3
Água	273,15	0,0	334×10^3	373,15	100,0	2.256×10^3
Enxofre	392	119	$38{,}1 \times 10^3$	717,75	444,60	326×10^3
Chumbo	600,5	327,3	$24{,}5 \times 10^3$	2.023	1.750	871×10^3
Antimônio	903,65	630,50	165×10^3	1.713	1.440	561×10^3
Prata	1.233,95	960,80	$88{,}3 \times 10^3$	2.466	2.193	2.336×10^3
Ouro	1.336,15	1.063,0	$64{,}5 \times 10^3$	2.933	2.660	1.578×10^3
Cobre	1.356	1.083	134×10^3	1.460	1.187	5.069×10^3

* É necessário aplicar uma pressão maior que 25 atm para fazer o hélio solidificar. A 1 atm de pressão, o hélio permanece líquido até o zero absoluto.

fumaça em uma geladeira. O processo inverso, uma transição da fase vapor para a fase sólida, ocorre quando gelo se forma sobre a superfície de um corpo frio, como no caso da serpentina de um refrigerador.

A água muito pura pode ser resfriada até diversos graus abaixo do ponto de congelamento sem se solidificar; o estado de equilíbrio instável resultante denomina-se *super-resfriado*. Quando jogamos um pequeno cristal de gelo nessa água, ou quando a agitamos, ela se cristaliza em um segundo ou em uma fração de segundo (**Figura 17.22**). O *vapor* d'água super-resfriado condensa rapidamente, formando gotículas de névoa na presença de alguma perturbação, como partículas de poeira ou radiações ionizantes. Esse princípio é usado na chamada "semeadura de nuvens" (bombardeio de nuvens com nitrato de prata), que geralmente possuem vapor d'água super-resfriado, provocando a condensação e a chuva.

Algumas vezes um líquido pode ser *superaquecido* acima de sua temperatura de ebulição normal. Qualquer perturbação pequena, como a agitação do líquido, produz ebulição local com formação de bolhas.

Os sistemas de aquecimento a vapor de edifícios utilizam processos de vaporização e condensação para transferir calor do aquecedor para os radiadores. Cada quilograma de água que se transforma em vapor no *boiler* (aquecedor) absorve cerca de 2×10^6 J (o calor de vaporização L_v da água) do *boiler* e libera essa mesma quantidade quando se condensa nos radiadores. Os processos de vaporização e condensação também são usados em refrigeradores, condicionadores de ar e em bombas de calor. Esses sistemas serão discutidos no Capítulo 20.

Os mecanismos de controle de temperatura de muitos animais de sangue quente são baseados no calor de vaporização, removendo calor do corpo ao usá-lo na vaporização da água da língua (respiração arquejante) ou da pele (transpiração). O *esfriamento produzido pela vaporização* possibilita a manutenção da temperatura constante do corpo humano em um deserto seco e quente, onde a temperatura pode atingir até 55 °C. A temperatura da pele pode permanecer até cerca de 30 °C mais fria que a do ar ambiente. Nessas circunstâncias, uma pessoa normal perde vários litros de água por dia por meio da transpiração, e essa água precisa ser reposta. O resfriamento produzido pela vaporização explica também por que você sente frio ao sair de uma piscina (**Figura 17.23**).

Figura 17.22 Quando este avião entrou em uma nuvem a uma temperatura pouco abaixo do congelamento, ele atingiu gotículas de água super-resfriada na nuvem, que rapidamente se cristalizaram e formaram gelo no nariz do avião (mostrado aqui) e nas asas. Esse congelamento em pleno voo pode ser extremamente perigoso, motivo pelo qual os aviões comerciais são equipados com dispositivos para remover o gelo.

Figura 17.23 Mesmo que água tenha sido aquecida e seja um dia quente, estas crianças sentirão frio quando saírem da piscina. Isso acontece porque a água evapora da pele, removendo o calor de vaporização do corpo. Para não sentir frio, a criança precisa secar a pele imediatamente.

O resfriamento produzido pela vaporização também é usado para resfriar edifícios em climas secos e quentes, e para fazer condensar e reciclar o vapor "usado" em usinas termelétricas ou nucleares para geração de energia. É isso que ocorre naquelas enormes torres de concreto que você vê nas vizinhanças dessas usinas.

Reações químicas, como uma combustão, são análogas a uma transição de fase no que diz respeito ao envolvimento de quantidades de calor definidas. A combustão completa de um grama de gasolina produz cerca de 46.000 J, ou cerca de 11.000 cal, de modo que o **calor de combustão** L_c da gasolina é dado por

$$L_c = 46.000 \text{ J/g} = 4{,}6 \times 10^7 \text{ J/kg}$$

Os valores associados à energia dos alimentos podem ser definidos de modo semelhante. Quando dizemos que um grama de manteiga de amendoim "contém 6 calorias", queremos dizer que ela libera 6 kcal de calor (6.000 cal ou 25.000 J) quando ocorre uma reação entre o oxigênio e os átomos de carbono e de hidrogênio da manteiga (com o auxílio de enzimas), e os produtos da reação são CO_2 e H_2O. Nem toda essa energia é utilizada diretamente para produzir trabalho mecânico útil. Estudaremos a *eficiência* da utilização da energia no Capítulo 20.

Cálculos envolvendo calor

Vamos analisar alguns exemplos de calorimetria (cálculos envolvendo calor). O princípio básico é muito simples: quando ocorre um fluxo de calor entre dois corpos isolados do meio ambiente, o calor perdido por um dos corpos deve ser igual ao calor ganho pelo outro corpo. O calor é uma energia em trânsito; portanto, esse princípio nada mais é que uma consequência do princípio da conservação da energia. Por se tratar de uma grandeza que se conserva, a calorimetria é, em muitos aspectos, a mais simples das teorias físicas!

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 17.2 PROBLEMAS DE CALORIMETRIA

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* quando ocorre fluxo de calor entre dois corpos isolados do seu ambiente, a *soma algébrica* da quantidade de calor transferida para todos os corpos deve ser igual a zero. Consideramos toda quantidade de calor que *entra* em um corpo como *positiva*, e toda quantidade que *sai* de um corpo, como *negativa*.

PREPARAR *o problema* por meio dos seguintes passos:

1. Identifique quais objetos estão trocando calor.
2. Cada objeto pode passar por uma variação de temperatura sem transição de fase, por uma transição de fase a temperatura constante ou por ambos os processos. Use a Equação 17.13 para lidar com as variações de temperatura, e a Equação 17.20 para lidar com as transições de fase.
3. Consulte a Tabela 17.3 quando precisar do calor específico ou do calor específico molar, e a Tabela 17.4 quando precisar dos calores de fusão ou vaporização.
4. Liste as grandezas conhecidas e desconhecidas e identifique as variáveis-alvo do problema.

EXECUTAR *a solução* da seguinte forma:

1. Use a Equação 17.13 e/ou a Equação 17.20 e a relação da conservação de energia $\sum Q = 0$ para encontrar as variáveis-alvo. Não se esqueça de usar os sinais algébricos corretos para os termos Q e ΔT, escrevendo corretamente $\Delta T = T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}}$, não o contrário.
2. Em problemas nos quais ocorre uma transição de fase, como no caso da fusão do gelo, talvez você não saiba previamente se *todo* o material sofre uma transição de fase ou se somente uma parte muda de fase. Escolha uma hipótese ou outra; se o cálculo resultante levar a um resultado absurdo (como uma temperatura final maior ou menor que *todas* as temperaturas iniciais), a hipótese inicial estava errada. Refaça os cálculos e tente novamente!

AVALIAR *sua resposta:* confira seus cálculos e tenha certeza de que os resultados finais são fisicamente coerentes.

EXEMPLO 17.7 VARIAÇÃO DE TEMPERATURA SEM TRANSIÇÃO DE FASE

Uma geóloga trabalhando no campo toma seu café da manhã em uma xícara de alumínio. A xícara possui uma massa igual a 0,120 kg e estava inicialmente a 20 °C quando a geóloga a encheu com 0,300 kg de um café que estava inicialmente a uma temperatura de 70 °C. Qual é a temperatura final depois que o café e a xícara atingem o equilíbrio térmico? Suponha que o calor específico do café seja igual ao da água, e que não exista nenhuma troca de calor com o meio ambiente.

(*Continua*)

(*Continuação*)

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a variável-alvo é a temperatura final comum T da xícara e do café. Não ocorre nenhuma transição de fase nessa situação, de modo que só precisamos usar a Equação 17.13. Temos $T_{0\text{-café}} = 70{,}0°$ e $T_{0\text{-Al}} = 20{,}0°$; a Tabela 17.3 indica que $c_{\text{água}} = 4.190$ J/kg · K e $c_{\text{Al}} = 910$ J/kg · K.

EXECUTAR: o calor ganho (negativo) pelo café é $Q_{\text{café}} = m_{\text{café}} c_{\text{água}} \Delta T_{\text{café}}$. O calor ganho (positivo) pela xícara de alumínio é dado por $Q_{\text{Al}} = m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} \Delta T_{\text{Al}}$. Definimos $Q_{\text{café}} + Q_{\text{Al}} = 0$ (veja a Estratégia para a solução de problemas 17.2) e substitua $\Delta T_{\text{café}} = T - T_{0\text{-café}}$ e $\Delta T_{\text{Al}} = T - T_{0\text{-Al}}$:

$$Q_{\text{C}} + Q_{\text{Al}} = m_{\text{café}} c_{\text{água}} \Delta T_{\text{café}} + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} \Delta T_{\text{Al}} = 0$$

$$m_{\text{café}} c_{\text{água}} (T - T_{0\text{-café}}) + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (T - T_{0\text{Al}}) = 0$$

Depois, resolvemos essa expressão para a temperatura final T. Um pouco de álgebra resulta em

$$T = \frac{m_{\text{café}} c_{\text{água}} T_{0\text{-café}} + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} T_{0\text{Al}}}{m_{\text{café}} c_{\text{água}} + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}}} = 66{,}0\ °\text{C}$$

AVALIAR: a temperatura final é muito mais próxima da temperatura inicial do café que da xícara; a água possui um calor específico muito maior que o calor específico do alumínio; além disso, a massa do café é mais que o dobro da massa da xícara. Podemos também calcular as quantidades de calor substituindo o valor $T = 66$ °C nas equações originais. Encontramos: $Q_{\text{café}} = -5{,}0 \times 10^3$ J e $Q_{\text{Al}} = +5{,}0 \times 10^3$ J. Como era de esperar, $Q_{\text{café}}$ é negativo: o café perde calor para a xícara.

EXEMPLO 17.8 VARIAÇÃO DE TEMPERATURA COM TRANSIÇÃO DE FASE

Um copo de vidro contém 0,25 kg de refrigerante (constituído, em sua maior parte, por água), inicialmente a uma temperatura de 25 °C. Quanto gelo, inicialmente a −20 °C, deve ser adicionado para que a temperatura final seja igual a 0 °C, com todo o gelo derretido? Despreze o calor específico do copo.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o gelo e o refrigerante são objetos que trocam calor. O refrigerante sofre apenas uma variação de temperatura, enquanto o gelo passa tanto por uma variação de temperatura quanto por uma transição de fase de sólido para líquido. Usamos os subscritos R para refrigerante, G para gelo e A para água. A variável-alvo é a massa do gelo, m_{G}. Usamos a Equação 17.13 para calcular a quantidade de calor envolvida no resfriamento da bebida até $T = 0$ °C e no aquecimento do gelo até $T = 0$ °C. Além disso, precisamos da Equação 17.20 para calcular o calor necessário para fundir o gelo a 0 °C. Temos $T_{0\text{-R}} = 25$ °C e $T_{0\text{-G}} = -20$ °C, a Tabela 17.3 indica $c_{\text{A}} = 4.190$ J/kg · K e $c_{\text{G}} = 2.100$ J/kg · K, e a Tabela 17.4 indica $L_{\text{f}} = 3{,}34 \times 10^5$ J/kg.

EXECUTAR: pela Equação 17.13, o calor (negativo) ganho pelo refrigerante é $Q_{\text{R}} = m_{\text{R}} c_{\text{A}} \Delta T_{\text{R}}$. O calor (positivo) ganho pelo gelo no aquecimento é $Q_{\text{G}} = m_{\text{G}} c_{\text{G}} \Delta T_{\text{G}}$. O calor (positivo) exigido para fundir o gelo é $Q_2 = m_{\text{G}} L_{\text{f}}$. Definimos $Q_{\text{R}} + Q_{\text{G}} + Q_2 = 0$, inserimos $\Delta T_{\text{R}} = T - T_{0\text{-R}}$ e $\Delta T_{\text{G}} = T - T_{0\text{-G}}$, explicitando m_{G}:

$$m_{\text{R}} c_{\text{A}} \Delta T_{\text{R}} + m_{\text{G}} c_{\text{G}} \Delta T_{\text{G}} + m_{\text{G}} L_{\text{f}} = 0$$

$$m_{\text{R}} c_{\text{A}} (T - T_{0\text{-R}}) + m_{\text{G}} c_{\text{G}} (T - T_{0\text{-G}}) + m_{\text{G}} L_{\text{f}} = 0$$

$$m_{\text{G}} [c_{\text{G}} (T - T_{0\text{-G}}) + L_{\text{f}}] = -m_{\text{R}} c_{\text{A}} (T - T_{0\text{-R}})$$

$$m_{\text{G}} = m_{\text{R}} \frac{c_{\text{A}} (T_{0\text{-R}} - T)}{c_{\text{G}} (T - T_{0\text{-G}}) + L_{\text{f}}}$$

Substituindo os valores numéricos, descobrimos que $m_{\text{G}} = 0{,}070$ kg $= 70$ g.

AVALIAR: três ou quatro cubinhos de gelo de tamanho médio dariam cerca de 70 g, o que parece razoável para os 250 g de refrigerante a serem resfriados.

EXEMPLO 17.9 O QUE TEREMOS PARA O JANTAR?

Uma panela de cobre pesada com massa igual a 2,0 kg (incluindo a tampa de cobre) está a uma temperatura de 150 °C. Você despeja 0,10 kg de água fria a 25 °C no interior dessa panela, a seguir, coloca rapidamente a tampa, de modo que não ocorra nenhuma perda de vapor. Calcule a temperatura final da panela e de seu conteúdo, e determine a fase da água (líquida, gasosa ou ambas). Suponha que não haja nenhuma perda de calor para o ambiente.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: os dois objetos que trocam calor são a água e a panela. Note que há três possíveis alternativas para este problema: (1) nenhuma parte da água ferve, e a temperatura final é menor que 100 °C; (2) uma parte da água ferve, e no equilíbrio final existe uma mistura de água e vapor d'água a 100 °C; (3) toda a água ferve, obtendo-se 0,10 kg de vapor a uma temperatura de 100 °C ou mais. Mais uma vez, usamos a Equação 17.13 para o calor transferido em uma variação de temperatura, e a Equação 17.20 para o calor transferido em uma transição de fase.

EXECUTAR: considere primeiro o caso (1), que tem um paralelo direto com o Exemplo 17.8. A equação que declara que a transferência de calor para a água é igual à transferência de calor para a panela é

$$Q_{\text{A}} + Q_{\text{Cu}} = m_{\text{A}} c_{\text{A}} (T - T_{0\text{-A}}) + m_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}} (T - T_{0\text{Cu}}) = 0$$

Aqui, usamos os subscritos A para a água e Cu para o cobre, com $m_{\text{A}} = 0{,}10$ kg, $m_{\text{Cu}} = 2{,}0$ kg, $T_{0\text{-A}} = 25$ °C e $T_{0\text{-Cu}} = 150$ °C. Pela Tabela 17.3, $c_{\text{A}} = 4.190$ J/kg · K e $c_{\text{Cu}} = 390$ J/kg · K. Explicitando a temperatura final T e substituindo esses valores, obtemos

(*Continua*)

(*Continuação*)

$$T = \frac{m_A c_A T_{0\text{-}A} + m_{Cu} c_{Cu} T_{0\text{-}Cu}}{m_A c_A + m_{Cu} c_{Cu}} = 106\ ^\circ\text{C}$$

Porém, esse valor é maior que o da temperatura de ebulição da água, o que contradiz a hipótese de que nenhuma parte da água vaporiza! Logo, pelo menos uma parte da água deve se tornar vapor. Portanto, considere o caso (2), segundo o qual a temperatura final $T = 100\ ^\circ\text{C}$, devemos achar a fração x da água que é convertida na fase gasosa, onde (se este caso estiver correto) x é maior que zero e menor ou igual a 1. A quantidade de calor (positiva) necessária para vaporizar essa água é $xm_A L_V$. A condição de conservação de energia $Q_A + Q_{Cu} = 0$ é, então,

$$m_A c_A (100\ ^\circ\text{C} - T_{0\text{-}A}) + xm_A L_v + m_{Cu} c_{Cu} (100\ ^\circ\text{C} - T_{0Cu}) = 0$$

Explicitamos a variável-alvo x:

$$x = \frac{-m_{Cu} c_{Cu} (100\ ^\circ\text{C} - T_{0\text{-}Cu}) - m_A c_A (100\ ^\circ\text{C} - T_{0\text{-}A})}{m_A L_v}$$

Com $L_V = 2{,}256 \times 10^6$ J, pela Tabela 17.4, isso resulta em $x = 0{,}034$. Concluímos que a temperatura final da água e do cobre é igual a 100 °C e que 0,034(0,10 kg) = 0,0034 kg = 3,4 g de água foram convertidos em vapor a 100 °C.

AVALIAR: se o valor encontrado para x fosse maior que 1, o caso (3) seria a opção correta: toda a água teria sido vaporizada, e a temperatura final seria maior que 100 °C. Você é capaz de mostrar que isso ocorreria se a quantidade de água colocada na panela a 25 °C fosse menor que 15 g?

EXEMPLO 17.10 COMBUSTÃO, VARIAÇÃO DE TEMPERATURA E TRANSIÇÃO DE FASE

Em um fogareiro a gasolina para acampamentos, apenas 30% da energia liberada na queima do combustível é usada para aquecer a água na panela. Para aquecermos 1,00 L (1,00 kg) de água de 20 °C até 100 °C e fazer a vaporização de 0,25 kg, que quantidade de gasolina é necessário queimar?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: toda a água passa por uma variação de temperatura e parte dela também passa por uma transição de fase, de líquido para gás. Determinamos o calor necessário para causar essas duas mudanças, e depois usamos a eficiência de combustão de 30% para determinar a quantidade de gasolina que precisa ser queimada (nossa variável-alvo). Usamos as equações 17.13 e 17.20, além da ideia do calor de combustão.

EXECUTAR: o calor necessário para elevar a temperatura da água de 20 °C a 100 °C é dado por

$$Q_1 = mc\,\Delta T = (1{,}00\ \text{kg})(4.190\ \text{J/kg} \cdot \text{K})(80\ \text{K})$$
$$= 3{,}35 \times 10^5\ \text{J}$$

O calor necessário para vaporizar 0,25 kg de água a 100 °C é dado por

$$Q_2 = mL_v = (0{,}25\ \text{kg})(2{,}256 \times 10^6\ \text{J/kg}) = 5{,}64 \times 10^5\ \text{J}$$

A energia total necessária é a soma das duas quantidades anteriores, ou seja, $Q_1 + Q_2 = 8{,}99 \times 10^5$ J. Isso é apenas 30% = 0,30 do calor total da combustão, de modo que a energia é $(8{,}99 \times 10^5\ \text{J})/0{,}30 = 3{,}00 \times 10^6$ J. Como mencionamos anteriormente, cada grama de gasolina libera 46.000 J, então a massa de gasolina necessária é $(3{,}00 \times 10^6\ \text{J})/(46.000\ \text{J/g}) = 65$ g, ou cerca de 0,09 L de gasolina.

AVALIAR: esse resultado demonstra a enorme quantidade de energia que pode ser liberada pela queima de gasolina, mesmo que em uma quantidade pequena. Você conseguiria mostrar que seriam necessários mais 123 g de gasolina para vaporizar a água restante?

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 17.6 Um bloco de gelo inicialmente a 0 °C é aquecido a uma taxa constante. Um tempo t é necessário para transformar completamente o bloco em vapor d'água a 100 °C. O que temos após o tempo $t/2$? (i) Apenas gelo a 0 °C; (ii) uma mistura de gelo e água a 0 °C; (iii) água a uma temperatura entre 0 °C e 100 °C; (iv) uma mistura de água e vapor a 100 °C. ❙

17.7 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Já falamos sobre *condutores*, materiais que permitem a condução de calor, e *isolantes*, materiais que impedem a transferência de calor entre corpos. Vamos agora examinar com mais detalhes as *taxas* de transferência de energia. Na cozinha, você usa uma panela de alumínio para uma boa transferência de calor entre o fogão e o interior da panela, enquanto a parede da geladeira é feita com um material que *impede* a transferência de calor para seu interior. Como você pode descrever a diferença entre esses dois materiais?

Os três mecanismos de transferência de calor são a condução, a convecção e a radiação. A *condução* ocorre no interior de um corpo ou entre dois corpos em contato. A *convecção* depende do movimento da massa de uma região para outra. A *radiação* é a transferência de calor que ocorre pela radiação eletromagnética, como a luz solar, sem que seja necessária a presença de matéria no espaço entre os corpos.

Condução

Quando você segura uma das extremidades de uma barra de cobre e coloca a outra sobre uma chama, a extremidade que você está segurando fica cada vez mais quente, embora não esteja em contato direto com a chama. O calor é transferido por **condução** através do material até atingir a extremidade mais fria. Em nível atômico, verificamos que os átomos de uma região quente possuem em média uma energia cinética maior que a energia cinética dos átomos de uma região vizinha. As colisões desses átomos com os átomos vizinhos fazem com que eles lhes transmitam parte da energia. Os átomos vizinhos colidem com *outros* átomos vizinhos, e assim por diante, ao longo do material. Os átomos, em si, não se deslocam de uma região a outra do material, mas sua energia se desloca.

Quase todos os metais utilizam outro mecanismo mais eficiente para conduzir calor. No interior do metal, alguns elétrons se libertam de seus átomos originais e ficam vagando pelo metal. Esses elétrons "livres" podem transferir energia rapidamente da região mais quente para a região mais fria do metal, de modo que os metais geralmente são bons condutores de calor. Uma barra de metal a 20 °C parece estar mais fria que um pedaço de madeira a 20 °C porque o calor pode fluir mais facilmente entre sua mão e o metal. A presença de elétrons "livres" também faz com que os metais sejam bons condutores de eletricidade.

Na condução, o sentido de transferência de calor é sempre da temperatura maior para a menor. A **Figura 17.24a** mostra uma barra de um material condutor de comprimento L com uma seção reta de área A. A extremidade esquerda da barra é mantida a uma temperatura T_H, e a extremidade direita é mantida a uma temperatura mais baixa T_C; isso faz com que o calor flua da esquerda para a direita. Os lados da barra são cobertos por um isolante ideal, de modo que o calor não possa fluir por eles.

Quando uma quantidade de calor dQ é transferida através da barra em um tempo dt, a taxa de transferência de calor é dada por dQ/dt. Chamamos essa grandeza de **taxa de transferência de calor** ou *corrente de calor*, e a designamos por H. Ou seja, $H = dQ/dt$. A experiência mostra que a taxa de transferência de calor é proporcional à área A da seção reta da barra (Figura 17.24b) e a diferença de temperatura $(T_H - T_C)$, e inversamente proporcional ao comprimento da barra L (Figura 17.24c):

Transferência de calor na condução

$$H = \frac{dQ}{dt} = kA\frac{T_H - T_C}{L} \qquad (17.21)$$

Taxa de transferência de calor

Temperaturas das extremidades quente e fria da barra

Comprimento da barra

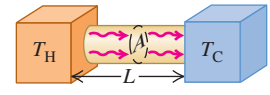
Condutividade térmica do material da barra

Área da seção reta da barra

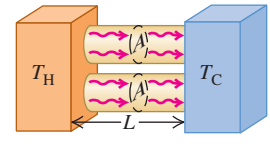
A quantidade $(T_H - T_C)/L$ é a diferença de temperatura *por unidade de comprimento*; é denominada módulo do **gradiente de temperatura**. O valor numérico da **condutividade térmica** k depende do material da barra. Os materiais com valores elevados de k são bons condutores de calor; os materiais com valores pequenos de k conduzem pouco calor ou são isolantes. A Equação 17.21 também fornece a taxa de transferência de calor através de uma placa, ou de *qualquer* corpo homogêneo que possua uma seção reta A ortogonal à direção do fluxo de calor; L é o comprimento da trajetória do fluxo de calor.

Figura 17.24 Transferência de calor constante produzida pela condução do calor em uma barra uniforme.

(a) Taxa de transferência de calor H



(b) Dobrar a área da seção reta do condutor faz com que a taxa de transferência de calor dobre (H é proporcional a A).



(c) Dobrar o comprimento do condutor faz com que a taxa de transferência de calor se reduza à metade (H é inversamente proporcional a L).

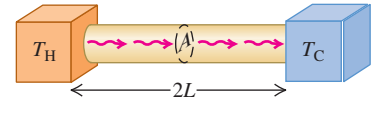


TABELA 17.5 Condutividades térmicas.

Substância	k (W/m · K)
Metais	
Alumínio	205,0
Latão	109,0
Cobre	385,0
Chumbo	34,7
Mercúrio	8,3
Prata	406,0
Aço	50,2
Diversos sólidos (valores típicos)	
Tijolo (isolante)	0,15
Tijolo vermelho	0,6
Concreto	0,8
Cortiça	0,04
Feltro	0,04
Fibra de vidro	0,04
Vidro	0,8
Gelo	1,6
Lã mineral	0,04
Isopor	0,027
Madeira	0,12–0,04
Gases	
Ar	0,024
Argônio	0,016
Hélio	0,14
Hidrogênio	0,14
Oxigênio	0,023

As unidades de taxa de transferência de calor H são as unidades de energia por tempo, ou potência; a unidade SI para a taxa de transferência de calor é o watt (1 W = 1 J/s). Podemos achar as unidades de k explicitando k na Equação 17.21. Convidamos você a verificar que as unidades SI de k são W/m · K. Alguns valores de k são apresentados na **Tabela 17.5**.

A condutividade térmica do ar "morto" (ou seja, em repouso) é muito pequena. Um agasalho de lã mantém você quente porque aprisiona o ar entre suas fibras. De fato, muitos materiais isolantes, como o isopor ou a fibra de vidro, contêm grande quantidade de ar morto.

Se a temperatura varia de modo não uniforme ao longo do comprimento da barra não condutora, introduzimos uma coordenada x ao longo do comprimento e escrevemos o gradiente de temperatura na forma geral dT/dx. A generalização correspondente da Equação 17.21 é dada por

$$H = \frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dx} \tag{17.22}$$

O sinal negativo mostra que o fluxo de calor ocorre sempre no sentido da *diminuição* da temperatura. Se a temperatura aumentar com o aumento de x, então $dT/dx > 0$ e $H < 0$; o valor negativo de H, neste caso, significa que o calor é transferido na direção x negativa, da temperatura alta para a baixa.

No isolamento térmico de edifícios, os engenheiros usam o conceito de **resistência térmica**, designado por R. A resistência térmica R de uma placa com área A é definida de modo que a taxa de transferência de calor H seja dada por

$$H = \frac{A(T_H - T_C)}{R} \tag{17.23}$$

onde T_H e T_C são as temperaturas das duas faces da placa. Comparando essa relação com a Equação 17.21, vemos que R é dado por

$$R = \frac{L}{k} \tag{17.24}$$

onde L é a espessura da placa. A unidade SI de R é 1 m^2 · K/W. Nas unidades usadas para materiais comerciais nos Estados Unidos, H é expresso em Btu/h, A está em pé^2, e $T_H - T_C$ em °F. (1 Btu/h = 0,293 W.) As unidades de R são, então, pé^2 · °F · h/Btu, embora os valores de R normalmente sejam indicados sem unidades; uma camada de fibra de vidro com 6 polegadas de espessura tem um valor de R igual a 19 (ou seja, R = 19 pés^2 · °F · h/Btu), uma placa de 2 polegadas de espuma de poliuretano tem um valor de R igual a 12, e assim por diante. Dobrando-se a espessura da placa, o valor de R também dobra. Uma prática comum nas novas construções em climas muito frios do hemisfério norte é empregar valores de R em torno de 30 para paredes externas e tetos. Quando o material isolante é disposto em camadas, como no caso de paredes duplas, isolamento com fibra de vidro e parte externa com madeira, os valores de R são somados. Você saberia dizer por quê?

BIO Aplicação Pele de animal *versus* gordura animal A pele de uma raposa do ártico é um bom isolante térmico, pois aprisiona o ar, que tem uma baixa condutividade térmica k. (O valor k = 0,04 W/m · K para a pele é mais alto que para o ar, k = 0,024 W/m · K, pois a pele também inclui pelos sólidos.) A camada de gordura abaixo da pele da baleia possui seis vezes a condutividade térmica da pele (k = 0,24 W/m · K). Logo, uma camada de 6 cm de gordura (L = 6 cm) é necessária para dar o mesmo isolamento de 1 cm de pele.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 17.3 CONDUÇÃO DE CALOR

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* o conceito de condução de calor está envolvido sempre que dois objetos de temperaturas diferentes são postos em contato.

PREPARAR *o problema* seguindo estes passos:

1. Identifique a direção e o sentido do fluxo de calor no problema (do quente para o frio). Na Equação 17.21, L é sempre medido ao longo dessa direção e sentido, e A é sempre perpendicular a essa direção. Geralmente, quando uma caixa ou outro recipiente possui forma irregular, mas a espessura da parede é uniforme, você pode considerá-la aproximadamente uma placa plana com área igual à área total da parede e a mesma espessura.
2. Relacione as grandezas conhecidas e desconhecidas, identificando a variável-alvo.

EXECUTAR *a solução* do seguinte modo:

1. Se o calor flui ao longo de um mesmo objeto, use a Equação 17.21 para calcular o valor da variável-alvo.
2. Se o calor flui através de dois materiais alinhados em série, a temperatura T na interface entre eles possui então um valor intermediário entre T_H e T_C, de modo que as diferenças de temperatura entre os dois materiais serão dadas por $(T_H - T)$ e $(T - T_C)$. No fluxo de calor estacionário, a mesma quantidade de calor deve passar através dos materiais sucessivamente, de modo que a taxa de transferência de calor H deve ser *a mesma* nos dois materiais.
3. Se existirem dois ou mais fluxos de calor *paralelos*, de forma que exista um fluxo de calor através de cada parte, então a taxa de transferência de calor total H será a soma de H_1, H_2, ... nas partes separadas. Como exemplo, considere o fluxo de calor do interior para o exterior de uma casa, parte fluindo através do vidro da janela e outra parte através da parede ao redor da janela. Nesse caso, a diferença de temperatura é a mesma entre os dois percursos, porém L, A e k podem ser diferentes para cada percurso.
4. É necessário usar um conjunto de unidades coerente. Se k for expresso em W/m · K, use distâncias em metros, calor em joules e T em kelvins.

AVALIAR *sua resposta:* os resultados obtidos são razoáveis em termos físicos?

EXEMPLO 17.11 CONDUÇÃO EM UMA CAIXA DE ISOPOR

Uma caixa de isopor (**Figura 17.25a**) possui área total (incluindo a tampa) igual a 0,80 m^2 e a espessura de sua parede mede 2,0 cm. A caixa está cheia de água, gelo e latas de refrigerante a 0 °C. Qual é a taxa de fluxo de calor para o interior da caixa, se a temperatura da parede externa for 30 °C? Qual é a quantidade de gelo que se liquefaz em 3 horas?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: as variáveis-alvo são a taxa de transferência H e a massa m do gelo derretido. Usamos a Equação 17.21 para calcular a taxa de transferência de calor e a Equação 17.20 para encontrar a massa m.

EXECUTAR: supomos que o fluxo de calor seja aproximadamente o mesmo que ocorreria através de uma placa com área igual a 0,80 m^2 e espessura igual a 2,0 cm = 0,020 m (Figura 17.25b). Achamos o valor de k na Tabela 17.5. Pela Equação 17.21,

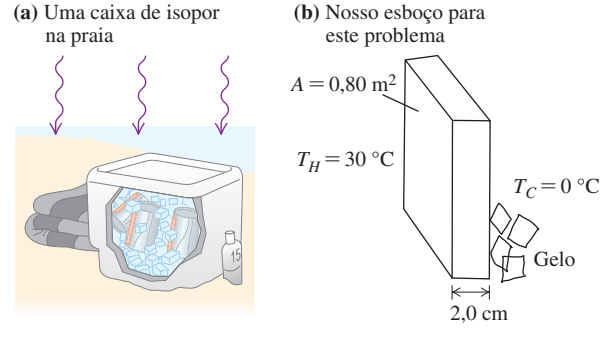
$$H = kA\frac{T_H - T_C}{L} = (0{,}027\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0{,}80\ \text{m}^2)\frac{30\ °\text{C} - 0\ °\text{C}}{0{,}020\ \text{m}}$$
$$= 32{,}4\ \text{W} = 32{,}4\ \text{J/s}$$

O fluxo total de calor Q é dado por $Q = Ht$, com $t = 3\ \text{h} = 10.800$ s. Pela Tabela 17.4, o calor de fusão do gelo é $L_f = 3{,}34 \times 10^5$ J/kg, de modo que, pela Equação 17.20, a massa do gelo que se derrete é

$$m = \frac{Q}{L_f} = \frac{(32{,}4\ \text{J/s})\ (10.800\ \text{s})}{3{,}34 \times 10^5\ \text{J/kg}} = 1{,}0\ \text{kg}$$

AVALIAR: a baixa taxa de transferência de calor decorre da baixa condutividade térmica do isopor.

Figura 17.25 Condução de calor através das paredes de uma caixa de isopor.



EXEMPLO 17.12 CONDUÇÃO ATRAVÉS DE DUAS BARRAS (I)

Uma barra de aço de 10,0 cm de comprimento é soldada pela extremidade a uma barra de cobre de 20,0 cm de comprimento. A seção reta das duas barras é um quadrado de lado igual a 2,00 cm. A extremidade livre da barra de aço é mantida a 100 °C pelo contato com o vapor d'água obtido por ebulição, e a extremidade livre da barra de cobre é mantida a 0 °C por estar em contato com gelo. As duas barras são perfeitamente isoladas em suas partes laterais. Calcule a temperatura estacionária na junção entre as duas barras e a taxa total da transferência de calor entre as barras.

(*Continua*)

(*Continuação*)

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a **Figura 17.26** mostra a situação. A taxa de transferência de calor através das barras deve ser a mesma (veja a Estratégia para a solução de problemas 17.3). Temos as temperaturas "quente" $T_H = 100\ °C$ e "fria" $T_C = 0\ °C$. Usamos a Equação 17.21 duas vezes, uma para cada barra, e igualamos as duas equações de transferência de calor $H_{aço}$ e H_{cobre}.

EXECUTAR: definindo $H_{aço}$ e H_{cobre}, pela Equação 17.21, obtemos:

$$H_{aço} = k_{aço} A \frac{T_H - T}{L_{aço}} = H_{cobre} = k_{cobre} A \frac{T - T_C}{L_{cobre}}$$

Cancelamos a área A por ser a mesma nos dois termos e isolamos T:

$$T = \frac{\dfrac{k_{aço}}{L_{aço}} T_H + \dfrac{k_{cobre}}{L_{cobre}} T_C}{\left(\dfrac{k_{aço}}{L_{aço}} + \dfrac{k_{cobre}}{L_{cobre}}\right)}$$

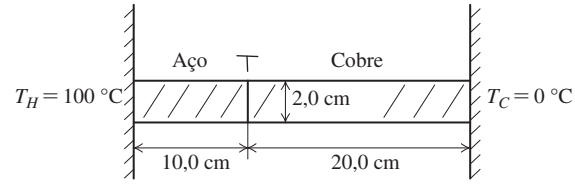
Substituindo $L_{aço} = 10{,}0$ cm e $L_{cobre} = 20{,}0$ cm, os valores de T_H e T_C, e usando os valores de $k_{aço}$ e k_{cobre} da Tabela 17.5, achamos $T = 20{,}7\ °C$.

Podemos calcular a taxa total de transferência de calor substituindo esse valor de T em qualquer uma das expressões para $H_{aço}$ ou para H_{cobre}:

$$H_{aço} = (50{,}2\ \text{W/m} \cdot \text{K})\,(0{,}0200\ \text{m})^2 \frac{100\ °C - 20{,}7\ °C}{0{,}100\ \text{m}}$$
$$= 15{,}9\ \text{W}$$
$$H_{cobre} = (385\ \text{W/m} \cdot \text{K})\,(0{,}0200\ \text{m})^2 \frac{20{,}7\ °C}{0{,}200\ \text{m}} = 15{,}9\ \text{W}$$

AVALIAR: embora a barra de aço seja mais curta, a queda de temperatura ao longo de sua extensão é muito maior que na barra de cobre (uma variação de 100 °C a 20,7 °C, no aço, comparada a uma variação de 20,7 °C a 0 °C, no cobre). Essa diferença ocorre porque o aço possui uma condutividade térmica muito menor que a do cobre.

Figura 17.26 Nosso esboço para este problema.



EXEMPLO 17.13 CONDUÇÃO ATRAVÉS DE DUAS BARRAS (II)

Suponha que as duas barras do Exemplo 17.12 estejam separadas. Uma extremidade de cada barra é mantida a 100 °C e a outra, a 0 °C. Qual é a taxa *total* de transferência de calor nas duas barras?

SOLUÇÃO

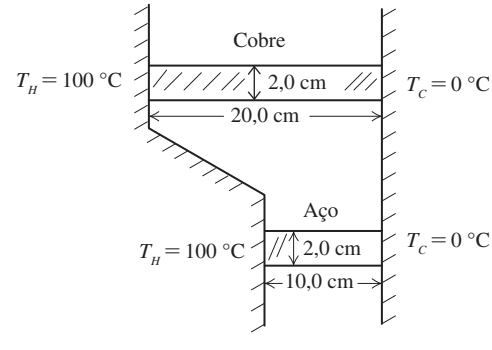
IDENTIFICAR E PREPARAR: a **Figura 17.27** mostra a situação. Em cada barra, $T_H - T_C = 100\ °C - 0\ °C = 100\ K$. A taxa total de transferência é a soma das transferências nas duas barras, $H_{aço} + H_{cobre}$.

EXECUTAR: escrevemos as taxas de transferência de calor de cada uma das barras individualmente, e depois as somamos para obter a taxa de transferência total:

$$H = H_{aço} + H_{cobre} = k_{aço} A \frac{T_H - T_C}{L_{aço}} + k_{cobre} A \frac{T_H - T_C}{L_{cobre}}$$
$$= (50{,}2\ \text{W/m} \cdot \text{K})(0{,}0200\ \text{m})^2 \frac{100\ \text{K}}{0{,}100\ \text{m}}$$
$$+ (385\ \text{W/m} \cdot \text{K})(0{,}0200\ \text{m})^2 \frac{100\ \text{K}}{0{,}200\ \text{m}}$$
$$= 20{,}1\ \text{W} + 77{,}0\ \text{W} = 97{,}1\ \text{W}$$

AVALIAR: o fluxo de calor na barra de cobre é muito maior que o fluxo de calor na barra de aço, embora a barra de cobre seja mais longa, porque a condutividade térmica do cobre é bem maior que a do aço. O fluxo total de calor é muito maior que o encontrado no Exemplo 17.12, em parte porque a seção reta total para a transferência de calor é maior, e em parte porque entre as duas barras existe uma diferença de temperatura total de 100 K.

Figura 17.27 Nosso esboço para este problema.



Convecção

A **convecção** é a transferência de calor ocorrida pelo movimento da massa de um fluido de uma região do espaço para outra. Exemplos familiares incluem os sistemas de aquecimento de água em residências, o sistema de refrigeração do motor

de um automóvel e o fluxo do sangue pelo corpo. Quando o fluido é impulsionado pela ação de um ventilador ou de uma bomba, o processo denomina-se *convecção forçada*; quando o escoamento é produzido pela existência de uma diferença de densidade provocada por uma expansão térmica, como a ascensão do ar quente, o processo denomina-se *convecção natural* ou *convecção livre* (**Figura 17.28**).

A convecção natural na atmosfera desempenha um papel dominante na determinação das condições climáticas ao longo do dia, e a convecção nos oceanos é um importante mecanismo de transferência de calor no globo terrestre. Em uma escala menor, pilotos de planadores e águias utilizam as correntes de ar ascendentes oriundas do aquecimento da Terra. O mecanismo mais importante para a transferência de calor no corpo humano (utilizado para manter a temperatura do corpo constante em diferentes ambientes) é a convecção *forçada* do sangue, na qual o coração desempenha o papel de uma bomba.

A transferência de calor por convecção é um processo muito complexo, e não existe nenhuma equação simples para descrevê-lo. A seguir, assinalamos alguns fatos experimentais.

1. A taxa de transferência de calor por convecção é diretamente proporcional à área da superfície. É por essa razão que se usa uma área superficial grande em radiadores e aletas de refrigeração.
2. A viscosidade do fluido retarda o movimento da convecção natural nas vizinhanças de superfícies estacionárias, dando origem a uma película ao longo da superfície que, quando vertical, costuma ter aproximadamente o mesmo valor isolante que 1,3 cm de madeira compensada ($R = 0{,}7$). A convecção forçada provoca uma diminuição da espessura dessa película, fazendo aumentar a taxa de transferência de calor. Isso explica por que você sente mais frio quando há um vento frio do que quando o ar está em repouso com a mesma temperatura.
3. Verifica-se que a taxa de transferência de calor na convecção é aproximadamente proporcional à potência de $\frac{5}{4}$ da diferença de temperatura entre a superfície e um ponto no corpo principal do fluido.

Figura 17.28 Um dispositivo de aquecimento na ponta deste tubo submerso aquece a água circundante, produzindo um padrão complexo de convecção livre.

Radiação

Radiação é a transferência de calor por meio de ondas eletromagnéticas, como a luz visível, a radiação infravermelha e a radiação ultravioleta. Todo mundo já sentiu o calor da radiação solar e o intenso calor proveniente das brasas de carvão de uma churrasqueira ou uma lareira. A maior parte do calor proveniente desses corpos quentes atinge você por *radiação,* e não por condução ou convecção do ar. O calor seria transferido a você mesmo que entre você e a fonte de calor existisse apenas vácuo.

Qualquer corpo, mesmo a uma temperatura normal, emite energia sob a forma de radiação eletromagnética. A uma temperatura normal, digamos a 20 °C, quase toda a energia é transportada por ondas infravermelhas com comprimentos de onda muito maiores que os da luz visível (ver figuras 17.4 e **17.29**). À medida que a temperatura aumenta, os comprimentos de onda passam a ter valores menores. A 800 °C, um corpo emite radiação visível em quantidade suficiente para adquirir luminosidade própria e parecer "vermelho quente", embora, mesmo nessa temperatura, a maior parte da energia seja transportada por ondas infravermelhas. A 3.000 °C, a temperatura característica do filamento de uma lâmpada incandescente, a radiação contém luz visível suficiente para que o corpo pareça "branco quente".

A taxa de radiação de energia de uma superfície é proporcional à área A da superfície e à quarta potência da temperatura absoluta (Kelvin) T. Essa taxa também depende da natureza da superfície; essa dependência é descrita por uma grandeza e, denominada **emissividade**. Sendo um número sem dimensões compreendido entre 0 e 1, e representa a razão entre a taxa de radiação de uma superfície particular e a taxa de radiação de uma superfície de um corpo ideal com as mesmas área e temperatura. A emissividade também depende ligeiramente da temperatura. Logo, podemos expressar a taxa de transferência de calor $H = dQ/dt$ devida à radiação de uma superfície pela relação

Figura 17.29 Esta imagem em infravermelho com falsa cor revela a radiação emitida por várias partes do corpo humano. A emissão mais forte (partes avermelhadas do rosto) vem das áreas mais quentes, ao passo que, por outro lado, há muito poucas emissões vindas da garrafa de bebida gelada.

Taxa de transferência de calor na radiação

$$H = Ae\sigma T^4 \qquad (17.25)$$

Área da superfície emissora; Emissividade da superfície; Temperatura absoluta da superfície; Constante de Stefan-Boltzmann

Esta relação é denominada **lei de Stefan-Boltzmann** em homenagem a seus descobridores, que viveram no final do século XIX. A **constante de Stefan-Boltzmann** σ (letra grega sigma) é uma constante fundamental; seu melhor valor numérico atualmente conhecido é

$$\sigma = 5{,}670373(21) \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$$

Convidamos você a conferir a compatibilidade das unidades da Equação 17.25. A emissividade (e) de uma superfície escura é geralmente maior que a de uma superfície clara. A emissividade de uma superfície lisa de cobre é igual a aproximadamente 0,3, porém o valor de e para uma superfície negra pode se aproximar de um.

EXEMPLO 17.14 TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO

Uma placa de aço quadrada e fina, com lado igual a 10 cm, é aquecida em uma forja até uma temperatura de 800 °C. Sabendo que a emissividade é igual a 0,60, qual é a taxa total de energia transmitida por radiação da placa?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a incógnita aqui é H, a taxa de emissão de energia das duas superfícies da placa. Usamos a Equação 17.25 para calcular H a partir dos valores dados.

EXECUTAR: a área total da superfície, incluindo os dois lados da placa, é $2(0{,}10\ \mathrm{m})^2 = 0{,}020\ \mathrm{m}^2$ e $T = 800\ ^\circ\mathrm{C} = 1.073\ \mathrm{K}$. Então, a Equação 17.25 fornece

$$\begin{aligned} H &= Ae\sigma T^4 \\ &= (0{,}020\ \mathrm{m^2})(0{,}60)(5{,}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4})(1.073\ \mathrm{K})^4 \\ &= 900\ \mathrm{W} \end{aligned}$$

AVALIAR: um ferreiro nas proximidades sentiria facilmente o calor irradiado por essa placa.

Radiação e absorção

Enquanto um corpo com temperatura absoluta T está irradiando, o ambiente que está a uma temperatura T_s também está irradiando, e o corpo *absorve* parte dessa radiação. Caso ele esteja em equilíbrio térmico com o meio ambiente, $T = T_s$, e a taxa de emissão da radiação é igual à taxa de absorção. Para que isso seja verdade, a taxa de absorção deve ser dada em geral por $H = Ae\sigma T_s^4$. Então, a taxa de radiação *resultante* de um corpo a uma temperatura T imerso em um ambiente que está a uma temperatura T_s é dada por $Ae\sigma T^4 - Ae\sigma T_s^4$, ou

Taxa de transferência de calor total na radiação

$$H_{\text{total}} = Ae\sigma(T^4 - T_s^4) \qquad (17.26)$$

Área da superfície emissora; Emissividade da superfície; Constante de Stefan-Boltzmann; Temperaturas absolutas da superfície (T) e dos arredores (T_s)

Na Equação 17.26, um valor positivo de H significa que o fluxo de calor resultante ocorre *para fora* do corpo. Isso acontecerá se $T > T_s$.

EXEMPLO 17.15 RADIAÇÃO DO CORPO HUMANO

Sabendo que a área total de um corpo humano é 1,20 m^2, e que a temperatura da superfície é 30 °C = 303 K, calcule a taxa total de transferência de calor do corpo por radiação. Se o meio ambiente está a uma temperatura de 20 °C, qual é a taxa *resultante* do calor perdido pelo corpo por radiação? A emissividade do corpo é muito próxima da unidade, independentemente da pigmentação da pele.

(*Continua*)

(*Continuação*)

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: precisamos levar em conta tanto a radiação que o corpo emite quanto a que o corpo absorve de seu ambiente. A taxa de radiação da energia que o corpo emite é dada pela Equação 17.25, e a taxa total de perda de calor é dada pela Equação 17.26.

EXECUTAR: fazendo $e = 1$ na Equação 17.25, descobrimos que o corpo irradia a uma taxa

$$H = Ae\sigma T^4$$
$$= (1{,}20\ \text{m}^2)\,(1)(5{,}67 \times 10^{-8}\,\text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)\,(303\ \text{K})^4 = 574\ \text{W}$$

Essa perda é parcialmente compensada pela absorção da radiação, que depende da temperatura ambiente. A taxa *resultante* da transferência de energia é dada pela Equação 17.26:

$$H_{\text{total}} = Ae\sigma\,(T^4 - T_s^4)$$
$$= (1{,}20\ \text{m}^2)\,(1)\,(5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)$$
$$\times\,[(303\ \text{K}) - (293\ \text{K})^4]$$
$$= 72\ \text{W}$$

AVALIAR: esse valor de H_{total} é positivo porque o corpo perde calor para o ambiente, que está mais frio.

Aplicações da radiação

A transferência de calor por radiação é importante em alguns cenários surpreendentes. Um bebê prematuro em uma incubadora pode esfriar perigosamente se as paredes da incubadora estiverem frias, mesmo que o *ar* em seu interior esteja quente. Algumas incubadoras regulam a temperatura do ar medindo a temperatura da pele do bebê.

Um corpo que absorve bem o calor também o emite bem. Um irradiador ideal, com emissividade $e = 1$, também é um absorvedor ideal, absorvendo *toda* a radiação que incide sobre ele. Tal superfície ideal chama-se corpo negro ideal, ou simplesmente **corpo negro**. Reciprocamente, um *refletor* ideal, que não absorve *nenhuma* radiação, também é um irradiador bastante ineficaz.

Essa é a razão do uso de uma película prateada no interior de garrafas com vácuo entre as paredes externas (garrafas "térmicas"), inventadas por Sir James Dewar (1842-1923). Uma garrafa térmica possui uma parede dupla de vidro. O ar é bombeado para fora do espaço entre essas paredes; isso elimina quase todo o calor transmitido por condução e por convecção. A película prateada nas paredes internas provoca a reflexão da maior parte da radiação proveniente do interior da garrafa, fazendo a radiação voltar para seu interior, e a própria parede é um emissor muito pobre. Portanto, uma garrafa térmica pode manter o café ou a sopa aquecida durante horas. A garrafa de Dewar, usada para armazenar gases liquefeitos muito frios, funciona com base nesse mesmo princípio.

Radiação, clima e mudança de clima

Nosso planeta absorve constantemente radiação vinda do Sol. No equilíbrio térmico, a taxa na qual nosso planeta absorve radiação solar precisa ser igual à taxa na qual ele emite radiação no espaço. A presença de uma atmosfera em nosso planeta tem um efeito significativo sobre esse equilíbrio.

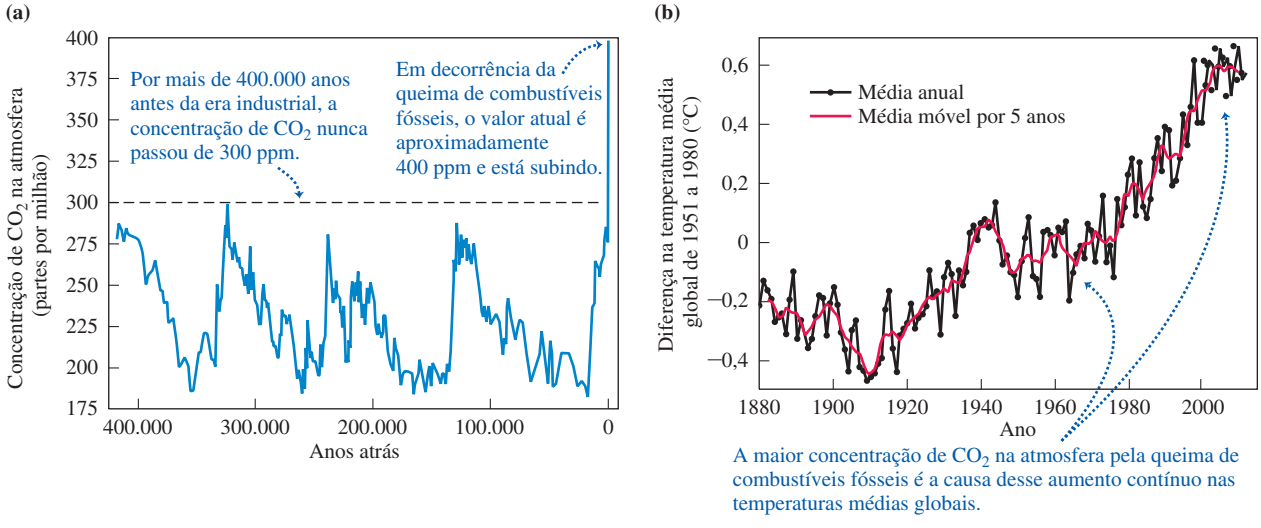
A maior parte da radiação emitida pelo Sol (que possui uma temperatura de 5.800 K na superfície) está na parte visível do espectro, para a qual nossa atmosfera é transparente. Porém, a temperatura média na superfície da Terra é de apenas 287 K (14 °C). Logo, a maior parte da radiação que nosso planeta emite para o espaço é radiação infravermelha, assim como a radiação da pessoa mostrada na Figura 17.29. Porém, nossa atmosfera *não* é completamente transparente à radiação infravermelha. Isso porque ela contém dióxido de carbono (CO_2), que é seu quarto constituinte mais abundante (depois de nitrogênio, oxigênio e argônio). As moléculas de CO_2 na atmosfera *absorvem* parte da radiação infravermelha que sobe da superfície. Então, elas reirradiam a energia absorvida, mas parte dessa energia reirradiada é direcionada de volta para a superfície, em vez de escapar para o espaço. Para manter o equilíbrio térmico, a superfície da Terra precisa compensar esse aumento de sua temperatura T e, por conseguinte, sua taxa total de energia radiante (que é proporcional a T^4). Esse fenômeno, chamado de **efeito estufa**, faz com que a temperatura da superfície do nosso planeta seja aproxima-

damente 33 °C maior do que seria se não houvesse CO_2 atmosférico. Se o CO_2 não estivesse presente, a temperatura média da superfície da Terra estaria abaixo do ponto de congelamento da água, e a vida como a conhecemos seria impossível.

Embora o CO_2 atmosférico tenha benefícios, grande parte dele pode ter consequências extremamente negativas. As medições do ar aprisionado no gelo antigo da Antártica mostram que, pelos últimos 650.000 anos, o CO_2 tem constituído menos de 300 partes por milhão de nossa atmosfera. Porém, desde o início da era industrial, a queima de combustíveis fósseis, como carvão e petróleo, tem elevado a concentração de CO_2 atmosférico para níveis sem precedentes (**Figura 17.30a**). Em decorrência disso, desde a década de 1950, a temperatura média da superfície global aumentou em 0,6 °C, e a Terra tem experimentado os anos mais quentes já registrados (Figura 17.30b). Se continuarmos a consumir combustíveis fósseis na mesma proporção, por volta de 2050 a concentração atmosférica de CO_2 atingirá 600 partes por milhão, muito além da escala da Figura 17.30a. O aumento de temperatura resultante teria efeitos dramáticos sobre o clima global. Nas regiões polares, quantidades enormes de gelo se derreteriam e correriam para o mar, aumentando assim os níveis dos oceanos em todo o globo, ameaçando as casas e as vidas de centenas de milhões de pessoas que vivem próximas da costa. Um dos maiores desafios enfrentados pela civilização no século XXI é prevenir-se contra essas ameaças.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 17.7 Uma das paredes de uma sala é de concreto, outra de cobre e uma terceira é feita de aço. Todas as paredes têm o mesmo tamanho e estão à mesma temperatura de 20 °C. Qual das paredes parece mais fria ao tato? (i) A parede de concreto; (ii) a parede de cobre; (iii) a parede de aço; (iv) as três paredes parecem igualmente frias ao tato. ❙

Figura 17.30 (a) Como consequência da queima de combustíveis fósseis pelos humanos, a concentração de dióxido de carbono na atmosfera agora é mais que 33% maior do que na era pré-industrial. (b) Em decorrência da maior concentração de CO_2, durante os últimos 50 anos, a temperatura média do globo terrestre aumentou em uma taxa média de aproximadamente 0,13 °C a cada década.



CAPÍTULO 17 RESUMO

Temperatura e escalas de temperatura: dois corpos em equilíbrio térmico devem possuir a mesma temperatura. Um material condutor entre dois corpos permite a interação térmica, conduzindo o sistema até o equilíbrio térmico; um material isolante impede essa interação.

As escalas Celsius e Fahrenheit de temperatura baseiam-se na temperatura de congelamento (0 °C = 32 °F) e de ebulição (100 °C = 212 °F). Um grau Celsius corresponde a $\frac{9}{5}$ de um grau Fahrenheit. (Ver Exemplo 17.1.)

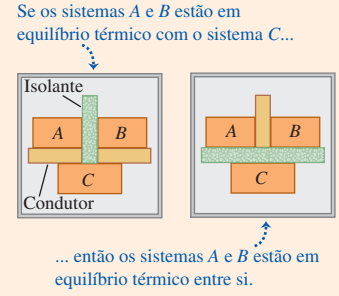
O zero da escala Kelvin é obtido por extrapolação do valor da pressão nula de um termômetro de gás a volume constante, −273,15 °C = 0 K. Na escala de um termômetro de gás, a razão entre duas temperaturas T_1 e T_2 é definida como igual à razão entre as pressões correspondentes do termômetro de gás, P_1 e P_2.

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32° \quad (17.1)$$

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32°) \quad (17.2)$$

$$T_K = T_C + 273{,}15 \quad (17.3)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \quad (17.4)$$



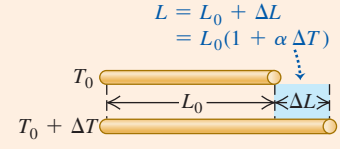
Expansão e tensão térmicas: uma variação de temperatura ΔT provoca uma variação em qualquer dimensão linear L_0 de um corpo sólido. A variação ΔL é aproximadamente proporcional a L_0 e a ΔT. De forma semelhante, uma variação de temperatura provoca uma variação de volume ΔV no volume V_0 de qualquer material líquido ou sólido; ΔV é aproximadamente proporcional a V_0 e ΔT. As grandezas α e β são o coeficiente de dilatação linear e o coeficiente de dilatação volumétrica, respectivamente. Em sólidos, $\beta = 3\alpha$. (Ver exemplos 17.2 e 17.3.)

Quando um material é resfriado ou aquecido e mantido de modo que sua contração ou dilatação seja impedida, ele está sob uma tensão térmica F/A. (Ver Exemplo 17.4.)

$$\Delta L = \alpha L_0 \, \Delta T \quad (17.6)$$

$$\Delta V = \beta V_0 \, \Delta T \quad (17.8)$$

$$\frac{F}{A} = -Y\alpha \, \Delta T \quad (17.12)$$



Calor, transição de fase e calorimetria: o calor é uma energia em trânsito de um corpo para outro como resultado da diferença de temperatura entre esses corpos. As equações 17.13 e 17.18 indicam a quantidade de calor Q necessária para causar uma variação de temperatura ΔT em uma quantidade de material com massa m e calor específico c (ou em termos do número de moles n e do calor específico molar $C = Mc$, onde M é a massa molar, e $m = nM$). Quando calor é adicionado a um corpo, Q é positivo; quando ele é removido, Q é negativo. (Ver exemplos 17.5 e 17.6.)

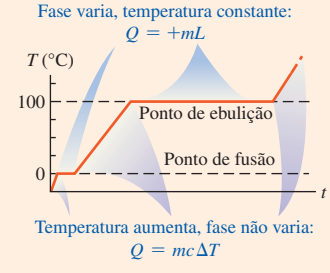
Para fazer a massa m de um material mudar para uma fase diferente a uma temperatura constante (como a vaporização de um líquido), é necessário fornecer ou retirar uma quantidade dada pela Equação 17.20. Aqui, L é o calor de fusão, vaporização ou sublimação.

Em um sistema isolado cujas partes interagem mediante troca de calor, a soma algébrica de todos os valores de Q entre todas as partes do sistema deve ser igual a zero. (Ver exemplos 17.7 a 17.10.)

$$Q = mc \, \Delta T \quad (17.13)$$

$$Q = nC \, \Delta T \quad (17.18)$$

$$Q = \pm mL \quad (17.20)$$



Condução, convecção e radiação: a condução é a transferência de calor produzida pelo movimento molecular no interior de um material, sem que ocorra transferência de massa. A taxa de transferência de calor H depende da área A através da qual o calor flui, do comprimento L do percurso, da diferença de temperatura $(T_H - T_C)$ e da condutividade térmica k do material. (Ver exemplos 17.11 a 17.13.)

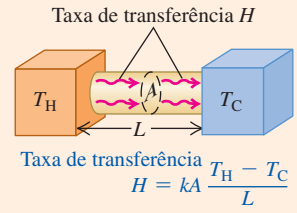
A convecção é um processo complexo que envolve a transferência de massa de uma região para outra do material.

A radiação é a transferência de energia por ondas eletromagnéticas. A taxa de transferência de calor H produzida pela radiação depende da área da superfície A, da emissividade e da superfície (um número puro entre 0 e 1) e da temperatura Kelvin T. Envolve também uma constante fundamental, σ, conhecida como constante de Stefan-Boltzmann. A taxa de transferência de calor H_{total} por radiação de um corpo na temperatura T para o ambiente na temperatura T_s depende tanto de T quanto de T_s. (Ver exemplos 17.14 e 17.15.)

$$H = \frac{dQ}{dt} = kA\frac{T_H - T_C}{L} \qquad (17.21)$$

$$H = Ae\sigma T^4 \qquad (17.25)$$

$$H_{total} = Ae\sigma\,(T^4 - T_s^4) \qquad (17.26)$$



Problema em destaque Transferência de calor estacionária: radiação e condução

Uma extremidade de uma barra de cobre sólida e cilíndrica, com 0,200 m de extensão e 0,0250 m de raio, é inserida em um grande bloco de hidrogênio sólido em sua temperatura de fusão, 13,84 K. A outra extremidade é um corpo negro e está exposta à radiação térmica das paredes ao redor, a 500,0 K. (Alguns telescópios no espaço empregam uma montagem semelhante a essa. Um refrigerador sólido mantém o telescópio bastante frio — exigido para a operação correta —, embora ele esteja exposto diretamente à luz solar.) Os lados da barra são isolados, de modo que nenhuma energia se perde ou ganha, exceto nas extremidades da barra. (a) Quando o equilíbrio é alcançado, qual é a temperatura da extremidade do corpo negro? A condutividade térmica do cobre em temperaturas próximas de 20 K é 1.670 W/m · K. (b) Em que taxa (em kg/h) o hidrogênio sólido se funde?

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Desenhe um esboço da situação, mostrando todas as dimensões relevantes.
2. Liste as grandezas conhecidas e desconhecidas, identificando as variáveis-alvo.
3. Para que a barra esteja em equilíbrio, como a taxa de transferência por radiação das paredes para a extremidade de corpo negro da barra se relaciona à taxa de transferência por condução dessa extremidade para a outra e para o hidrogênio sólido? Use suas respostas para selecionar as equações apropriadas para o item (a).
4. Como a transferência de calor da barra para o hidrogênio determina a taxa em que o hidrogênio se funde? (*Dica:* veja a Tabela 17.4.) Use suas respostas para selecionar as equações apropriadas para o item (b).

EXECUTAR

5. Determine a temperatura da extremidade de corpo negro da barra. (*Dica:* como o cobre é um excelente condutor de calor a baixas temperaturas, você pode considerar que a temperatura da extremidade de corpo negro é apenas ligeiramente maior que 13,84 K.)
6. Use o resultado do item 5 para determinar a taxa em que o hidrogênio se funde.

AVALIAR

7. O resultado do item 5 é consistente com a sugestão dada nesse item?
8. Como seus resultados dos itens 5 e 6 seriam afetados se a barra tivesse o dobro do raio?

PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS:** problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q17.1 Explique por que não faria sentido usar um termômetro de vidro de tamanho normal para medir a temperatura de uma gota de água quente.

Q17.2 Se você aquece o ar dentro de um recipiente rígido e selado até que sua temperatura na escala Kelvin dobre, a pressão do ar no recipiente também dobrará. Será que o mesmo acontece se você dobrar a temperatura em Celsius do ar no recipiente? Explique.

Q17.3 Muitos motores de automóveis possuem cilindros de ferro fundido e pistões de alumínio. Que problemas podem surgir caso o motor se aqueça em demasia? (O coeficiente de dilatação volumétrica do ferro fundido é aproximadamente igual ao do aço.)

Q17.4 Por que um tubo contendo água se rompe quando a água congela? Um termômetro de mercúrio se romperia se a temperatura fosse menor que a temperatura de solidificação do mercúrio? Por quê?

Q17.5 Dois corpos feitos com o mesmo material possuem as mesmas dimensões externas e a mesma aparência, porém um é sólido e o outro é oco. Quando a temperatura dos dois corpos aumentar, a dilatação volumétrica dos corpos será a mesma ou será diferente? Por quê?

Q17.6 Por que às vezes é possível afrouxar tampas de garrafas com rosca mergulhando a garrafa em água quente rapidamente?

Q17.7 A parte interna de um forno está a uma temperatura de 200 °C. Você pode colocar suas mãos no interior do forno sem se queimar, desde que não toque em nada. Considerando que o ar do interior do forno também está a 200 °C, por que você não queima as mãos?

Q17.8 Um artigo de jornal sobre o clima afirma que "a temperatura de um corpo indica a quantidade de calor que ele contém". Esta afirmação está correta? Por quê?

Q17.9 Uma aluna afirma que 1 $m^2/s^2 \cdot °C$ é uma unidade de calor específico apropriada. Ela está correta? Por quê?

Q17.10 Nos condicionadores de ar domésticos usados em climas secos, o ar é esfriado forçando-se a sua circulação através de um filtro embebido em água, ocorrendo vaporização de parte da água. Como o ar esfria? Esse dispositivo funcionaria em um local de clima muito úmido? Por quê?

Q17.11 As unidades de calor específico c são J/kg · K, mas as unidades de calor de fusão L_f ou calor de vaporização L_v são simplesmente J/kg. Por que as unidades de L_f e L_v não incluem o fator $(K)^{-1}$ para levar em conta uma variação de temperatura?

Q17.12 Por que um dia quente e úmido nos trópicos costuma ser mais desconfortável para os seres humanos que um dia quente e seco no deserto?

Q17.13 Um pedaço de folha de alumínio que enrola uma batata assada pode, em geral, ser manuseado sem riscos alguns segundos depois que a batata é retirada do forno. Contudo, o mesmo não é verdade a respeito da batata! Dê duas razões para essa diferença.

Q17.14 Alguns viajantes no deserto transportam água em um recipiente de lona. Uma parte da água se infiltra e evapora da parte externa do recipiente. Como isso faz a água de dentro do recipiente esfriar?

Q17.15 Assim que sai do chuveiro, você sente frio. Quando você se enxuga, contudo, deixa de sentir frio, embora a temperatura externa não sofra nenhuma variação. Por quê?

Q17.16 O clima de uma região próxima a grandes massas de água (como a costa do Pacífico ou o oceano Atlântico) geralmente é mais moderado que o clima em uma região muito afastada dessas massas de água (como em prados). Por quê?

Q17.17 Quando você coloca água na bandeja de cubos de gelo em um freezer, por que a água não congela totalmente de uma só vez ao atingir 0 °C? Na realidade, o congelamento começa nas áreas adjacentes aos lados da bandeja. Por quê?

Q17.18 Antes de aplicar uma injeção, o médico esfrega seu braço com algodão embebido em álcool isopropílico à temperatura ambiente. Por que isso faz você sentir seu braço frio? (*Dica:* a razão *não* é o medo da injeção! A temperatura de ebulição do álcool isopropílico é igual a 82,4 °C.)

Q17.19 Um bloco de metal frio parece estar mais frio que um bloco de madeira à mesma temperatura. Por quê? Um bloco de metal *quente* parece estar mais quente que um bloco de madeira à mesma temperatura. Novamente, por quê? Existiria alguma temperatura na qual os blocos aparentariam estar igualmente quentes ou frios? Que temperatura seria essa?

Q17.20 Uma pessoa enche uma xícara com café quente, com a intenção de tomá-lo cinco minutos depois. Para manter o café o mais quente possível, ela deveria cobri-lo com creme no momento em que enche a xícara, ou seria melhor colocar o creme no momento em que fosse beber o café? Explique.

Q17.21 Quando você retira uma torta de maçã do forno, a massa e o recheio estão na mesma temperatura. Contudo, ao cortar a torta, o recheio queima sua língua, mas a massa não. Por que existe essa diferença? (*Dica:* o recheio está úmido, enquanto a massa está seca.)

Q17.22 Um velho provérbio culinário diz que os alimentos cozinham melhor (mais uniformemente e sem queimar) em panelas pesadas de ferro fundido. Que características tornam essas panelas preferíveis?

Q17.23 Nas regiões litorâneas, no inverno, a temperatura sobre a terra costuma ser mais fria que a temperatura sobre o oceano próximo; no verão, ocorre o contrário. Explique. (*Dica:* o calor específico do solo tem um valor entre 0,2 e 0,8 vez o valor do calor específico da água.)

Q17.24 Sabemos que uma batata cozinha mais rapidamente quando um espeto grande a atravessa. Por quê? Um espeto de alumínio é mais eficiente que um espeto de aço? Por quê? (*Dica:* não tente fazer essa experiência em um forno de micro-ondas!) Existe também um dispositivo comercial para acelerar o processo de assar carne, constituído por um tubo metálico oco contendo um pavio e um pouco de água; afirma-se que esse espeto é mais eficiente que um espeto metálico sólido. Como esse dispositivo funciona?

Q17.25 Os pilotos de planadores sabem que na região Centro-Oeste dos Estados Unidos as correntes térmicas ascendentes têm maior probabilidade de ocorrer nas vizinhanças dos campos recentemente arados. Por quê?

Q17.26 Algumas pessoas dizem que cubos de gelo congelam mais rapidamente quando se enchem as bandejas de gelo com

água quente, porque ela esfria mais rapidamente que a água fria. O que você pensa sobre essa afirmação?

Q17.27 Nós temos sorte de a Terra não estar em equilíbrio térmico com o Sol (visto que a temperatura na superfície do Sol é 5.800 K). Mas por que a Terra e o Sol não estão em equilíbrio térmico?

Q17.28 Quando há escassez de energia em países frios, muitos artigos de revistas recomendam às pessoas que mantenham suas casas a uma temperatura constante durante o dia e à noite para poupar combustível. Esses artigos afirmam que, quando se desliga o aquecimento à noite, as paredes, o teto e outras áreas se resfriam e precisam ser reaquecidos de manhã. Assim, mantendo a temperatura constante, essas partes da casa não se resfriarão e não terão de ser reaquecidas. Esse argumento faz sentido? As pessoas realmente poupariam energia seguindo esse conselho?

EXERCÍCIOS

Seção 17.2 Termômetros e escalas de temperatura

17.1 • Converta as seguintes temperaturas de graus Celsius em graus Fahrenheit: (a) −62,8 °C, a temperatura mais baixa já registrada na América do Norte (3 de fevereiro de 1947, Snag, Yukon); (b) 56,7 °C, a temperatura mais alta já registrada nos Estados Unidos (10 de julho de 1913, Vale da Morte, Califórnia); (c) 31,1 °C, a temperatura média anual mais alta do mundo (Lugh Ferrandi, Somália).

17.2 • BIO **Temperaturas na biomedicina.** (a) **Temperatura do corpo normal.** A temperatura média do corpo normal, medida na boca, é 310 K. Qual seria a leitura em termômetros Celsius e Fahrenheit para essa temperatura? (b) **Temperatura do corpo elevada.** Durante um exercício físico muito intenso, a temperatura do corpo pode chegar a até 40 °C. Qual seria a leitura em termômetros Celsius e Fahrenheit para essa temperatura? (c) **Diferença de temperatura no corpo.** A temperatura da superfície do corpo normalmente é cerca de 7 °C menor que a temperatura interna. Expresse essa diferença em kelvins e em graus Fahrenheit. (d) **Estoque de sangue.** O sangue guardado a 4,0 °C dura com segurança cerca de 3 semanas, enquanto o sangue guardado a −160 °C dura 5 anos. Expresse as duas temperaturas nas escalas Fahrenheit e Kelvin. (e) **Hipertermia.** Se a temperatura do corpo ficar acima de 105 °F por um período prolongado, isso pode ocasionar hipertermia. Expresse essa temperatura nas escalas Celsius e Kelvin.

17.3 • (a) Em 22 de janeiro de 1943, a temperatura em Spearfish, Dakota do Sul, subiu de −4,0 °F para 45,0 °F em apenas 2 minutos. Qual foi a variação de temperatura em graus Celsius? (b) A temperatura em Browning, Montana, era 44,0 °F em 23 de janeiro de 1916. No dia seguinte, a temperatura caiu para −56 °F. Qual foi a variação de temperatura em graus Celsius?

Seção 17.3 Termômetro de gás e escala Kelvin

17.4 • (a) Calcule a única temperatura em que as escalas Fahrenheit e Celsius coincidem. (b) Calcule a única temperatura em que as escalas Fahrenheit e Kelvin coincidem.

17.5 •• Você coloca uma garrafa de refrigerante na geladeira e a deixa lá até que a temperatura tenha baixado 10,0 K. Qual é a variação de temperatura (a) em °F e (b) em °C?

17.6 • Converta as seguintes temperaturas da escala Kelvin para a escala Celsius e a Fahrenheit: (a) a temperatura ao meio-dia na superfície da Lua (400 K); (b) a temperatura no topo das nuvens na atmosfera de Saturno (95 K); (c) a temperatura no centro do Sol ($1{,}55 \times 10^7$ K).

17.7 • A pressão de um gás no ponto triplo da água é 1,35 atm. Se o seu volume permanecer inalterado, qual será a sua pressão à temperatura em que o CO_2 se solidifica?

17.8 •• Um termômetro de gás com volume constante registra uma pressão absoluta que corresponde a 325 mm de mercúrio quando em contato com a água no ponto triplo. Qual seria a pressão lida no termômetro se estivesse em contato com água no ponto de ebulição normal?

17.9 •• **Termômetro de gás a volume constante.** Usando um termômetro de gás, um pesquisador verificou que a pressão do ponto triplo da água (0,01 °C) era igual a $4{,}80 \times 10^4$ Pa, e a pressão do ponto de ebulição normal da água (100 °C) era igual a $6{,}50 \times 10^4$ Pa. (a) Supondo que a pressão varie linearmente com a temperatura, use esses dados para calcular a temperatura Celsius na qual a pressão do gás seria igual a zero (isto é, ache a temperatura Celsius do zero absoluto). (b) O gás nesse termômetro obedece à Equação 17.4 de modo exato? Caso essa equação fosse obedecida rigorosamente e a pressão a 100 °C fosse igual a $6{,}50 \times 10^4$ Pa, qual seria a pressão medida a 0,01 °C? (Como você estudará na Seção 18.1, a Equação 17.4 é precisa apenas para gases de baixa densidade.)

17.10 • Como a *escala* Kelvin, a *Rankine* é uma escala de temperatura absoluta: o zero absoluto é zero graus Rankine (0 °R). Entretanto, as unidades dessa escala são do mesmo tamanho que as da escala Fahrenheit, e não da escala Celsius. Qual é o valor numérico da temperatura de ponto triplo da água na escala Rankine?

Seção 17.4 Expansão térmica

17.11 • A ponte Humber, na Inglaterra, cujo comprimento é de 1.410 m, é uma das pontes de maior vão no mundo. Calcule a variação do comprimento da base de aço do vão quando a temperatura aumenta de −5 °C para 18,0 °C.

17.12 • Um dos edifícios mais altos do mundo é o Taipei 101, em Taiwan, com 509,32 m de altura. Suponha que essa altura tenha sido medida em um dia fresco de primavera, quando a temperatura era 15,5 °C. Você pode usar o edifício como uma espécie de termômetro gigante em um dia quente de verão medindo sua altura cuidadosamente. Suponha que você faça isso e descubra que o Taipei 101 está 0,144 m mais alto que sua altura oficial. Qual é a temperatura, supondo que o edifício esteja em equilíbrio térmico com o ar e que toda a sua estrutura seja feita de aço?

17.13 • O diâmetro da moeda de um centavo de dólar americano é 1,9000 cm a 20,0 °C. A moeda é feita com uma liga metálica (quase toda de zinco), cujo coeficiente de dilatação linear é igual a $2{,}6 \times 10^{-5}\text{K}^{-1}$. Qual seria seu diâmetro (a) em um dia quente no Vale da Morte (48,0 °C); (b) em uma noite fria nas montanhas da Groenlândia (–53 °C)?

17.14 • **Garantia de uma junta firme.** Os rebites de alumínio usados na construção de aviões são feitos com um diâmetro ligeiramente maior que o do buraco e resfriados com "gelo seco" (CO_2 sólido) antes de serem colocados nos respectivos buracos. Sabendo que o diâmetro de um buraco é 4,500 mm, qual deve ser o diâmetro de um rebite a 23,0 °C para que seu diâmetro fique igual ao do buraco quando o rebite for esfriado até −78,0 °C, a temperatura do gelo seco que será usado? Suponha que o coeficiente de dilatação permaneça constante, no valor dado na Tabela 17.1.

17.15 •• Um cilindro de cobre está inicialmente a 20,0 °C. Em que temperatura seu volume torna-se 0,150% maior do que a 20,0 °C?

17.16 •• Um domo geodésico construído com estrutura de alumínio é um hemisfério quase perfeito; seu diâmetro mede 55,0 m em um dia de inverno a uma temperatura de −15 °C. Qual é o aumento do espaço interior do domo no verão, quando a temperatura é 35 °C?

17.17 •• Um frasco de vidro com volume igual a 1.000,00 cm^3 a 0,0 °C está completamente cheio de mercúrio a essa mesma temperatura. Quando esse sistema é aquecido até 55,0 °C, um volume de 8,95 cm^3 de mercúrio transborda. Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio é igual a $18{,}0 \times 10^{-5}\ K^{-1}$, calcule o coeficiente de dilatação volumétrica do vidro.

17.18 •• Um tanque de aço é completamente cheio com 1,90 m^3 de etanol quando tanto o tanque quanto o etanol estão à temperatura de 32,0 °C. Quando o tanque e seu conteúdo tiverem esfriado até 18,0 °C, que volume adicional de etanol pode ser colocado?

17.19 •• Um torneiro mecânico faz um furo de diâmetro igual a 1,35 cm em uma placa de aço a uma temperatura de 25,0 °C. Qual é a área da seção reta do orifício (a) a 25,0 °C; (b) quando a temperatura da placa aumenta para 175 °C? Suponha que o coeficiente de dilatação linear permaneça constante nesse intervalo de temperatura.

17.20 •• Você é o novo engenheiro mecânico da Motores Inc. e foi incumbido de projetar pistões de latão para deslizarem dentro de cilindros de aço. Os motores em que esses pistões serão usados funcionarão entre 20,0 °C e 150,0 °C. Suponha que os coeficientes de dilatação se mantenham constantes nesse intervalo de temperatura. (a) Se o pistão se encaixa perfeitamente no cilindro a 20,0 °C, os motores funcionarão em temperaturas mais altas? Explique. (b) Se os pistões cilíndricos têm 25,000 cm de diâmetro a 20,0 °C, qual deveria ser o diâmetro mínimo dos cilindros nessa temperatura para que os pistões funcionassem a 150,0 °C?

17.21 •• Os trilhos de aço de uma estrada de ferro estão dispostos em segmentos de 12,0 m de comprimento ligados pelas extremidades. Os trilhos são instalados em um dia de inverno, com temperatura igual a −9,0 °C. (a) Qual o espaço que deve ser mantido entre dois segmentos de trilho adjacentes de modo que eles se toquem em um dia de verão com uma temperatura de 33,0 °C? (b) Caso os trilhos estivessem em contato inicialmente, qual seria a tensão sobre eles em um dia de verão a uma temperatura de 33,0 °C?

17.22 •• Uma barra de latão possui comprimento igual a 185 cm e diâmetro igual a 1,60 cm. Qual é a força que deve ser aplicada a cada extremidade da barra para impedir que ela se contraia quando for esfriada de 120,0 °C para 10,0 °C?

Seção 17.5 Quantidade de calor

17.23 •• Uma chaleira de alumínio com massa igual a 1,10 kg e contendo 1,80 kg de água é colocada para esquentar em um fogão. Supondo que não haja nenhuma perda de calor para o ambiente, qual é a quantidade de calor a ser adicionada para elevar a temperatura de 20,0 °C a 85,0 °C?

17.24 • Para se manter acordado em seus estudos durante uma noite inteira, um estudante prepara uma xícara de café inicialmente colocando um aquecedor elétrico de 200 W em 0,320 kg de água. (a) Qual é o calor transferido para a água para elevar sua temperatura de 20,0 °C a 80,0 °C? (b) Quanto tempo é necessário? Suponha que toda a potência do aquecedor seja transformada em calor para aquecer a água.

17.25 • BIO Durante uma corrida, um estudante de 70 kg gera uma energia térmica a uma taxa de 1.200 W. Para manter a temperatura do corpo constante e igual a 37 °C, essa energia deve ser removida pela transpiração ou por outros mecanismos. Caso esses mecanismos falhem e o calor não possa ser removido do corpo do estudante, durante quanto tempo ele poderia correr antes que ocorresse um dano irreversível a seu corpo? (*Nota:* as estruturas das proteínas no corpo são irreversivelmente danificadas quando a temperatura do corpo passa de 44 °C. O calor específico de um corpo humano típico é igual a 3.480 J/kg · K, ligeiramente menor que o da água. A diferença é produzida pela presença de proteínas, gorduras e minerais, que possuem calores específicos menores.)

17.26 • BIO **Perda de calor durante a respiração.** Em climas muito frios, um mecanismo importante na perda de calor pelo corpo humano é a energia gasta para aquecer o ar nos pulmões a cada respiração. (a) Em um dia de inverno muito frio, quando a temperatura é −20 °C, qual é a quantidade de calor necessária para aquecer 0,50 L de ar trocado na respiração até atingir a temperatura do corpo humano (37 °C)? Suponha que o calor específico do ar seja igual a 1.020 J/kg · K e que a massa de 1,0 L de ar seja $1{,}3 \times 10^{-3}$ kg. (b) Qual o calor perdido por hora considerando 20 respirações por minuto?

17.27 • Você precisa descobrir o calor específico de uma amostra de metal. Você pesa a amostra e descobre que seu peso é 28,4 N. Então acrescenta, cuidadosamente, $1{,}25 \times 10^4$ J à amostra e descobre que sua temperatura sobe 18,0 °C. Qual é o calor específico da amostra?

17.28 •• **Aquecedores de água por demanda.** Os aquecedores de água quente convencionais consistem em um tanque de água mantido a uma temperatura fixa. A água quente será usada quando necessário. As desvantagens são que a energia é desperdiçada, pois o tanque perde calor quando não está em uso, e que você pode ficar sem água quente se utilizá-la em demasia. Algumas empresas de energia elétrica estão encorajando o uso de aquecedores de água *por demanda* (também conhecidos como *aquecedores flash*), que consistem em unidades de aquecimento para aquecer a água à medida que você a utiliza. Não existe reservatório de água e, portanto, nenhum calor é desperdiçado. A taxa de uso de água em um chuveiro doméstico é de 9,46 L/min, com a água sendo aquecida de 10 °C para 49 °C pelo aquecedor por demanda. Que taxa de entrada de calor (por eletricidade ou por gás) é necessária para operar essa unidade, supondo que todo o calor vá para a água?

17.29 • PC Um trabalhador pintando o topo de uma antena a uma altura de 225 m deixa cair acidentalmente da sua mochila uma garrafa com 1,0 L de água. A garrafa é amortecida por arbustos e atinge o solo sem se quebrar. Supondo que a água absorva uma quantidade de calor igual ao módulo da variação da energia potencial, qual é o aumento da temperatura da água?

17.30 • PC Um trem do metrô com massa igual a 25.000 kg viajando inicialmente a 15,5 m/s diminui sua velocidade e para em uma estação, permanecendo lá por tempo suficiente para que seus freios esfriem. As dimensões da estação são 65,0 m de comprimento por 20,0 m de largura e 12,0 m de altura. Supondo que todo o trabalho realizado pelos freios para parar o trem seja transferido como calor uniformemente para todo o ar na estação, quanto aumenta a temperatura do ar na estação? Considere a densidade do ar 1,20 kg/m^3, e seu calor específico como 1.020 J/kg · K.

17.31 • PC A temperatura de um prego aumenta quando é cravado em uma placa. Supondo que 60% da energia cinética fornecida por um martelo de 1,80 kg com velocidade de 7,80 m/s seja transformada em calor para aquecer o prego, e que não exista fluxo de calor para fora dele, qual seria o aumento da temperatura de um prego de 8,00 g de alumínio depois que ele recebesse dez marteladas?

17.32 • Um técnico mede o calor específico de um líquido não identificado introduzindo um resistor elétrico nesse líquido. A energia elétrica é convertida no calor transferido ao líquido durante 120 s a uma taxa constante de 65,0 W. A massa do líquido é 0,780 kg, e sua temperatura cresce de 18,55 °C a 22,54 °C. (a) Calcule o calor específico médio do líquido nesse intervalo de temperatura. Suponha que não haja perda de calor nem para o ambiente nem para o recipiente que contém o líquido. (b) Suponha agora que o calor transferido ao ambiente e ao recipiente não seja desprezível. O resultado calculado na parte (a) seria uma estimativa *superestimada* ou *subestimada* do calor específico médio? Explique.

17.33 •• **PC** Uma bala de 15,0 g viajando horizontalmente a 865 m/s atravessa um tanque contendo 13,5 kg de água e emerge com uma velocidade de 534 m/s. Qual é o aumento de temperatura máximo que a água poderia ter em consequência desse evento?

Seção 17.6 Calorimetria e transições de fase

17.34 • Você tem 750 g de água a 10,0 °C em um grande recipiente isolado. Quanta água fervendo a 100,0 °C você precisa acrescentar a esse recipiente para que a temperatura final da mistura seja 75 °C?

17.35 •• Um bloco de 500,0 g de um metal desconhecido, que esteve na água fervente por vários minutos, é rapidamente colocado dentro de um copo de isopor (isolante) contendo 1,00 kg de água à temperatura ambiente (20,0 °C). Depois de esperar e mexer delicadamente por 5,00 minutos, você observa que a temperatura da água alcançou o valor constante de 22,0 °C. (a) Supondo que o isopor absorva uma quantidade desprezível de calor e que nenhum calor seja perdido para o ambiente, qual é o calor específico do metal? (b) Que material é mais útil para armazenar energia térmica: esse metal ou uma quantidade igual de água? Explique. (c) Suponha agora que o calor absorvido pelo isopor não seja desprezível. O calor específico calculado na parte (a) seria alto demais, baixo demais ou continuaria sendo correto? Explique.

17.36 • **BIO** **Tratamento para um acidente vascular cerebral.** Um tratamento sugerido para pessoas que sofreram um acidente vascular cerebral é a imersão em uma banheira de água gelada a 0 °C para reduzir a temperatura do corpo, impedindo danos ao cérebro. Em um conjunto de testes, os pacientes foram resfriados até que sua temperatura interna alcançasse 32,0 °C. Para tratar de um paciente com 70,0 kg, qual é a quantidade mínima de gelo (a 0 °C) que você precisa ter na banheira para que a temperatura permaneça a 0 °C? O calor específico do corpo humano é 3.480 J/kg · °C, e lembre-se de que a temperatura normal do corpo é 37,0 °C.

17.37 •• Um ferreiro resfria um pedaço de ferro de 1,20 kg, inicialmente a 650,0 °C, derramando água a 15,0 °C sobre ele. Toda a água ferve, e o ferro acaba ficando com 120,0 °C. Quanta água o ferreiro precisou derramar sobre o ferro?

17.38 •• Um calorímetro de cobre com massa igual a 0,100 kg contém 0,160 kg de água e 0,0180 kg de gelo em equilíbrio térmico na pressão atmosférica. Se um bloco de chumbo de 0,750 kg, a uma temperatura de 255 °C, for colocado no recipiente, qual será a temperatura final de equilíbrio? Suponha que não ocorra nenhuma perda de calor para o ambiente.

17.39 •• Uma panela de cobre com massa de 0,500 kg contém 0,170 kg de água, e ambos estão a 20,0 °C. Um bloco de ferro de 0,250 kg a 85,0 °C é jogado na panela. Determine a temperatura final do sistema, supondo que não ocorra nenhuma perda de calor para o ambiente.

17.40 • Em um recipiente com massa desprezível, misturam-se 0,200 kg de gelo a uma temperatura inicial de −40,0 °C a uma massa *m* de água que possui temperatura inicial de 80,0 °C. Não há perda de calor para o ambiente. Se a temperatura final do sistema for 28,0 °C, qual é a massa *m* da água que estava inicialmente a 80,0 °C?

17.41 • Um pedaço de cobre sólido com 6,00 kg, a uma temperatura inicial *T*, é colocado junto a 2,00 kg de gelo inicialmente a −20,0 °C. O gelo está em um recipiente isolado, com massa desprezível, e nenhum calor é trocado com o ambiente. Depois que o equilíbrio térmico for atingido, há 1,20 kg de gelo e 0,80 kg de água líquida. Qual era a temperatura inicial do pedaço de cobre?

17.42 • **BIO** Antes de ir fazer seu exame médico anual, um homem de 70,0 kg cuja temperatura é 37,0 °C consome uma lata inteira de 0,355 L de refrigerante (quase todo composto de água) a 12,0 °C. (a) Qual deve ser a temperatura do corpo dele quando o equilíbrio for atingido? Despreze qualquer efeito de aquecimento provocado pelo metabolismo do homem. O calor específico do corpo do homem é igual a 3.480 J/kg · K. (b) A variação de temperatura do corpo dele é suficiente para que possa ser lida por um termômetro médico comum?

17.43 •• **BIO** **Taxa de metabolismo basal.** Na situação descrita no Exercício 17.42, o metabolismo do homem acabará fazendo com que sua temperatura final de equilíbrio (e a da bebida ingerida) volte a 37,0 °C. Supondo que o corpo libere energia a uma taxa de $7{,}00 \times 10^3$ kJ/dia (conhecida pela sigla BMR, que significa *taxa metabólica basal*), quanto tempo o processo levaria? Suponha que toda a energia liberada seja usada para elevar a temperatura.

17.44 •• Uma bandeja de cubos de gelo com massa desprezível contém 0,290 kg de água a 18,0 °C. Qual é a quantidade de calor necessária para esfriar a água até 0,0 °C e solidificá-la? Dê a resposta em joules, calorias e Btu.

17.45 • Qual é o calor total necessário para converter 18,0 g de gelo a −10,0 °C em vapor d'água a 100,0 °C? Dê a resposta em joules, calorias e Btu.

17.46 •• Um recipiente aberto contém 0,550 kg de gelo a −15,0 °C. A massa do recipiente pode ser desprezada. Fornecemos calor ao recipiente a uma taxa de 800,0 J/min durante 500,0 min. (a) Depois de quantos minutos o gelo *começa* a derreter? (b) Depois de quantos minutos, a partir do momento em que o aquecimento começou, a temperatura começará a se tornar maior que 0,0 °C? (c) Faça um gráfico mostrando a temperatura em função do tempo decorrido.

17.47 • **PC** Qual deve ser a velocidade inicial de uma bala de chumbo a uma temperatura de 25,0 °C para que o calor produzido quando ela atinge o repouso seja exatamente suficiente para fundi-la? Suponha que toda a energia mecânica inicial da bala seja convertida em calor e que não haja nenhum fluxo de calor da bala para suas vizinhanças. (A bala sai do cano de um rifle típico com uma velocidade maior que a velocidade do som no ar, que é igual a 347 m/s a 25,0 °C.)

17.48 •• **BIO** **Queimadura de água *versus* queimadura de vapor d'água.** Qual é o calor transferido para sua pele quando ela recebe calor liberado (a) por 25,0 g de vapor d'água inicialmente a 100,0 °C, quando ele esfria até atingir a temperatura da pele (34,0 °C)? (b) Por 25,0 g de água inicialmente a 100,0 °C, quando ela esfria até atingir 34,0 °C? (c) O que você pode concluir acerca da intensidade relativa de queimadura causada por água quente e de queimadura causada por vapor d'água?

17.49 • **BIO** **"O navio do deserto".** Os camelos necessitam de pouca água porque seus corpos podem tolerar variações de

temperatura relativamente grandes. Enquanto um homem mantém a temperatura do corpo constante com uma flutuação de um até dois graus Celsius, um camelo desidratado pode suportar uma queda da temperatura em seu corpo para até 34,0 °C durante a noite e um aumento da temperatura para até 40,0 °C durante o dia. Para verificar a eficácia desse mecanismo de retenção de água, calcule quantos litros de água um camelo de 400 kg teria de beber caso fosse necessário manter a temperatura do seu corpo constante e igual a 34 °C pela vaporização do suor durante o dia (12h), em vez de deixar sua temperatura aumentar até 40 °C. (*Nota:* o calor específico de um camelo ou de qualquer outro mamífero é aproximadamente igual ao de um homem típico, 3.480 J/kg · K. O calor de vaporização da água a 34 °C é igual a $2{,}42 \times 10^6$ J/kg.)

17.50 • **BIO** A vaporização do suor é um mecanismo de controle da temperatura de animais de sangue quente. (a) Qual é a massa de água que deve evaporar da pele de um homem de 70,0 kg para que a temperatura do seu corpo diminua 1,00 °C? O calor de vaporização da água na temperatura do corpo (37 °C) é igual a $2{,}42 \times 10^6$ J/kg. O calor específico típico do corpo humano é 3.480 J/kg · K. (Veja o Exercício 17.25.) (b) Qual é o volume de água que o homem deve beber para repor a água vaporizada? Compare o resultado com o volume de uma lata de refrigerante (355 cm^3).

17.51 •• **PC** Um asteroide com diâmetro de 10 km e massa de $2{,}60 \times 10^{15}$ kg cai sobre a Terra à velocidade de 32,0 km/s, aterrissando no oceano Pacífico. Se 1,0% da energia cinética do asteroide é utilizada na vaporização da água do oceano (suponha uma temperatura inicial da água de 10,0 °C), qual a massa de água que será vaporizada pela colisão? (A título de comparação, a massa de água contida no Lago Superior é cerca de 2×10^{15} kg.)

17.52 • Um técnico de laboratório coloca em um calorímetro uma amostra de 0,0850 kg de um material desconhecido, a uma temperatura de 100,0 °C. O recipiente do calorímetro, inicialmente a 19,0 °C, é feito com 0,150 kg de cobre e contém 0,200 kg de água. A temperatura final do calorímetro e seu conteúdo é 26,1 °C. Calcule o calor específico da amostra.

17.53 •• Um recipiente isolado de massa desprezível contém 0,250 kg de água a uma temperatura de 75,0 °C. Quantos quilogramas de gelo a uma temperatura de −20,0 °C devem ser colocados na água para que a temperatura final do sistema seja igual a 40,0 °C?

17.54 • Um lingote de prata de 4,00 kg é retirado de um forno com temperatura igual a 750,0 °C e colocado sobre um grande bloco de gelo a 0,0 °C. Supondo que todo o calor liberado pelo lingote seja usado para fundir o gelo, qual é a quantidade de gelo que deve ser fundida?

17.55 •• Um vaso cujas paredes são termicamente isoladas contém 2,40 kg de água e 0,450 kg de gelo, tudo a 0,0 °C. Um tubo proveniente de um aquecedor que produz vapor de água em ebulição na pressão atmosférica é colocado no interior da água. Quantos gramas de vapor d'água devem condensar no interior do vaso (também na pressão atmosférica) para fazer a temperatura do sistema chegar a 28,0 °C? Despreze o calor transferido para o recipiente.

Seção 17.7 Mecanismos de transferência de calor

17.56 •• Duas barras, uma composta de latão e outra de cobre, são unidas ponta a ponta. O comprimento da seção de latão é 0,300 m, e o da seção de cobre é 0,800 m. Cada segmento possui uma área de seção reta de 0,00500 m^2. A ponta livre do segmento de latão está em uma mistura de água e gelo, nos dois casos sob pressão atmosférica normal. Os lados das barras são isolados, de modo que não há perda de calor para o ambiente. (a) Qual é a temperatura do ponto onde os segmentos de latão e cobre são unidos? (b) Que massa de gelo é derretida em 5,00 minutos pelo calor conduzido pela barra composta?

17.57 • Suponha que a barra da Figura 17.24a seja feita de cobre, tenha 45,0 cm de comprimento e área da seção reta igual a 1,25 cm^2. Seja $T_H = 100{,}0$ °C e $T_C = 0{,}0$ °C. (a) Qual é o gradiente de temperatura no estado estacionário final ao longo da barra? (b) Qual é a taxa de transferência de calor na barra no estado estacionário final? (c) Qual é a temperatura final do estado estacionário em um ponto da barra situado a 12,0 cm da extremidade esquerda da barra?

17.58 •• Uma das extremidades de uma barra metálica isolada é mantida a 100,0 °C, e a outra extremidade é mantida a 0,0 °C por uma mistura de gelo e água. A barra tem 60,0 cm de comprimento e uma seção reta com área igual a 1,25 cm^2. O calor conduzido pela barra produz a fusão de 8,50 g de gelo em 10,0 min. Ache a condutividade térmica k do metal.

17.59 •• Um carpinteiro constrói a parede externa de uma casa usando uma camada de madeira com 3,0 cm de espessura e uma camada de isopor com espessura de 2,2 cm na superfície interna da parede. A madeira possui $k = 0{,}080$ W/m · K e o isopor possui $k = 0{,}027$ W/m · K. A temperatura da superfície interna da parede é igual a 19,0 °C e a temperatura da superfície externa é igual a −10,0 °C. (a) Qual é a temperatura na superfície da junção entre a madeira e o isopor? (b) Qual é a taxa de transferência de calor por metro quadrado através dessa parede?

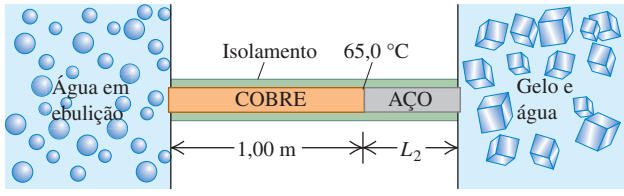
17.60 • Um fogão de cozinha elétrico tem paredes com área total igual a 1,40 m^2 e um isolante com uma camada de fibra de vidro de espessura igual a 4,00 cm. A superfície interna da fibra de vidro possui temperatura igual a 175 °C e a superfície externa está a 35,0 °C. A condutividade térmica da fibra de vidro é 0,040 W/m · K. (a) Qual é a taxa de transferência de calor através do isolante, supondo que ele possa ser tratado como uma placa de área total igual a 1,40 m^2? (b) Que potência elétrica deve ser fornecida ao elemento aquecedor para manter a temperatura necessária?

17.61 • **BIO** **Condução através da pele.** O sangue desempenha um papel importante na remoção de calor do corpo, trazendo essa energia diretamente para a superfície, onde pode ser irradiada. Apesar disso, o calor ainda precisa atravessar a pele antes que possa ser eliminado. Suponha que o sangue seja trazido até a camada interna da pele a 37,0 °C e que a superfície externa da pele esteja a 30,0 °C. A pele varia de espessura de 0,50 até alguns milímetros nas palmas e solas, portanto, vamos considerar uma espessura média de 0,75 mm. Um adulto normal possui uma área de superfície com cerca de 2,0 m^2 e perde calor a uma taxa total de 75 W enquanto está em repouso. Com base em nossas suposições, qual a condutividade térmica da pele dessa pessoa?

17.62 • Uma das extremidades de uma barra longa, isolada na superfície lateral para impedir a perda de calor para o ambiente, está em contato térmico perfeito com água em ebulição (na pressão atmosférica), e a outra extremidade está em contato com uma mistura de água e gelo (**Figura E17.62**). A barra é composta por uma seção de 1,00 m de cobre (com uma extremidade no vapor d'água) e ligada pela outra extremidade a uma seção de aço de comprimento L_2 (com extremidade imersa na mistura de água e gelo). As duas seções da barra possuem uma seção reta com a mesma área de 4,00 cm^2. A temperatura da junção entre o cobre e o aço é igual a 65,0 °C depois de ser atingido o estado estacionário. (a) Qual é a quantidade de calor por segundo que flui do lado em contato com o vapor para a extremidade imersa

na mistura de água e gelo? (b) Qual é o comprimento L_2 da seção de aço?

Figura E17.62



17.63 • Uma panela com fundo de aço de espessura igual a 8,50 mm está em repouso sobre um fogão quente. A área da base da panela é 0,150 m^2. A água no interior da panela está a 100,0 °C, e são vaporizados 0,390 kg de água a cada 3,00 min. Calcule a temperatura da superfície inferior da panela que está em contato com o fogão.

17.64 •• Você foi encarregado de projetar uma barra de aço cilíndrica de 50,0 cm de comprimento, com uma seção reta circular, que conduzirá 190,0 J/s de um forno a 400,0 °C a um recipiente de água fervente à pressão de uma atmosfera. Qual deve ser o diâmetro da barra?

17.65 •• Uma janela panorâmica tem dimensões de 1,40 m × 2,50 m e é feita de vidro com 5,20 mm de espessura. Em um dia de inverno, a temperatura exterior é −20,0 °C, enquanto a temperatura interior é confortável: 19,5 °C. (a) Qual a taxa de perda de calor por condução pela janela? (b) Qual seria a taxa de perda de calor se você cobrisse a janela com uma camada de papel de 0,750 mm de espessura (condutividade térmica de 0,0500 W/m · K)?

17.66 • Qual é a taxa de irradiação da energia por unidade de área de um corpo negro que está a uma temperatura de (a) 273 K; (b) 2.730 K?

17.67 •• Uma panela esférica contém 0,75 L de café quente (basicamente água) a uma temperatura inicial de 95 °C. A panela tem uma emissividade de 0,60, e o ambiente está a 20,0 °C. Calcule a taxa de perda de calor por radiação do café.

17.68 •• A emissividade do tungstênio é igual a 0,350. Uma esfera de tungstênio com raio de 1,50 cm está suspensa no interior de um grande recipiente a vácuo cujas paredes estão a 290,0 K. Que potência deve ser fornecida à esfera para manter sua temperatura em 3.000,0 K, desprezando-se a condução de calor ao longo do suporte da esfera?

17.69 • **Área do filamento de uma lâmpada incandescente.** A temperatura de operação do filamento de tungstênio de uma lâmpada incandescente é 2.450 K e sua emissividade é igual a 0,350. Calcule a área da superfície do filamento de uma lâmpada de 150 W, supondo que toda energia elétrica consumida pela lâmpada seja convertida em ondas eletromagnéticas pelo filamento. (Somente uma fração do espectro irradiado corresponde à luz visível.)

17.70 • **Raios das estrelas.** A superfície quente e brilhante de uma estrela emite energia sob forma de radiação eletromagnética. É uma boa aproximação considerar $e = 1$ para essas superfícies. Calcule os raios das seguintes estrelas (supondo que elas sejam esféricas): (a) Rigel, a estrela azul brilhante da constelação de Órion, que irradia energia com uma taxa de $2{,}7 \times 10^{32}$ W e tem uma temperatura de superfície igual a 11.000 K; (b) Procyon B (visível somente com um telescópio), que irradia energia com uma taxa de $2{,}1 \times 10^{23}$ W e tem uma temperatura de superfície igual a 10.000 K. (c) Compare suas respostas com o raio da Terra, com o raio do Sol e com a distância entre a Terra e o Sol. (Rigel é um exemplo de estrela *supergigante*, e Procyon B é uma estrela *anã branca*.)

PROBLEMAS

17.71 •• **PC** Um pêndulo de Foucault consiste em uma esfera de latão com um diâmetro de 35,0 cm suspensa por um cabo de aço de 10,5 m de comprimento (ambas as medições efetuadas a 20,0 °C). Em decorrência de um descuido no projeto, a esfera oscilante passa rente ao chão, a apenas 2,0 mm de distância, quando a temperatura é 20,0 °C. Em que temperatura a esfera começa a tocar o chão?

17.72 •• Suponha que fosse possível a construção de um aro de aço que se encaixasse com precisão no equador da Terra a uma temperatura de 20,0 °C. Qual seria o espaço entre o aro e a superfície terrestre caso a temperatura do aro aumentasse 0,500 °C?

17.73 ••• Você propõe uma nova escala de temperaturas com valores dados em °M. Você define 0,0 °M como o ponto de fusão do mercúrio, e 100,0 °M como o ponto normal de ebulição do mercúrio. (a) Qual é o ponto normal de ebulição da água em °M? (b) Uma variação de temperatura de 10,0 °M corresponde a quantos graus Celsius?

17.74 • **PC CALC** Um peso de 250 kg é pendurado no teto com um fio de cobre fino. Em seu modo fundamental, esse fio vibra na frequência de um A (lá) com afinação de concerto (440 Hz). A seguir, você aumenta a temperatura do fio em 40 °C. (a) Por qual valor a frequência fundamental varia? Ela aumentará ou diminuirá? (b) Por qual porcentagem a velocidade da onda no fio varia? (c) Por qual porcentagem o comprimento de onda da onda estacionária fundamental varia? Ele aumentará ou diminuirá?

17.75 ••• Você está fazendo um molho pesto para seu macarrão e usa uma xícara cilíndrica de medição com 10,0 cm de altura, feita de vidro comum [$\beta = 2{,}7 \times 10^{-5}\ (°C)^{-1}$], cheia de azeite de oliva [$\beta = 6{,}8 \times 10^{-4}\ (°C)^{-1}$] até uma altura 3,00 mm abaixo do topo da xícara. Inicialmente, a xícara e o azeite estão à temperatura ambiente (22,0 °C). Você recebe um telefonema e se esquece do azeite, deixando-o sobre o fogão quente. A xícara e o azeite se aquecem devagar e atingem uma temperatura comum. Em que temperatura o azeite começará a transbordar da xícara?

17.76 •• A trena de aço de 30,0 m de um agrimensor está correta a 20,0 °C. A distância entre dois pontos, medida por essa fita em um dia com temperatura de 5,00 °C, é 25,970 m. Qual é a distância verdadeira entre os pontos?

17.77 •• Uma barra metálica com 30,0 cm de comprimento se expande de 0,0650 cm quando sua temperatura aumenta de 0,0 °C até 100,0 °C. Uma barra de outro metal com o mesmo comprimento dilata-se 0,0350 cm com a mesma variação de temperatura. Uma terceira barra, também com 30,0 cm de comprimento, feita pela junção de dois pedaços dos materiais mencionados, conectados pelas suas extremidades, dilata-se de 0,0580 cm entre 0,0 °C e 100,0 °C. Calcule o comprimento de cada pedaço da barra composta.

17.78 •• Em uma fria manhã de sábado (4,0 °C), uma piloto enche de combustível o seu Pitts S-2C (um avião acrobático com dois assentos) até completar sua capacidade máxima de 106,0 L. Antes de voar no domingo pela manhã, quando a temperatura é novamente igual a 4,0 °C, ela verifica o nível do combustível e nota que existem somente 103,4 L de gasolina nos tanques de

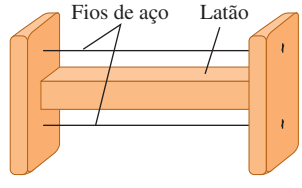
alumínio. Ela conclui que a temperatura no sábado à tarde se elevou e que a expansão térmica da gasolina fez com que o combustível que faltava transbordasse por uma saída dos tanques. (a) Qual foi a temperatura máxima (em °C) atingida pelo combustível na tarde de sábado? O coeficiente de dilatação volumétrica da gasolina é igual a $9{,}5 \times 10^{-4}\ \mathrm{K}^{-1}$. (b) Para que ela pudesse dispor de maior quantidade de combustível para o voo, quando deveria ter enchido o tanque?

17.79 ••• (a) A Equação 17.12 fornece a tensão necessária para manter constante o comprimento da barra à medida que a temperatura varia. Mostre que, se o comprimento pudesse variar de ΔL quando sua temperatura varia por ΔT, a tensão seria dada por

$$\frac{F}{A} = Y\left(\frac{\Delta L}{L_0} - \alpha\,\Delta T\right)$$

onde F é a tensão na barra, L_0 é o comprimento original da barra, A é a área da seção reta, α é seu coeficiente de dilatação linear e Y é o módulo de Young. (b) Uma pesada barra de latão possui duas projeções ligadas em suas extremidades, como mostra a **Figura P17.79**. Dois fios finos de aço, amarrados entre as projeções, estão apenas levemente esticados (sem nenhuma tensão) quando o sistema está a 20 °C. Qual é a tensão de dilatação nos fios de aço quando a temperatura do sistema se eleva até 140 °C? Faça as hipóteses simplificadoras que julgar necessárias, porém enuncie e explique o que elas significam.

Figura P17.79



17.80 •• PC Um fio de metal, com densidade ρ e módulo de Young Y, é esticado entre suportes rígidos. À temperatura T, verifica-se que a velocidade da onda transversal é v_1. Quando a temperatura é elevada para $T + \Delta T$, a velocidade diminui para $v_2 < v_1$. Determine o coeficiente de expansão linear do fio.

17.81 •• Um anel de aço, cujo diâmetro interno a 20,0 °C é 6,3500 cm, deve ser aquecido para se encaixar em um eixo de latão com diâmetro externo igual a 6,3551 cm a 20,0 °C. (a) Até que temperatura o anel deve ser aquecido? (b) Se o anel e o eixo forem resfriados simultaneamente por algum meio, como o ar líquido, em que temperatura o anel começa a deslizar para fora do eixo?

17.82 • BIO ***Donuts*: café da manhã dos campeões!** Um *donut* típico contém 2,0 g de proteína, 17,0 g de carboidratos e 7,0 g de gordura. Os valores médios de energia do alimento são 4,0 kcal/g para proteína e carboidratos e 9,0 kcal/g para a gordura. (a) Durante um exercício intenso, uma pessoa normal utiliza energia a uma taxa de 510 kcal/h. Quanto tempo você teria de se exercitar para "gastar" um *donut*? (b) Se a energia no *donut* pudesse, de alguma maneira, ser convertida em energia cinética de seu corpo como um todo, com que velocidade você poderia se mover depois de comer o *donut*? Considere que sua massa é 60 kg e expresse sua resposta em m/s e em km/h.

17.83 •• BIO **Calafrios.** Sentir calafrios é a forma de seu corpo gerar calor para restaurar sua temperatura interna aos 37 °C normais, e ele produz aproximadamente 290 W de potência de calor por metro quadrado de área do corpo. Uma mulher de 68 kg e 1,78 m de altura tem aproximadamente 1,8 m^2 de área na superfície. Quanto tempo essa mulher teria de tremer para elevar sua temperatura corporal em 1,0 °C, supondo que o corpo não perca nada desse calor? O calor específico do corpo humano é cerca de 3.500 J/kg · K.

17.84 •• Você resfria um pedaço de ferro candente (temperatura igual a 745 °C), de massa igual a 100,0 g, mergulhando-o em um recipiente isolado de massa desprezível contendo 85,0 g de água a 20,0 °C. Supondo que não haja nenhuma troca de calor com o meio ambiente, (a) qual é a temperatura final da água e (b) qual é a massa final do ferro e da água restante?

17.85 •• CALC **Lei T^3 de Debye.** Em temperaturas muito baixas, o calor específico molar do sal de rocha varia com a temperatura de acordo com a lei T^3 de Debye:

$$C = k\frac{T^3}{\theta^3}$$

onde $k = 1.940$ J/mol · K e $\theta = 281$K. (a) Qual é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1,50 mol de sal de rocha de 10,0 K até 40,0 K? (*Dica:* use a Equação 17.18 na forma $dQ = nC\,dT$ e integre.) (b) Qual é o calor específico molar médio nessa faixa? (c) Qual é o calor específico molar verdadeiro a 40,0 K?

17.86 •• PC Um homem com 70,0 kg de massa está em uma banheira. Esta possui 190,0 cm de comprimento e 80,0 cm de largura; antes de a pessoa entrar, a profundidade da água era de 24,0 cm. A água está a uma temperatura de 37,0 °C. Suponha que a água esfriasse espontaneamente e formasse gelo a 0,0 °C, e que toda a energia liberada fosse usada para lançar o infeliz banhista verticalmente para cima. Qual seria a altura atingida pelo banhista? (Como você verá no Capítulo 20, esse evento é permitido pela conservação da energia, porém é proibido pela segunda lei da termodinâmica.)

17.87 • **Ar quente em uma aula de física.** (a) Um estudante típico assistindo a uma aula de física atentamente produz um calor de 100 W. Qual é a quantidade de calor produzida por uma turma de 140 alunos de física em um anfiteatro ao longo de 50 minutos de aula? (b) Suponha que todo o calor calculado na parte (a) seja transferido para 3.200 m^3 de ar do anfiteatro. O calor específico do ar é igual a 1.020 J/kg · K e sua densidade é 1,20 kg/m^3. Sabendo que não ocorre nenhuma perda de calor e o ar-condicionado está desligado, qual é o aumento da temperatura do ar do anfiteatro durante os 50 minutos de aula? (c) Quando os alunos estão fazendo uma prova, o calor produzido por aluno aumenta para 280 W. Qual seria o aumento de temperatura do ar do anfiteatro durante 50 minutos, nesse caso?

17.88 ••• CALC O calor específico molar de certa substância varia com a temperatura de acordo com a seguinte equação empírica:

$$C = 29{,}5\ \mathrm{J/mol \cdot K} + (8{,}20 \times 10^{-3}\ \mathrm{J/mol \cdot K^2})\,T$$

Qual é o calor necessário para fazer a temperatura de 3,00 mol dessa substância variar de 27 °C até 227 °C? (*Dica:* use a Equação 17.18 na forma $dQ = nC\,dT$ e integre.)

17.89 •• BIO **Pedalando em um dia quente.** Se a temperatura do ar é igual à da sua pele (cerca de 30 °C), seu corpo não consegue se livrar do calor transferindo-o para o ar. Nesse caso, ele se livra do calor evaporando água (suor). Durante um percurso de bicicleta, o corpo de uma pessoa de 70 kg produz energia a uma taxa de aproximadamente 500 W em decorrência do metabolismo, 80% dos quais são convertidos em calor. (a) Quantos quilos de água o corpo dessa pessoa deverá evaporar em uma

hora para livrar-se desse calor? O calor de vaporização da água na temperatura do corpo é $2{,}42 \times 10^6$ J/kg. (b) A água evaporada naturalmente precisa ser reposta, ou a pessoa desidratará. Quantas garrafas de água de 750 ml o ciclista deverá beber a cada hora para repor a água perdida? (Lembre-se de que a massa de um litro de água é 1,0 kg.)

17.90 •• BIO **Superaquecimento.** (a) De quanto a temperatura do corpo do ciclista do Problema 17.89 aumentaria em uma hora se ele não pudesse se livrar do calor excessivo? (b) Esse aumento de temperatura é grande o suficiente para ser relevante? Para descobrir, qual seria a temperatura equivalente a uma febre, em °F? (Lembre-se de que a temperatura interna do corpo é 98,6 °F e o calor específico do corpo é 3.480 J/kg · °C.)

17.91 • BIO **Processo termodinâmico em um inseto.** O besouro bombardeiro africano (*Stenaptinus insignis*) pode emitir um jato de spray de defesa a partir da ponta móvel de seu abdome (**Figura P17.91**). O corpo desse inseto possui reservatórios contendo dois produtos químicos; quando o besouro é perturbado, esses produtos se combinam em uma câmara de reação, produzindo um composto aquecido de 20 °C a 100 °C pelo calor da reação. A alta pressão produzida permite que o composto seja espirrado em velocidades de até 19 m/s (68 km/h), assustando predadores de todos os tipos. (O besouro mostrado na Figura P17.91 possui 2 cm de comprimento.) Calcule o calor da reação dos dois produtos químicos (em J/kg). Suponha que o calor específico dos produtos químicos e do spray seja o mesmo que o da água, $4{,}19 \times 10^3$ J/kg · K, e que a temperatura inicial dos produtos químicos seja 20 °C.

Figura P17.91

17.92 •• **Água quente *versus* aquecimento a vapor.** Em um sistema de aquecimento domiciliar, a água é enviada aos radiadores a 70,0 °C e sai deles a 28,0 °C. O sistema deve ser substituído por outro no qual o vapor d'água a uma pressão de 1 atm se condensa nos radiadores, e o vapor condensado deixa os radiadores a 35,0 °C. Quantos quilogramas de vapor fornecerão o mesmo calor que foi fornecido por 1,00 kg de água quente no primeiro sistema?

17.93 •• Você tem 1,50 kg de água a 28,0 °C em um recipiente isolado e com massa desprezível. São adicionados 0,600 kg de gelo inicialmente a −22,0 °C. Suponha que nenhum calor seja trocado com o ambiente. (a) Após o equilíbrio térmico, todo o gelo terá sido derretido? (b) Se todo o gelo estiver derretido, qual é a temperatura final da água no recipiente? Se restar algum gelo, qual é a temperatura final da água no recipiente e quanto resta de gelo?

17.94 •• Uma enfermeira com sede resfria uma garrafa de 2,00 L de um refrigerante (água, em sua maior parte) derramando-o em uma grande caneca de alumínio com massa de 0,257 kg e acrescentando 0,120 kg de gelo inicialmente a −15,0 °C. Se o refrigerante e a caneca estiverem inicialmente a 20,0 °C, qual é a temperatura final do sistema, supondo que nenhum calor seja perdido?

17.95 ••• Um calorímetro de cobre com 0,446 kg de massa contém 0,0950 kg de gelo. O sistema está inicialmente a 0,0 °C. (a) Adicionando-se 0,0350 kg de vapor d'água a 100,0 °C e 1,00 atm de pressão à água do recipiente do calorímetro, qual será a temperatura final do calorímetro e de seu conteúdo? (b) Na temperatura final, quantos quilogramas de gelo, quanto vapor d'água e quantos litros de água existem no calorímetro?

17.96 • Um balde de isopor de massa desprezível contém 1,75 kg de água e 0,450 kg de gelo. Mais gelo, de um refrigerador a −15 °C, é acrescentado à mistura no balde e, quando o equilíbrio térmico é atingido, a massa total de gelo no balde é 0,884 kg. Supondo que não haja troca de calor com o meio ambiente, que massa de gelo foi acrescentada?

17.97 ••• Em um recipiente de massa desprezível, misturamos 0,0400 kg de vapor d'água a 100 °C e adiciona-se pressão atmosférica a 0,200 kg de água a 50,0 °C. (a) Se nenhum calor é perdido para as vizinhanças, qual é a temperatura final do sistema? (b) Quantos quilogramas de vapor d'água e de água líquida permanecem em equilíbrio na temperatura final?

17.98 •• BIO **Isolamento em mamíferos.** Animais em climas frios geralmente dependem de *duas* camadas de isolamento: uma camada de gordura do corpo (condutividade térmica igual a 0,20 W/m · K) cercada por uma camada de ar envolvida dentro da pele ou mais abaixo. Podemos modelar um urso negro (*Ursus americanus*) como uma esfera com 1,5 m de diâmetro tendo uma camada de gordura de 4,0 cm de espessura. (Na realidade, a espessura varia com a estação, mas estamos interessados na hibernação, quando a camada de gordura é mais grossa.) Nos estudos sobre hibernação de ursos, descobriu-se que a camada da superfície externa da pele está a 2,7 °C durante a hibernação, enquanto a superfície interna da camada de gordura está a 31,0 °C. (a) Qual é a temperatura no limite entre gordura e interior da pele para que o urso perca calor a uma taxa de 50,0 W? (b) Qual deverá ser a espessura da camada de ar (contida dentro da pele)?

17.99 •• **Efeito de uma janela em uma porta.** Um carpinteiro constrói uma porta de madeira maciça com dimensões de 2,00 m × 0,95 m × 5,0 cm. Sua condutividade térmica é $k = 0{,}120$ W/m · K. A película de ar sobre a superfície interna e a película sobre a superfície externa da porta produzem uma resistência térmica conjunta equivalente a uma camada de madeira adicional com espessura igual a 1,8 cm. A temperatura do ar no interior é igual a 20,0 °C, e a temperatura do ar exterior é igual a −8,0 °C. (a) Qual é a taxa de transferência de calor através da porta? (b) Qual é o fator de aumento da transferência de calor se uma janela quadrada de 0,500 m de lado for aberta na porta? O vidro possui espessura de 0,450 cm e sua condutividade térmica é igual a 0,80 W/m · K. A película de ar sobre a face interna e a película sobre a face externa do vidro produzem uma resistência térmica conjunta equivalente a uma camada de vidro adicional com espessura de 12,0 cm.

17.100 •• Um método experimental para medir a condutividade térmica de um material isolante consiste em construir uma caixa com esse material e medir a potência fornecida por um aquecedor elétrico no interior da caixa. Esse aquecedor mantém o interior da caixa a uma temperatura acima daquela da superfície externa. Suponha que esse dispositivo precise de uma potência de 180 W para manter a superfície interna da caixa a 65,0 °C acima da temperatura da superfície externa. A área total da caixa é igual a 2,18 m^2 e a parede possui espessura de 3,90 cm. Calcule a condutividade térmica do material em unidades SI.

17.101 •• Calcule a razão entre a perda de calor de uma janela simples com área de 0,15 m^2 e a perda de calor de uma janela dupla com a mesma área. A espessura do vidro de uma janela simples é 4,2 mm, e o espaço de ar entre os vidros de uma janela dupla tem espessura de 7,0 mm. A condutividade térmica do vidro é igual a 0,80 W/m · K. A película de ar sobre a superfície interna da sala e a película sobre a superfície externa produzem uma resistência térmica conjunta de 0,15 m^2 · K/W.

17.102 • Três barras, uma de cobre, uma de latão e outra de aço — cada qual com uma área da seção reta igual a 2,00 cm^2 — são soldadas juntas em uma armação em forma de Y. A extremidade livre da barra de cobre é mantida a 100,0 °C, e as extremidades livres das barras de latão e de aço são mantidas a 0 °C. Suponha que não exista perda de calor na superfície lateral de nenhuma barra. Os comprimentos das barras são: cobre, 13,0 cm; latão, 18,0 cm; aço, 24,0 cm. (a) Qual é a temperatura no ponto da junção entre as barras? (b) Qual a taxa de transferência de calor através de cada barra?

17.103 ••• Três barras, uma de latão (12,0 cm de comprimento), uma de cobre (18,0 cm) e outra de alumínio (24,0 cm) — cada qual com uma área da seção reta igual a 2,30 cm^3 — são soldadas juntas para formar uma barra com 54,0 cm, com o cobre na seção do meio. A extremidade livre da seção de latão é mantida a 100,0 °C, e a extremidade livre da seção de alumínio é mantida a 0,0 °C. Suponha que não exista perda de calor nas superfícies curvas e que a transferência de calor estacionária tenha sido estabelecida. Qual é (a) a temperatura T_1 no ponto da junção entre as seções de latão e cobre; (b) a temperatura T_2 no ponto da junção entre as seções de cobre e alumínio; (c) a transferência de calor na seção de alumínio?

17.104 •• BIO **Taxa metabólica basal.** A *taxa metabólica basal* é a taxa em que a energia é produzida no corpo quando uma pessoa está em repouso. Uma pessoa de 75 kg com 1,83 m de altura possui uma área de superfície de aproximadamente 2,0 m^2. (a) Qual é a quantidade resultante de calor que essa pessoa poderia irradiar por segundo em uma sala a 18 °C se a temperatura na superfície de sua pele for 30 °C? (Nessas temperaturas, quase todo o calor é radiação infravermelha, para a qual a emissividade do corpo é 1,0, independentemente da quantidade de pigmento.) (b) Normalmente, 80% da energia produzida pelo metabolismo se transforma em calor, enquanto o restante é convertido em coisas como bombear sangue e reparar células. Normalmente, também, uma pessoa em repouso pode se livrar desse calor em excesso simplesmente pela radiação. Use a resposta do item (a) para descobrir a taxa metabólica basal dessa pessoa.

17.105 ••• CALC **Tempo necessário para um lago congelar.** (a) Quando a temperatura do ar é 0 °C, a água da superfície de um lago congela e forma uma camada de gelo. Por que o gelo não se forma no volume total do lago? (b) Mostre que a espessura da camada de gelo da superfície do lago é proporcional à raiz quadrada do tempo, se o calor de fusão da água que congela abaixo da camada de gelo sofrer condução através dessa camada. (c) Supondo que a superfície exterior da camada de gelo esteja a uma temperatura de −10 °C e a superfície inferior esteja a 0 °C, calcule o tempo necessário para se formar uma camada de gelo com espessura de 25 cm. (d) Caso o lago no item (c) tenha uma profundidade de 40 m, quanto tempo seria necessário para que ocorresse o congelamento do volume total do lago? Seria provável que isso ocorresse?

17.106 • A energia irradiada pelo Sol atinge o topo da atmosfera terrestre com uma taxa aproximadamente igual a 1,50 kW/m^2. A distância entre a Terra e o Sol é $1,50 \times 10^{11}$ m, e o raio do Sol é $6,96 \times 10^8$ m. (a) Qual é a taxa de irradiação de energia por unidade de área da superfície do Sol? (b) Supondo que o Sol irradie como um corpo negro ideal, qual é a temperatura de sua superfície?

17.107 ••• **Uma garrafa térmica para o hélio líquido.** Um físico usa um recipiente cilíndrico metálico com diâmetro de 0,090 m e altura de 0,250 m para armazenar hélio líquido a 4,22 K; nessa temperatura, o calor de vaporização do hélio é igual a $2,09 \times 10^4$ J/kg. Envolvendo completamente o cilindro metálico estão paredes externas conservadas a uma temperatura do nitrogênio líquido, 77,3 K, havendo vácuo entre o cilindro interno e a parede externa. Qual é a quantidade de hélio perdida por hora? A emissividade do cilindro metálico é 0,200. A única transferência de calor entre o cilindro metálico e as paredes externas ocorre por radiação.

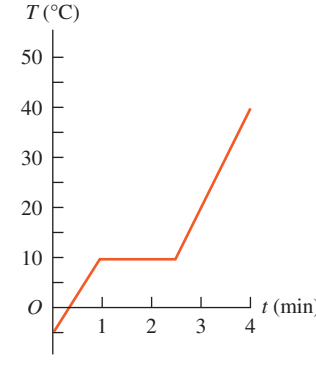
17.108 •• Uma esfera metálica com raio de 3,20 cm é suspensa em uma grande caixa metálica com paredes internas mantidas a 30,0 °C. Um pequeno aquecedor elétrico está embutido na esfera. A energia calorífera precisa ser fornecida à espera a uma taxa de 0,660 J/s para manter a esfera a uma temperatura constante de 41,0 °C. (a) Qual é a emissividade da esfera metálica? (b) Que entrada de potência para a esfera é necessária para mantê-la a 82,0 °C? Qual é a razão entre a potência exigida para 82,0 °C e para 41,0 °C? Qual é a relação entre essa razão e 2^4? Explique.

17.109 •• BIO **Correndo no calor do dia.** Você provavelmente já deve ter visto pessoas caminhando com um clima extremamente quente. Há bons motivos para não fazer isso! Ao caminhar consistentemente, um corredor normal, com massa de 68 kg e área na superfície de 1,85 m^2, produz energia a uma taxa de até 1.300 W, 80% da qual é convertida em calor. O corredor irradia calor, mas na realidade absorve mais do ar quente do que pode irradiar. Nesses altos níveis de atividade, a temperatura da pele pode ser elevada para algo em torno de 33 °C, em vez dos 30 °C normais. (Ignore a condução, que levaria ainda mais calor para o seu corpo.) A única maneira de o corpo livrar-se desse calor extra é evaporando água (suando). (a) Quanto calor por segundo é produzido simplesmente pelo ato de correr? (b) Quanto calor *resultante* por segundo o corredor ganha simplesmente pela irradiação se a temperatura do ar for 40,0 °C? (Lembre-se de que ele irradia, mas o ambiente também irradia de volta.) (c) Qual é a quantidade *total* de calor em excesso que o corpo desse corredor deve expelir por segundo? (d) Quanta água esse corpo deverá evaporar a cada minuto em virtude dessa atividade? O calor da vaporização da água na temperatura do corpo é $2,42 \times 10^6$ J/kg. (e) Quantas garrafas de 750 ml de água ele deveria beber depois (ou, de preferência, antes!) de correr por meia hora? Lembre-se de que um litro de água tem massa de 1,0 kg.

17.110 •• As calotas de gelo da Groenlândia e da Antártida contêm cerca de 1,75% de toda a água (em massa) da superfície da Terra; os oceanos contêm cerca de 97,5%, e o 0,75% restante é composto principalmente pelos lençóis freáticos. Suponha que as calotas de gelo, atualmente a uma temperatura média de cerca de −30 °C, deslizassem para dentro dos oceanos e derretessem. Qual seria a resultante diminuição na temperatura do oceano? Suponha que a temperatura média da água do oceano seja atualmente 5,00 °C.

17.111 •• DADOS Você, um cientista, fornece calor a uma amostra sólida de 500,0 g à taxa de 10,0 kJ/min ao mesmo tempo que registra a temperatura em função do tempo. Com esses dados, você faz um gráfico igual ao mostrado na **Figura P17.111**. (a) Qual é o calor latente de fusão desse sólido? (b) Quais são os calores específicos dos estados líquido e sólido desse material?

Figura P17.111



17.112 ••• DADOS Em uma indústria química onde você é engenheiro, um tanque contém um líquido desconhecido. Você deverá determinar o calor específico desse líquido. Você coloca 0,500 kg do líquido em um recipiente de metal isolado com massa de 0,200 kg. Inicialmente, o líquido e o recipiente estão a 20,0 °C. Você adiciona 0,500 kg de água com uma temperatura de 80,0 °C. Depois que o equilíbrio térmico for alcançado, a temperatura final dos dois líquidos e do recipiente é 58,1 °C. Então você esvazia o recipiente e repete a experiência com as mesmas temperaturas iniciais, mas dessa vez com 1,00 kg do líquido desconhecido. A temperatura final é de 49,3 °C. Suponha que as capacidades de calor específico sejam constantes pela faixa de temperatura da experiência e que nenhum calor seja perdido para o ambiente. Calcule o calor específico do líquido e do metal do qual o recipiente é feito.

17.113 •• DADOS Durante seu estágio em engenharia mecânica, você recebe duas barras de metal uniformes, A e B, que são fabricadas com diferentes metais, para determinar suas condutividades térmicas. Medindo as barras, você determina que as duas têm um comprimento de 40,0 cm e uma área de seção reta uniforme igual a 2,50 cm^2. Você coloca uma extremidade da barra A em contato térmico com um tonel muito grande de água fervente a 100,0 °C e a outra extremidade em contato térmico com uma mistura de água e gelo a 0,0 °C. Para preservar a perda de calor nas laterais da barra, você utiliza um isolador em torno da barra. Você pesa a quantidade de gelo inicialmente existente e verifica que é igual a 300 g. Após 45,0 min, você pesa o gelo novamente e verifica que restam 191 g. A mistura de gelo e água está em um recipiente isolado, de modo que o único calor que entra ou sai dele é o conduzido pela barra de metal.

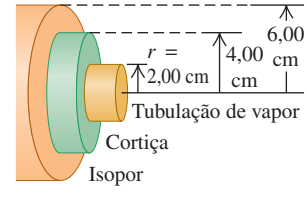
Você acredita que seus dados lhe permitirão calcular a condutividade térmica k_A da barra A. Porém, essa medição foi cansativa — você não deseja repeti-la para a barra B. Em vez disso, você cola as duas barras em suas extremidades, com um adesivo que possui uma condutividade térmica muito alta, fazendo com que a barra composta tenha 80,0 cm. Você coloca a extremidade livre de A em contato térmico com a água fervente e a extremidade livre de B em contato térmico com a mistura de gelo e água. Como na primeira medição, a barra composta é isolada termicamente. Você sai para almoçar; quando retorna, observa que o gelo permanece na mistura de gelo e água. Medindo a temperatura na junção das duas barras, você descobre que é 62,4 °C. Depois de 10 minutos, você repete essa medição e obtém a mesma temperatura, com o gelo restante na mistura de gelo e água. A partir dos seus dados, calcule as condutividades térmicas das barras A e B.

PROBLEMAS DESAFIADORES

17.114 ••• BIO Uma caminhada ao Sol. Considere um pobre viajante perdido no deserto caminhando a 5 km/h em um dia quente, vestindo somente roupa de banho. A temperatura da pele dessa pessoa tende a aumentar por quatro mecanismos: (i) a energia é liberada por reações metabólicas do corpo a uma taxa de 280 W, e essa energia é quase toda convertida em calor que flui para a pele; (ii) ocorre transferência de calor por convecção do ar para a pele a uma taxa dada por $k' A_{pele} (T_{ar} - T_{pele})$, onde k' é 54 J/h · °C · m^2, a área da pele exposta A_{pele} é 1,5 m^2, a temperatura do ar T_{ar} é 47 °C e a temperatura da pele T_{pele} é 36 °C; (iii) a pele absorve a energia irradiada pelo Sol a uma taxa de 1.400 W/m^2; (iv) a pele absorve a energia irradiada pelo ambiente, que está a uma temperatura de 47 °C. (a) Calcule a taxa total (em watts) do aquecimento da pele produzido por esses quatro mecanismos. Suponha que a emissividade da pele seja $e = 1$ e que a temperatura inicial da pele seja 36 °C. Qual desses mecanismos é o mais importante? (b) Qual deve ser a taxa (em L/h) de vaporização do suor da pele dessa pessoa para manter a temperatura da pele constante? (O calor de vaporização da água a 36 °C é igual a $2{,}42 \times 10^6$ J/kg.) (c) Suponha agora que a pessoa esteja protegida por uma roupa de cor clara ($e \approx 0$), de modo que a área da pele exposta seja reduzida a 0,45 m^2. Qual é a taxa de transpiração necessária agora? Discuta a utilidade das roupas tradicionalmente usadas pelos habitantes do deserto.

17.115 ••• Um cilindro oco possui comprimento L, raio interno a e raio externo b, e as temperaturas nas superfícies interna e externa são T_2 e T_1. (O cilindro poderia representar, por exemplo, um tubo isolado que conduz água quente.) A condutividade térmica do material do cilindro é k. Deduza uma expressão para (a) a taxa total de transferência de calor através das paredes do cilindro; (b) a variação de temperatura no interior das paredes. (c) Mostre que a equação da taxa de transferência de calor se reduz à Equação 17.21 para a transferência de calor linear quando a parede do cilindro for muito fina. (d) Uma tubulação de vapor com raio de 2,00 cm, transportando vapor a 140 °C, é envolvida por uma camada cilíndrica com raios interno e externo de 2,00 cm e 4,00 cm, e composta de um tipo de cortiça com condutividade térmica de $4{,}00 \times 10^{-2}$ W/m · K. Esta, por sua vez, é envolvida por uma camada cilíndrica composta de um tipo de isopor com condutividade térmica de $2{,}70 \times 10^{-2}$ W/m · K e com raios interno e externo de 4,00 cm e 6,00 cm (**Figura P17.115**). A superfície externa do isopor possui uma temperatura de 15 °C. Qual é a temperatura a um raio de 4,00 cm, onde as duas camadas isolantes se encontram? (e) Qual é a taxa total de transferência de calor resultante de uma extensão de 2,00 m da tubulação?

Figura P17.115



Problemas com contexto

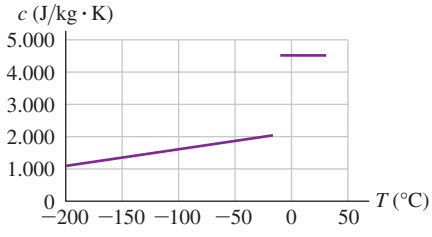
BIO Preservando células em baixas temperaturas. Na criopreservação, materiais biológicos são resfriados a uma temperatura muito baixa para atrasar as reações químicas que poderiam danificar células ou tecidos. É importante impedir que os materiais formem cristais de gelo durante o resfriamento. Um método para impedir a formação de gelo é colocar o material em uma solução protetora, chamada *crioprotetor*. Os valores indicados para as propriedades térmicas de um crioprotetor são listados a seguir:

Ponto de derretimento	−20 °C
Calor latente de fusão	$2{,}80 \times 10^5$ J/kg
Calor específico (líquido)	$4{,}5 \times 10^3$ J/kg · K
Calor específico (sólido)	$2{,}0 \times 10^3$ J/kg · K
Condutividade térmica (líquido)	1,2 W/m · K
Condutividade térmica (sólido)	2,5 W/m · K

17.116 Você coloca 35 g desse crioprotetor a 22 °C em contato com uma placa fria mantida a uma temperatura de ebulição do nitrogênio líquido (77 K). O crioprotetor é termicamente isolado de tudo, menos da placa fria. Use os valores da tabela para determinar quanto calor será transferido do crioprotetor quando ele alcançar o equilíbrio térmico com a placa fria. (a) $1{,}5 \times 10^4$ J; (b) $2{,}9 \times 10^4$ J; (c) $3{,}4 \times 10^4$ J; (d) $4{,}4 \times 10^4$ J.

17.117 Medições cuidadosas mostram que o calor específico da fase sólida depende da temperatura (**Figura P17.117**). Compare o tempo real necessário para esse crioprotetor chegar a um equilíbrio com a placa e o tempo previsto usando os valores na tabela. Suponha que todos os valores, fora o calor específico (sólido), estejam corretos. O tempo real (a) será mais curto; (b) será mais longo; (c) será o mesmo; (d) depende da densidade do crioprotetor.

Figura P17.117



17.118 Em outra experiência, você coloca uma camada desse crioprotetor entre uma placa fria de 10 cm × 10 cm mantida a −40 °C e uma segunda placa fria com o mesmo tamanho, mantida à temperatura de ebulição do nitrogênio líquido (77 K). Depois você mede a taxa de transferência de calor. Outro laboratório deseja repetir a experiência, mas utiliza placas frias com 20 cm × 20 cm, uma a −40 °C e outra a 77 K. Qual deverá ser a espessura da camada de crioprotetor para que a taxa de transferência de calor por condução seja a mesma de quando você utiliza as placas menores? (a) Um quarto da espessura; (b) metade da espessura; (c) o dobro da espessura; (d) quatro vezes a espessura.

17.119 Para medir o calor específico na fase líquida do crioprotetor recém-desenvolvido, você coloca uma amostra do novo crioprotetor em contato com uma placa fria até que a temperatura da solução caia da temperatura ambiente até seu ponto de congelamento. Depois você mede o calor transferido para a placa fria. Se o sistema não estiver suficientemente isolado da temperatura ambiente ao seu redor, qual será o efeito sobre a medição do calor específico? (a) O calor específico medido será maior que o calor específico real; (b) o calor específico medido será menor que o calor específico real; (c) não haverá efeito algum, pois a condutividade térmica do crioprotetor é muito baixa; (d) não haverá efeito algum sobre o calor específico, mas a temperatura do ponto de congelamento mudará.

RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

(**iii**) O ferro fundido contém uma grande quantidade de energia. Um corpo *possui* uma temperatura, mas não *contém* temperatura. Quando falamos em "calor", queremos dizer energia em trânsito de um corpo para outro como resultado da diferença de temperatura entre os corpos. Corpos não *contêm* calor.

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

17.1 Resposta: (**ii**). Um termômetro composto por um líquido em um tubo na verdade mede sua própria temperatura. Se o termômetro permanecer na água quente por um tempo longo o bastante, ele entrará em equilíbrio térmico com ela, e sua temperatura será a mesma da água.

17.2 Resposta: (**iv**). Tanto a lâmina bimetálica quanto o termômetro de resistência medem sua própria temperatura. Para que esta seja igual à temperatura do objeto que está sendo medido, o termômetro e o objeto precisam estar em equilíbrio térmico. Um termômetro de artéria temporal detecta a radiação infravermelha emitida pela pele de uma pessoa e, por isso, não é preciso que o detector e a pele estejam à mesma temperatura.

17.3 Resposta: (**i**), (**iii**), (**ii**), (**v**), (**iv**). Para comparar essas temperaturas, converta-as à escala Kelvin. Para (i), a temperatura Kelvin é $T_K = T_C + 273{,}15 = 0{,}0 + 273{,}15 = 273{,}15$ K; para (ii), $T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32°) = \frac{5}{9}(0{,}00° - 32°) = -17{,}78$ °C e $T_K = T_C + 273{,}15 = -17{,}78 + 273{,}15 = 255{,}37$ K; para (iii), $T_K = 260{,}00$ K; para (iv), $T_K = 77{,}00$ K; e para (v), $T_K = T_C + 273{,}15 = -180{,}0 + 273{,}15 = 93{,}15$ K.

17.4 Resposta: (**ii**) e (**iii**). O metal 2 precisa se dilatar mais que o metal 1 quando aquecido, portanto, deve ter um maior coeficiente de dilatação linear α. Conforme a Tabela 17.1, o latão e o alumínio possuem valores de α maiores que o cobre, mas o mesmo não acontece com o aço.

17.5 Resposta: (**ii**), (**i**), (**iv**), (**iii**). Para (i) e (ii), a grandeza relevante é o calor específico c da substância, que é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 *quilograma* dessa substância em 1 K (1 °C). Conforme a Tabela 17.3, esses valores são (i) 138 J para o mercúrio e (ii) 2.428 J para o etanol. Para (iii) e (iv), precisamos do calor específico molar C, que é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 *mol* dessa substância em 1 °C. Mais uma vez, conforme a Tabela 17.3, esses valores são (iii) 27,7 J para o mercúrio e (iv) 111,9 J para o etanol. (A razão dos calores específicos molares é diferente dos calores específicos porque um mol de mercúrio e um mol de etanol possuem massas diferentes.)

17.6 Resposta: (**iv**). No tempo t, o sistema vai do ponto b para o ponto e na Figura 17.20. Conforme a figura, no tempo $t/2$ (no meio do caminho ao longo do eixo horizontal de b a e), o sistema está a 100 °C, e ainda está em ebulição; ou seja, é uma mistura de líquido e gás. Isso quer dizer que a maior parte do calor fornecido é usado na vaporização da água.

17.7 Resposta: (**ii**). Quando você toca em uma dessas paredes, o calor flui da sua mão para a parede de menor temperatura. Quanto mais rápido o calor flui da sua mão, mais frio você sentirá. A Equação 17.21 mostra que a taxa de transferência de calor é proporcional à condutividade térmica k. Segundo a Tabela 17.5, o cobre possui uma condutividade térmica (385,0 W/m · K) muito maior que o aço (50,2 W/m · K) ou o concreto (0,8 W/m · K), portanto, a parede de cobre é a que parece mais fria ao toque.

Problema em destaque

(**a**) 14,26 K (**b**) 0,427 kg/h

? Quanto mais alta a temperatura de um gás, maior a energia cinética média de suas moléculas. Quantas vezes mais rápido se movem as moléculas no ar sobre uma frigideira (100 °C) em relação às que se movem no ar circundante da cozinha (25 °C)? (i) 4 vezes; (ii) 2 vezes; (iii) 1,25 vez; (iv) 1,12 vez; (v) 1,06 vez.

18 PROPRIEDADES TÉRMICAS DA MATÉRIA

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **18.1** Como relacionar pressão, volume e temperatura de um gás.
- **18.2** De que forma as interações entre as moléculas de uma substância determinam suas propriedades.
- **18.3** Como a pressão e a temperatura de um gás estão relacionadas à energia cinética de suas moléculas.
- **18.4** De que maneira o calor específico de um gás revela se suas moléculas estão em movimento rotacional ou vibratório.
- **18.5** Como as velocidades das moléculas são distribuídas em um gás.
- **18.6** O que determina se uma substância é um gás, um líquido ou um sólido.

Revendo conceitos de:

- **7.4** Energia potencial e força.
- **11.4** Compressão.
- **12.2** Fluidos em equilíbrio.
- **13.3** Velocidade de escape.
- **14.4** Forças e oscilações interatômicas.
- **17.1-17.6** Temperatura, calor, dilatação térmica, calor específico, calor específico molar, mudanças de fase.

A cozinha é um excelente local para aprender como as propriedades da matéria dependem da temperatura. Quando você ferve água em uma chaleira, o aumento da temperatura produz um vapor que assobia ao passar pelo seu bico a uma pressão elevada. Se você esquece de fazer pequenos furos na batata antes de assá-la, o vapor d'água produz uma pressão elevada em seu interior e ela pode explodir. O vapor d'água existente no ar pode se condensar formando gotas na parte externa de um copo com água gelada; se um copo acaba de ser retirado do congelador, forma-se gelo em volta dele porque o vapor d'água se solidifica.

Todos esses exemplos mostram as relações entre fenômenos de grande escala ou propriedades *macroscópicas* da substância, como a pressão, o volume, a temperatura e a massa. Porém, também podemos descrever uma substância usando suas propriedades *microscópicas*. Isso significa investigar grandezas em pequena escala, como a massa, a velocidade, a energia cinética e o momento linear das moléculas individuais que constituem a substância.

As descrições macroscópicas e microscópicas estão intimamente relacionadas. Por exemplo, a força da colisão (microscópica) que ocorre quando moléculas de ar batem em uma superfície sólida (como sua pele) produz a pressão atmosférica (macroscópica). Para produzir a pressão atmosférica normal de $1{,}01 \times 10^5$ Pa, 10^{32} moléculas colidem com sua pele todos os dias, a uma velocidade da ordem de 1.700 km/h!

Neste capítulo, começaremos a estudar as propriedades térmicas da matéria, analisando alguns aspectos macroscópicos da matéria em geral. Daremos atenção especial ao *gás ideal*, um dos tipos mais simples de matéria para se entender. Relacionaremos as propriedades macroscópicas de um gás ideal ao comportamento microscópico de suas moléculas individuais. Usaremos também ideias microscópicas para entender o calor específico tanto de gases quanto de sólidos. Finalmente, analisaremos as diversas fases da matéria — gasosa, líquida e sólida — e as condições que determinam a ocorrência dessas fases.

18.1 EQUAÇÕES DE ESTADO

Grandezas físicas como a pressão, o volume, a temperatura e a quantidade de substância descrevem as condições ou o *estado* no qual existe um material em particular. (Por exemplo, um tanque de oxigênio usado em hospitais possui um manômetro que mostra a pressão e uma indicação de volume dentro do tanque. Poderíamos também usar um termômetro e colocar o tanque sobre uma balança para determinar sua massa.) Essas grandezas são chamadas de **variáveis de estado**.

O volume V de uma substância geralmente é determinado por sua pressão P, temperatura T e pela quantidade de substância, descrita pela massa m_{tot} ou pelo número de moles n. (Estamos atribuindo o símbolo m_{tot} à massa total de uma substância porque usaremos o símbolo m para a massa de uma molécula.) Em geral, não podemos variar uma dessas grandezas sem produzir variações nas outras. Quando o tanque de oxigênio fica mais quente, a pressão aumenta. Caso o tanque fique muito quente, ele explode.

Em alguns casos, a relação entre P, V, T e m_{tot} (ou n) é tão simples que podemos expressá-la na forma de uma equação denominada **equação de estado**. Quando a relação for complicada demais para isso, podemos usar gráficos ou tabelas numéricas. Contudo, a relação entre essas variáveis ainda existe; nós a chamamos de equação de estado mesmo quando não conhecemos sua forma explícita.

A seguir, mostramos uma equação de estado simples (embora aproximada) para um material sólido. O coeficiente de expansão volumétrica β (ver Seção 17.4) é a variação de volume $\Delta V/V_0$ por unidade de variação de temperatura, e a compressibilidade k (ver Seção 11.4) é a variação relativa de volume $\Delta V/V_0$ por unidade de pressão, com sinal negativo. Se uma certa quantidade de material possui volume V_0 quando sua pressão é P_0 e sua temperatura é T_0, o volume V quando a pressão P e a temperatura T são ligeiramente diferentes é dado aproximadamente por

$$V = V_0[1 + \beta(T - T_0) - k(P - P_0)] \tag{18.1}$$

(Existe um sinal negativo antes de $k(P - P_0)$ porque um *aumento* de pressão produz uma *diminuição* do volume.)

Equação do gás ideal

A equação do *gás ideal* é outro tipo simples de equação de estado. Na **Figura 18.1**, apresentamos um dispositivo experimental para estudar o comportamento de um gás. O cilindro possui um pistão móvel para fazer o volume variar, a variação da temperatura é obtida pelo aquecimento e podemos bombear qualquer quantidade de gás para o interior do cilindro. A seguir, medimos a pressão, o volume, a temperatura e a quantidade de gás. Note que a *pressão* se refere à força por unidade de área exercida pelo cilindro sobre o gás e à força por unidade de área exercida pelo gás sobre o cilindro; de acordo com a terceira lei de Newton, essas pressões devem ser iguais.

Em geral, é mais fácil descrever a quantidade de gás pelo número de moles n que pela massa. (Já fizemos isso quando definimos o calor específico molar na Seção 17.5.) A **massa molar** M de um composto (algumas vezes chamada, de modo confuso, de *peso molecular*) é a massa por mol:

$$m_{tot} = nM \tag{18.2}$$

Massa total da substância = m_{tot}; n = **Número de moles** da substância; M = **Massa molar** da substância

Assim, quando sabemos o número de moles de um gás no cilindro, podemos calcular a massa do gás por meio da Equação 18.2.

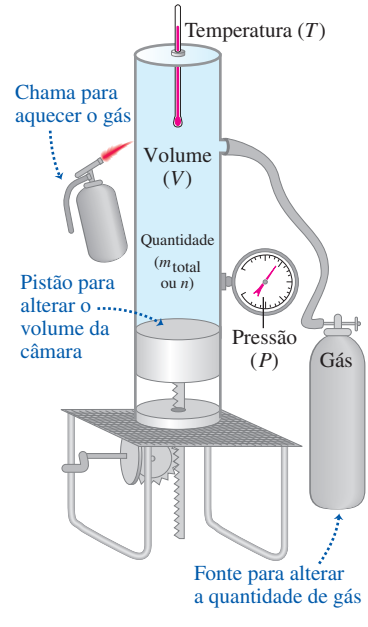


Figura 18.1 Um dispositivo hipotético para estudar o comportamento de gases. Aquecendo o gás, variando o volume com um pistão móvel e acrescentando mais gás, podemos controlar a pressão P, o volume V, a temperatura T e o número de moles n.

As medidas do comportamento de muitos gases conduzem a três conclusões:

1. O volume V é proporcional ao número de moles n. Quando dobramos n, mantendo a temperatura e a pressão constantes, o volume duplica.
2. O volume é *inversamente* proporcional à pressão absoluta P. Quando dobramos a pressão, mantendo a temperatura T e o número de moles n constante, o gás se comprime à metade do volume inicial. Em outras palavras, PV = constante quando n e T permanecem constantes.
3. A pressão é proporcional à temperatura *absoluta* T. Quando dobramos T, mantendo o volume e o número de moles constantes, a pressão dobra. Em outras palavras, P = (constante) $\times$ T quando n e V são constantes.

As três proporcionalidades anteriores podem ser combinadas em uma única equação, denominada **equação do gás ideal**:

Equação do gás ideal:

$$PV = nRT \qquad (18.3)$$

(P: Pressão do gás; V: Volume de gás; n: Número de moles do gás; T: Temperatura absoluta do gás; R: Constante do gás)

Um **gás ideal** é aquele cujo comportamento pode ser descrito com precisão pela Equação 18.3 em *todas* as pressões e temperaturas. Trata-se de um modelo idealizado, que funciona melhor com pressões muito pequenas e temperaturas muito elevadas, quando as distâncias entre as moléculas são muito grandes e se deslocam com velocidades elevadas. Esse modelo funciona razoavelmente bem (com erro percentual pequeno) para pressões moderadas (até algumas atmosferas) e para temperaturas muito acima daquela na qual o gás se liquefaz (**Figura 18.2**).

Poderíamos esperar que a constante de proporcionalidade R da equação do gás ideal apresentasse diferentes valores para gases diferentes, porém verificamos que ela tem o mesmo valor para *todos* os gases, pelo menos em pressões suficientemente baixas e temperaturas suficientemente elevadas. Ela é chamada de **constante dos gases ideais** (ou simplesmente *constante dos gases*). Usando unidades do sistema SI, no qual a unidade da pressão P é Pa (1 Pa = 1 N/m^2) e a unidade de volume V é m^3, o valor atual mais aproximado de R é

$$R = 8{,}3144621(75)\ \text{J/mol} \cdot \text{K}$$

ou, com quatro algarismos significativos, $R = 8{,}314$ J/mol · K. Note que a unidade de pressão multiplicada pela unidade de volume fornece uma unidade de energia ou de trabalho (por exemplo, N/m^2 vezes m^3); é por isso que a unidade de R é a energia por mol por unidade de temperatura absoluta. Em cálculos de química, os volumes em geral são expressos em litros (L) e as pressões, em atmosferas (atm). Nesse sistema, com quatro algarismos significativos, temos

$$R = 0{,}08206 \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Podemos escrever a equação dos gases ideais, Equação 18.3, em termos da massa total m_{tot} do gás, usando $m_{\text{tot}} = nM$ da Equação 18.2:

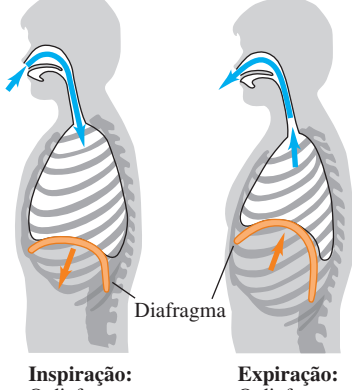
$$PV = \frac{m_{tot}}{M} RT \qquad (18.4)$$

A partir dessa relação, podemos obter uma expressão para a densidade $\rho = m_{\text{tot}}/V$ do gás:

$$\rho = \frac{PM}{RT} \qquad (18.5)$$

Figura 18.2 A equação do gás ideal $PV = nRT$ fornece uma boa descrição do ar dentro do pneu cheio de um carro, em que a pressão é de cerca de 3 atm e a temperatura é alta demais para que o nitrogênio ou o oxigênio se liquefaçam. Quando o pneu se aquece (T aumenta), o volume V varia apenas levemente, mas a pressão P aumenta.

BIO Aplicação Respiração e a equação do gás ideal Para respirar, você conta com a equação do gás ideal $PV = nRT$. A contração do músculo do diafragma aumenta o volume V da caixa torácica (que contém os pulmões), diminuindo sua pressão P. A menor pressão faz com que os pulmões se expandam e se encham de ar. (A temperatura T se mantém constante.) Quando você expira, o diafragma relaxa, para que os pulmões possam se contrair e expelir o ar.



Inspiração: O diafragma se contrai; os pulmões se expandem.

Expiração: O diafragma se relaxa; os pulmões se contraem.

ATENÇÃO Densidade *versus* pressão Ao usar a Equação 18.5, não confunda a letra grega ρ (rô), que indica a densidade, com a letra P, usada para pressão.

Para uma *massa constante* (ou número de moles constante), o produto nR de um gás ideal é constante, de modo que PV/T também é constante. Designando dois estados da mesma massa de um gás pelos subscritos 1 e 2, podemos escrever

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \text{constante} \quad \text{(gás ideal, massa constante)} \qquad (18.6)$$

Note que você não precisa do valor de R para resolver essa equação.

Usamos a proporcionalidade entre a pressão e a temperatura absoluta no Capítulo 17 para definir uma escala de temperatura em termos de pressão em um termômetro de gás a volume constante. Pode parecer, então, que a relação entre a pressão e a temperatura em um gás ideal indicada na Equação 18.3 seja apenas uma consequência da definição de temperatura que utilizamos. Contudo, a equação também nos mostra o que ocorre quando fazemos o volume ou a massa da substância variar. Além disso, veremos no Capítulo 20 que a escala de temperatura definida por esse termômetro corresponde à escala de temperatura que *não* depende das propriedades de nenhum material particular. Por enquanto, considere que a Equação 18.6 é baseada nessa escala de temperatura realmente independente do material.

DADOS MOSTRAM

A equação do gás ideal

Quando os alunos recebiam um problema usando a Equação 18.3, mais de 47% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Esquecer que, na Equação 18.3, a pressão P é *absoluta*, e não manométrica (Seção 14.2), e a temperatura T é *absoluta* (Kelvin), e não em Celsius.
- Não interpretar corretamente a Equação 18.3 para representar graficamente P *versus* V para T constante, P *versus* T para V constante, ou V *versus* T para P constante.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 18.1 GASES IDEAIS

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* a não ser que o problema diga algo em contrário, você pode usar a equação do gás ideal em qualquer situação na qual precise encontrar grandezas relacionadas ao estado de um gás, como pressão P, volume V, temperatura T e/ou número de moles n.

PREPARAR *o problema* por meio dos seguintes passos:

1. Liste as grandezas conhecidas e desconhecidas. Identifique as variáveis-alvo do problema.
2. Se o problema se refere a apenas um dos estados do sistema, use a Equação 18.3, $PV = nRT$ (ou a Equação 18.5, $\rho = PM/RT$ se o problema envolver a densidade ρ em vez de n ou V).
3. Em problemas que se referem a dois estados (chame-os de 1 e 2) da mesma quantidade de gás, se todas menos uma das seis grandezas P_1, P_2, V_1, V_2, T_1 e T_2 forem conhecidas, use a Equação 18.6, $P_1V_1/T_1 = P_2V_2/T_2 =$ constante. Caso contrário, use a Equação 18.3 ou a Equação 18.5.

EXECUTAR *a solução* da seguinte forma:

1. Use unidades coerentes. (Unidades SI são totalmente coerentes.) Às vezes, o enunciado do problema mostrará que um determinado sistema de unidades é mais conveniente que outros sistemas. Faça as conversões de unidade apropriadas, como de atm para pascal ou de litros para metros cúbicos.
2. Algumas vezes você terá de converter a massa total m_{tot} em número de moles n, usando a relação $m_{tot} = Mn$, onde M é a massa molar. Se você usar a Equação 18.4, *deverá* usar as mesmas unidades de massa para m_{tot} e para M. Então, quando M é dado em gramas por mol (a unidade usual de massa molar), m_{tot} também deve estar em gramas. Se você quiser usar m_{tot} em kg, deve converter M em kg/mol. Por exemplo, a massa molar do oxigênio é 32 g/mol ou 32×10^{-3} kg/mol.
3. Lembre-se de que, nas equações do gás ideal, T é sempre uma temperatura *absoluta* (Kelvin) e P é sempre uma pressão absoluta (não manométrica).
4. Calcule as variáveis-alvo.

AVALIAR *sua resposta:* seus resultados fazem sentido na física? Use um raciocínio semelhante ao usado no resultado do Exemplo 18.1, a seguir, lembre-se de que um mol de um gás ideal a uma pressão de uma atmosfera ocupa um volume de 22,4 litros.

EXEMPLO 18.1 VOLUME DE UM GÁS IDEAL NAS CNTP

Qual é o volume de um recipiente que contém exatamente um mol de um gás ideal nas chamadas *condições normais de temperatura e pressão* (CNTP), que correspondem a um estado com uma temperatura de 0 °C = 273,15 K e uma pressão $p = 1$ atm $= 1{,}013 \times 10^5$ Pa?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema envolve as propriedades de um gás ideal, então usamos a Equação 18.3. O problema fornece a pressão P, a temperatura T e o número de moles n; nossa variável-alvo é o volume correspondente V.

EXECUTAR: pela Equação 18.3, usando R em J/mol · K,

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{(1\ \text{mol})\,(8{,}314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})\,(273{,}15\ \text{K})}{1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa}}$$

$$= 0{,}0224\ \text{m}^3 = 22{,}4\ \text{L}$$

AVALIAR: nas CNTP, 1 mol de um gás ideal ocupa 22,4 L. Esse é o volume de um cubo de 0,282 m de lado, ou de uma esfera com 0,350 m de diâmetro.

EXEMPLO 18.2 COMPRESSÃO DE UM GÁS NO MOTOR DE UM AUTOMÓVEL

No motor de um automóvel, uma mistura de ar e gasolina é comprimida no interior do cilindro antes da ignição. Um motor típico possui razão de compressão de 9,00 para 1; isso significa que o gás no cilindro é comprimido até 1/9,00 de seu volume original (**Figura 18.3**). As válvulas de admissão e exaustão estão fechadas durante a compressão, de modo que a quantidade de gás é constante. Qual é a temperatura final do gás comprimido, se sua temperatura inicial é 27 °C e as pressões inicial e final são 1,00 atm e 21,7 atm, respectivamente?

SOLUÇÃO

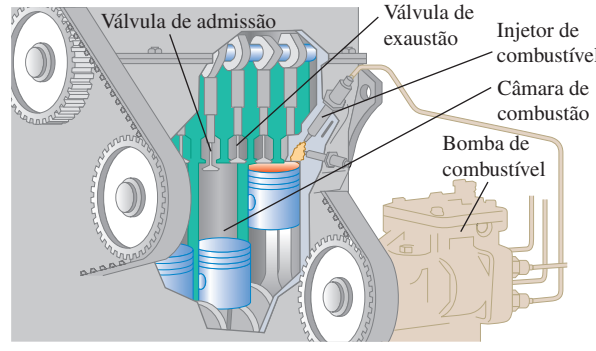
IDENTIFICAR E PREPARAR: devemos comparar dois estados da mesma quantidade de gás ideal, e por isso usamos a Equação 18.6. No estado não comprimido 1, $P_1 = 1{,}00$ atm e $T_1 = 27$ °C $= 300$ K. No estado comprimido 2, $P_2 = 21{,}7$ atm. Os volumes de cilindro não são dados, mas sabemos que $V_1 = 9{,}00V_2$. A temperatura T_2 do gás comprimido é a variável-alvo.

EXECUTAR: aplicando a Equação 18.6 para determinar T_2:

$$T_2 = T_1\frac{P_2V_2}{P_1V_1} = (300\text{ K})\frac{(21{,}7\text{ atm})\,V_2}{(1{,}00\text{ atm})(9{,}00V_2)} = 723\text{ K} = 450\text{ °C}$$

AVALIAR: T_2 é a temperatura da mistura ar-gasolina *antes* da ignição; quando ocorre a explosão, a temperatura se torna ainda mais elevada.

Figura 18.3 Corte do motor de um automóvel. Enquanto a mistura de ar e gasolina está sendo comprimida antes da ignição, as válvulas de admissão e exaustão permanecem fechadas (posição para cima).



EXEMPLO 18.3 MASSA DE AR EM UM TANQUE DE OXIGÊNIO PARA MERGULHO

Um tanque "vazio" típico usado na prática do mergulho tem um volume de 11,0 L de ar a 21 °C e 1 atm. Quando o tanque é cheio por meio de um compressor, a temperatura é 42 °C e a pressão manométrica é igual a $2{,}10 \times 10^7$ Pa. Qual foi a massa de ar adicionada ao tanque? (O ar é uma mistura de gases com cerca de 78% de nitrogênio, 21% de oxigênio e 1% de outros gases; sua massa molar é aproximadamente 28,8 g/mol $= 28{,}8 \times 10^{-3}$ kg/mol.)

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: nossa variável-alvo é a diferença $m_1 - m_2$ entre a massa presente no fim (estado 2) e no início (estado 1). A massa molar M do ar foi dada, então podemos usar a Equação 18.2 para encontrar a incógnita, se soubermos o número de moles nos estados 1 e 2. Calculamos n_1 e n_2 aplicando a Equação 18.3 a cada estado individualmente.

EXECUTAR: devemos nos lembrar de converter as temperaturas na escala Kelvin somando 273, e de converter a pressão manométrica em pressão absoluta adicionando $1{,}013 \times 10^5$ Pa. O volume do tanque dificilmente é afetado pela temperatura e pressão aumentadas, de modo que $V_2 = V_1$. Pela Equação 18.3, os números de moles no tanque vazio (n_1) e no tanque cheio (n_2) são

$$n_1 = \frac{P_1V_1}{RT_1} = \frac{(1{,}013 \times 10^5\text{ Pa})\,(11{,}0 \times 10^{-3}\text{ m}^3)}{(8{,}314\text{ J/mol}\cdot\text{K})\,(294\text{ K})} = 0{,}46\text{ mol}$$

$$n_2 = \frac{P_2V_2}{RT_2} = \frac{(2{,}11 \times 10^7\text{ Pa})\,(11{,}0 \times 10^{-3}\text{ m}^3)}{(8{,}314\text{ J/mol}\cdot\text{K})\,(315\text{ K})} = 88{,}6\text{ mol}$$

Adicionamos $n_2 - n_1 = 88{,}6$ mol $- 0{,}46$ mol $= 88{,}1$ mol ao tanque. Conforme a Equação 18.2, a massa adicionada é dada por $M(n_2 - n_1) = (28{,}8 \times 10^{-3}$ kg/mol) (88,1 mol) = 2,54 kg.

AVALIAR: a massa adicionada não é significativa. Você poderia usar uma balança para verificar se o tanque estava vazio ou cheio.

EXEMPLO 18.4 VARIAÇÃO DA PRESSÃO ATMOSFÉRICA COM A ALTURA

Calcule a variação de pressão atmosférica com a altura na atmosfera terrestre, supondo que a temperatura permaneça igual a 0 °C e $g = 9{,}80$ m/s^2.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: à medida que a altura y aumenta, tanto a pressão atmosférica quanto a densidade ρ diminuem. Portanto, temos *duas* funções de elevação y desconhecidas; para resolvê-las, precisamos de duas relações independentes. Uma delas é a equação do gás ideal, a Equação 18.5, que podemos escrever em termos da pressão P e da densidade ρ. A outra é a Equação 14.4, a relação entre a pressão P, a densidade ρ e y em um fluido em equilíbrio: $dP/dy = -\rho g$. Devemos considerar que g e T são os mesmos em todas as elevações; também consideramos que a atmosfera tem a mesma composição química e, logo, a mesma massa molar M, em todas as alturas. Combinamos as duas equações e resolvemos para achar $P(y)$.

EXECUTAR: substituímos $\rho = PM/RT$ em $dP/dy = -\rho g$, separamos variáveis e integramos, permitindo que P_1 seja a pressão na elevação y_1 e P_2 seja a pressão em y_2.

(*Continua*)

(*Continuação*)

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{PM}{RT}g$$

$$\int_{P_1}^{P_2}\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT}\int_{y_1}^{y_2}dy$$

$$\ln\frac{P_2}{P_1} = -\frac{Mg}{RT}(y_2 - y_1)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{-Mg(y_2-y_1)/RT}$$

Agora, seja $y_1 = 0$ a altura ao nível do mar, e considere que a pressão nesse ponto seja $P_0 = 1{,}013 \times 10^5$ Pa. Então, a pressão P em qualquer altura y é

$$P = P_0 e^{-Mgy/RT}$$

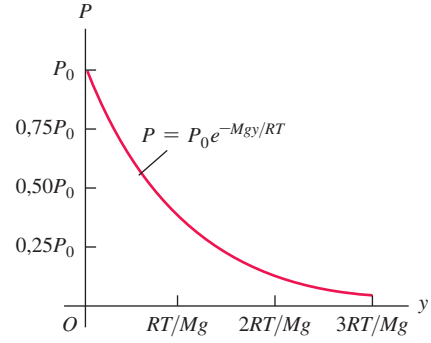
AVALIAR: segundo nossos cálculos, a pressão diminui exponencialmente com a altitude. O gráfico da **Figura 18.4** mostra que a inclinação dP/dy se torna menos negativa quanto maior for a altitude. Esse resultado faz sentido, pois $dP/dy = -\rho g$, e a densidade também diminui com a altitude. No pico do Monte Evereste, onde $y = 8.848$ m,

$$\frac{Mgy}{RT} = \frac{(28{,}8 \times 10^{-3}\ \text{kg/mol})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(8.848\ \text{m})}{(8{,}314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})\,(273\ \text{K})} = 1{,}10$$

$$P = (1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa})\,e^{-1{,}10} = 0{,}337 \times 10^5\ \text{Pa} = 0{,}33\ \text{atm}$$

A hipótese da temperatura constante não é realista, e g diminui ligeiramente com o aumento da elevação (ver o Problema desafiador 18.84). Ainda assim, esse exemplo mostra por que os montanhistas que escalam o Everest precisam levar um suprimento de oxigênio. Mostra também por que os aviões a jato, que costumam voar em altitudes de 8.000 m a 12.000 m, *precisam* ter cabines pressurizadas para o conforto e a saúde dos passageiros.

Figura 18.4 A variação da pressão atmosférica P com a elevação y, considerando uma temperatura constante T.

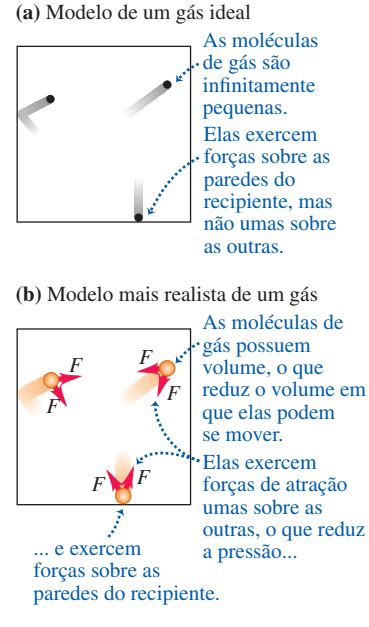


Equação de van der Waals

Na Seção 18.3, obteremos a equação do gás ideal, Equação 18.3, a partir de um modelo molecular simples que despreza os volumes das moléculas e a força de atração entre elas (**Figura 18.5a**). Outra equação de estado, a **equação de van der Waals**, faz pequenas correções nas duas aproximações mencionadas (Figura 18.5b). Essa equação foi deduzida no século XIX pelo físico alemão J. D. van der Waals; em sua homenagem, as interações entre átomos mencionadas na Seção 13.4 passaram a ser chamadas de *interações de van der Waals*. A equação de van der Waals é

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \qquad (18.7)$$

Figura 18.5 Um gás como representado (a) na equação do gás ideal e (b) na equação de van der Waals.

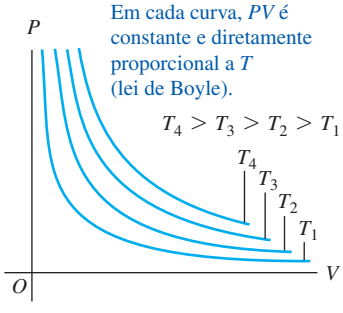


As constantes a e b assumem valores diferentes para cada gás. Podemos dizer que, *grosso modo*, b representa o volume de um mol de moléculas; o volume total das moléculas é nb, e o volume resultante disponível para o movimento das moléculas é $V - nb$. A constante a depende da força de atração entre as moléculas, que reduz a pressão do gás *puxando* as moléculas para perto umas das outras enquanto elas *empurram* as paredes do recipiente. A diminuição da pressão é proporcional ao número de moléculas por unidade de volume em uma camada próxima da parede (que está exercendo a pressão sobre a parede) e também é proporcional ao número de moléculas por unidade de volume da camada que se segue à primeira (que está exercendo a atração). Portanto, a diminuição da pressão decorrente das forças moleculares é proporcional a n^2/V^2.

Quando n/V é pequeno (ou seja, quando o gás é *diluído*), a distância média entre as moléculas é grande, as correções da equação de van der Waals tornam-se insignificantes e a Equação 18.7 se reduz à equação do gás ideal. Como exemplo, para o gás dióxido de carbono (CO_2), as constantes da equação de van der Waals são

$a = 0{,}364\ \text{J} \cdot \text{m}^3/\text{mol}^2$ e $b = 4{,}27 \times 10^{-5}\ \text{m}^3/\text{mol}$. Verificamos, no Exemplo 18.1. que um mol de um gás ideal quando $T = 0\ °\text{C} = 273{,}15\ \text{K}$ e $P = 1\ \text{atm} = 1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa}$ ocupa um volume $V = 0{,}0224\ \text{m}^3$; de acordo com a Equação 18.7, um mol de CO_2 ocupando esse volume nessa temperatura estaria sob uma pressão de 532 Pa abaixo de 1 atm, uma diferença de apenas 0,5% em relação ao valor obtido com a equação do gás ideal.

Figura 18.6 Isotermas, ou curvas a temperaturas constantes, para uma quantidade constante de um gás ideal. A maior temperatura é T_4; a mais baixa é T_1. Esta é uma representação gráfica da equação de estado do gás ideal.



Diagramas *PV*

Poderíamos, em princípio, representar as relações *P*-*V*-*T* graficamente como uma *superfície* em um espaço de três dimensões com as coordenadas *P*, *V* e *T*. Essa representação é útil (ver Seção 18.6), porém os gráficos com duas dimensões geralmente são mais convenientes. Um dos mais úteis é um conjunto de gráficos da pressão em função do volume, cada um deles para uma dada temperatura. Tal gráfico denomina-se **diagrama *PV***. Cada curva que representa o comportamento do gás a uma temperatura específica é chamada de **isoterma**, ou *isoterma PV*.

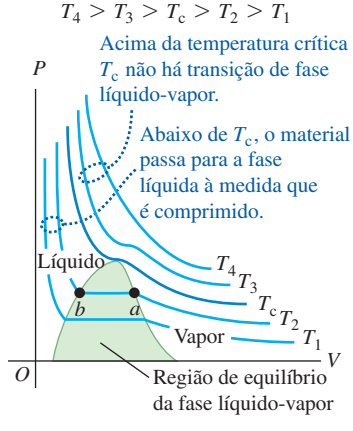
A **Figura 18.6** mostra algumas isotermas *PV* de uma quantidade constante de gás ideal. Como $P = nRT/V$ pela Equação 18.3, ao longo de uma isoterma (T constante) a pressão P é inversamente proporcional ao volume V e as isotermas são curvas hiperbólicas.

A **Figura 18.7** mostra um diagrama *PV* de um material que *não* obedece à equação do gás ideal. Para temperaturas menores que T_c, as isotermas ficam paralelas ao eixo do volume, indicando que o material se comprime (ou seja, reduz o volume *V*) sem que ocorra aumento de pressão *P*. A observação mostra que o gás está se *condensando* da fase vapor (gasosa) para a fase líquida. As curvas achatadas das isotermas na parte sombreada da Figura 18.7 representam condições de *equilíbrio da fase* líquido-vapor. À medida que o volume diminui, uma quantidade cada vez maior do material passa da fase vapor para a fase líquida, porém a pressão permanece constante. (Para que a temperatura permaneça constante durante a condensação, é preciso que haja remoção do calor de vaporização, discutida na Seção 17.6.)

Quando comprimimos um gás como o da Figura 18.7, mantendo a temperatura constante T_2, ele permanece na fase vapor até que o ponto *a* seja atingido. A seguir, ele começa a se liquefazer; à medida que seu volume diminui, maior quantidade do material se liquefaz, e *tanto a temperatura quanto a pressão* permanecem constantes. No ponto *b*, o material está todo na fase líquida. Depois desse ponto, posterior compressão do material resulta em um elevado aumento da pressão, porque os líquidos geralmente são muito menos compressíveis que os gases. Em uma temperatura constante mais baixa T_1, ocorre um comportamento semelhante, porém a condensação começa a uma pressão mais baixa e com um volume maior que no caso de uma temperatura constante T_2. Nas temperaturas superiores a T_c, *nenhuma* transição de fase ocorre quando o material é comprimido; em temperaturas mais elevadas, como T_4, as curvas se parecem com as de um gás ideal apresentadas na Figura 18.6. A temperatura T_c denomina-se *temperatura crítica* do material. Na Seção 18.6 discutiremos o que ocorre com a fase gasosa acima da temperatura crítica.

Usaremos diagramas *PV* frequentemente nos próximos capítulos. Mostraremos que a *área* embaixo da curva *PV* (sendo isotérmica ou não) representa o *trabalho* realizado sobre o sistema durante a variação do volume. Esse trabalho, por sua vez, está diretamente relacionado ao calor transferido do sistema e às variações da *energia interna* do sistema.

Figura 18.7 Diagrama *PV* para um gás não ideal, mostrando isotermas para temperaturas acima e abaixo da temperatura crítica T_c. A região sombreada indica o equilíbrio entre o líquido e o vapor. Em temperaturas ainda menores, o material poderia sofrer transições da fase líquida para a fase sólida e da fase gasosa para a fase sólida; essas transições não aparecem neste diagrama.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 18.1 Coloque os seguintes gases ideais em ordem do maior para o menor número de moles: (i) pressão 1 atm, volume 1 L e temperatura 300 K; (ii) pressão 2 atm, volume 1 L e temperatura 300 K; (iii) pressão 1 atm, volume 2 L e temperatura 300 K; (iv) pressão 1 atm, volume 1 L e temperatura 600 K; (v) pressão 2 atm, volume 1 L e temperatura 600 K.

18.2 PROPRIEDADES MOLECULARES DA MATÉRIA

Estudamos diversas propriedades macroscópicas da matéria — inclusive a elasticidade, a densidade, a tensão superficial, os calores específicos e as equações de estado. Agora, examinaremos detalhadamente a relação entre o comportamento macroscópico e a estrutura *molecular*. Começaremos com uma discussão geral acerca da estrutura da matéria. A seguir, nas duas seções posteriores, desenvolveremos um modelo cinético para as moléculas de um gás ideal, obtendo, a partir desse modelo molecular, a equação de estado e uma expressão para o calor específico.

Moléculas e forças moleculares

Qualquer composto químico específico é constituído por **moléculas** idênticas. As menores moléculas contêm apenas um átomo e possuem diâmetro da ordem de 10^{-10} m; as maiores possuem diâmetros pelo menos 10.000 vezes maiores que aquelas. Nos gases, as moléculas movem-se quase de modo independente; nos líquidos e nos sólidos, elas são mantidas ligadas por forças intermoleculares. As forças gravitacionais entre as moléculas são desprezíveis em comparação com as forças elétricas.

A interação entre duas cargas elétricas *puntiformes* é descrita por uma força (repulsiva entre cargas de mesmo sinal e atrativa quando as cargas possuem sinais contrários), cujo módulo é proporcional a $1/r^2$, onde r é a distância entre as cargas. Essa relação é chamada *lei de Coulomb* e será estudada no Capítulo 21. As moléculas *não* são cargas puntiformes, mas sim estruturas complexas contendo cargas positivas e negativas, e as interações envolvidas são mais complexas. A força entre duas moléculas em um gás varia com a distância r entre as moléculas aproximadamente conforme mostra a **Figura 18.8**, onde uma força F_r positiva corresponde a uma força de repulsão, e uma força F_r negativa é uma força de atração. Quando a distância entre duas moléculas é muito grande, a força molecular é muito pequena e, geralmente, atrativa. Quando um gás é comprimido e suas moléculas se aproximam, as forças de atração aumentam. A força intermolecular se anula quando a distância entre duas moléculas é igual a r_0, que corresponde aproximadamente ao espaço existente entre as moléculas no estado sólido ou no estado líquido. Nos líquidos e nos sólidos, para que a substância seja comprimida de modo apreciável, precisamos aplicar pressões relativamente elevadas. Isso mostra que, se a distância entre as moléculas for ligeiramente *menor* que r_0, as forças tornam-se *repulsivas* e relativamente grandes.

A Figura 18.8 também mostra a energia potencial em função de r. Essa função apresenta um valor *mínimo* em r_0, onde a força é igual a zero. As duas curvas são relacionadas por $F_r(r) = -dU/dr$, conforme mostramos na Seção 7.4. Essa função energia potencial geralmente é chamada de **poço de potencial**. Para uma distância r_0 entre duas moléculas, seria necessário fornecer uma energia $|U_0|$, a "profundidade" do poço de potencial, para que a molécula "escape" até uma distância r infinitamente grande.

As moléculas estão sempre em movimento, e sua energia cinética geralmente cresce quando a temperatura aumenta. Em temperaturas muito baixas, a energia cinética média de uma molécula pode ser muito *menor* que a profundidade do poço de potencial. Assim, as moléculas se condensam na fase líquida ou na fase sólida, mantendo uma distância intermolecular média aproximadamente igual a r_0. Porém, em temperaturas mais elevadas, a energia cinética torna-se maior que a profundidade $|U_0|$ do poço de potencial. Assim, as moléculas podem escapar da força de atração intermolecular e, livres, passam a se mover de modo independente, como na fase gasosa da matéria.

Em um *sólido*, as moléculas vibram em torno de pontos mais ou menos fixos (ver Seção 17.4). Em um sólido cristalino, esses pontos são agrupados em conjuntos que se repetem, formando uma *rede cristalina*. A **Figura 18.9** mostra a estrutura de um cristal cúbico de cloreto de sódio, e a **Figura 18.10** mostra uma imagem de

Figura 18.8 Como a força entre as moléculas e sua energia potencial de interação depende de sua distância r.

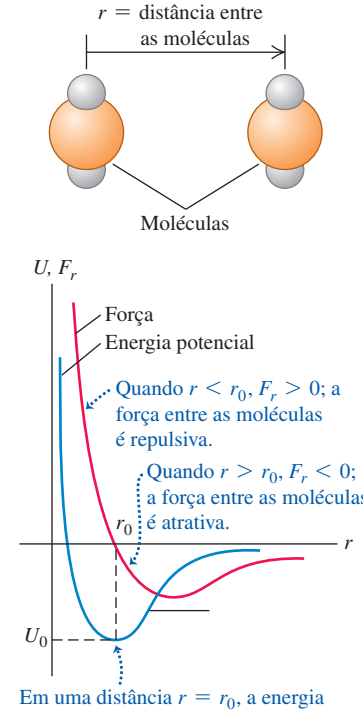
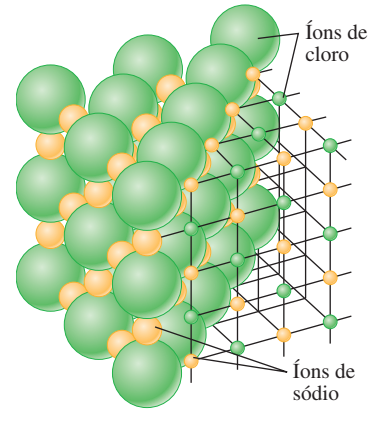


Figura 18.9 Representação esquemática da estrutura de um cristal cúbico de cloreto de sódio (sal de cozinha).



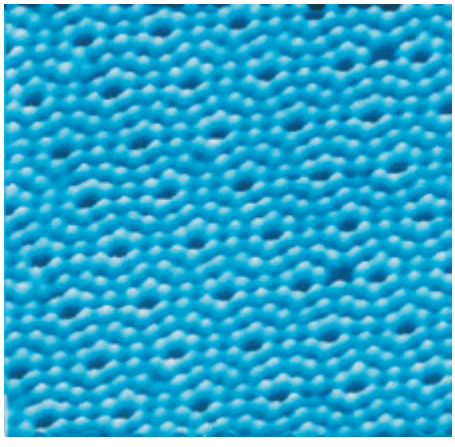


Figura 18.10 Imagem da superfície de um cristal de silício obtida por um microscópio de varredura de tunelamento. A área mostrada possui comprimento de apenas 9,0 nm ($9{,}0 \times 10^{-9}$ m). Cada "conta" representa um átomo de silício; você pode ver nitidamente como esses átomos são agrupados, formando uma rede (quase) perfeita de hexágonos.

átomos individuais sobre a superfície de um cristal de silício, obtida com o auxílio de um microscópio de varredura de tunelamento.

Em um *líquido*, as distâncias intermoleculares são ligeiramente maiores que as distâncias na fase sólida da mesma substância, mas as moléculas apresentam mais liberdade de movimento que na fase sólida. Os líquidos exibem regularidade de estrutura somente nas vizinhanças imediatas de algumas moléculas.

As moléculas de um *gás* em geral são bastante separadas e, assim, as forças de atração entre elas são muito pequenas. A molécula de um gás move-se em linha reta até colidir com outra molécula ou com a parede do recipiente. Em termos moleculares, um *gás ideal* é aquele cujas moléculas *não* interagem entre si (ver Figura 18.5a) e, portanto, não possuem *energia potencial*.

Em temperaturas baixas, quase todas as substâncias estão na fase sólida. À medida que a temperatura aumenta, a substância se liquefaz e depois se vaporiza. Do ponto de vista molecular, essas transições ocorrem no sentido do aumento de energia cinética. Logo, a temperatura absoluta e a energia cinética estão intimamente relacionadas.

Mol e número de Avogadro

Usamos o mol como medida da quantidade de uma substância. Um **mol** de qualquer elemento ou composto puro contém um número fixo de moléculas, o mesmo número para todos os elementos e compostos. A definição oficial da unidade SI afirma que

Um mol é a quantidade de substância que contém um número de entidades elementares igual ao número de átomos existentes em 0,012 kg de carbono 12.

Em nosso estudo, as "entidades elementares" são moléculas. (Em uma substância monoatômica como o carbono ou o hélio, cada molécula é constituída por um único átomo.) Os átomos de um dado elemento podem ocorrer na forma de diversos isótopos, que são quimicamente idênticos, mas possuem massas atômicas diferentes; o "carbono 12" refere-se a um isótopo específico do carbono.

O número de moléculas em um mol denomina-se **número de Avogadro**, designado por N_A. O valor numérico de N_A atual com maior aproximação é

$$N_A = 6{,}02214129(27) \times 10^{23} \text{ moléculas/mol (número de Avogadro)}$$

A *massa molar* M de um composto é a massa de um mol. Esse valor é dado pela massa m de uma única molécula multiplicada pelo número de Avogadro:

$$M = N_A m \qquad (18.8)$$

Massa molar de uma substância — M — N_A **Número de Avogadro** — m **Massa de uma molécula** da substância

Quando a molécula é constituída por um único átomo, costuma-se usar a expressão *massa atômica* em vez de massa molar.

EXEMPLO 18.5 MASSA ATÔMICA E MASSA MOLECULAR

Ache a massa de um átomo de hidrogênio isolado e a massa de uma molécula de oxigênio.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema envolve a relação entre a massa de uma molécula ou átomo (nossa variável-alvo) e sua massa molar correspondente M. Usaremos a Equação 18.8 na forma $m = M/N_A$, e obteremos os valores das massas molares na tabela periódica dos elementos (ver Apêndice D).

EXECUTAR: a massa por mol do hidrogênio atômico (ou seja, sua massa atômica) é igual a $M_H = 1{,}008$ g/mol. Logo, a massa m_H de um átomo de hidrogênio isolado é

(*Continua*)

(*Continuação*)

$$m_H = \frac{1{,}008 \text{ g/mol}}{6{,}022 \times 10^{23} \text{ átomos/mol}} = 1{,}674 \times 10^{-24} \text{ g/átomo}$$

Para o oxigênio, a massa atômica é igual a 16,0 g/mol; logo, a massa molar do oxigênio, que é diatômico (com dois átomos), é igual a 32,0 g/mol. Portanto, a massa de uma molécula de O_2 é

$$m_{O_2} = \frac{32{,}0 \text{ g/mol}}{6{,}022 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}} = 53{,}1 \times 10^{-24} \text{ g/moléculas}$$

AVALIAR: observe que os valores do Apêndice D correspondem a massas atômicas *médias* da amostra natural de cada elemento. Tal amostra pode conter diversos *isótopos* diferentes do elemento, cada um dos quais possuindo massa atômica diferente. As amostras naturais de oxigênio e de hidrogênio são quase totalmente constituídas por apenas um isótopo.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 18.2 Suponha que você possa ajustar o valor de r_0 das moléculas de certo composto químico (Figura 18.8) girando um botão. Se você dobrasse o valor de r_0, a densidade da forma sólida desse composto se tornaria: (i) duas vezes maior; (ii) quatro vezes maior; (iii) oito vezes maior; (iv) a metade da inicial; (v) $\frac{1}{4}$ da inicial; (vi) $\frac{1}{8}$ da inicial. I

18.3 MODELO CINÉTICO-MOLECULAR DE UM GÁS IDEAL

O objetivo de qualquer teoria molecular da matéria é explicar as propriedades *macroscópicas* da matéria em termos de sua estrutura e comportamento atômico ou molecular. Depois de compreendê-las, podemos projetar materiais com as propriedades específicas desejadas. Tal análise conduziu ao desenvolvimento de aços com resistências elevadas, materiais semicondutores para dispositivos eletrônicos e um grande número de materiais essenciais para a tecnologia moderna.

Vamos estudar um modelo molecular simples para o gás ideal. Esse *modelo cinético-molecular* considera o gás como um grande número de partículas vagando no interior de um recipiente fechado. Nesta seção, usamos o modelo cinético-molecular para entender como a equação de estado de um gás ideal, a Equação 18.3, está relacionada às leis de Newton. Na próxima seção, usaremos o modelo cinético-molecular para prever o calor específico molar de um gás ideal. Vamos elaborar o modelo para que inclua "partículas" que não são pontos, mas possuem um volume finito.

A discussão seguinte sobre o modelo cinético-molecular de um gás se estenderá por várias etapas, e você talvez precise relê-las diversas vezes. Não desanime!

As hipóteses do modelo são:

1. Um recipiente com volume V contém um número N muito grande de partículas idênticas com a mesma massa m.
2. As moléculas se comportam como partículas puntiformes, muito pequenas em comparação às dimensões do recipiente e à distância média entre as moléculas.
3. As moléculas estão em movimento constante. Cada molécula colide ocasionalmente com a parede do recipiente. Essas colisões são perfeitamente elásticas.
4. As paredes do recipiente são rígidas e possuem massa infinita; elas não se movem.

ATENÇÃO Moléculas *versus* mol Não confunda N, o número total de *moléculas* do gás, com n, o número de *moles* do gás. O número de moléculas é igual ao número de moles multiplicado pelo número de Avogadro: $N = nN_A$.

Colisões e pressão do gás

Nas colisões, as moléculas exercem *forças* sobre as paredes do recipiente; essa é a origem da *pressão* que o gás exerce. Em uma colisão típica (**Figura 18.11**), o

Figura 18.11 Colisão elástica de uma molécula com a parede idealizada de um recipiente.

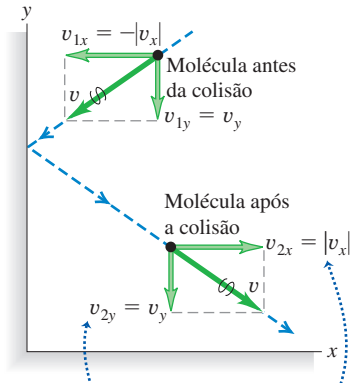
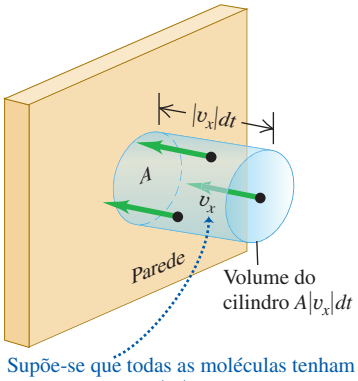


Figura 18.12 Para uma molécula se chocar contra a parede com área A durante o intervalo dt, ela precisa estar voltada para a parede e dentro do cilindro sombreado com comprimento $|v_x|\,dt$ no início do intervalo.



componente da velocidade paralelo à parede não varia, enquanto o componente da velocidade perpendicular à parede muda de sentido, mas seu módulo permanece constante.

Inicialmente, vamos determinar o *número* de colisões por unidade de tempo que ocorrem em certa área A da parede. A seguir, acharemos a variação do momento total associado a essas colisões e as forças necessárias para produzir essa variação. Depois determinaremos a pressão (força por unidade de área) e compararemos o resultado com a equação do gás ideal. Encontraremos uma relação direta entre a temperatura do gás e a energia cinética de suas moléculas.

Para começar, vamos supor que todas as moléculas no gás possuem o mesmo *módulo* da velocidade x, $|v_x|$. Mais adiante mostraremos que nossos resultados não dependem dessa hipótese simplista.

Conforme mostra a Figura 18.11, para cada colisão o componente x da velocidade varia desde $-|v_x|$ até $+|v_x|$. Logo, o componente x do momento linear P_x varia de $-m|v_x|$ até $+m|v_x|$, e a *variação* do componente x do momento linear P_x é dada por $m|v_x| - (-m|v_x|) = 2m|v_x|$.

Se a molécula está na iminência de colidir com uma dada área A da parede durante um pequeno intervalo dt, então no início desse intervalo ela deve estar a uma distância $|v_x|dt$ da parede (**Figura 18.12**) e deve se dirigir frontalmente contra ela. Logo, o número de moléculas que colidem com A durante o intervalo dt é igual ao número de moléculas no interior de um cilindro com base de área A e comprimento $|v_x|dt$, e que tenha sua velocidade x direcionada para a parede. O volume desse cilindro é $A|v_x|\,dt$. Supondo que o número de moléculas por unidade de volume (N/V) seja uniforme, o *número* de moléculas nesse cilindro é $(N/V)\,(A|v_x|\,dt)$. Na média, metade dessas moléculas se aproximam da parede e as demais se afastam dela. Logo, o número de colisões na área A durante dt é

$$\tfrac{1}{2}\left(\frac{N}{V}\right)(A|v_x|\,dt)$$

Para o sistema constituído por todas as moléculas do gás, a variação total do momento linear dp_x durante dt é igual ao *número* de colisões multiplicado por $2m|v_x|$:

$$dp_x = \tfrac{1}{2}\left(\frac{N}{V}\right)(A|v_x|\,dt)(2m|v_x|) = \frac{NAmv_x^2\,dt}{V} \tag{18.9}$$

(Estamos usando a letra minúscula p para o momento linear total e a letra maiúscula P para a pressão. Tome cuidado!) Escrevemos v_x^2 em vez de $|v_x|^2$ na expressão final porque o quadrado do valor absoluto de um número é igual ao quadrado desse número. A *taxa* de variação do componente p_x do momento linear é

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{NAmv_x^2}{V} \tag{18.10}$$

De acordo com a segunda lei de Newton, essa taxa de variação do momento linear é a força que a área A da parede exerce sobre as moléculas de gás. Pela *terceira* lei de Newton, essa força é igual e contrária à exercida *pelas* moléculas *sobre* a parede. A pressão P é o módulo da força exercida sobre a parede por unidade de área, portanto:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{Nmv_x^2}{V} \tag{18.11}$$

A pressão exercida pelo gás depende do número de moléculas por unidade de volume (N/V), da massa m por molécula e da velocidade das moléculas.

Pressão e energias cinéticas moleculares

Já dissemos que, na realidade, $|v_x|$ *não* é igual para todas as moléculas. Poderíamos, contudo, ter dividido as moléculas em grupos e colocado no mesmo grupo as moléculas de mesmo $|v_x|$, e a seguir somado às contribuições resultantes da pressão. O efeito é precisamente a substituição de v_x^2 na Equação 18.11 pelo valor *médio* de v_x^2, que será designado por $(v_x^2)_{\text{méd}}$. Além disso, $(v_x^2)_{\text{méd}}$ pode ser relacionada de modo simples ao *módulo da velocidade* de cada molécula. O módulo da velocidade v de uma molécula é relacionado aos componentes v_x, v_y e v_z por

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

Tomamos a média dessa relação para todas as moléculas:

$$(v^2)_{\text{méd}} = (v_x^2)_{\text{méd}} + (v_y^2)_{\text{méd}} + (v_z^2)_{\text{méd}}$$

Todavia, em nosso modelo não existe nenhuma diferença real entre as direções x, y e z. (As velocidades moleculares são muito elevadas em um gás típico, de modo que os efeitos da gravidade são tão pequenos que são desprezíveis.) De onde se conclui que $(v_x^2)_{\text{méd}}$, $(v_y^2)_{\text{méd}}$ e $(v_z^2)_{\text{méd}}$ devem ser *iguais*. Assim, $(v^2)_{\text{méd}}$ é igual a $3(v_x^2)_{\text{méd}}$ e

$$(v_x^2)_{\text{méd}} = \tfrac{1}{3}(v^2)_{\text{méd}}$$

logo, a Equação 18.11 pode ser escrita na forma

$$PV = \tfrac{1}{3}Nm(v^2)_{\text{méd}} = \tfrac{2}{3}N\left[\tfrac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}}\right] \tag{18.12}$$

Notamos que $\frac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}}$ é a energia cinética média de translação de uma única molécula. O produto desse valor pelo número total de moléculas N é igual à energia cinética aleatória K_{tr} do movimento de translação de todas as moléculas. (A notação K_{tr} nos lembra de que essa energia é associada ao movimento de *translação*. Podem existir outras energias associadas ao movimento de rotação e de vibração das moléculas.) O produto PV é igual a dois terços da energia cinética translacional total:

$$PV = \tfrac{2}{3}K_{\text{tr}} \tag{18.13}$$

Vamos agora comparar a Equação 18.13 com a equação do gás ideal, $PV = nRT$, Equação 18.3, pautada em estudos experimentais do comportamento do gás. Para que as duas equações sejam iguais, devemos ter

Energia cinética translacional média de um gás ideal

$$K_{\text{tr}} = \tfrac{3}{2}nRT \tag{18.14}$$

(n: Número de moles do gás; T: Temperatura absoluta do gás; R: Constante do gás)

Assim, esse resultado mostra que K_{tr} é *diretamente proporcional* à temperatura absoluta T (**Figura 18.13**).

A energia cinética translacional média de uma única molécula é a energia cinética translacional total K_{tr} de todas as moléculas dividida pelo número de moléculas, N:

$$\frac{K_{\text{tr}}}{N} = \tfrac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}} = \frac{3nRT}{2N}$$

Além disso, o número total de moléculas N é o número de moles n multiplicado pelo número de Avogadro N_A, logo, $N = nN_A$ e $n/N = 1/N_A$. Assim, a equação acima torna-se

Figura 18.13 O ar do verão (acima) é mais quente que o ar do inverno (abaixo); isto é, a energia cinética translacional média das moléculas do ar é maior no verão.

$$\frac{K_{tr}}{N} = \tfrac{1}{2}m(v^2)_{méd} = \tfrac{3}{2}\left(\frac{R}{N_A}\right)T \qquad (18.15)$$

A razão R/N_A é chamada de **constante de Boltzmann**, k:

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}314\ \text{J/mol} \cdot \text{K}}{6{,}022 \times 10^{23}\ \text{moléculas/mol}} = 1{,}381 \times 10^{-23}\ \text{J/molécula} \cdot \text{K}$$

(O valor de k com melhor aproximação atualmente é $1{,}3806488(13) \times 10^{-23}$ J/molécula · K.) Podemos reescrever a Equação 18.15 em termos de k do seguinte modo:

Energia cinética translacional média da molécula de um gás

$$\tfrac{1}{2}m(v^2)_{méd} = \tfrac{3}{2}kT \qquad (18.16)$$

- m: Massa de uma molécula
- $(v^2)_{méd}$: Valor médio do quadrado das velocidades moleculares
- T: Temperatura absoluta do gás
- k: Constante de Boltzmann

Esse resultado mostra que a energia cinética translacional média *por molécula* depende somente da temperatura, e não da pressão, do volume, nem do tipo de molécula. Podemos obter a energia cinética translacional média *por mol* multiplicando a Equação 18.16 pelo número de Avogadro e usando a relação $M = N_A m$:

$$N_A \tfrac{1}{2}m(v^2)_{méd} = \tfrac{1}{2}M(v^2)_{méd} = \tfrac{3}{2}RT \qquad (18.17)$$

(energia cinética translacional média por mol do gás)

A energia cinética translacional de um mol das moléculas de um gás ideal depende somente de T.

Finalmente, é conveniente reescrever a equação do gás ideal em uma base molecular. Usamos $N = N_A n$ e $R = N_A k$ para obter esta forma alternativa da equação do gás ideal:

$$PV = NkT \qquad (18.18)$$

Esse resultado mostra que a constante de Boltzmann k é uma constante de gases em base "por molécula", em vez da usual base "por mol" relacionada à constante R.

Velocidades moleculares

Usando as equações 18.16 e 18.17, podemos obter expressões para a raiz quadrada de $(v^2)_{méd}$, a chamada **velocidade quadrática média** v_{rmq}:

Velocidade quadrática média de uma molécula de gás

$$v_{rmq} = \sqrt{(v^2)_{méd}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad (18.19)$$

- $(v^2)_{méd}$: Valor médio do quadrado das velocidades moleculares
- k: Constante de Boltzmann
- m: Massa de uma molécula
- T: Temperatura absoluta do gás
- R: Constante do gás
- M: Massa molar

Poderia parecer mais natural caracterizar a velocidade molecular pelo valor da velocidade *média*, em vez de achar a v_{rmq}. Notamos, contudo, que o valor de v_{rmq} decorre diretamente das equações 18.16 e 18.17. Para calcular o valor da velocidade

quadrática média, elevamos ao quadrado a velocidade de cada molécula, somamos os resultados, dividimos pelo número de moléculas e extraímos a raiz quadrada; v_{rmq} é a *raiz quadrada* do valor *médio* dos *quadrados* das velocidades.

As equações 18.16 e 18.19 mostram que, em uma dada temperatura T do gás, moléculas com massas m diferentes possuem a mesma energia cinética média, porém velocidades quadráticas médias diferentes. Na média, as moléculas de nitrogênio ($M = 28$ g/mol) do ar que você respira se movem com velocidades maiores que as moléculas de oxigênio ($M = 32$ g/mol). Moléculas de hidrogênio ($M = 2$ g/mol) são as que se movem com a maior velocidade entre todos os gases; essa é a razão pela qual não existe praticamente nenhum hidrogênio na atmosfera terrestre, embora esse gás seja formado pelo elemento mais abundante em todo o universo (**Figura 18.14**). Uma parcela significativa das moléculas de H_2 da atmosfera terrestre teria velocidades superiores à "velocidade de escape" de $1{,}12 \times 10^4$ m/s (calculada no Exemplo 12.5, Seção 12.3) e escapariam da atmosfera para o espaço. Os gases mais pesados e mais lentos não podem escapar com muita facilidade, sendo essa a razão do predomínio desses gases em nossa atmosfera.

A hipótese de que as moléculas individuais sofrem colisões perfeitamente elásticas com a parede do recipiente é, na realidade, simplista demais. Investigações mais aprofundadas revelaram que, na maioria dos casos, as moléculas aderem à superfície da parede por um curto intervalo e, a seguir, afastam-se da parede com velocidades características da temperatura *da parede*. Contudo, o gás e a parede geralmente estão em equilíbrio térmico, tendo a mesma temperatura. Logo, não existe nenhuma transferência líquida de energia entre a parede e o gás, e nossos cálculos continuam sendo válidos.

Figura 18.14 Embora o hidrogênio seja um combustível interessante para veículos, ele existe em nossa atmosfera apenas em quantidades infinitesimais (0,00005% em volume). Assim, o combustível de hidrogênio precisa ser gerado por eletrólise da água, um processo que, por sua vez, requer grande quantidade de energia.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 18.2 MODELO CINÉTICO MOLECULAR

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* use os resultados do modelo cinético-molecular sempre que o problema pedir para você relacionar as propriedades macroscópicas de um gás, como a temperatura e a pressão, com as propriedades microscópicas, como as velocidades das moléculas.

PREPARAR *o problema* por meio dos seguintes passos:

1. Identifique quais são as variáveis conhecidas e quais são as variáveis-alvo.
2. Escolha a equação a ser usada entre as equações 18.14, 18.16 e 18.19.

EXECUTAR *a solução* da seguinte forma (mantenha a coerência entre as unidades):

1. A unidade usual da massa molar M é gramas por mol; essas unidades geralmente são omitidas nas tabelas. Em equações como a 18.19, quando você usar unidades SI, deve expressar M em quilogramas por mol. Por exemplo, para o oxigênio, $M_{O_2} = 32$ g/mol $= 32 \times 10^{-3}$ kg/mol.
2. Você está usando uma base "por molécula" (com m, N e k) ou uma "base por mol" (com M, n e R)? Pense em N como tendo unidades de "moléculas"; então m possui unidades de massa por molécula e k possui unidades de joules por molécula por kelvin. De modo semelhante, n possui unidades de moles; então M possui unidades de massa por mol e R possui unidades de joules por mol por kelvin.
3. Lembre-se de que T é sempre uma temperatura *absoluta* (em Kelvin).

AVALIAR *sua resposta:* suas respostas fazem sentido? Lembre-se de que as velocidades moleculares à temperatura ambiente costumam ser de várias centenas de metros por segundo.

EXEMPLO 18.6 CÁLCULO DA ENERGIA CINÉTICA MOLECULAR E v_{rmq}

(a) Qual é a energia cinética translacional média de uma molécula de gás ideal a uma temperatura de 27 °C? (b) Qual é a energia cinética translacional aleatória das moléculas em 1 mol desse gás? (c) Qual é a velocidade quadrática média das moléculas de oxigênio nessa temperatura?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema envolve a energia cinética translacional de um gás ideal em uma base "por molécula" e em uma base "por mol", assim como a velocidade quadrática média das moléculas do gás, v_{rmq}. O problema fornece $T = 27$ °C $= 300$ K e $n = 1$ mol. A massa molecular m é a do oxigênio. Usamos a Equação 18.16 para encontrar a energia cinética média de uma molécula, a Equação 18.14 para encontrar a energia cinética molecular total e a Equação 18.19 para encontrar v_{rmq}.

EXECUTAR: (a) pela Equação 18.16,

$$\tfrac{1}{2}m(v^2)_{méd} = \tfrac{3}{2}kT = \tfrac{3}{2}(1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K})(300\ \text{K})$$
$$= 6{,}21 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

(b) Pela Equação 18.14, a energia cinética de um mol é

$$K_{tr} = \tfrac{3}{2}nRT = \tfrac{3}{2}(1\ \text{mol})(8{,}314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(300\ \text{K}) = 3.740\ \text{J}$$

(*Continua*)

(*Continuação*)

(c) No Exemplo 18.5, encontramos a massa por molécula m e a massa molar M do oxigênio molecular. Usando a Equação 18.19, podemos calcular v_{rmq} de duas maneiras:

$$v_{rmq} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3(1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K})\,(300\ \text{K})}{5{,}31 \times 10^{-26}\ \text{kg}}}$$

$$= 484\ \text{m/s} = 1.740\ \text{km/h} = 1.080\ \text{mi/h}$$

$$v_{rmq} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8{,}314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})\,(300\ \text{K})}{32{,}0 \times 10^{-3}\ \text{kg/mol}}} = 484\ \text{m/s}$$

AVALIAR: a resposta no item (a) não depende da massa da molécula. Você pode conferir o resultado obtido no item (b) observando que a energia cinética translacional por mol precisa ser igual à energia cinética translacional média por molécula do item (a), multiplicada pelo número de Avogadro, N_A: $K_{tr} = (6{,}21 \times 10^{-21}\ \text{J/molécula}) \times (6{,}022 \times 10^{23}\ \text{moléculas}) = 3.740\ \text{J}$.

EXEMPLO 18.7 CÁLCULO DE VELOCIDADES RMQ E MÉDIA

Verifica-se que cinco moléculas escolhidas ao acaso possuem velocidades de 500, 600, 700, 800 e 900 m/s. Ache a velocidade quadrática média. Qual é a velocidade *média*?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: para resolver este problema, precisamos usar as definições de média quadrática e média aritmética de diversos valores. Para encontrar v_{rmq}, elevamos ao quadrado cada velocidade, calculamos a média dos quadrados e extraímos a raiz quadrada do resultado. Encontramos $v_{méd}$ pelo modo normal.

EXECUTAR: o valor médio de v^2 e a v_{rmq} resultante para as cinco moléculas são

$$(v^2)_{méd} = \frac{500^2 + 600^2 + 700^2 + 800^2 + 900^2}{5}\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$= 5{,}10 \times 10^5\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_{rmq} = \sqrt{(v^2)_{méd}} = 714\ \text{m/s}$$

A velocidade *média* $v_{méd}$ é

$$v_{méd} = \frac{500 + 600 + 700 + 800 + 900}{5}\ \text{m/s} = 700\ \text{m/s}$$

AVALIAR: vemos que, geralmente, os valores de $v_{méd}$ e v_{rmq} *não* são iguais. Falando de modo aproximado, v_{rmq} atribui um peso maior às velocidades mais elevadas, o que não acontece com $v_{méd}$.

Colisões entre moléculas

Não consideramos a possibilidade de colisão entre duas moléculas do gás. Quando consideramos as moléculas como pontos, elas *nunca* podem colidir. Contudo, vamos considerar um modelo mais realista, no qual cada molécula é uma esfera de raio r. Qual seria a frequência das colisões moleculares? Qual seria, na média, a distância percorrida por uma molécula antes de ela colidir com outra? Podemos obter respostas aproximadas a partir do modelo bastante primitivo apresentado a seguir.

Considere N moléculas esféricas com raio r e volume V. Suponha que somente uma molécula esteja se movendo. Quando ela colide com outra molécula, a distância entre os centros das moléculas é igual a $2r$. Suponha que você trace um cilindro de raio $2r$ com seu eixo paralelo à direção da velocidade da molécula (**Figura 18.15**). A molécula que se move colidirá com qualquer outra cujo centro esteja no interior desse cilindro. Durante um breve intervalo dt, a molécula se desloca uma distância $v\,dt$; durante esse intervalo, ela colide com qualquer molécula que esteja no interior do volume cilíndrico de raio $2r$ e comprimento $v\,dt$. O volume desse cilindro é $4\pi r^2 v\,dt$. Existem N/V moléculas por unidade de volume; logo, o número dN de moléculas com centros no interior desse cilindro é

$$dN = 4\pi r^2 v\,dt\,N/V$$

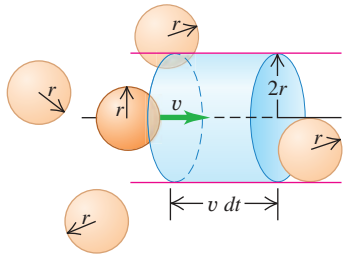


Figura 18.15 Em um intervalo dt, uma molécula de raio r colide com outra no interior do volume de um cilindro de raio $2r$ e comprimento $v\,dt$.

Portanto, o número de colisões *por unidade de tempo* é dado por

$$\frac{dN}{dt} = \frac{4\pi r^2 vN}{V}$$

Esse resultado pressupõe o movimento de uma única molécula. A análise se torna mais realista considerando o movimento simultâneo de todas as moléculas. Verifica-se, nesse caso, que as colisões se tornam mais frequentes e a equação anterior deve ser multiplicada por $\sqrt{2}$:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{4\pi\sqrt{2}\, r^2 vN}{V}$$

O tempo médio $t_{méd}$ entre as colisões, denominado *tempo livre médio,* é o inverso desse resultado:

$$t_{méd} = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}\, r^2 vN} \tag{18.20}$$

A distância média percorrida entre duas colisões sucessivas é chamada de **livre caminho médio**. Em nosso modelo, ele é precisamente igual à velocidade v da molécula multiplicada por $t_{méd}$:

Livre caminho médio de uma molécula de gás

$$\lambda = vt_{méd} = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2N} \tag{18.21}$$

Velocidade da molécula; Volume do gás; Tempo livre médio entre as colisões; Raio de uma molécula; Número de moléculas no gás

O livre caminho médio λ (a letra grega lambda) é inversamente proporcional ao número de moléculas por unidade de volume (N/V) e inversamente proporcional à área da seção reta πr^2 de uma molécula; quanto maior o número de moléculas e maior o tamanho da molécula, menor será a distância entre duas colisões sucessivas (**Figura 18.16**). Note que o livre caminho médio *não* depende da velocidade da molécula.

Podemos escrever a Equação 18.21 em termos das propriedades macroscópicas do gás, usando a equação do gás ideal na forma dada pela Equação 18.18, $PV = NkT$. Achamos

$$\lambda = \frac{kT}{4\pi\sqrt{2}\, r^2 P} \tag{18.22}$$

Se aumentamos a temperatura mantendo a pressão constante, o gás se expande, a distância média entre as moléculas aumenta e o valor de λ cresce. Se aumentamos a pressão mantendo a temperatura constante, o gás se comprime e λ diminui.

Figura 18.16 Quando você caminha no meio de uma multidão, seu livre caminho médio — a distância que você percorre sem esbarrar em outra pessoa — depende da quantidade de pessoas e da aproximação entre elas.

EXEMPLO 18.8 CÁLCULO DO LIVRE CAMINHO MÉDIO

(a) Estime o livre caminho médio de uma molécula de ar a 27 °C e 1 atm. Considere as moléculas como esferas com raio $r = 2{,}0 \times 10^{-10}$ m. (b) Estime o tempo livre médio de uma molécula de oxigênio com velocidade $v = v_{rmq}$ a 27 °C e 1 atm.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema utiliza os conceitos de livre caminho médio e tempo livre médio (nossas variáveis-alvo). Usamos a Equação 18.22 para calcular o livre caminho médio λ. Depois usamos $\lambda = vt_{méd}$ na Equação 18.21, com $v = v_{rmq}$, para achar o tempo livre médio, $t_{méd}$.

EXECUTAR: (a) pela Equação 18.22,

$$\lambda = \frac{kT}{4\pi\sqrt{2}r^2P} = \frac{(1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K})\,(300\ \text{K})}{4\pi\sqrt{2}(2{,}0 \times 10^{-10}\ \text{m})^2\,(1{,}01 \times 10^{5}\ \text{Pa})}$$

$$= 5{,}8 \times 10^{-8}\ \text{m}$$

(*Continua*)

(*Continuação*)

(b) De acordo com o Exemplo 18.6, para o oxigênio a 27 °C, a velocidade quadrática média é $v_{rmq} = 484$ m/s, então o tempo livre médio de uma molécula com essa velocidade é

$$t_{méd} = \frac{\lambda}{v} = \frac{5{,}8 \times 10^{-8}\ \text{m}}{484\ \text{m/s}} = 1{,}2 \times 10^{-10}\ \text{s}$$

Essa molécula sofre cerca de 10^{10} colisões por segundo!

AVALIAR: observe que, pelas equações 18.21 e 18.22, o livre *caminho* médio não depende da velocidade da molécula, porém, o *tempo* livre médio, sim. As moléculas mais lentas apresentam um intervalo mais longo $t_{méd}$ entre as colisões que as moléculas mais velozes; porém, a *distância* média λ entre as colisões é a mesma, independentemente do valor da velocidade da molécula. Nossa resposta do item (a) indica que a molécula não vai muito longe entre as colisões, mas o livre caminho médio ainda é várias centenas de vezes o raio molecular *r*.

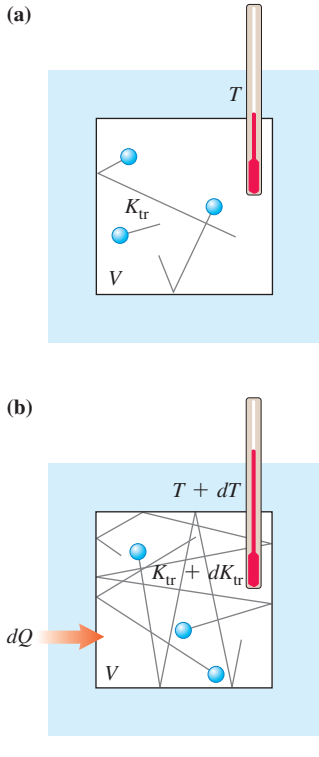
TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 18.3 Coloque os seguintes gases em ordem (a) da maior para a menor velocidade rmq das moléculas e (b) da maior para a menor energia cinética translacional média de uma molécula: (i) oxigênio ($M = 32{,}0$ g/mol) a 300 K; (ii) nitrogênio ($M = 28{,}0$ g/mol) a 300 K; (iii) oxigênio a 330 K; (iv) nitrogênio a 330 K. I

18.4 CALOR ESPECÍFICO

Quando introduzimos o conceito de calor específico na Seção 17.5, mencionamos dois modos para *medir* o calor específico ou o calor específico molar de um dado material. Veremos agora como essas grandezas podem ser *previstas* com base na teoria.

Calor específico de um gás

Figura 18.17 (a) Um volume fixo *V* de um gás ideal monoatômico. (b) Quando uma quantidade de calor *dQ* for fornecida ao gás, a energia cinética translacional total cresce por $dK_{tr} = dQ$, e a temperatura aumenta por $dT = dQ/nC_V$.



A base de nossa análise é de que o calor é *energia* em trânsito. Quando fornecemos calor a uma substância, estamos aumentando sua energia molecular. Neste ponto do estudo, manteremos o volume do gás constante. Se o gás se expandisse, ele realizaria trabalho ao empurrar as paredes do recipiente, e essa transferência de energia adicional teria de ser incluída em nossos cálculos. Retornaremos a esse caso mais geral no Capítulo 19. Por enquanto, analisaremos C_V, o calor específico molar *a volume constante*.

No modelo cinético-molecular simples da Seção 18.3, a energia molecular consistia apenas na energia cinética translacional K_{tr} das moléculas puntiformes. Essa energia é diretamente proporcional à temperatura absoluta *T*, como indicado na Equação 18.14, $K_{tr} = \frac{3}{2}nRT$. Quando a temperatura varia por uma pequena quantidade *dT*, a variação correspondente da energia cinética é

$$dK_{tr} = \tfrac{3}{2}nR\,dT \tag{18.23}$$

Pela definição de calor específico molar a volume constante, C_V (Seção 17.5), temos também

$$dQ = nC_V\,dT \tag{18.24}$$

onde *dQ* é o calor fornecido necessário para produzir uma variação de temperatura *dT*. Se K_{tr} representa a energia molecular total, como havíamos suposto, então *dQ* deve ser *igual* a dK_{tr} (**Figura 18.17**). Igualando as expressões dadas pelas equações 18.23 e 18.24, obtemos

$$nC_V\,dT = \tfrac{3}{2}nR\,dT$$

Calor específico molar a volume constante, gás ideal de partículas puntiformes

$$C_V = \tfrac{3}{2}R \qquad \text{(Constante do gás)} \tag{18.25}$$

Esse resultado surpreendentemente simples afirma que o calor específico molar a volume constante é igual a $3R/2$ para *qualquer* gás cujas moléculas podem ser representadas como pontos.

A Equação 18.25 concorda com valores *medidos* do calor específico molar? Usando unidades SI na Equação 18.25, obtemos

$$C_V = \tfrac{3}{2}(8{,}314\ \text{J/mol} \cdot \text{K}) = 12{,}47\ \text{J/mol} \cdot \text{K}$$

Compare com os valores medidos de C_V para diversos gases na **Tabela 18.1**. Vemos que, para um gás *monoatômico*, a previsão é muito boa, mas, para gases diatômicos e poliatômicos, nossa previsão está bem distante da realidade.

Essa comparação nos informa que nosso modelo de moléculas puntiformes é suficientemente bom para gases monoatômicos, mas, para moléculas monoatômicas e poliatômicas, precisamos de um modelo mais sofisticado. Por exemplo, podemos representar uma molécula diatômica como *duas* massas puntiformes, semelhante a um pequeno haltere elástico (**Figura 18.18**), com uma força de interação entre os átomos do tipo indicado na Figura 18.8. Tal molécula pode ter uma energia cinética adicional associada à *rotação* em torno dos eixos que passam por seu centro de massa. Os átomos também podem apresentar um movimento *vibratório* para a frente e para trás ao longo da linha que os une, com energias cinéticas e energias potenciais adicionais.

Quando o calor flui para o interior de um gás *monoatômico* a volume constante, *toda* a energia adicionada é usada para aumentar a energia cinética molecular *translacional* aleatória. A Equação 18.23 mostra que isso dá origem a um aumento de temperatura. Porém, quando a temperatura aumenta pelo mesmo valor em um gás *diatômico* ou *poliatômico*, é necessário calor adicional para suprir o aumento da energia rotacional e da energia do movimento vibratório. Logo, um gás poliatômico tem um calor específico molar *maior* que um gás monoatômico, como mostra a Tabela 18.1.

Entretanto, como podemos saber qual é a quantidade de energia associada a cada espécie de movimento de uma molécula complexa, em comparação com a energia cinética translacional? O novo princípio de que precisamos denomina-se princípio da **equipartição da energia**. Ele pode ser deduzido a partir de considerações sofisticadas de mecânica estatística: essa dedução está fora do nosso objetivo, e vamos considerar esse princípio um axioma.

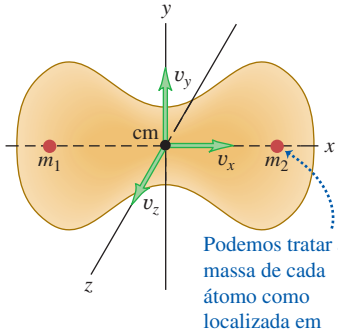
O princípio da equipartição da energia afirma que cada componente da velocidade (linear ou angular) possui, em média, uma energia cinética associada a cada molécula igual a $\frac{1}{2}kT$, ou seja, metade da constante de Boltzmann multiplicada pela temperatura absoluta. O número dos componentes da velocidade necessários para descrever completamente o movimento de uma molécula constitui o número de **graus de liberdade**. Para um gás monoatômico, existem três graus de liberdade (para os componentes das velocidades v_x, v_y e v_z); isso resulta em um total da energia cinética média por molécula igual a 3 ($\frac{1}{2}kT$), consistente com a Equação 18.16.

TABELA 18.1 Calores específicos molares de gases.

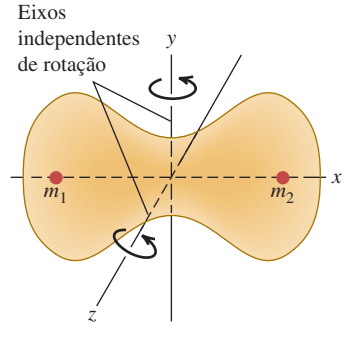
Tipo de gás	Gás	C_V (J/mol · K)
Monoatômico	He	12,47
	Ar	12,47
Diatômico	H_2	20,42
	N_2	20,76
	O_2	20,85
	CO	20,85
Poliatômico	CO_2	28,46
	SO_2	31,39
	H_2S	25,95

Figura 18.18 Movimentos de uma molécula diatômica.

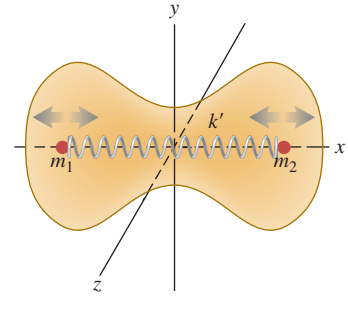
(a) Movimento translacional. A molécula se move como um todo; sua velocidade pode ser descrita como os componentes x, y e z de seu centro de massa.



(b) Movimento rotacional. A molécula gira ao redor de seu centro de massa. Essa molécula tem dois eixos de rotação independentes.



(c) Movimento vibratório. A molécula oscila como se os núcleos estivessem ligados por uma mola.



Para uma molécula *diatômica*, existem dois eixos possíveis de rotação, perpendiculares um ao outro e ao eixo molecular. (Não incluímos a rotação em torno do eixo molecular porque, em colisões comuns, não existe nenhuma possibilidade de que haja variação do movimento de rotação em torno desse eixo.) Se somarmos dois graus de liberdade de rotação a uma molécula diatômica, a energia cinética total média por molécula é $\frac{5}{2}kT$ em vez de $\frac{3}{2}kT$. A energia cinética total de n moles é $K_{\text{total}} = nN_A\left(\frac{5}{2}kT\right) = \frac{5}{2}n(kN_A)T = \frac{5}{2}nRT$, e o calor específico molar (a volume constante) é

Calor específico molar, a volume constante, gás diatômico ideal

$$C_V = \frac{5}{2}R \qquad \text{(Constante do gás)} \tag{18.26}$$

Em unidades SI,

$$C_V = \tfrac{5}{2}(8{,}314\ \text{J/mol} \cdot \text{K}) = 20{,}79\ \text{J/mol} \cdot \text{K}$$

Esse valor está próximo dos valores medidos para os gases diatômicos fornecidos na Tabela 18.1.

O movimento *vibratório* também pode contribuir para o calor específico dos gases. As ligações moleculares não são rígidas; elas podem se esticar e encurvar, e as vibrações resultantes produzem graus de liberdade e energias adicionais. Contudo, para a maior parte dos gases diatômicos, o movimento vibratório *não* contribui de modo significativo para o calor específico. A razão para isso é sutil e envolve alguns conceitos de mecânica quântica. Resumidamente, podemos dizer que a energia da vibração só pode variar por meio de saltos finitos. Se a variação de energia no primeiro salto for muito maior que a energia contida em muitas moléculas, então quase todas as moléculas permanecem no estado mínimo de energia. Nessas circunstâncias, as variações de temperatura não produzem variações apreciáveis na energia de vibração das moléculas, e dizemos que os graus de liberdade das vibrações são "congelados". Em moléculas mais complexas, os intervalos entre os níveis de energia de cada estado permitido são muito menores, e as vibrações *contribuem* para o calor específico. As energias de rotação das moléculas também variam por meio de saltos finitos, porém eles geralmente são muito pequenos; o "congelamento" de um grau de liberdade da rotação ocorre somente em casos raros.

Na Tabela 18.1, os valores elevados de C_V para as moléculas poliatômicas indicam contribuições da energia de vibração. Além disso, as moléculas com três ou mais átomos não alinhados possuem *três*, e não dois graus de liberdade de rotação.

Pelo que acabamos de estudar, concluímos que o calor específico depende da temperatura, geralmente aumentando quando ela aumenta. A **Figura 18.19** mostra um gráfico da dependência de C_V em relação à temperatura no gás hidrogênio (H_2), mostrando as temperaturas em que as energias de rotação e de vibração começam a contribuir para o calor específico.

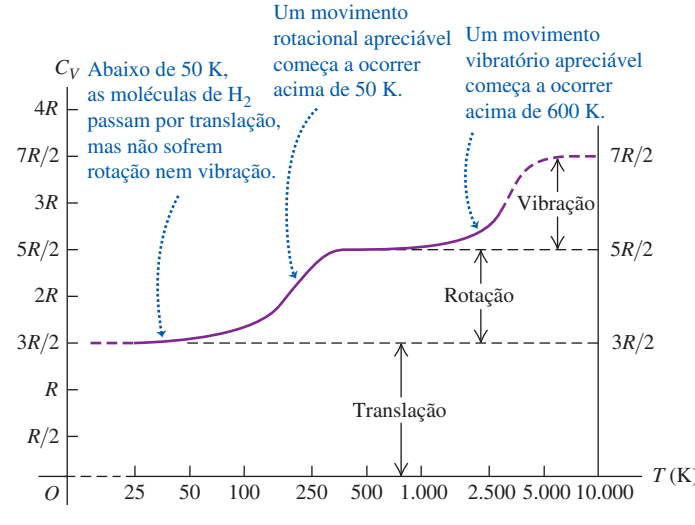
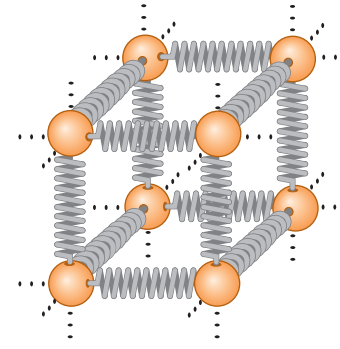


Figura 18.19 Valores experimentais de C_V, o calor específico molar a volume constante, para o gás hidrogênio (H_2). A temperatura é representada em escala logarítmica.

Calor específico de um sólido

Podemos desenvolver uma análise semelhante para estudar o calor específico de um sólido. Considere um cristal formado por N átomos idênticos (um *sólido monoatômico*). Cada átomo está ligado a uma posição de equilíbrio pela ação de forças interatômicas. A elasticidade de um material sólido nos mostra que essas forças podem esticar e encurvar as ligações. Podemos modelar o cristal como um conjunto de átomos interligados por pequenas molas (**Figura 18.20**).

Figura 18.20 Para visualizar as forças entre átomos vizinhos em um cristal, imagine que cada átomo está ligado aos átomos vizinhos por molas.



Cada átomo *vibra* em torno de sua posição de equilíbrio e apresenta três graus de liberdade, que correspondem aos três componentes da velocidade. De acordo com o princípio da equipartição, cada átomo tem uma energia cinética de $\frac{1}{2}kT$ para cada grau de liberdade. Além disso, cada átomo possui uma energia *potencial* associada à deformação elástica. Para um oscilador harmônico simples (discutido no Capítulo 13), é fácil mostrar que a energia cinética média de um átomo é *igual* à sua energia potencial média. Em nosso modelo de cristal, cada átomo é essencialmente um oscilador harmônico simples; podemos mostrar que a igualdade entre as energias cinética e potencial continua válida nesse caso, desde que as forças das "molas" obedeçam à lei de Hooke.

Logo, devemos esperar que cada átomo apresente uma energia cinética média igual a $\frac{3}{2}kT$ e uma energia potencial média igual a $\frac{3}{2}kT$, ou uma energia total média igual a $3kT$ por átomo. Quando o cristal possui N átomos ou n moles, sua energia total é

$$E_{\text{tot}} = 3NkT = 3nRT \tag{18.27}$$

Assim, concluímos que o calor específico molar do cristal deve ser dado por

Calor específico de um sólido monoatômico ideal (regra de Dulong e Petit)

$$C_V = 3R \quad \text{(Constante do gás)} \tag{18.28}$$

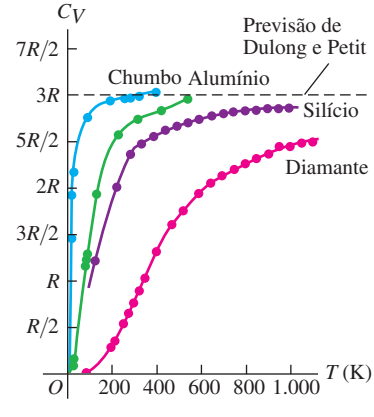
Em unidades SI,

$$C_V = (3)\,(8{,}314\ \text{J/mol} \cdot \text{K}) = 24{,}9\ \text{J/mol} \cdot \text{K}.$$

Deduzimos a **regra de Dulong e Petit**, que encontramos como uma conclusão *empírica* na Seção 17.5: todos os sólidos constituídos por um único elemento possuem um calor específico molar igual a aproximadamente 25 J/mol · K. A concordância com os dados é apenas aproximada, mas, considerando a natureza simples do modelo, ela é bastante significativa.

Sob baixas temperaturas, o calor específico da maioria dos sólidos *diminui* com a redução da temperatura (**Figura 18.21**); pela mesma razão, os graus de liberdade das vibrações das moléculas são congelados em baixas temperaturas. Em temperaturas muito baixas, a grandeza kT é muito *menor* que o menor salto de energia das vibrações dos átomos. Portanto, quase todos os átomos permanecem nos estados de energia mais baixos, porque as energias das vibrações não são suficientes para atingir o nível de energia seguinte mais elevado. A energia média de vibração por átomo é, então, *menor* que $3kT$, e o calor específico por molécula é *menor* que $3k$. Em temperaturas mais elevadas, quando kT é *maior* que o menor salto de energia, o princípio da equipartição se aplica, e o calor específico total é igual a $3k$ por molécula ou $3R$ por mol, conforme previsto pela regra de Dulong e Petit. A explicação quantitativa da variação do calor específico em função da temperatura foi um dos triunfos da mecânica quântica durante seu desenvolvimento inicial na década de 1920.

Figura 18.21 Valores experimentais de C_V para o chumbo, o alumínio, o silício e o diamante. Em temperaturas elevadas, o C_V de cada sólido tende ao valor aproximado de $3R$, concordando com a regra de Dulong e Petit. Em baixas temperaturas, C_V é muito menor que $3R$.



TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 18.4 Um cilindro com volume fixo contém gás hidrogênio (H_2) a 25 K. Você fornece calor ao gás a uma taxa constante até que sua temperatura chegue a 500 K. A temperatura do gás aumenta em uma taxa constante? Sim ou não, e por quê? Em caso negativo, o aumento de temperatura é mais rápido no início ou no final desse processo?

18.5 VELOCIDADES MOLECULARES

Como dissemos na Seção 18.3, nem todas as moléculas de um gás têm a mesma velocidade. A **Figura 18.22** mostra um esquema experimental para medir velocidades moleculares. Uma substância é vaporizada em um forno quente; as moléculas do vapor passam por uma fenda na parede do forno e atingem uma câmara a vácuo. Uma série de fendas bloqueia todas as moléculas, exceto as que se deslocam paralelamente a um feixe estreito, que é dirigido para um par de discos giratórios. A molécula que passa por uma fenda no primeiro disco é bloqueada pelo segundo, a menos que atinja o segundo disco no momento em que a fenda esteja alinhada com a direção do feixe. Os discos funcionam como seletores de velocidade que deixam passar somente moléculas com velocidades dentro de um certo intervalo de velocidade muito pequeno. Esse intervalo pode ser alterado fazendo-se variar a velocidade de rotação dos discos, de modo que possamos medir o número de moléculas cujas velocidades estejam dentro do limite determinado pelos intervalos selecionados.

Para descrever os resultados de tais medidas, definimos uma função $f(v)$, denominada *função de distribuição*. Se estamos medindo um total de N moléculas, o número dN de moléculas cujas velocidades estão no intervalo entre v e $v + dv$ é dado por

$$dN = Nf(v)\,dv \tag{18.29}$$

Podemos dizer também que a *probabilidade* de que uma molécula escolhida ao acaso tenha velocidade no intervalo entre v e $v + dv$ é dada por $f(v)dv$. Logo, $f(v)$ é a probabilidade por unidade de *intervalo* de velocidade; ela *não* é igual à probabilidade de que uma molécula tenha velocidade exatamente igual a v. Como a probabilidade é um número puro, $f(v)$ possui unidades de inverso de velocidade (s/m).

A **Figura 18.23a** mostra a função de distribuição para cada temperatura especificada. Em cada temperatura, a altura da curva para qualquer valor de v é proporcional ao número de moléculas com velocidades nas vizinhanças de v. O pico da curva indica o valor da *velocidade mais provável* v_{mp} para a temperatura correspondente. À medida que a temperatura aumenta, a energia cinética molecular média aumenta e, portanto, o pico de $f(v)$ é deslocado para velocidades cada vez mais elevadas.

A Figura 18.23b mostra que a área embaixo da curva entre dois valores de v representa a fração de todas as moléculas cujas velocidades se encontram nesse intervalo. Toda molécula deve ter *algum* valor de v, de modo que a integral de $f(v)$ sobre todos os valores de v deve ser igual a um para qualquer valor de T.

Conhecendo-se $f(v)$, podemos calcular a velocidade v_{mp} mais provável, a velocidade média $v_{méd}$ e a velocidade quadrática média v_{rmq}. Para calcular a v_{mp}, basta achar o ponto onde $df/dv = 0$, que fornece o valor da velocidade na qual a curva atinge seu pico. Para calcular $v_{méd}$, tomamos o número $Nf(v)dv$ de moléculas que possuem velocidades em cada intervalo dv, multiplicamos cada um desses números pelas respectivas velocidades v e somamos todos esses produtos (integrando-se sobre todos os valores de v desde zero até o infinito) e, finalmente, dividimos o resultado por N. Ou seja,

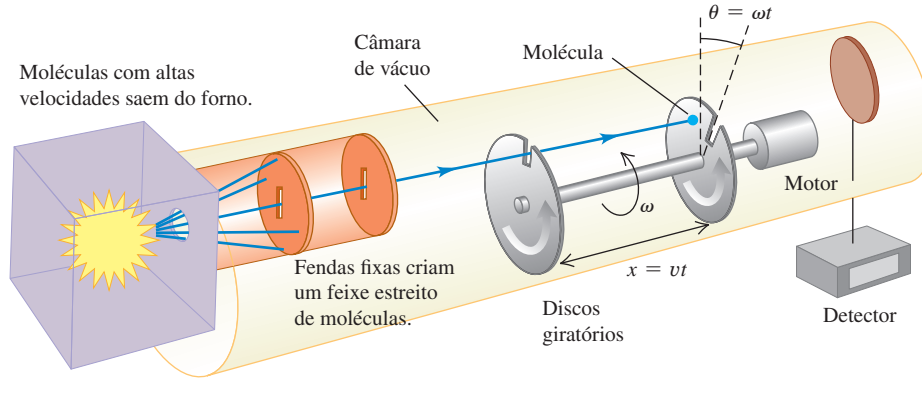


Figura 18.22 Uma molécula com velocidade v está passando pela fenda do primeiro disco giratório. Quando ela atinge o segundo disco, ambos giraram de um ângulo de seleção θ. Se $v = \omega x/\theta$, a molécula passa pela fenda do segundo disco e atinge o detector.

$$v_{\text{méd}} = \int_0^\infty v f(v)\, dv \tag{18.30}$$

A velocidade quadrática média é determinada de modo semelhante; a média de v^2 é dada por

$$(v^2)_{\text{méd}} = \int_0^\infty v^2 f(v)\, dv \tag{18.31}$$

e o valor da v_{rmq} é a raiz quadrada do resultado anterior.

Distribuição de Maxwell-Boltzmann

A função $f(v)$ que descreve a distribuição real das velocidades moleculares denomina-se **distribuição de Maxwell-Boltzmann**. Ela pode ser deduzida a partir de considerações de mecânica estatística. Porém, essa dedução está fora dos nossos objetivos. Eis aqui o resultado:

Função da distribuição de Maxwell-Boltzmann

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} \tag{18.32}$$

Massa de uma molécula de gás; Velocidade molecular; Massa de uma molécula de gás; Velocidade molecular; Constante de Boltzmann; Constante de Boltzmann; Temperatura absoluta do gás

Também podemos expressar essa função em termos da energia cinética translacional de uma molécula, que será designada por ϵ. Ou seja, $\epsilon = \frac{1}{2}mv^2$. Convidamos você a verificar que, ao substituir essa expressão na Equação 18.32, o resultado é

$$f(\epsilon) = \frac{8\pi}{m}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \epsilon e^{-\epsilon/kT} \tag{18.33}$$

Essa expressão mostra que o expoente da função de distribuição de Maxwell-Boltzmann é igual a $-\epsilon/kT$ e a forma da curva é determinada pelos valores de ϵ e kT em cada ponto. Deixamos a você como um exercício provar que o *pico* de cada curva ocorre quando $\epsilon = kT$, correspondendo à velocidade mais provável v_{mp}, dada por

$$v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \tag{18.34}$$

Para determinar a velocidade média, substituímos a Equação 18.32 na Equação 18.30, calculamos a integral fazendo a mudança de variável $v^2 = x$ e integrando por partes a seguir; o resultado é

$$v_{\text{méd}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \tag{18.35}$$

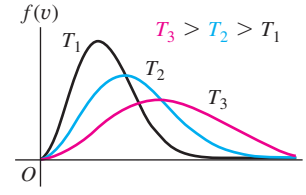
Finalmente, para calcular a velocidade quadrática média, substituímos a Equação 18.32 na Equação 18.31. O cálculo da integral resultante exigiria uma série de acrobacias matemáticas, porém você pode achá-la em uma tabela de integrais. O resultado é

$$v_{\text{rmq}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \tag{18.36}$$

Esse resultado concorda com a Equação 18.19; ele *deve* concordar para que a distribuição de Maxwell-Boltzmann seja consistente com o princípio da equipartição da energia e com outros cálculos da teoria cinética.

Figura 18.23 (a) Curvas da função de distribuição de Maxwell-Boltzmann $f(v)$ para três temperaturas. (b) As áreas sombreadas sob a curva representam a fração de moléculas cujas velocidades se encontram em determinado intervalo. A velocidade mais provável v_{mp} em uma dada temperatura é o pico da curva.

(a)



Quando a temperatura aumenta:
- a curva é achatada;
- o pico é deslocado para velocidades maiores.

(b)

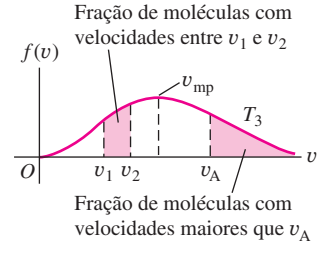


TABELA 18.2 Frações de moléculas de um gás ideal com velocidades menores que os múltiplos de v/v_{rmq}.

v/v_{rmq}	Fração
0,20	0,011
0,40	0,077
0,60	0,218
0,80	0,411
1,00	0,608
1,20	0,771
1,40	0,882
1,60	0,947
1,80	0,979
2,00	0,993

BIO Aplicação Energia de ativação e atividade de uma mariposa
Esta mariposa do gênero *Manduca* não consegue voar se a temperatura de seus músculos estiver abaixo de 29 °C. O motivo é que as reações de catalisação de enzimas que impulsionam o metabolismo aeróbico e permitem a ação dos músculos exigem uma energia molecular mínima (energia de ativação). Assim como as moléculas em um gás ideal, muito poucas moléculas envolvidas nessas reações possuem alta energia em baixas temperaturas. Quando a temperatura aumenta, mais moléculas possuem a energia mínima exigida e as reações ocorrem em uma velocidade maior. Acima de 29 °C, é gerada potência suficiente para permitir que a mariposa voe.

A **Tabela 18.2** mostra a fração de todas as moléculas de um gás ideal que possuem velocidades *menores que* vários múltiplos de v_{rmq}. Esses números foram obtidos por integração numérica; eles são os mesmos para todos os gases ideais.

A distribuição das velocidades das moléculas de um líquido é semelhante à distribuição das velocidades das moléculas nos gases, embora não seja idêntica. Esse modelo ajuda a entender a questão da pressão de vapor de um líquido e o fenômeno da ebulição. Suponha que, quando uma molécula tem velocidade no mínimo igual a v_A na Figura 18.23b, ela possa escapar da superfície do líquido e passar para a fase vapor. O número dessas moléculas, representado pela área embaixo da "extremidade" de cada curva (do lado direito da velocidade v_A), cresce rapidamente com a temperatura. Logo, a taxa com a qual as moléculas podem escapar depende muito da temperatura. Esse processo compete com outro, no qual as moléculas da fase vapor colidem inelasticamente com a superfície e ficam presas na fase líquida. O número de moléculas que sofrem essa colisão é proporcional à pressão da fase vapor. O equilíbrio de fase entre o líquido e o vapor ocorre quando esses dois processos competitivos apresentam uma taxa exatamente igual. Portanto, quando as distribuições das velocidades moleculares forem conhecidas em diversas temperaturas, podemos fazer uma previsão teórica da pressão de vapor em função da temperatura. Quando um líquido evapora, são as moléculas com velocidades mais elevadas que escapam da superfície. As que permanecem na fase líquida são as que têm, em média, uma energia menor; essa é uma abordagem molecular do resfriamento produzido pela vaporização.

As taxas das reações químicas costumam depender bastante da temperatura, e a reação está contida na distribuição de Maxwell-Boltzmann. Quando duas moléculas reativas colidem, a reação só pode ocorrer quando as moléculas estiverem suficientemente próximas para que haja interação entre os elétrons de suas distribuições de carga elétrica. Isso exige uma energia mínima, chamada de *energia de ativação* e, portanto, é necessário que haja uma certa velocidade molecular mínima. A Figura 18.23a mostra que o número de moléculas existentes na extremidade da curva cresce rapidamente com a temperatura. Assim, a taxa de qualquer reação que dependa de uma energia de ativação deve crescer rapidamente com a temperatura.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 18.5 Uma quantidade de gás contendo N moléculas tem uma função de distribuição da velocidade $f(v)$. Quantas moléculas têm velocidades entre v_1 e $v_2 > v_1$? (i) $\int_0^{v_2} f(v)\,dv - \int_0^{v_1} f(v)\,dv$; (ii) $N\left[\int_0^{v_2} f(v)\,dv - \int_0^{v_1} f(v)\,dv\right]$; (iii) $\int_0^{v_1} f(v)\,dv - \int_0^{v_2} f(v)\,dv$; (iv) $N\left[\int_0^{v_1} f(v)\,dv - \int_0^{v_2} f(v)\,dv\right]$; (v) nenhuma das anteriores. I

18.6 FASES DA MATÉRIA

Um gás ideal é o sistema mais fácil de ser analisado do ponto de vista molecular, porque desprezamos as interações entre as moléculas. Porém, essas interações são as responsáveis pela condensação da matéria nas fases sólida e líquida em determinadas condições. Por isso, não é surpresa verificar que a estrutura e o comportamento de um líquido ou de um sólido são muito mais complicados que dos gases. Não entraremos em detalhes sobre a estrutura microscópica, mas falaremos genericamente sobre as fases da matéria, o equilíbrio de fases e as transições de fase.

Na Seção 17.6, aprendemos que cada fase só é estável em certos intervalos de temperatura e pressão. A transição de uma fase para outra geralmente ocorre quando existem condições de **equilíbrio de fase** entre as duas fases, e para uma dada pressão isso ocorre somente em uma temperatura específica. Podemos representar essas condições em um gráfico de P em função de T, chamado **diagrama de fase**; a **Figura 18.24** mostra um exemplo. Cada ponto do diagrama representa um par de valores P e T.

Existe apenas uma única fase em cada ponto da Figura 18.24, exceto nos pontos sobre linhas contínuas, em que duas fases coexistem em equilíbrio de fase. A curva de fusão separa a área da fase líquida da região da fase sólida, e representa as possíveis condições de existência do equilíbrio de fase sólido-líquido. Analogamente, a

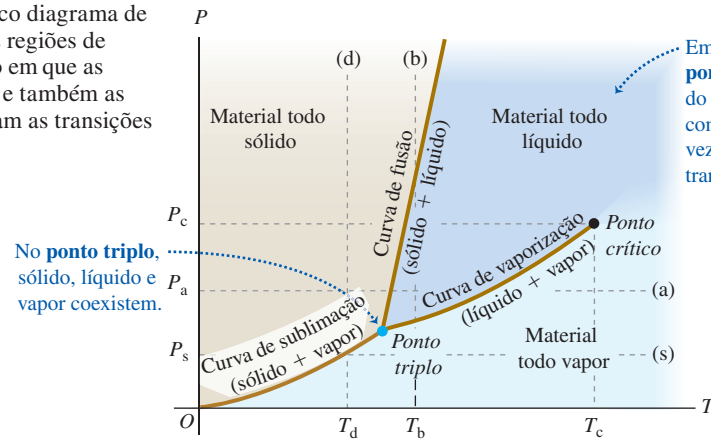


Figura 18.24 Um típico diagrama de fase *PT*, mostrando as regiões de temperatura e pressão em que as várias fases ocorrem, e também as linhas que caracterizam as transições entre as fases.

curva de vaporização separa a área da fase líquida da região da fase vapor, e a curva de sublimação separa a área da fase sólida da região da fase vapor. As três curvas se encontram em um ponto denominado **ponto triplo**, o único ponto do diagrama onde as três fases podem coexistir (**Figura 18.25**). Na Seção 17.3, usamos a temperatura do ponto triplo da água para definir a escala de temperatura Kelvin. Na **Tabela 18.3**, fornecemos o ponto triplo de diversas substâncias.

Se fornecermos calor a certa substância a uma pressão constante P_a, representada pela reta horizontal (a) na Figura 18.24, ela passará por diversas fases. Nessa pressão, a temperatura de fusão é dada pela interseção dessa reta com a curva de fusão, e a temperatura de ebulição é dada pela interseção com a curva de vaporização. Quando a pressão é P_s, o aquecimento à pressão constante transforma a fase sólida diretamente na fase vapor. Esse processo denomina-se *sublimação;* a interseção da linha (s) com a curva de sublimação fornece a temperatura T_s para a qual ela ocorre a uma dada pressão P_s. Para qualquer pressão menor que a do ponto triplo, a ocorrência da fase líquida não é possível. A pressão do ponto triplo do dióxido de carbono (CO_2) é igual a 5,1 atm. Na pressão atmosférica normal, o CO_2 sólido ("gelo seco") sofre sublimação; não existe a fase líquida nessa pressão.

A linha (b) na Figura 18.24 representa uma compressão a uma temperatura constante T_b. O material passa da fase sólida para a fase líquida e, finalmente, para a fase vapor, quando a linha (b) cruza com a curva de vaporização e com a curva de fusão, respectivamente. A linha (d) indica uma compressão a essa temperatura constante T_d: o material passa da fase vapor para a fase sólida no ponto onde a linha reta (d) cruza com a curva de sublimação.

Verificamos no diagrama *PV* da Figura 18.7 que a transição de fase líquido-vapor ocorre somente quando a temperatura e a pressão forem menores que os valores do pico da curva que delimita a área sombreada indicada como "região de equilíbrio da fase líquido-vapor". Esse ponto corresponde ao ponto final no topo da curva de vaporização indicada na Figura 18.24. Trata-se do chamado **ponto crítico**, e os valores de *P* e *T* correspondentes a ele denominam-se pressão crítica P_c e temperatura crítica T_c. Um gás submetido a uma pressão *maior* que a do ponto crítico não se separa em duas fases quando é resfriado à pressão constante (ao longo de uma reta horizontal acima do ponto crítico na Figura 18.24). Em vez disso, suas propriedades variam continuamente e se afastam do comportamento normalmente associado a um gás (baixa densidade, alta compressibilidade) até chegar gradualmente ao comportamento de um líquido (alta densidade, baixa compressibilidade) *sem que ocorra uma transição de fase*.

Para entender melhor, pense em uma transição da fase líquida para a fase vapor em pontos sucessivamente mais elevados da curva de vaporização. Conforme nos aproximamos do ponto crítico, as *diferenças* entre as propriedades físicas (como a densidade e a compressibilidade) da fase líquida e da fase vapor vão se tornando cada vez menores. Exatamente *no* ponto crítico, todas as diferenças se anulam e desaparece a distinção entre líquido e vapor. O calor de vaporização também cresce mais lentamente à medida que nos aproximamos do ponto crítico, e também é igual a zero no ponto crítico.

Figura 18.25 A pressão atmosférica na Terra é maior que a pressão do ponto triplo da água [ver linha (a) na Figura 18.24]. Dependendo da temperatura, a água pode existir como vapor (na atmosfera), como líquido (nos oceanos) e como sólido (como no caso deste *iceberg*).

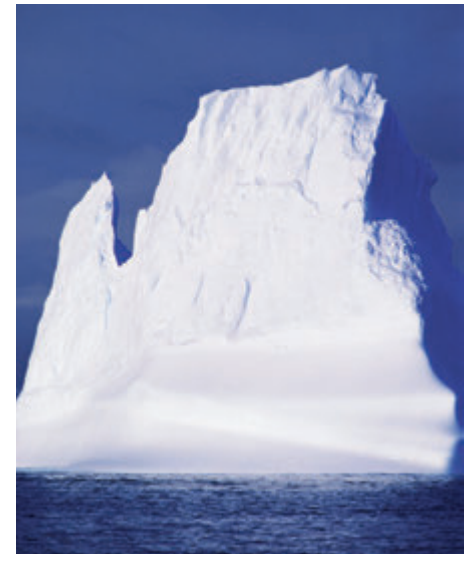


TABELA 18.3 Ponto triplo de algumas substâncias.

Substância	Temperatura (K)	Pressão (Pa)
Hidrogênio	13,80	$0{,}0704 \times 10^5$
Deutério	18,63	$0{,}171 \times 10^5$
Neônio	24,56	$0{,}432 \times 10^5$
Nitrogênio	63,18	$0{,}125 \times 10^5$
Oxigênio	54,36	$0{,}00152 \times 10^5$
Amônia	195,40	$0{,}0607 \times 10^5$
Dióxido de carbono	216,55	$5{,}17 \times 10^5$
Dióxido de enxofre	197,68	$0{,}00167 \times 10^5$
Água	273,16	$0{,}00610 \times 10^5$

Em quase todos os materiais conhecidos, as pressões críticas são muito maiores que a pressão atmosférica, de modo que não podemos observar esse comportamento em nossa vida cotidiana. Por exemplo, a pressão crítica da água ocorre a uma temperatura de 647,4 K e a uma pressão igual a $221{,}2 \times 10^5$ Pa (cerca de 218 atm ou 3.210 psi). Entretanto, as caldeiras que aquecem o vapor em usinas termelétricas em geral operam mantendo o gás em temperaturas e pressões muito maiores que os respectivos valores no ponto triplo.

Muitas substâncias podem apresentar mais de uma fase no estado sólido. Um exemplo familiar é o carbono, que pode existir na forma não cristalina como carvão e na forma cristalina como grafite e diamante. A água é outro exemplo: foram identificados mais de 12 tipos de gelo com propriedades físicas e estruturas cristalinas diferentes quando o gelo é submetido a pressões muito elevadas.

Superfícies *PVT*

Afirmamos, na Seção 18.1, que a equação de estado de qualquer material pode ser representada graficamente como uma superfície em um espaço de três dimensões com coordenadas P, V e T. A **Figura 18.26** mostra uma superfície *PVT* típica. As linhas finas representam isotermas no plano *PV*; projetando-as sobre o plano *PV*, obteríamos um diagrama semelhante ao mostrado na Figura 18.7. As isotermas *PV* representam linhas de contorno sobre a superfície *PVT*, exatamente como as curvas de nível em um mapa topográfico representam a altitude (a terceira dimensão) em cada ponto. As projeções das arestas da superfície sobre o plano *PT* produzem o diagrama de fase *PT* mostrado na Figura 18.24.

A linha *abcdef* na Figura 18.26 representa um aquecimento à pressão constante; a fusão ocorre ao longo da linha *bc*, e a vaporização, ao longo da linha *de*. Observe as variações de volume que ocorrem ao longo dessa linha quando T aumenta. A linha *ghjklm* corresponde a uma compressão isotérmica (temperatura constante), ocorrendo liquefação ao longo da linha *hj* e solidificação ao longo da linha *kl*. Entre os pontos *g* e *k*, os segmentos *gh* e *jk* representam uma compressão isotérmica com aumento de pressão; este é muito maior na região líquida *jk* e na região sólida *lm* que na fase vapor *gh*. Finalmente, a linha *nopq* representa solidificação isotérmica diretamente a partir da fase vapor, como na formação da neve ou do granizo.

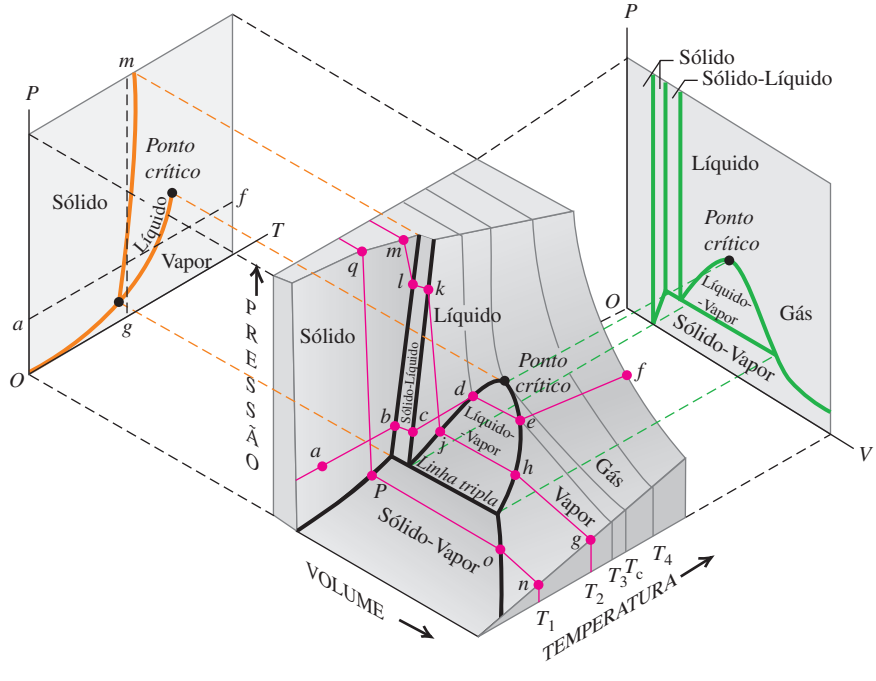
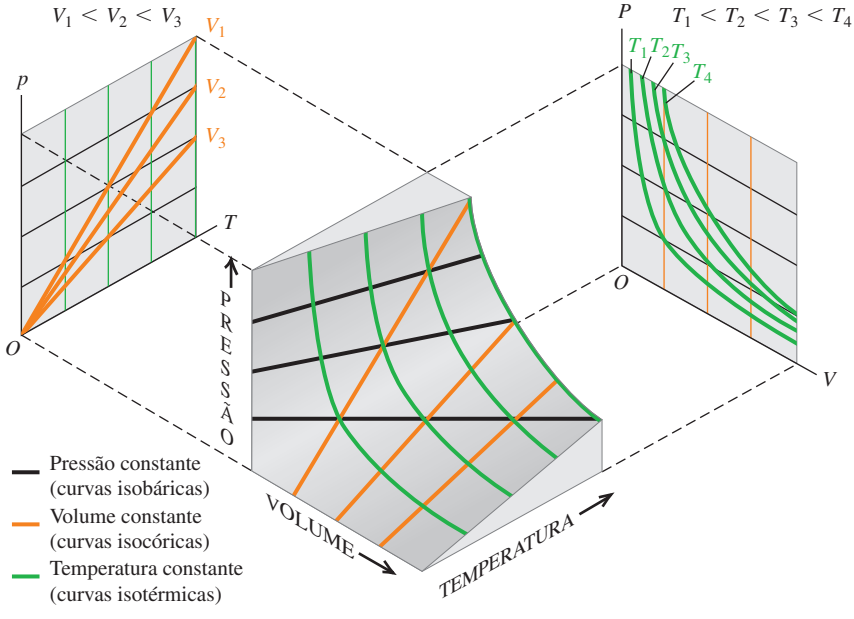


Figura 18.26 Uma superfície *PVT* para uma substância que se dilata quando fundida. As projeções das fronteiras da superfície sobre os planos *PT* e *PV* também são mostradas.

A **Figura 18.27** mostra a superfície *PVT* mais simples de uma substância que obedece à equação de estado do gás ideal sob todas as condições. As projeções das curvas de temperatura constante sobre o plano *PV* correspondem às curvas isotérmicas da Figura 18.6, e as projeções das curvas com volume constante sobre o plano *PT* mostram que, nesse caso, a pressão é diretamente proporcional à temperatura. A Figura 18.27 também mostra as curvas *isobáricas* (pressão constante) e *isocóricas* (volume constante) para um gás ideal.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 18.6 A pressão atmosférica média em Marte é $6{,}0 \times 10^2$ Pa. Poderia haver lagos ou rios em Marte hoje em dia? E no passado, quando se acredita que a pressão atmosférica fosse significativamente maior do que é hoje?

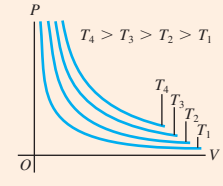
Figura 18.27 Uma superfície *PVT* para um gás ideal. No lado esquerdo, cada curva corresponde a certo volume constante; no lado direito, cada curva corresponde a uma certa temperatura constante.



CAPÍTULO 18 RESUMO

Equações de estado: a pressão P, o volume V e a temperatura T de uma dada quantidade de substância são relacionadas por uma equação de estado. Essa relação é aplicável apenas em estados de equilíbrio, em que P e T são uniformes em todo o sistema. A equação de estado do gás ideal, Equação 18.3, envolve o número de moles n por meio de uma constante R que é igual para todos os gases. (Ver exemplos 18.1 a 18.4.)

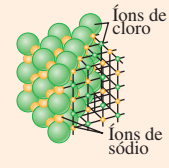
$$PV = nRT \qquad (18.3)$$



Propriedades moleculares da matéria: a massa molar M de uma substância pura é a massa por mol. A massa total m_{tot} é igual a M multiplicada pelo número de moles n. O número de Avogadro, N_A, é o número de moléculas em um mol. A massa m de uma molécula individual é M dividida por N_A. (Ver Exemplo 18.5.)

$$m_{tot} = nM \qquad (18.2)$$

$$M = N_A m \qquad (18.8)$$



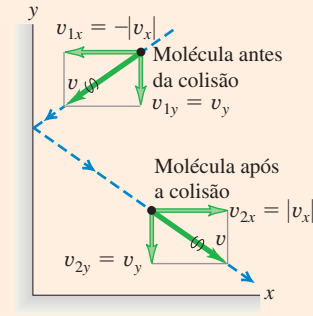
Modelo cinético-molecular de um gás ideal: em um gás ideal, a energia cinética translacional total do gás como um todo (K_{tr}) e a energia cinética translacional média por molécula [$\frac{1}{2}m(v^2)_{méd}$] são proporcionais à temperatura absoluta T. A velocidade quadrática média das moléculas de um gás ideal é proporcional à raiz quadrada de T. Essas expressões envolvem a constante de Boltzmann $k = R/N_A$. (Ver exemplos 18.6 e 18.7.) O livre caminho médio λ das moléculas de um gás ideal depende do número de moléculas por volume (N/V) e do raio molecular r. (Ver Exemplo 18.8.)

$$K_{tr} = \tfrac{3}{2}nRT \qquad (18.14)$$

$$\tfrac{1}{2}m(v^2)_{méd} = \tfrac{3}{2}kT \qquad (18.16)$$

$$v_{rmq} = \sqrt{(v^2)_{méd}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \qquad (18.19)$$

$$\lambda = vt_{méd} = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2N} \qquad (18.21)$$

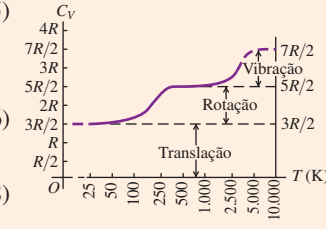


Calores específicos: o calor específico molar a volume constante C_V pode ser expresso como um simples múltiplo da constante do gás R em certos casos ideais: um gás monoatômico ideal (Equação 18.25); um gás diatômico ideal, incluindo a energia de rotação (Equação 18.26); e um sólido monoatômico ideal (Equação 18.28). Essas idealizações funcionam como uma boa aproximação para muitos sistemas reais.

$$C_V = \tfrac{3}{2}R \text{ (gás monoatômico)} \qquad (18.25)$$

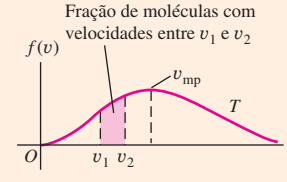
$$C_V = \tfrac{5}{2}R \text{ (gás diatômico)} \qquad (18.26)$$

$$C_V = 3R \text{ (sólido monoatômico)} \qquad (18.28)$$

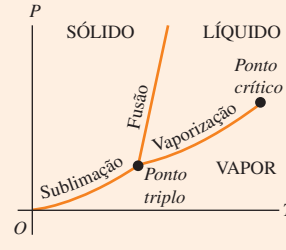


Velocidades moleculares: as velocidades das moléculas em um gás ideal comportam-se de acordo com a distribuição de Maxwell-Boltzmann $f(v)$. A grandeza $f(v)dv$ descreve que fração das moléculas tem velocidades entre v e $v + dv$.

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} \qquad (18.32)$$



Fases da matéria: a matéria comum pode existir nas fases sólida, líquida e gasosa. Um diagrama de fases mostra as curvas ao longo das quais duas fases podem coexistir em equilíbrio de fase. Todas as três fases podem coexistir no ponto triplo. A curva de vaporização termina no ponto crítico, acima do qual desaparece a distinção entre fase líquida e fase gasosa.



Problema em destaque Gás na lua Europa de Júpiter

Um astronauta visitando o satélite Europa de Júpiter deixa um frasco de 1,20 mol de nitrogênio em gás (28,0 g/mol), a 25,0 °C, na superfície do satélite. Europa não possui atmosfera significativa, e a aceleração da gravidade em sua superfície é de 1,30 m/s^2. O frasco possui um vazamento, permitindo que as moléculas escapem por um pequeno furo. (a) Qual é a altura máxima (em km) acima da superfície de Europa alcançada por uma molécula de nitrogênio, cuja velocidade é igual à velocidade rmq? Suponha que a molécula seja atirada diretamente para cima pelo furo no frasco e ignore a variação em g com a altitude. (b) A velocidade de escape de Europa é 2.025 m/s. Algumas moléculas de nitrogênio podem escapar de Europa e sair pelo espaço?

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Esboce a situação, mostrando todas as dimensões relevantes.
2. Relacione as grandezas desconhecidas e decida quais são as variáveis-alvo.
3. Como você encontrará a velocidade rmq das moléculas de nitrogênio? Que princípio você usará para determinar a altura máxima que uma molécula com essa velocidade pode alcançar?
4. A velocidade molecular rmq no gás representa a velocidade molecular máxima? Se não, qual é a velocidade máxima?

(*Continua*)

(*Continuação*)

EXECUTAR

5. Calcule a velocidade rmq. Use-a para calcular a altura máxima que uma molécula com essa velocidade poderá alcançar.
6. Use o resultado do item 5 para responder à pergunta no item (b).

AVALIAR

7. Seus resultados dependem da quantidade de gás no recipiente? Por quê?
8. Como os resultados dos itens 5 e 6 seriam afetados se o cilindro de gás fosse deixado no satélite Ganímedes de Júpiter, que possui gravidade maior na superfície e velocidade de escape mais alta do que em Europa? Assim como Europa, Ganímedes não possui atmosfera significativa.

PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS:** problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q18.1 Na Seção 18.1, afirmamos que, geralmente, a pressão, o volume e a temperatura não podem variar individualmente sem afetar os valores das outras grandezas. Contudo, quando um líquido evapora, seu volume varia, embora a pressão e a temperatura permaneçam constantes. Isso é coerente com o que dissemos? Justifique sua resposta.

Q18.2 Na equação do gás ideal, você poderia usar a escala Celsius de temperatura em vez de usar a escala Kelvin, se utilizasse um valor numérico apropriado para cada constante R? Explique por quê.

Q18.3 Quando um carro percorre uma certa distância, a pressão do ar nos pneus aumenta. Por quê? Para reduzir a pressão, você deveria retirar um pouco de ar do pneu? Justifique sua resposta.

Q18.4 O líquido refrigerante no radiador de um automóvel é mantido sob pressão maior que a atmosférica. Por que isso é desejável? A tampa do radiador libera um pouco do líquido refrigerante quando a pressão manométrica supera certo valor, aproximadamente igual a 1,02 atm. Por que não se veda o sistema completamente?

Q18.5 Quando um alimento é colocado em um *freezer* sem nenhuma proteção, ele sofre desidratação, fenômeno conhecido como "queima no *freezer*". Explique por quê.

Q18.6 Um grupo de estudantes viajou de sua universidade (próxima do nível do mar) até o alto de uma montanha para praticar esqui no fim de semana. Ao chegar ao topo da montanha, eles verificaram que os pacotes de batatas fritas que haviam levado para o lanche se romperam. Por que isso aconteceu?

Q18.7 A dedução da equação do gás ideal incluía a hipótese de o número de moléculas ser muito grande, de modo que pudéssemos calcular a força média criada por muitas colisões. Contudo, a equação do gás ideal só é válida com precisão quando a pressão é pequena, ou seja, quando existem poucas moléculas e as distâncias entre elas são grandes. Existe incompatibilidade entre essas duas afirmações? Explique sua resposta.

Q18.8 Um recipiente rígido, perfeitamente isolado, tem seu volume dividido ao meio por uma membrana. Um lado contém um gás em temperatura absoluta T_0 e pressão P_0, enquanto o outro lado está completamente vazio. De repente, um pequeno buraco surge na membrana, permitindo que o gás escape para o outro lado até ocupar duas vezes seu volume original. Em termos de T_0 e P_0, quais serão as novas temperatura e pressão do gás quando ele estiver distribuído igualmente pelas duas metades do recipiente? Explique seu raciocínio.

Q18.9 (a) Qual amostra possui maior número de átomos: um quilograma de hidrogênio ou um quilograma de chumbo? E a maior massa? (b) Qual amostra possui maior número de átomos: um mol de hidrogênio ou um mol de chumbo? E a maior massa? Explique.

Q18.10 Use os conceitos do modelo cinético-molecular para explicar: (a) por que a pressão de um gás em um recipiente rígido aumenta à medida que se fornece calor ao gás e (b) por que a pressão de um gás aumenta quando o comprimimos, mesmo que sua temperatura não varie.

Q18.11 A proporção dos diversos gases na atmosfera terrestre varia ligeiramente com a altitude. Você esperaria que a proporção de oxigênio fosse maior ou menor que a proporção de nitrogênio em altitudes muito elevadas? Por quê?

Q18.12 Comente a seguinte afirmação: *quando dois gases são misturados, eles devem possuir a mesma velocidade molecular média para que permaneçam em equilíbrio térmico*. Essa afirmação está correta? Justifique sua resposta.

Q18.13 O modelo cinético-molecular contém uma hipótese implícita acerca da temperatura das paredes do recipiente. Qual é essa hipótese? O que ocorreria se essa hipótese não fosse válida?

Q18.14 A temperatura de um gás ideal é diretamente proporcional à energia cinética média de suas moléculas. Se o recipiente de um gás ideal estivesse passando por você a 2.000 m/s, a temperatura do gás seria maior que no caso do mesmo gás em repouso? Explique seu raciocínio.

Q18.15 Se a pressão de um gás monoatômico ideal é aumentada enquanto o número de moles é mantido constante, o que acontece com a energia cinética translacional média de um átomo do gás? É possível variar o volume e a pressão de um gás ideal *ao mesmo tempo* e manter constante a energia cinética translacional média dos átomos? Explique.

Q18.16 Ao deduzirmos a equação do gás ideal a partir do modelo cinético-molecular, desprezamos a energia potencial decorrente da gravidade terrestre. Essa omissão se justifica? Por quê?

Q18.17 Imagine um filtro de ar especial colocado na janela de uma casa. Os pequenos furos do filtro permitem que somente moléculas de ar que se movem com velocidades acima de certo valor saiam da casa, ao mesmo tempo que permite moléculas com velocidades abaixo desse limite entrarem na casa. Qual seria

o efeito desse filtro para a temperatura no interior da casa? (De acordo com a segunda lei da termodinâmica — que discutiremos no Capítulo 20 — um filtro de ar maravilhoso como esse não pode ser fabricado.)

Q18.18 Existe um pequeno vazamento em um tanque de armazenamento de gás. A pressão do interior do tanque diminui mais rapidamente quando o gás é o hidrogênio ou o hélio do que quando o gás é o oxigênio. Por quê?

Q18.19 Considere dois gases ideais na mesma temperatura. O gás A possui a mesma massa total que o gás B, porém, a massa molar do gás A é maior que a massa molar do gás B. Qual dos dois gases possui a maior energia cinética total? Sua resposta depende da estrutura molecular dos gases? Explique sua resposta.

Q18.20 A temperatura de um gás monoatômico ideal é aumentada de 25 °C para 50 °C. A energia cinética translacional média de cada átomo do gás dobra? Explique. Se a sua resposta for "não", qual seria a temperatura final se a energia cinética translacional média fosse dobrada?

Q18.21 Por qual fator a temperatura na escala Kelvin do gás deveria ser aumentada para dobrar a velocidade quadrática média dos átomos de um gás ideal? Explique.

Q18.22 (a) Se você fornece a mesma quantidade de calor a 1,00 mol de um gás monoatômico ideal e a 1,00 mol de um gás diatômico ideal, em qual deles a temperatura aumentará mais (se é que a temperatura de algum deles aumenta)? (b) Fisicamente, *por que* os gases diatômicos têm um calor específico molar maior que os gases monoatômicos?

Q18.23 Na Seção 18.4, concluímos que todos os gases diatômicos ideais têm o mesmo calor específico C_V. Isso significa que a mesma quantidade de calor é necessária para elevar a temperatura de 1,0 grama de todos esses gases em 1,0 K? Explique seu raciocínio.

Q18.24 Para um gás que contém N moléculas, seria correto dizer que o número de moléculas com velocidade v é igual a $f(v)$? Ou seria correto dizer que esse número é $Nf(v)$? Explique suas respostas.

Q18.25 A atmosfera do planeta Marte é constituída por 95,3% de dióxido de carbono (CO_2) e cerca de 0,03% de vapor d'água. A pressão atmosférica é de apenas 600 Pa, e a temperatura da superfície do planeta varia de –30 °C até –100 °C. As calotas de gelo polares contêm gelo de CO_2 e gelo de água. Poderia existir CO_2 *líquido* sobre a superfície de Marte? Poderia existir água líquida? Justifique sua resposta.

Q18.26 Um frasco de água em temperatura ambiente é colocado em um recipiente fechado, e a pressão do ar desse recipiente é reduzida aos poucos. Quando a pressão do ar está suficientemente reduzida, a água começa a entrar em ebulição. Enquanto ocorre a vaporização, a temperatura da água permanece constante; na verdade, a temperatura *cai* ligeiramente. Explique esses fenômenos.

Q18.27 Escorregamos quando caminhamos sobre o gelo, especialmente quando usamos patins. O que isso informa sobre a dependência da temperatura de fusão em relação à pressão? Explique.

Q18.28 "Chaminés hidrotérmicas" são fraturas no fundo do oceano que expelem água muito quente. A água que emerge de uma dessas fraturas na costa do Oregon, a uma profundidade de 2.400 m, apresenta uma temperatura de 279 °C. Apesar dessa temperatura elevada, a água não entra em ebulição. Por quê?

Q18.29 As áreas escuras da superfície lunar denominam-se *mares*, a palavra latina da qual deriva "mar" em português, e antigamente pensava-se que cada *mare* contivesse grande quantidade de água. Na realidade, um *mare* não é absolutamente um "mar", mas sim uma planície tomada por lava solidificada. Sabendo que a Lua não possui atmosfera, como você explica a ausência de água em estado líquido em sua superfície?

Q18.30 Além das instruções normais para cozinhar arroz contidas no verso de uma embalagem, existem também "instruções" para altitudes elevadas. A única diferença é que essas "instruções para altitudes elevadas" sugerem usar mais tempo e um maior volume de água. Por que as instruções variam conforme a altitude?

EXERCÍCIOS

Seção 18.1 Equações de estado

18.1 • Um tanque de 20,0 L contém $4,86 \times 10^{-4}$ kg de hélio a 18,0 °C. A massa molar do hélio é 4,00 g/mol. (a) Quantos moles de hélio existem no tanque? (b) Calcule a pressão no tanque em pascals e em atmosferas.

18.2 ••• Um volume de 3,20 L de gás hélio, submetido a uma pressão de 0,180 atm e uma temperatura de 41,0 °C, é aquecido até que o volume e a temperatura fiquem iguais ao dobro dos valores iniciais. (a) Qual é a temperatura final? (b) Quantos gramas de hélio existem? A massa molar do hélio é 4,00 g/mol.

18.3 • Um tanque cilíndrico possui um pistão bem ajustado que permite alterar o volume do cilindro. O tanque inicialmente contém 0,110 m^3 de ar a uma pressão de 0,355 atm. O pistão é lentamente puxado para fora até que o volume do gás aumenta para 0,390 m^3. Sabendo que a temperatura permaneceu constante, qual é a pressão final?

18.4 • Um tanque de 3,00 L contém ar a uma pressão de 3,00 atm e 20,0 °C. O tanque é fechado e resfriado até atingir uma pressão igual a 1,00 atm. (a) Qual é a temperatura final em graus Celsius? Suponha que o volume do tanque permaneça constante. (b) Se a temperatura for mantida constante com o valor calculado na parte (a) e o gás for comprimido, qual seria seu volume quando a pressão voltasse para 3,00 atm?

18.5 • **Atmosferas planetárias.** (a) Calcule a densidade da atmosfera na superfície de Marte (onde a pressão é 650 Pa e a temperatura normalmente é 253 K, com atmosfera de CO_2), de Vênus (com temperatura média de 730 K e pressão de 92 atm, com atmosfera de CO_2) e da lua Titã de Saturno (onde a pressão é 1,5 atm e a temperatura é –178 °C, com atmosfera de N_2). (b) Compare cada uma dessas densidades com a da atmosfera da Terra, que é 1,20 kg/m^3. Consulte o Apêndice D para determinar as massas molares.

18.6 •• Você tem vários balões idênticos. Empiricamente, você descobre que um balão estourará se o seu volume exceder 0,900 L. A pressão do gás dentro do balão é igual à pressão do ar (1,00 atm). (a) Se o ar dentro do balão está à temperatura constante de 22 °C e se comporta como um gás ideal, qual a massa de ar que você pode soprar para dentro de um desses balões antes que ele estoure? (b) Repita o item (a) considerando que o gás é o hélio, em vez de ar.

18.7 •• Um automóvel Jaguar XK8 possui motor com oito cilindros. No início do tempo da compressão, um dos cilindros contém 499 cm^3 de ar sob pressão atmosférica ($1,01 \times 10^5$ Pa) e temperatura igual a 27,0 °C. No final do tempo de compressão, o ar foi reduzido até um volume igual a 46,2 cm^3 e a pressão manométrica cresceu para $2,72 \times 10^6$ Pa. Calcule a temperatura final.

18.8 •• Um soldador enche de oxigênio (massa molar = 32,0 g/mol) um tanque com volume de 0,0750 m^3, submetido a uma pressão de $3,0 \times 10^5$ Pa e temperatura igual a 37,0 °C. Há um pequeno vazamento no tanque e, após certo tempo, uma parte do oxigênio escapa. Em um dia em que a temperatura é

22,0 °C, a pressão manométrica do oxigênio no tanque é 1,80 $\times 10^5$ Pa. Calcule (a) a massa inicial do oxigênio; (b) a massa do oxigênio que escapou.

18.9 •• Um grande tanque cilíndrico contém 0,750 m^3 de gás nitrogênio a 27 °C e uma pressão de 7,50 $\times 10^3$ Pa (pressão absoluta). O tanque possui um pistão bem ajustado, que pode fazer o volume variar. Qual é o valor da pressão quando o volume diminui para 0,410 m^3 e a temperatura aumenta para 157 °C?

18.10 • Um recipiente cilíndrico vazio de 1,50 m de comprimento e 90,0 cm de diâmetro deve ser cheio com oxigênio puro a 22,0 °C para abastecer uma estação espacial. Para armazenar a máxima quantidade possível de gás, a pressão absoluta do oxigênio deve ser 21,0 atm. A massa molar do oxigênio é 32,0 g/mol. (a) Quantos moles de oxigênio cabem nesse recipiente? (b) Se alguém for erguer esse recipiente, em quantos quilogramas esse gás aumenta a massa a ser erguida?

18.11 • O gás no interior de um balão deve sempre permanecer com uma pressão aproximadamente igual à atmosférica, porque essa é a pressão aplicada sobre o balão pelo ar do ambiente. Você enche o balão com hélio (um gás aproximadamente ideal) até um volume de 0,600 L a uma temperatura de 19,0 °C. Qual é o volume do balão quando você o resfria até o ponto de ebulição do nitrogênio (77,3 K)?

18.12 • Um gás ideal tem uma densidade de 1,33 $\times 10^{-6}$ g/cm^3 a 1,00 $\times 10^{-3}$ atm e 20,0 °C. Identifique o gás.

18.13 •• Se uma certa quantidade de gás ideal ocupa um volume V nas CNTP na Terra, qual seria seu volume (em termos de V) em Vênus, onde a temperatura é igual a 1.003 °C e a pressão é igual a 92 atm?

18.14 • Um mergulhador observa uma bolha de ar ascendendo do fundo de um lago (onde a pressão absoluta é igual a 3,50 atm) até a superfície (onde a pressão é 1,00 atm). A temperatura no fundo do lago é 4,0 °C e a temperatura na superfície é 23,0 °C. (a) Qual é a razão entre o volume da bolha quando ela atinge a superfície e o volume da bolha no fundo do lago? (b) Seria seguro para o mergulhador reter a respiração enquanto ascende do fundo do lago até a superfície? Justifique sua resposta.

18.15 • Um tanque metálico com volume de 3,10 L deve estourar quando a pressão absoluta do ar em seu interior superar 100 atm. (a) Se 11,0 moles de um gás ideal forem colocados no tanque a uma temperatura de 23,0 °C, até que temperatura o tanque pode ser aquecido antes que ele se rompa? Despreze a dilatação térmica do tanque. (b) Com base na resposta do item (a), verifique se é razoável desprezar a dilatação térmica do tanque. Explique.

18.16 • Três moles de um gás ideal estão em uma caixa cúbica e rígida, com lados medindo 0,300 m. (a) Qual é a força que o gás exerce sobre cada um dos seis lados da caixa quando a temperatura do gás é 20,0 °C? (b) Qual é a força quando a temperatura do gás sobe para 100,0 °C?

18.17 • Sob as hipóteses do Exemplo 18.4 (Seção 18.1), em que altitude acima do nível do mar a pressão do ar é 90% da pressão ao nível do mar?

18.18 •• Supondo que a temperatura do ar seja uniforme e igual a 0,0 °C, qual é a densidade do ar a uma altitude de 1,00 km? Forneça a resposta como uma porcentagem em relação à densidade na superfície.

18.19 •• (a) Calcule a massa de nitrogênio presente em um volume de 3.000 cm^3 se o gás estiver a 22,0 °C e a pressão absoluta de 2,00 $\times 10^{-13}$ atm for um vácuo parcial facilmente obtido em laboratórios. (b) Qual é a densidade (em kg/m^3) do N_2?

18.20 • A uma altitude de 11.000 m (uma altitude de cruzeiro típica para as viagens de aviões a jato), a temperatura do ar é –56,5 °C e a densidade do ar é 0,364 kg/m^3. Qual é a pressão da atmosfera nessa altitude? (Note que a temperatura nessa altitude não é a mesma que a da superfície da Terra, de modo que os cálculos indicados no Exemplo 18.4, na Seção 18.1, não se aplicam.)

Seção 18.2 Propriedades moleculares da matéria

18.21 • Quantos moles existem em 1,00 kg de água? Quantas moléculas? A massa molar da água é igual a 18,0 g/mol.

18.22 • Uma grande molécula orgânica tem uma massa de 1,41 $\times 10^{-21}$ kg. Qual é a massa molar desse composto?

18.23 •• Uma bomba de vácuo moderna permite obter facilmente pressões da ordem de 10^{-13} atm no laboratório. Considere um volume de ar e trate-o como um gás ideal. (a) A uma pressão de 9,0 $\times 10^{-14}$ atm e uma temperatura comum de 300 K, quantas moléculas existem em um volume de 1,0 cm^3? (b) Quantas moléculas haveria à mesma temperatura, mas a uma pressão de 1,0 atm?

18.24 •• A Nebulosa da Lagoa (**Figura E18.24**) é uma nuvem de gás hidrogênio situada a uma distância de 3.900 anos-luz da Terra. O diâmetro dessa nuvem é de aproximadamente 45 anos-luz, e ela brilha por causa de sua temperatura de 7.500 K. (O gás é elevado a essa temperatura pela ação das estrelas que existem no interior da Nebulosa.) A nuvem também é muito fina: existem apenas 80 moléculas por centímetro cúbico. (a) Calcule a pressão do gás (em atmosferas) na Nebulosa da Lagoa. Compare com a pressão de laboratório mencionada no Exercício 18.23. (b) Os filmes de ficção científica algumas vezes mostram naves espaciais sofrendo turbulências quando voam através de nuvens de gases como a Nebulosa da Lagoa. Uma cena desse tipo poderia acontecer realmente? Justifique sua resposta.

Figura E18.24

18.25 •• Em um gás mantido nas CNTP, qual é o comprimento da aresta de um cubo que contém um número de moléculas igual ao número de habitantes da Terra (aproximadamente 7 $\times 10^9$ pessoas)?

18.26 •• **Quão próximas umas das outras estão as moléculas de um gás?** Considere um gás ideal a 27 °C e 1,00 atm de pressão. Imagine que as moléculas sejam, em média, uniformemente espaçadas, cada molécula ocupando o centro de um pequeno cubo. (a) Qual é o comprimento da aresta desse cubo, supondo que os cubos adjacentes se toquem, mas não se superponham? (b) Como essa distância se compara ao diâmetro de uma molécula típica? (c) Como essa separação se compara

ao espaçamento dos átomos em sólidos, que costumam estar a 0,3 nm de distância uns dos outros?

Seção 18.3 Modelo cinético-molecular de um gás ideal

18.27 • (a) Qual é a energia cinética de translação total do ar em uma sala vazia com dimensões de 8,00 m × 12,00 m × 4,00 m se o ar for tratado como um gás ideal a 1,00 atm? (b) Qual é a velocidade de um automóvel de 2.000 kg se sua energia cinética for igual à energia cinética de translação calculada no item (a)?

18.28 • Um frasco contém uma mistura dos gases neônio (Ne), criptônio (Kr) e radônio (Rn). Compare (a) as energias cinéticas desses três tipos de átomos e (b) as velocidades quadráticas médias. [*Dica*: a tabela periódica no Apêndice D mostra as massas molares (em g/mol) de cada elemento embaixo do símbolo químico de cada um deles.]

18.29 • Temos duas caixas de mesmo tamanho, *A* e *B*. Cada caixa contém um gás que se comporta como um gás ideal. Inserimos um termômetro em cada uma das caixas e descobrimos que o gás na caixa *A* está a uma temperatura de 50 °C, enquanto o gás na caixa *B* está a 10 °C. Isso é tudo o que sabemos sobre os gases nas caixas. Quais das seguintes afirmativas *precisam* ser verdadeiras? Quais delas *podem* ser verdadeiras? Explique. (a) A pressão em *A* é maior que em *B*. (b) Há mais moléculas em *A* que em *B*. (c) *A* e *B* não contêm o mesmo tipo de gás. (d) As moléculas em *A* possuem maior energia cinética média por molécula que as de *B*. (e) As moléculas em *A* estão se movendo mais rápido que as de *B*.

18.30 • Um recipiente com volume de 1,64 L é inicialmente evacuado. Depois, ele é completado com 0,226 g de N_2. Suponha que a pressão do gás seja baixa o suficiente para que obedeça à lei do gás ideal até um alto grau de precisão. Se a velocidade quadrática média das moléculas de gás for 182 m/s, qual é a pressão do gás?

18.31 •• (a) Um deutério, $^2_1$H, é o núcleo de um isótopo do hidrogênio, e consiste em um próton e um nêutron. O plasma de deutérios em um reator de fusão nuclear precisa ser aquecido a cerca de 300 milhões de K. Qual é a velocidade quadrática média dos deutérios? Esse valor é uma fração significativa da velocidade da luz no vácuo ($c = 3{,}0 \times 10^8$ m/s)? (b) Qual seria a temperatura do plasma se os deutérios tivessem uma velocidade quadrática média igual a $0{,}10c$?

18.32 • **Clima em Marte.** A atmosfera de Marte é formada principalmente por CO_2 (massa molar igual a 44,0 g/mol) a uma pressão de 650 Pa, que suporemos constante. Em muitos lugares, a temperatura varia de 0 °C no verão a –100 °C no inverno. Ao longo do ano marciano, quais são os intervalos (a) das velocidades quadráticas médias das moléculas e (b) da densidade (em mol/m^3) da atmosfera?

18.33 •• A massa molar do oxigênio (O_2) é 32,0 g/mol. (a) Qual é a energia cinética translacional média de uma molécula de oxigênio a uma temperatura de 300 K? (b) Qual é o valor médio do quadrado de sua velocidade? (c) Qual é sua velocidade quadrática média? (d) Qual é o momento linear de uma molécula de oxigênio deslocando-se com essa velocidade? (e) Suponha que a molécula de oxigênio deslocando-se com essa velocidade choque-se de um lado para o outro entre as paredes opostas de um recipiente cúbico com aresta de 0,10 m. Qual é a força média exercida pelo gás sobre uma das paredes do recipiente? (Suponha que a velocidade da molécula seja ortogonal aos lados com os quais ela colide.) (f) Qual é a força média por unidade de área? (g) Quantas moléculas de oxigênio deslocando-se com essa velocidade seriam necessárias para produzir uma pressão média de 1 atm? (h) Calcule o número de moléculas de oxigênio que realmente estão contidas em um recipiente desse tamanho a 300 K e à pressão atmosférica. (i) Sua resposta do item (h) deve ser três vezes maior que sua resposta do item (g). Qual é a origem dessa discrepância?

18.34 •• Calcule o livre caminho médio das moléculas de ar para uma pressão de $3{,}50 \times 10^{-13}$ atm e temperatura de 300 K. (Essa pressão pode ser obtida facilmente no laboratório; veja o Exercício 18.23.) Como no Exemplo 18.8, considere as moléculas de ar como esferas com raio de $2{,}0 \times 10^{-10}$ m.

18.35 •• Em que temperatura a velocidade quadrática média das moléculas do nitrogênio é igual à velocidade quadrática média das moléculas de hidrogênio a 20 °C? [*Dica*: a tabela periódica do Apêndice D fornece a massa molar (em g/mol) embaixo do símbolo químico do respectivo elemento. A massa molar de H_2 é o dobro da massa molar do átomo de hidrogênio. Para o N_2, o cálculo é semelhante.]

18.36 • As partículas de fumaça existentes no ar costumam ter massas da ordem de 10^{-16} kg. O movimento browniano (um movimento rápido e irregular) dessas partículas, que decorre de colisões com moléculas de ar, pode ser observado com um microscópio. (a) Calcule a velocidade quadrática média do movimento browniano de uma partícula com massa igual a $3{,}0 \times 10^{-16}$ kg no ar a uma temperatura de 300 K. (b) A velocidade quadrática média seria diferente se a partícula fosse uma molécula do gás hidrogênio com a mesma temperatura? Explique.

Seção 18.4 Calor específico

18.37 • Qual é o calor necessário para fazer a temperatura de 1,80 mol de um gás ideal aumentar 50 K nas vizinhanças da temperatura ambiente se o gás for mantido com um volume constante e for (a) diatômico; (b) monoatômico?

18.38 •• Recipientes totalmente rígidos contêm *n* moles de gás ideal, sendo um o hidrogênio (H_2) e outro o neônio (Ne). Se são necessários 300 J de calor para aumentar a temperatura do hidrogênio em 2,50 °C, em quantos graus essa mesma quantidade de calor elevará a temperatura do neônio?

18.39 •• (a) Calcule o calor específico a volume constante do gás nitrogênio (N_2) e compare com o calor específico da água líquida. A massa molar do N_2 é 28,0 g/mol. (b) Você aquece 1,00 kg de água a volume constante de 1,00 L de 20,0 °C até 30,0 °C em uma chaleira. Usando a mesma quantidade de calor, quantos quilogramas de ar a 20,0 °C você poderia aquecer de 20,0 °C até 30,0 °C? Que volume (em litros) esse ar ocuparia a 20 °C e a uma pressão de 1,0 atm? Suponha, de modo simplificado, que o ar seja 100% constituído por N_2.

18.40 •• (a) Calcule o calor específico a volume constante do vapor d'água, supondo uma molécula triatômica linear com três graus de liberdade de translação e três graus de liberdade de rotação, e que o movimento de vibração não contribua. A massa molar da água é 18,0 g/mol. (b) O calor específico real do vapor d'água em pressões baixas é 2.000 J/kg · K. Compare esse valor com sua resposta e comente a respeito do papel real desempenhado pelo movimento vibratório.

Seção 18.5 Velocidades moleculares

18.41 • A massa molar do gás diatômico dióxido de carbono (CO_2) é 44,0 g/mol quando a temperatura $T = 300$ K. Calcule (a) a velocidade mais provável v_{mp}; (b) a velocidade média $v_{méd}$ e (c) a velocidade quadrática média v_{rmq} desse gás.

18.42 • Para um gás de moléculas de nitrogênio (N_2), qual deve ser a temperatura se 94,7% de todas as moléculas possuem

velocidades moleculares menores que (a) 1.500 m/s; (b) 1.000 m/s; (c) 500 m/s? Use a Tabela 18.2. A massa molar do N_2 é 28,0 g/mol.

Seção 18.6 Fases da matéria

18.43 • A água sólida (gelo) é lentamente aquecida a partir de uma temperatura muito baixa. (a) Qual é a pressão externa mínima P_1 que deve ser aplicada para se observar uma transição de fase de liquefação? Descreva a sequência das transições de fase que ocorrem se a pressão aplicada P for tal que $P < P_1$. (b) Acima de certa pressão máxima P_2, não se observa nenhuma transição com ebulição. Qual é essa pressão? Descreva a sequência das transições de fase que ocorrem para $P_1 < P < P_2$.

18.44 • **Meteorologia.** A *pressão de vapor* é a pressão da fase vapor de uma substância que está em equilíbrio com a fase sólida ou líquida da substância. A *umidade relativa* é a pressão parcial do vapor d'água no ar, dividida pela pressão de vapor da água na mesma temperatura, expressa como uma porcentagem. Dizemos que o ar está saturado quando a umidade relativa é 100%. (a) A pressão de vapor da água a 20 °C é $2{,}34 \times 10^3$ Pa. Se a temperatura do ar for 20 °C e a umidade relativa for 60%, qual será a pressão parcial do vapor d'água na atmosfera (ou seja, a pressão que seria exercida pelo vapor d'água caso ele estivesse sozinho)? (b) Nas condições do item (a), qual é a massa da água em 1,00 m^3 de ar? (A massa molar da água é 18,0 g/mol. Suponha que o vapor d'água possa ser considerado um gás ideal.)

18.45 • Calcule o volume de 1,00 mol de água líquida a 20 °C (em que sua densidade é igual a 998 kg/m^3) e compare isso com o volume ocupado por 1,00 mol de água no ponto crítico, que é 56×10^{-6} m^3. A água tem uma massa molar de 18,0 g/mol.

PROBLEMAS

18.46 • Uma sala de leitura de física a 1,00 atm e 27,0 °C possui um volume de 216 m^3. (a) Use a lei do gás ideal para estimar o número de moléculas de ar na sala. Suponha que todo o ar na sala seja N_2. Calcule (b) a densidade da partícula — o seja, o número de moléculas de N_2 por centímetro cúbico — e (c) a massa do ar na sala.

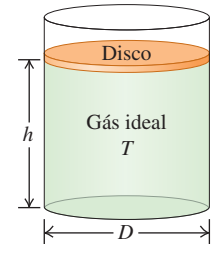
18.47 •• PC BIO **O efeito da altitude sobre os pulmões.** (a) Calcule a *variação* na pressão do ar que você experimenta se subir em uma montanha de 1.000 m, supondo que a temperatura e a densidade do ar não mudam a essa distância e que elas sejam 22 °C e 1,2 kg/m^3, respectivamente, na base da montanha. (*Nota:* o resultado do Exemplo 18.4 não se aplica, pois a expressão deduzida naquele exemplo considera a variação da densidade do ar com a altitude, e isso está sendo ignorado aqui.) (b) Se você respirasse 0,5 L de ar na base da montanha e o segurasse até alcançar o topo, qual seria o volume desse ar quando você o exalasse no alto da montanha?

18.48 •• PC BIO **A doença descompressiva.** Quando um mergulhador de águas profundas sobe para a superfície muito rapidamente surgem bolhas de nitrogênio em seu sangue que se expandem e podem ser fatais. Esse fenômeno é chamado de *doença descompressiva*. Supondo que um mergulhador sobe para a superfície muito rapidamente a partir de uma profundidade de 25 m no Lago Michigan (que possui água doce), qual seria o volume de uma bolha de N_2 que ocupava um volume de 1,00 mm^3 no seu sangue no ponto inferior da sua profundidade? Você acha que essa diferença é suficientemente grande para causar um problema? (Suponha que a diferença de pressão seja produzida apenas pela variação da pressão da água e não por qualquer tipo de variação de temperatura. Essa última hipótese é precária porque somos criaturas com sangue quente.)

18.49 •• PC Um balão de ar quente permanece flutuando porque o ar quente na pressão atmosférica é menos denso que o ar mais frio na mesma pressão. Se o volume do balão for igual a 500,0 m^3 e o ar nas vizinhanças estiver a 15,0 °C, qual deverá ser a temperatura do ar no balão para que ele levante uma carga total de 290 kg (além da massa do ar quente)? A densidade do ar a 15,0 °C e a pressão atmosférica é igual a 1,23 kg/m^3.

18.50 •• Em um recipiente vazio, um tanque cilíndrico vertical com diâmetro D é selado por um disco circular de 3,00 kg que pode subir e descer sem atrito. Abaixo do disco está uma quantidade de gás ideal na temperatura T do cilindro (**Figura P18.50**). Inicialmente, o disco está em repouso a uma distância $h = 4{,}00$ m acima da base do tanque. Quando um pedaço de chumbo com massa de 9,00 kg é colocado suavemente sobre o disco, ele se move para baixo. Se a temperatura do gás permanecer constante e nenhum gás escapar do tanque, a que distância do fundo do tanque o disco estará quando chegar novamente ao repouso?

Figura P18.50



18.51 ••• Um cilindro com 1,0 m de altura e diâmetro interno de 0,120 m armazena gás propano (massa molar igual a 44,1 g/mol) para ser usado em um churrasco. O cilindro é inicialmente cheio de gás até que a pressão manométrica seja $1{,}30 \times 10^6$ Pa e a temperatura seja igual a 22 °C. A temperatura do gás permanece constante à medida que ele é parcialmente retirado do tanque, até que a pressão manométrica final seja igual a $3{,}40 \times 10^5$ Pa. Calcule a massa do propano que foi consumido.

18.52 • PC Durante a realização de um teste em 1939, antes de ser aceito pela Marinha dos Estados Unidos, o submarino *Squalus* afundou onde a profundidade das águas era 73,0 m. A temperatura na superfície era 27,0 °C, e no fundo era 7,0 °C. A densidade da água do mar é 1.030 kg/m^3. (a) Um sino de mergulho foi usado para o resgate dos 33 tripulantes presos no interior do *Squalus*. O sino de mergulho possuía a forma de um cilindro com 2,30 m de altura, aberto em sua extremidade inferior e fechado no topo. Quando o sino chegou ao fundo do mar, até que altura a água do mar subiu em seu interior? (*Dica*: você pode desprezar a relativamente pequena variação de pressão da água entre o fundo do mar e a superfície da água no interior do sino.) (b) Qual foi a pressão manométrica do ar comprimido fornecido ao sino para expelir completamente a água de seu interior?

18.53 • **Atmosfera de Titã.** Titã, o maior satélite de Saturno, possui uma atmosfera densa de nitrogênio. Em sua superfície, a pressão é igual a 1,5 atmosfera terrestre, e a temperatura é 94 K. (a) Qual é a temperatura na superfície em °C? (b) Calcule a densidade da superfície na atmosfera de Titã em moléculas por metro cúbico. (c) Compare a densidade na atmosfera da superfície de Titã com a densidade da atmosfera terrestre a 22 °C. Qual dos planetas possui uma atmosfera mais densa?

18.54 • **Pressão em Vênus.** Na superfície de Vênus, a temperatura média é 460 °C, em razão do efeito estufa (aquecimento global!), a pressão é 92 atmosferas terrestres e a aceleração da gravidade é $0{,}894 g_{\text{Terra}}$. A atmosfera é quase toda formada por CO_2 (massa molar igual a 44,0 g/mol) e a temperatura permanece notavelmente constante. Vamos supor que a temperatura não mude com a altitude. (a) Qual é a pressão atmosférica a 1,00 km acima da superfície de Vênus? Expresse sua resposta em atmosferas venusianas e atmosferas terrestres. (b) Qual é a

velocidade quadrática média das moléculas de CO_2 na superfície de Vênus e a uma altitude de 1,00 km?

18.55 •• O volume do pneu de um automóvel é 0,0150 m^3 em um dia frio, quando a temperatura do ar no interior do pneu é 5 °C e a pressão atmosférica é 1,02 atm. Nessas condições, verifica-se que a pressão manométrica do pneu é 1,70 atm. Depois de o carro andar por uma estrada durante 30 min, a temperatura do ar nos pneus sobe para 45 °C e o volume passa a ser 0,0159 m^3. Qual passa a ser a pressão manométrica do pneu?

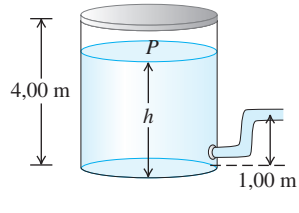
18.56 •• Um frasco com volume de 1,50 L, equipado com uma válvula, contém o gás etano (C_2H_6) a 300 K e à pressão atmosférica (1,013 × 10^5 Pa). A massa molar do etano é 30,1 g/mol. O sistema é aquecido até uma temperatura de 550 K, mantendo-se a válvula aberta para a atmosfera. A seguir, a válvula é fechada e o frasco é resfriado até atingir a temperatura inicial. (a) Qual é a pressão final do etano no frasco? (b) Qual é a quantidade de etano, em gramas, que permanece no frasco?

18.57 •• **PC** Um balão cujo volume é 750 m^3 deve ser cheio com hidrogênio na pressão atmosférica (1,01 × 10^5 Pa). (a) Sabendo que o hidrogênio é armazenado em cilindros com volumes de 1,90 m^3 e sob pressão manométrica de 1,20 × 10^6 Pa, quantos cilindros são necessários? Suponha que a temperatura do hidrogênio permaneça constante. (b) Qual é o peso total (além do peso do gás) que o balão pode suportar se o ar circundante e o gás do balão estão à mesma temperatura de 15 °C? A massa molar do hidrogênio (H_2) é 2,02 g/mol. A densidade do ar para uma atmosfera a 15 °C é igual a 1,23 kg/m^3. Veja a definição de força de empuxo no Capítulo 14. (c) Qual seria o peso que o balão poderia suportar se fosse cheio com hélio (cuja massa molar é 4,00 g/mol) em vez de hidrogênio, ainda considerando a temperatura de 15 °C?

18.58 •• Um tanque cilíndrico vertical contém 1,80 mol de um gás ideal a uma pressão de 0,300 atm a 20 °C. A parte redonda do tanque tem um raio de 10,0 cm, e o gás está sustentando um pistão que pode se deslocar para cima e para baixo no cilindro sem atrito. (a) Qual é a massa desse pistão? (b) Qual é a altura da coluna de gás que sustenta o pistão?

18.59 •• **PC** Um tubo está conectado a um grande tanque de água, conforme mostra a **Figura P18.59**. O topo do tanque é vedado, e existe ar comprimido entre o topo e a superfície da água. Quando a altura da água h é 3,50 m, a pressão absoluta P do ar comprimido é 4,20 × 10^5 Pa. Suponha que o ar sobre a água se expanda com temperatura constante, e considere a pressão atmosférica igual a 1,00 × 10^5 Pa. (a) Com que velocidade a água sai do tubo quando h = 3,50 m? (b) À medida que a água escoa do tanque, h diminui. Calcule a velocidade de escoamento para h = 3,00 m e h = 2,00 m. (c) Em que altura h o escoamento termina?

Figura P18.59



18.60 •• **PC** Uma esfera plástica leve, com massa m = 9,00 g e densidade ρ = 4,00 kg/m^3, é suspensa no ar por um fio com massa desprezível. (a) Qual é a tensão T no fio se o ar estiver a 5,00 °C e P = 1,00 atm? A massa molar do ar é 28,8 g/mol. (b) O quanto a tensão no fio mudaria se a temperatura do gás fosse aumentada para 35,0 °C? Ignore a variação no volume da esfera plástica quando a temperatura muda.

18.61 •• **BIO** **Quantos átomos há em seu corpo?** Estime o número de átomos existentes no corpo de um aluno de física com 50 kg. Note que o corpo humano é quase todo constituído por água, cuja massa molar é 18,0 g/mol, e que cada molécula de água contém três átomos.

18.62 •• **BIO** Durante uma hora, uma pessoa comum em repouso inala 0,50 L de oxigênio a cada respiração a uma pressão de 1,00 atm e uma temperatura de 20,0 °C. O gás aspirado possui 21,0% de oxigênio. (a) Quantas moléculas de oxigênio essa pessoa inala cada vez que respira? (b) Suponha agora que essa pessoa esteja em repouso a uma altitude de 2.000 m, mas que a temperatura continue igual a 20,0 °C. Supondo que as porcentagens e os volumes de oxigênio durante a inalação possuam os mesmos valores que os indicados na parte (a), quantas moléculas de oxigênio essa pessoa inala agora a cada respiração? (c) Dado que, para manter suas funções, o corpo ainda necessita do mesmo número de moléculas de oxigênio por segundo que o necessário ao nível do mar, explique por que algumas pessoas têm dificuldade para respirar em tais altitudes.

18.63 •• Dentre dois recipientes idênticos, um contém o gás A e o outro, o gás B. As massas das moléculas desses gases são m_A = 3,34 ×10^{-27} kg e m_B = 5,34 × 10^{-26} kg. Ambos os gases estão à mesma pressão e a 10,0 °C. (a) As moléculas de que gás (A ou B) têm maior energia cinética translacional por molécula e maior velocidade quadrática média? (b) Agora você deseja elevar a temperatura de apenas um desses recipientes, de modo que ambos os gases tenham a mesma velocidade quadrática média. De que gás você deve elevar a temperatura? (c) Em que temperatura você atingirá seu objetivo? (d) Uma vez que você tenha atingido seu objetivo, que moléculas (A ou B) têm agora maior energia cinética translacional média por molécula?

18.64 • O diâmetro de uma molécula de oxigênio é cerca de 2,0 × 10^{-10} m. Estime qual deveria ser a pressão em que o volume finito de moléculas produziria desvios mensuráveis do comportamento ideal na temperatura ambiente (T = 300 K).

18.65 •• Uma caixa lacrada contém um gás ideal monoatômico. O número de átomos do gás por volume unitário é 5,00 × 10^{20} átomos/cm^3, e a energia cinética translacional média de cada átomo é 1,80 × 10^{-23} J. (a) Qual é a pressão do gás? (b) Se o gás é o neônio (massa molar igual a 20,18 g/mol), qual é a v_{rmq} para os átomos do gás?

18.66 •• Um cilindro com paredes rígidas contém gás hélio. Se a pressão do gás for igual a 2,00 atm, a velocidade quadrática média dos átomos de hélio é v_{rmq} = 176 m/s. De quanto (em atmosferas) a pressão deverá ser aumentada para elevar a v_{rmq} dos átomos de He em 100 m/s? Ignore qualquer variação no volume do cilindro.

18.67 •• Você enche um balão esférico até que ele tenha um diâmetro de 50,0 cm, a pressão absoluta dentro dele seja igual a 1,25 atm e a temperatura seja 22,0 °C. Considere que todo o gás seja N_2, com massa molar igual a 28,0 g/mol. (a) Encontre a massa de uma única molécula de N_2. (b) Quanta energia cinética translacional uma molécula comum de N_2 possui? (c) Quantas moléculas de N_2 há nesse balão? (d) Qual é a energia cinética translacional *total* de todas as moléculas no balão?

18.68 • **PC** (a) Calcule o aumento da energia potencial gravitacional em uma molécula de nitrogênio (massa molar igual a 28,0 g/mol) para um aumento de altitude de 400 m próximo da superfície terrestre. (b) Em que temperatura esse aumento é igual à energia cinética média das moléculas de nitrogênio? (c) Uma molécula de nitrogênio próxima do nível do mar, onde T = 15,0 °C,

poderia ascender até uma altitude de 400 m? É provável que ela faça isso sem colidir com nenhuma outra molécula ao longo da trajetória? Explique.

18.69 •• PC CALC O potencial de Lennard-Jones. Uma função da energia potencial geralmente usada para descrever a interação entre duas moléculas (Figura 18.8) é o potencial de Lennard-Jones com expoentes 6 e 12:

$$U(r) = U_0\left[\left(\frac{R_0}{r}\right)^{12} - 2\left(\frac{R_0}{r}\right)^{6}\right]$$

onde r é a distância entre os centros das moléculas e U_0 e R_0 são constantes positivas. A força correspondente $F(r)$ é dada pela Equação 13.26. (a) Faça gráficos de $U(r)$ e $F(r)$ por r. (b) Seja r_1 o valor de r para o qual $U(r) = 0$, e r_2 o valor de r para o qual $F(r) = 0$. Localize os pontos r_1 e r_2 em seus gráficos de $U(r)$ e $F(r)$. Qual desses valores representa a posição de equilíbrio entre as moléculas? (c) Calcule os valores de r_1 e r_2 em termos de R_0 e obtenha a razão r_1/r_2. (d) Se a distância entre as moléculas for igual a r_2 [calculada no item (c)], qual seria o trabalho realizado para separá-las até uma distância $r \to \infty$?

18.70 • (a) Calcule a energia cinética translacional aleatória total de 5,00 L de hidrogênio gasoso (massa molar igual a 2,016 g/mol), com uma pressão de $1{,}01 \times 10^5$ Pa e uma temperatura de 300 K. (*Dica*: use o processo do Problema 18.67 como modelo.) (b) Se o tanque que contém o gás é colocado em um avião viajando a uma velocidade de 300,0 m/s, qual é a porcentagem de aumento da energia cinética *total* do gás? (c) O fato de que a energia cinética das moléculas do gás é maior quando ele está no avião significa que a temperatura aumentou? Explique.

18.71 •• É possível fazer um sólido cristalino que tenha uma espessura de apenas uma camada de átomos. Esse cristal "bidimensional" pode ser criado depositando-se átomos sobre uma superfície extremamente plana. (a) Caso os átomos desse cristal bidimensional pudessem se mover apenas ao longo do plano do cristal, qual deveria ser o calor específico molar nas vizinhanças da temperatura ambiente? Forneça sua resposta como um múltiplo de R e em J/mol · K. (b) Em temperaturas muito baixas, o calor específico molar de um cristal bidimensional seria maior que o resultado obtido na parte (a), menor ou igual a ele? Explique o motivo.

18.72 • Hidrogênio no Sol. A superfície do Sol possui temperatura aproximada de 5.800 K, sendo quase toda constituída por átomos de hidrogênio. (a) Calcule a velocidade quadrática média de um átomo de hidrogênio a essa temperatura. (A massa de um único átomo de hidrogênio é $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg). (b) A velocidade de escape para que uma partícula saia da zona de influência gravitacional do Sol é dada por $(2GM/R)^{1/2}$, onde M é a massa do Sol, R é seu raio e G é a constante gravitacional (ver o Exemplo 12.5 da Seção 12.3). Use os dados do Apêndice F para calcular essa velocidade de escape. (c) Uma quantidade apreciável de hidrogênio pode escapar da superfície do Sol? *Algum* hidrogênio pode escapar? Explique.

18.73 •• PC (a) Mostre que um projétil de massa m pode "escapar" da superfície de um planeta quando for lançado verticalmente com uma energia cinética maior que mgR_p, onde g é a gravidade na superfície do planeta e R_p é o raio do planeta. Despreze a resistência do ar. (Ver o Problema 18.72.) (b) Caso o planeta considerado seja a Terra, em que temperatura a energia cinética translacional média da molécula de nitrogênio (massa molar = 28,0 g/mol) se torna igual à energia cinética necessária para escapar? E a molécula de hidrogênio (massa molar = 2,02 g/mol)? (c) Repita o item (b) para a Lua, onde $g = 1{,}63$ m/s^2 e $R_p = 1.740$ km. (d) Enquanto a Terra e a Lua possuem temperaturas médias na superfície aproximadamente iguais, a Lua não possui atmosfera. Use os resultados dos itens (b) e (c) para explicar o motivo.

18.74 • Atmosferas planetárias. (a) A temperatura nas vizinhanças do topo da camada multicolorida da atmosfera de Júpiter é igual a aproximadamente 140 K. A temperatura no topo da troposfera da Terra, a uma altitude aproximada de 20 km, é cerca de 220 K. Calcule a velocidade quadrática média das moléculas de hidrogênio nesses dois ambientes. Forneça suas respostas em m/s e como uma fração da velocidade de escape do respectivo planeta (ver o Problema 18.72). (b) O gás hidrogênio (H_2) é um elemento raro na atmosfera terrestre. Na atmosfera de Júpiter, em contraste, 89% de todas as moléculas são de H_2. Explique o motivo, usando o resultado do item (a). (c) Suponha que um astrônomo afirme ter descoberto uma atmosfera de oxigênio (O_2) no asteroide Ceres. Qual é a probabilidade de isso acontecer? Ceres possui massa igual a 0,014 vez a massa da Lua, uma densidade de 2.400 kg/m^3 e uma temperatura na superfície de aproximadamente 200 K.

18.75 •• CALC Calcule a integral da Equação 18.31, $\int_0^\infty v^2 f(v)\,dv$ e compare o resultado com $(v^2)_{méd}$ como dada pela Equação 18.16. (*Dica:* você pode usar a integral fornecida em tabelas,

$$\int_0^\infty x^{2n} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots (2n-1)}{2^{n+1}\alpha^n}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

onde n é um número inteiro positivo e α é uma constante positiva.)

18.76 •• (a) Calcule a energia cinética *rotacional* total das moléculas de 1,00 mol de um gás diatômico a 300 K. (b) Calcule o momento de inércia de uma molécula de oxigênio (O_2) para a rotação em torno do eixo Oy ou do eixo Oz indicados na Figura 18.18b. Considere as moléculas dois pontos com massa (representando os átomos de oxigênio) separados por uma distância igual a $1{,}21 \times 10^{-10}$ m. A massa molar dos *átomos* de oxigênio é 16,0 g/mol. (c) Ache a velocidade angular quadrática média da molécula de oxigênio em torno do eixo Oy ou do eixo Oz indicados na Figura 18.18b. Como sua resposta pode ser comparada com a velocidade angular de um motor rápido típico (10.000 rot/min)?

18.77 •• CALC (a) Explique por que, em um gás com N moléculas, o número de moléculas que possuem velocidades no intervalo *finito* entre v e $v + \Delta v$ é $\Delta N = N\int_v^{v+\Delta v} f(v)\,dv$. (b) Se Δv for pequeno, então $f(v)$ é aproximadamente constante ao longo do intervalo e $\Delta N \approx Nf(v)\Delta v$. Para o gás oxigênio ($O_2$, massa molar = 32,0 g/mol) a $T = 300$ K, use essa aproximação para calcular o número de moléculas com velocidades no intervalo $\Delta v = 20$ m/s em torno de v_{mp}. Expresse sua resposta como um múltiplo de N. (c) Repita o item (b) considerando um intervalo em torno de $7v_{mp}$ com $\Delta v = 20$ m/s. (d) Repita os itens (b) e (c) para uma temperatura igual a 600 K. (e) Repita os itens (b) e (c) para uma temperatura igual a 150 K. (f) O que seus resultados informam sobre a forma da distribuição em função da temperatura? Suas conclusões estão de acordo com o que é mostrado na Figura 18.23?

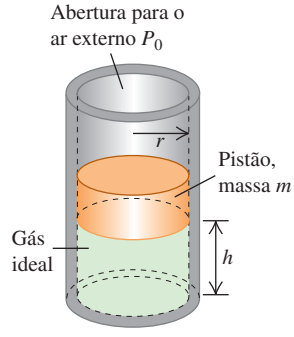
18.78 •• CALC Calcule a integral da Equação 18.30, $\int_0^\infty vf(v)\,dv$ e compare o resultado com $(v)_{méd}$ como dado na Equação 18.35. (*Dica:* faça a mudança de variáveis $v^2 = x$ e use a integral em tabelas

$$\int_0^\infty x^n e^{-\alpha x} dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$$

onde n é um número inteiro positivo e α é uma constante positiva.)

18.79 ••• PC Oscilações de um pistão. Um cilindro vertical de raio r contém um gás ideal e recebe em seu interior um pistão com massa m livre para se movimentar (**Figura P18.79**). O pistão e as paredes do cilindro não têm atrito, e o cilindro inteiro é colocado em uma solução com temperatura constante. A pressão do ar externo é P_0. No equilíbrio, o pistão se situa a uma altura h acima da base do cilindro. (a) Determine a pressão absoluta do gás preso abaixo do pistão quando este se encontra em equilíbrio. (b) O pistão é puxado para cima por uma pequena distância e liberado. Determine a força resultante que atua sobre o pistão quando sua base está a uma distância $h + y$ acima da base do cilindro, onde $y << h$. (c) Após o pistão ser deslocado do equilíbrio e liberado, ele oscila para cima e para baixo. Ache a frequência dessas pequenas oscilações. Se o deslocamento não for pequeno, as oscilações são harmônicas simples? Como você pode saber?

Figura P18.79



18.80 •• DADOS Um cilindro de aço com paredes rígidas é evacuado até um alto grau de vácuo; depois, você coloca uma pequena quantidade de hélio no cilindro. Este possui um manômetro de pressão que mede a pressão do gás em seu interior. Você coloca o cilindro em ambientes com diversas temperaturas, espera que o equilíbrio térmico seja estabelecido e depois mede a pressão do gás. Os resultados são os seguintes:

	T (°C)	P(Pa)
Ponto de ebulição normal do nitrogênio	–195,8	254
Mistura de gelo e água	0,0	890
Ar livre em um dia quente	33,3	999
Ponto de ebulição normal da água	100,0	1.214
Forno quente	232	1.635

(a) Lembre-se (Capítulo 17) de que o zero absoluto é a temperatura em que a pressão de um gás ideal torna-se zero. Use os dados na tabela para calcular o valor do zero absoluto em °C. Suponha que a pressão do gás seja baixa o suficiente para que ele seja tratado como um gás ideal e ignore a variação no volume do cilindro quando a temperatura é alterada. (b) Use o coeficiente da expansão volumétrica para o aço na Tabela 17.2 para calcular a variação percentual no volume do cilindro entre as temperaturas mais baixa e mais alta na tabela. É correto ignorar a variação de volume do cilindro quando a temperatura varia? Justifique sua resposta.

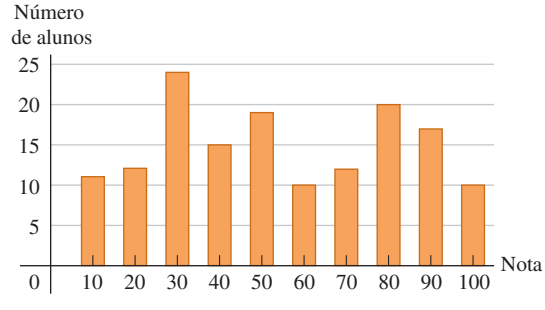
18.81 ••• DADOS O ponto de orvalho e nuvens. A pressão de vapor da água (ver Exercício 18.44) diminui à medida que a temperatura se reduz. A tabela seguinte fornece uma lista da pressão de vapor de água em diversas temperaturas:

Temperatura (°C)	Pressão de vapor (Pa)
10,0	$1{,}23 \times 10^3$
12,0	$1{,}40 \times 10^3$
14,0	$1{,}60 \times 10^3$
16,0	$1{,}81 \times 10^3$
18,0	$2{,}06 \times 10^3$
20,0	$2{,}34 \times 10^3$
22,0	$2{,}65 \times 10^3$
24,0	$2{,}99 \times 10^3$
26,0	$3{,}36 \times 10^3$
28,0	$3{,}78 \times 10^3$
30,0	$4{,}25 \times 10^3$

Caso o teor de vapor d'água no ar seja mantido constante à medida que o ar se resfria, atinge-se uma temperatura chamada de temperatura do *ponto de orvalho*, em que a pressão parcial se torna igual à pressão de vapor, e o vapor fica saturado. Caso o ar seja ainda mais resfriado, o vapor se condensa em líquido até que a nova pressão fique novamente igual à pressão de vapor naquela temperatura. A temperatura em uma sala é 30,0 °C. (a) Um meteorologista resfria uma lata metálica enchendo-a gradualmente com água fria. Quando a temperatura da lata atinge 16,0 °C, pequenas gotas de água se formam em sua superfície externa. Qual é a umidade relativa do ar dessa sala com temperatura de 30,0 °C? Em um dia de primavera no centro-oeste dos Estados Unidos, a temperatura do ar nas vizinhanças do solo é 28 °C. Cúmulos são nuvens que parecem flocos de algodão, formando-se em altitudes nas quais a temperatura do ar é igual à do ponto de orvalho. Se a temperatura do ar diminui com a altitude a uma taxa de 0,6 °C/100 m, em que altura aproximada acima do solo os cúmulos se formam quando a umidade relativa no solo for (b) 35%? (c) 80%?

18.82 •• DADOS As grandezas estatísticas da "média" e do "valor quadrático médio" podem ser aplicadas a qualquer distribuição. A **Figura P18.82** mostra as notas para uma turma com 150 alunos, em uma prova valendo 100 pontos. (a) Calcule o valor médio das notas da turma. (b) Calcule o valor quadrático médio das notas da turma. (c) Qual é maior: a nota média ou a nota rmq? Por quê?

Figura P18.82



PROBLEMAS DESAFIADORES

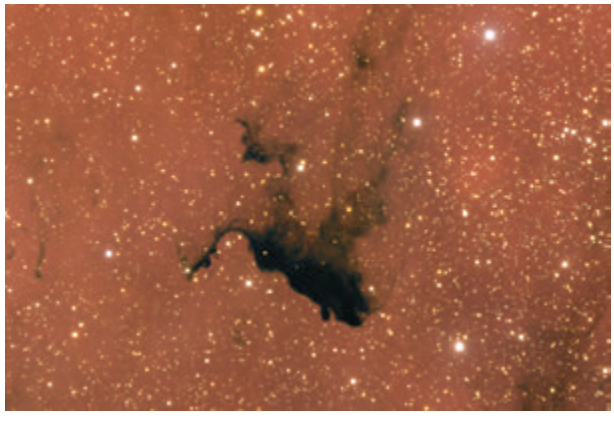
18.83 ••• PC Nebulosas escuras e o espaço interestelar. A área escura na **Figura P18.83**, aparentemente desprovida de estrelas, denomina-se *nebulosa escura*, uma nuvem de gás frio no espaço interestelar que contém matéria suficiente para bloquear a luz proveniente de estrelas que estão atrás dessa região. Uma nebulosa escura típica possui um diâmetro da ordem de 20 anos-luz

e contém cerca de 50 átomos de hidrogênio por centímetro cúbico (hidrogênio monoatômico, e *não* H_2) a uma temperatura aproximadamente igual a 20 K. (Um ano-luz é a distância percorrida pela luz em um ano, sendo igual a $9{,}46 \times 10^{15}$ m.) (a) Estime o livre caminho médio de um átomo de hidrogênio em uma nebulosa escura. O raio de um átomo de hidrogênio é da ordem de $5{,}0 \times 10^{-11}$ m. (b) Estime a velocidade quadrática média de um átomo de hidrogênio e o tempo livre médio (o tempo médio entre duas colisões sucessivas de um dado átomo). Com base nesse resultado, você acha que as colisões atômicas, como aquelas que dão origem à formação da molécula H_2, são muito importantes para a determinação da composição da nebulosa? (c) Estime a pressão no interior de uma nebulosa escura. (d) Compare a velocidade quadrática média de um átomo de hidrogênio com a velocidade de escape da superfície da nebulosa (supondo que ela seja esférica). Se houvesse vácuo em torno da nebulosa, ela seria estável ou teria uma tendência a se vaporizar? (e) A estabilidade de uma nebulosa escura é explicada pela presença de um *meio interestelar* (ISM), um gás ainda mais rarefeito que permeia o espaço interestelar no qual uma nebulosa escura está imersa. Mostre que uma nebulosa escura está em equilíbrio com o ISM quando o número de átomos por volume (N/V) e a temperatura (T) da nebulosa escura estão relacionados por

$$\frac{(N/V)_{\text{nebulosa}}}{(N/V)_{\text{ISM}}} = \frac{T_{\text{ISM}}}{T_{\text{nebulosa}}}$$

(f) Nas vizinhanças do Sol, o ISM contém cerca de 1 átomo de hidrogênio por 200 cm^3. Estime a temperatura do ISM nas vizinhanças do Sol. Compare o resultado com a temperatura na superfície do Sol, igual a aproximadamente 5.800 K. Uma espaçonave viajando através do espaço interestelar poderia se queimar? Justifique sua resposta.

Figura P18.83



18.84 ••• CALC Atmosfera terrestre. Na *troposfera*, a parte superior da atmosfera compreendida entre a superfície terrestre e uma altitude de 11 km, a temperatura não é uniforme, mas diminui com o aumento da altitude. (a) Mostre que, se a variação de temperatura for aproximada pela expressão linear

$$T = T_0 - \alpha y$$

onde T_0 é a temperatura na superfície da Terra e T é a temperatura a uma altitude y, a pressão P a uma altitude y é dada por

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \frac{Mg}{R\alpha}\ln\left(\frac{T_0 - \alpha y}{T_0}\right)$$

onde P_0 é a pressão na superfície terrestre e M é a massa molar do ar. O coeficiente α é chamado de taxa de diminuição da temperatura. Essa taxa varia com as condições atmosféricas, mas um valor médio para ela seria de aproximadamente 0,6 °C/100 m. (b) Mostre que o resultado anterior se reduz ao obtido no Exemplo 18.4 (Seção 18.1) no limite quando $\alpha \to 0$. (c) Supondo $\alpha = 0{,}6$ °C/100 m, calcule P para $y = 8.863$ m e compare sua resposta com o resultado do Exemplo 18.4. Considere $T_0 = 288$ K e $P_0 = 1{,}0$ atm.

Problemas com contexto

ISOLANDO JANELAS. Uma forma de melhorar o isolamento nas janelas é encher um espaço lacrado entre dois painéis de vidro com um gás que possui condutividade térmica mais baixa que a do ar. A condutividade térmica k de um gás depende de seu calor específico molar C_V, massa molar M e raio molecular r. A dependência dessas grandezas em determinada temperatura é aproximada por $k \propto C_V/r^2\sqrt{M}$. Os gases nobres possuem propriedades que os tornam escolhas particularmente boas como gases isolantes. Os gases nobres variam desde o hélio (massa molar 4,0 g/mol, raio molecular 0,13 nm) ao xenônio (massa molar 131 g/mol, raio molecular 0,22 nm). (O gás nobre radônio é mais pesado que o xenônio, mas o radônio é radioativo e, portanto, não é adequado para essa finalidade.)

18.85 Qual é o motivo para os gases nobres serem *preferíveis* ao ar (que é principalmente nitrogênio e oxigênio) como um material isolante? (a) Os gases nobres são monoatômicos e, portanto, nenhum modo rotacional contribui para o calor específico molar; (b) os gases nobres são monoatômicos e, portanto, possuem menores massas moleculares que o nitrogênio e o oxigênio; (c) os raios moleculares nos gases nobres são muito maiores que os dos gases que consistem em moléculas diatômicas; (d) como os gases nobres são monoatômicos, eles possuem muito mais graus de liberdade que as moléculas diatômicas, e seu calor específico molar é reduzido pelo número de graus de liberdade.

18.86 Estime a razão entre a condutividade térmica do Xe e a do He. (a) 0,015; (b) 0,061; (c) 0,10; (d) 0,17.

18.87 A taxa de *efusão* — ou seja, o vazamento de um gás por pequenas fendas — é proporcional a v_{rmq}. Se houver pequenas fendas no material usado para lacrar o espaço entre dois painéis de vidro, quantas vezes a taxa de vazamento do espaço entre os painéis é maior para o He que para o Xe, na mesma temperatura? (a) 370 vezes; (b) 19 vezes; (c) 6 vezes; (d) não é maior — a taxa de vazamento do He é a mesma que para o Xe.

RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

(**iv**) Segundo a Equação 18.19, a velocidade quadrática média de uma molécula de gás é proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta T. O intervalo de temperatura que estamos considerando é de (25 + 273,15) K = 298 K até (100 + 273,15) K = 373 K. Logo, as velocidades aumentam por um fator de

$\sqrt{(373\ \text{K})/(298\ \text{K})} = 1{,}12$; isto é, 12%. Embora 100 °C pareça bem mais quente que 25 °C, a diferença nas velocidades moleculares é relativamente pequena.

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

18.1 Resposta: (**ii**) e (**iii**) (**empate**), (**i**) e (**v**) (**empate**), (**iv**). Podemos reescrever a equação do gás ideal, a Equação 18.3, como $n = PV/RT$. Isso nos diz que o número de moles n é proporcional à pressão e ao volume, e inversamente proporcional à temperatura absoluta. Logo, comparando-se a (i), o número de moles em cada caso é (ii) (2)(1)/(1) = duas vezes maior, (iii) (1)(2)/(1) = duas vezes maior, (iv) (1)(1)/(2) = $\frac{1}{2}$ (a metade do valor) e (v) (2)(1)/(2) = uma vez maior (ou seja, igual).

18.2 Resposta: (**vi**). O valor de r_0 determina a posição de equilíbrio das moléculas na fase sólida; portanto, dobrando r_0, a separação também dobra. Assim, um cubo sólido desse composto pode crescer de 1 cm de aresta a 2 cm de aresta. O volume ficaria, então, $2^3 = 8$ vezes maior, e a densidade (massa dividida pelo volume) passaria a ser $\frac{1}{8}$ da inicial.

18.3 Respostas: (**a**) (**iv**), (**ii**), (**iii**), (**i**); (**b**) (**iii**) e (**iv**) (**empate**), (**i**) e (**ii**) (**empate**). (a) A Equação 18.19 indica que $v_{\text{rmq}} = \sqrt{3RT/M}$, então a velocidade quadrática média é proporcional à raiz quadrada da razão da temperatura absoluta T e da massa molar M. Comparada a (i) oxigênio a 300 K, v_{rmq} nos outros casos é (ii) $\sqrt{(32{,}0\ \text{g/mol})/(28{,}0\ \text{g/mol})} = 1{,}07$ vez maior, (iii) $\sqrt{(330\ \text{K})/(300\ \text{K})} = 1{,}05$ vez maior e (iv) $\sqrt{(330\ \text{K})(32{,}0\ \text{g/mol})/(300\ \text{K})(28{,}0\ \text{g/mol})} = 1{,}12$vez maior. (b) Conforme a Equação 18.16, a energia cinética translacional média por molécula é $\frac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}} = \frac{3}{2}kT$, que é diretamente proporcional a T e independe de M. Temos $T = 300$ K nos casos (i) e (ii), e $T = 330$ K nos casos (iii) e (iv), então $\frac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}}$ apresenta valores iguais nos casos (iii) e (iv) e valores iguais (mas menores) nos casos (i) e (ii).

18.4 Respostas: não; **perto do início**. Fornecendo-se uma pequena quantidade de calor dQ ao gás, ocorre uma variação de temperatura dT, onde $dQ = nC_V dT$, conforme a Equação 18.24. A Figura 18.19 mostra que C_V varia em H_2 a temperaturas entre 25 K e 500 K, portanto, uma dada quantidade de calor provoca diferentes valores de variação de temperatura durante o processo. Logo, a temperatura *não* aumentará em uma taxa constante. A variação de temperatura $dT = dQ/nC_V$ é inversamente proporcional a C_V, então a temperatura aumenta mais rapidamente no início do processo, quando a temperatura é mais baixa e C_V é menor (ver Figura 18.19).

18.5 Resposta: (**ii**). A Figura 18.23b mostra que a *fração* de moléculas com velocidades entre v_1 e v_2 é igual à área sob a curva de $f(v)$ por v de $v = v_1$ até $v = v_2$. Isso é igual à integral $\int_{v_1}^{v_2} f(v)\,dv$, que, por sua vez, é igual à diferença entre as integrais $\int_0^{v_2} f(v)\,dv$ (a fração de moléculas com velocidades entre 0 e v_2) e $\int_0^{v_2} f(v)\,dv$ (a fração de moléculas com velocidades entre 0 e a velocidade mais baixa, v_1). O *número* de moléculas com velocidades entre v_1 e v_2 é igual à fração de moléculas nesse intervalo de velocidades multiplicado por N, o número total de moléculas.

18.6 Respostas: não; sim. A pressão da água no ponto triplo fornecida na Tabela 18.3 é $6{,}10 \times 10^2$ Pa. A pressão atual em Marte é só um pouco menor que esse valor, correspondendo à linha designada como P_s na Figura 18.24. Logo, não pode existir água líquida na superfície marciana atual, e não há rios ou lagos por lá. Os cientistas especializados concluem que água líquida pode ter existido em Marte, e provavelmente existiu no passado, quando a atmosfera era mais densa.

Problema em destaque

(**a**) 102 km (**b**) sim

? A primeira lei da termodinâmica explica o funcionamento de uma locomotiva a vapor. A água é aquecida e ferve, e o vapor em expansão realiza o trabalho que impulsiona a locomotiva para a frente. Seria possível o vapor impulsionar a locomotiva realizando trabalho ao *condensar*? (i) Sim; (ii) não; (iii) a resposta depende dos detalhes de como o vapor é condensado.

19 A PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **19.1** O significado de sistemas e processos termodinâmicos.
- **19.2** Como calcular o trabalho realizado por um sistema termodinâmico quando seu volume varia.
- **19.3** O que significa processo entre estados termodinâmicos.
- **19.4** Como interpretar e usar a primeira lei da termodinâmica.
- **19.5** Quatro tipos importantes de processos termodinâmicos.
- **19.6** Por que a energia interna de um gás ideal depende somente de sua temperatura.
- **19.7** A diferença entre calor específico a volume e calor específico à pressão constante.
- **19.8** Como analisar processos adiabáticos em um gás ideal.

Revendo conceitos de:

- **6.3** Trabalho realizado por uma força.
- **7.3** Energia interna.
- **17.5, 18.4** Quantidade de calor e calor específico molar.
- **18.1** Diagramas *PV*.

Toda vez que você dirige um carro, liga o ar-condicionado ou usa um eletrodoméstico, está usufruindo dos benefícios práticos da *termodinâmica*, o estudo das relações envolvendo calor, trabalho mecânico e outros aspectos da energia e da transferência de energia. Por exemplo, no motor de um carro, o calor é gerado pela reação química do oxigênio e da gasolina vaporizada nos cilindros do motor. O gás aquecido pressiona os pistões para dentro dos cilindros, realizando trabalho mecânico que é usado para impulsionar o carro. Essa transformação exemplifica um *processo termodinâmico*.

A primeira lei da termodinâmica, fundamental para entender tais processos, é uma extensão do princípio da conservação da energia. Ela amplia esse princípio para incluir trocas de energia tanto por transferência de calor quanto por realização de trabalho, e introduz o conceito de *energia interna* de um sistema. A conservação da energia desempenha um papel vital em todas as áreas das ciências físicas, e a utilidade da primeira lei da termodinâmica é bastante vasta. Para formular relações envolvendo energia com precisão, é necessário introduzir o conceito de *sistema termodinâmico* e definir *calor* e *trabalho* como dois modos de transferir energia para o interior ou para o exterior desse sistema.

19.1 SISTEMAS TERMODINÂMICOS

Já estudamos transferências de energia envolvendo trabalho mecânico (Capítulo 6) e transferência de calor (capítulos 17 e 18). Agora estamos preparados para combinar e generalizar esses princípios.

Sempre falamos a respeito de uma energia transferida para dentro ou para fora de um *sistema* específico. O sistema pode ser um dispositivo mecânico, um organismo biológico ou uma dada quantidade de material, como o refrigerante em

Figura 19.1 A pipoca na panela é um sistema termodinâmico. No processo termodinâmico mostrado aqui, o calor é fornecido ao sistema e a tampa da panela se desloca em virtude do trabalho realizado pelo sistema sobre suas vizinhanças.

Figura 19.2 (a) O motor de um foguete usa o calor da combustão de seu combustível para realizar trabalho impulsionando o veículo de lançamento. (b) Seres humanos e outros organismos biológicos são sistemas mais complicados que os que podemos analisar detalhadamente neste livro, mas os mesmos princípios básicos da termodinâmica se aplicam a eles.

(a) **(b)**

um ar-condicionado ou o vapor que se expande em uma turbina. Um **sistema termodinâmico** é qualquer coleção de objetos que é conveniente encarar como uma unidade, e que tem o potencial de trocar energia com o ambiente. Um exemplo bem conhecido é quando se faz pipoca em uma panela com tampa. Quando a panela é colocada sobre a chama do fogão, ocorre transferência de calor por condução para o milho. À medida que ele começa a estalar e se expandir, realiza um trabalho sobre a tampa da panela, que sofre um deslocamento (**Figura 19.1**). O *estado* do milho mudou nesse processo, uma vez que o volume, a temperatura e a pressão do milho variaram quando ele começou a estalar. Um processo como esse, no qual ocorrem variações no estado do sistema termodinâmico, denomina-se **processo termodinâmico**.

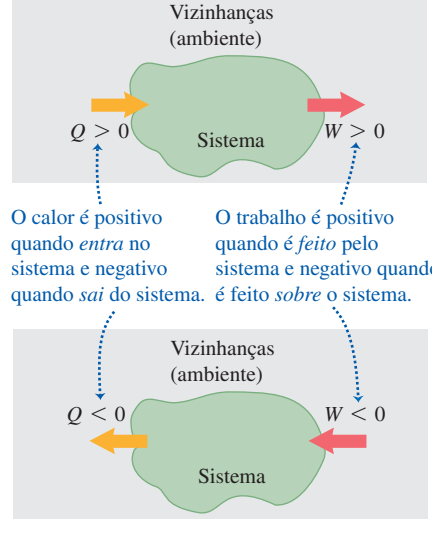
Em mecânica, normalmente usamos o conceito de *sistema* associado a diagramas de corpo livre e à conservação da energia e momento linear. Para os sistemas *termodinâmicos* e para todos os outros, é essencial definir exatamente no início o que pode e o que não pode ser incluído no sistema. Somente depois podemos descrever sem ambiguidade as transferências de energia para o interior ou para o exterior do sistema. Por exemplo, no processo de estourar a pipoca, definimos o sistema incluindo apenas o milho, mas não a panela, a tampa ou o fogão.

A termodinâmica está ligada a muitos problemas práticos além do estouro de pipocas (**Figura 19.2**). O motor a gasolina de um automóvel e o motor a jato de um avião usam o calor de combustão dos respectivos combustíveis para realizar o trabalho mecânico usado para impulsionar o veículo. O tecido muscular de um organismo vivo metaboliza a energia química proveniente de alimentos para realizar um trabalho mecânico sobre suas vizinhanças. Um motor e uma turbina a vapor usam o calor de combustão do carvão ou de outro combustível para realizar um trabalho mecânico, como acionar um gerador elétrico ou impulsionar um trem.

Sinais para o calor e o trabalho na termodinâmica

Descrevemos relações de energia em muitos processos termodinâmicos em termos da quantidade de calor Q fornecida *para* o sistema e o trabalho W realizado *pelo* sistema. Os valores de Q e de W podem ser positivos, negativos ou nulos (**Figura 19.3**). Um valor de Q positivo significa uma transferência de calor *para dentro* do sistema, com um fluxo de energia correspondente para o interior do sistema; Q negativo significa uma transferência de calor *para fora* do sistema. Um valor de W positivo significa um trabalho realizado *pelo* sistema sobre suas vizinhanças, como o trabalho realizado por um gás que se expande e, portanto, corresponde a uma transferência de energia *para fora* do sistema. Um valor de W negativo, como o trabalho realizado durante a compressão de um gás, significa um trabalho realizado

Figura 19.3 Um sistema termodinâmico pode trocar energia sob forma de calor, de trabalho ou de ambos com suas vizinhanças (ambiente). Observe as convenções de sinais para Q e W.



sobre o gás pelas suas vizinhanças e, portanto, corresponde a uma transferência de energia *para dentro* do sistema. Usaremos consistentemente essas convenções neste capítulo e no seguinte.

ATENÇÃO Cuidado com o sinal do trabalho W Observe que a convenção de sinais para o trabalho realizado é *oposta* à adotada na mecânica, quando sempre falávamos de um trabalho realizado pela força que atua *sobre* um corpo. Na termodinâmica, geralmente é mais conveniente chamar de W o trabalho realizado *pelo* sistema, de modo que, quando um sistema se expande, a pressão, a variação de volume e o trabalho realizado são grandezas sempre positivas. Preste atenção e use a convenção de sinais do calor e do trabalho de forma coerente!

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 19.1 No Exemplo 17.7 (Seção 17.6), qual é o sinal de Q para o café? E para a xícara de alumínio? Se um bloco desliza ao longo de uma superfície horizontal com atrito, qual é o sinal de W para o bloco? I

19.2 TRABALHO REALIZADO DURANTE VARIAÇÕES DE VOLUME

Um gás no interior de um cilindro com um pistão móvel é um exemplo simples de sistema termodinâmico. Um motor de combustão interna, um motor a vapor e os compressores em condicionadores de ar e refrigeradores usam alguma versão desse sistema. Nas próximas seções, usaremos o sistema do gás no interior de um cilindro para estudar diversos tipos de processos termodinâmicos.

Utilizaremos um ponto de vista microscópico, com base nas energias cinética e potencial de cada molécula individual do sistema, para desenvolver intuição sobre as grandezas termodinâmicas. Contudo, é importante entender que os princípios básicos da termodinâmica podem ser estudados de modo inteiramente *macroscópico*, sem fazer referência a nenhum modelo microscópico. Na realidade, o grande poder e o caráter geral da termodinâmica decorrem em parte do fato de que ela *não* depende dos detalhes da estrutura da matéria.

Inicialmente, vamos considerar o *trabalho* realizado pelo sistema durante uma variação de volume. Quando um gás se expande, ele força suas fronteiras a se deslocarem para fora. Portanto, um gás que se expande sempre realiza trabalho positivo. O mesmo resultado se aplica a qualquer material líquido ou sólido que se expande sob pressão, como a pipoca mostrada na Figura 19.1.

Podemos entender o trabalho realizado por um gás durante uma variação de volume considerando as moléculas que compõem o gás. Quando uma dessas moléculas colide com uma superfície fixa, momentaneamente ela exerce uma força sobre a superfície, mas não realiza trabalho, porque ela não se move. Porém, quando a superfície se move, como no caso do pistão de um motor a gasolina, a molécula *realiza* um trabalho sobre a superfície durante a colisão. Se o pistão da **Figura 19.4a** se move para a direita, fazendo o volume total do gás aumentar, as moléculas que colidem com o pistão exercem uma força ao longo de uma certa distância e realizam um trabalho *positivo* sobre o pistão. Se o pistão da Figura 19.4b se move para a esquerda, então um trabalho positivo é realizado *sobre* as moléculas durante a colisão. Logo, as moléculas do gás realizam um trabalho *negativo* sobre o pistão.

A **Figura 19.5** mostra um sistema cujo volume pode mudar (um gás, líquido ou sólido) em um cilindro com pistão móvel. Suponha que a seção reta do cilindro possua área A e que a pressão exercida pelo sistema sobre a face do pistão seja igual a P. A força total F exercida pelo sistema sobre o pistão é dada por $F = PA$. Quando o pistão se move por uma distância infinitesimal dx, o trabalho dW realizado por essa força é

$$dW = F\,dx = PA\,dx$$

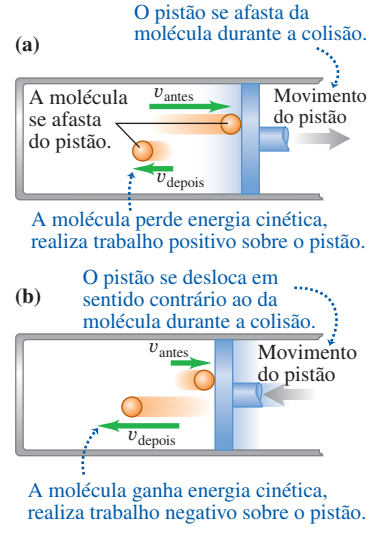


Figura 19.4 Quando uma molécula colide com um pistão, ela (a) realiza trabalho positivo se o pistão estiver se afastando da molécula e (b) realiza trabalho negativo se o pistão estiver se movendo na direção da molécula. Logo, um gás realiza trabalho positivo quando se expande, como em (a), e negativo quando se comprime, como em (b).

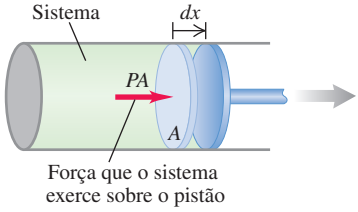


Figura 19.5 O trabalho infinitesimal realizado pelo sistema durante a pequena expansão dx é $dW = PA\,dx$.

Porém,

$$A\,dx = dV$$

onde dV é uma variação infinitesimal do volume do sistema. Logo, o trabalho realizado pelo sistema durante essa variação infinitesimal de volume é

$$dW = P\,dV \tag{19.1}$$

Para uma variação finita de volume desde V_1 até V_2, temos

Trabalho realizado em uma variação de volume

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV \tag{19.2}$$

V_2: Limite superior = volume final
$P\,dV$: Integral da pressão em relação ao volume
V_1: Limite inferior = volume inicial

Em geral, a pressão do sistema pode variar durante a variação do volume. Esse é o caso, por exemplo, dos cilindros de um motor de automóvel quando os pistões se movem para a frente e para trás. Para calcular a integral na Equação 19.2, devemos saber como a pressão do sistema varia em função do volume. Podemos representar essa função por um gráfico de P em função de V (um diagrama PV, descrito no final da Seção 18.1). A **Figura 19.6** mostra um exemplo simples. Nessa figura, a Equação 19.2 é representada graficamente pela *área* sob a curva de P em função de V entre os limites V_1 e V_2. (Na Seção 6.3 usamos uma interpretação semelhante para representar o trabalho realizado por uma força F como a área sob a curva de F em função de x entre os limites x_1 e x_2.)

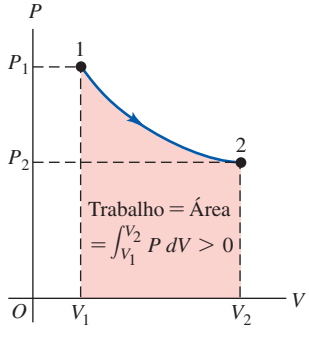
De acordo com a regra estipulada na Seção 19.1, o trabalho é *positivo* quando o sistema se *expande*. Em uma expansão do estado 1 até o estado 2 na Figura 19.6a, a área sob a curva e o trabalho são positivos. Uma *compressão* de 1 até 2 na Figura 19.6b fornece uma área *negativa*; quando um sistema é comprimido, seu volume diminui e ele realiza um trabalho *negativo* sobre as vizinhanças (ver também a Figura 19.4b).

ATENÇÃO Cuidado com os índices 1 e 2 Ao usar a Equação 19.2, lembre-se sempre de que V_1 é o volume *inicial* e V_2, o volume *final*. É por isso que as legendas 1 e 2 estão invertidas na Figura 19.6b em comparação com a Figura 19.6a, mesmo que ambos os processos ocorram entre os mesmos dois estados termodinâmicos.

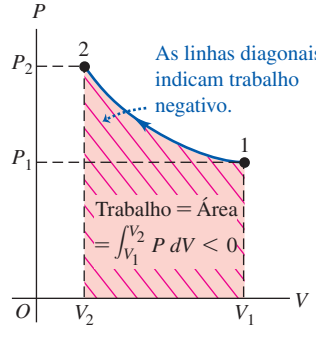
Se a pressão P permanece constante enquanto o volume varia entre os limites V_1 e V_2 (Figura 19.6c), o trabalho realizado pelo sistema é

Figura 19.6 O trabalho realizado é dado pela área sob a curva em um diagrama PV.

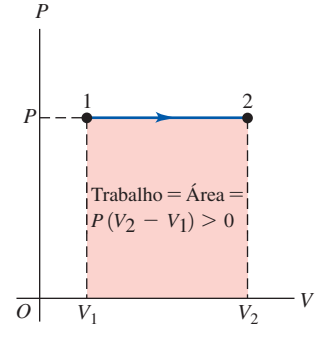
(a) Diagrama PV de um sistema passando por uma expansão a pressão variável



(b) Diagrama PV de um sistema passando por uma compressão à pressão variável



(c) Diagrama PV de um sistema passando por uma expansão sob pressão constante



Trabalho realizado em uma variação de volume à pressão constante

$$W = P(V_2 - V_1) \qquad (19.3)$$

Pressão; Volume final; Volume inicial

Em qualquer processo no qual o volume permanece *constante*, o sistema não realiza trabalho porque não existe nenhum deslocamento.

EXEMPLO 19.1 EXPANSÃO ISOTÉRMICA DE UM GÁS IDEAL

Um gás ideal sofre uma *expansão isotérmica* (temperatura constante) para uma temperatura T, enquanto o volume varia entre os limites V_1 e V_2. Qual é o trabalho realizado pelo gás?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a equação do gás ideal, Equação 18.3, diz que, se a temperatura T de n moles de um gás ideal permanece constante, a grandeza $PV = nRT$ também permanece constante. Se o volume V varia, a pressão P também deve variar e, portanto, *não podemos* usar a Equação 19.3 para calcular o trabalho realizado. Em vez disso, precisamos avaliar a integral na Equação 19.2, assim, precisamos conhecer P em função de V; para isso, usamos a Equação 18.3.

EXECUTAR: conforme a Equação 18.3,

$$P = \frac{nRT}{V}$$

Substituímos isso na integral da Equação 19.2, retiramos o fator constante nRT e avaliamos a integral:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$= nRT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{(gás ideal, processo isotérmico)}$$

Podemos reescrever essa expressão para W em termos de P_1 e P_2. Como $PV = nRT$ é constante,

$$P_1V_1 = P_2V_2 \qquad \text{ou} \qquad \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

Logo,

$$W = nRT \ln \frac{P_1}{P_2} \quad \text{(gás ideal, processo isotérmico)}$$

AVALIAR: conferimos nosso resultado notando que, em uma expansão, $V_2 > V_1$, e a razão V_2/V_1 é maior que 1. O logaritmo de um número maior que 1 é positivo, então $W > 0$, como deveria ser. Como uma verificação adicional, olhe para nossa segunda expressão para W: em uma expansão isotérmica, o volume aumenta e a pressão diminui, logo, $P_2 < P_1$, e a razão $P_1/P_2 > 1$, e $W = nRT \ln (P_1/P_2)$ é novamente positiva.

Esses resultados se aplicam também a uma *compressão* isotérmica de um gás em que $V_2 < V_1$ e $P_2 > P_1$.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 19.2 Uma quantidade de gás ideal passa por uma expansão que dobra seu volume. O gás realiza mais trabalho sobre seu meio ambiente se a expansão ocorre a uma *pressão* constante ou a uma *temperatura* constante? (i) Pressão constante; (ii) temperatura constante; (iii) a mesma quantidade de trabalho é realizada em ambos os casos; (iv) não há informações suficientes para decidir. ❙

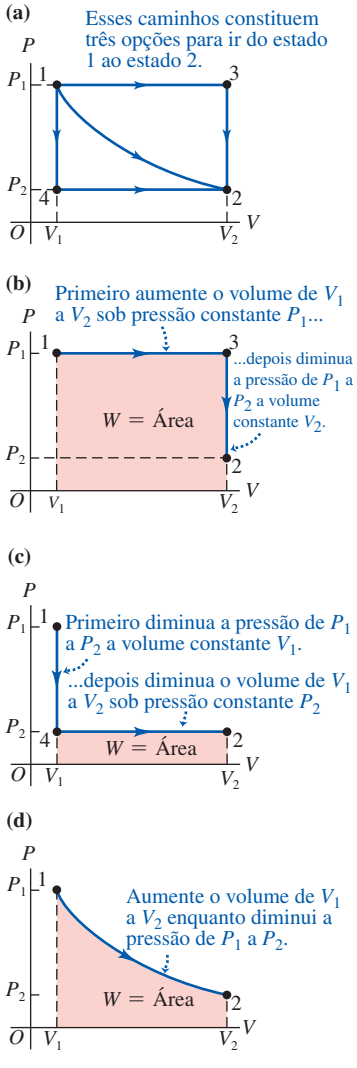
19.3 CAMINHOS ENTRE ESTADOS TERMODINÂMICOS

Vimos que, quando um processo termodinâmico envolve uma variação de volume, o sistema realiza trabalho sobre as vizinhanças (com um sinal que pode ser positivo ou negativo). No processo também pode ocorrer transferência de calor quando existe uma diferença de temperatura entre o sistema e as vizinhanças. Agora, vamos examinar como o trabalho realizado e o calor trocado com o sistema durante um processo termodinâmico dependem dos detalhes da realização do referido processo.

Trabalho realizado em um processo termodinâmico

Quando um sistema termodinâmico varia de um estado inicial até um estado final, ele passa por uma série de estados intermediários. Chamamos essa série

Figura 19.7 O trabalho realizado por um sistema durante uma transição entre dois estados depende do caminho escolhido.



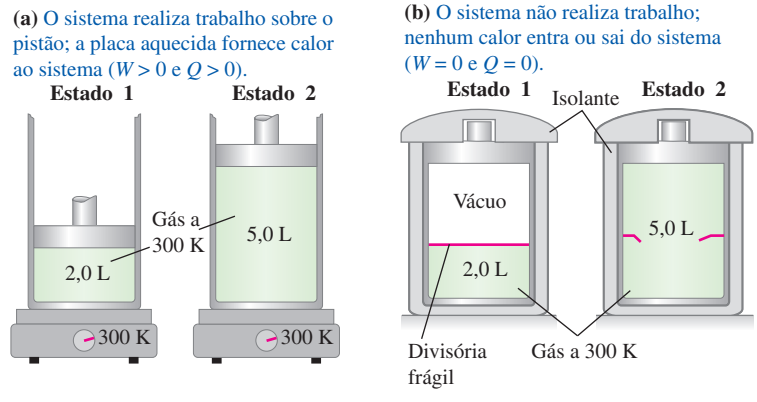
de estados de **caminho**. Sempre existe uma infinidade de estados intermediários possíveis. Quando todos eles forem estados de equilíbrio, o caminho pode ser representado com um diagrama PV (**Figura 19.7a**). O ponto 1 representa um estado inicial com pressão inicial P_1 e volume V_1, e o ponto 2 representa um estado final com pressão final P_2 e volume V_2. Para passar do estado 1 para o estado 2, poderíamos manter a pressão constante em P_1 enquanto o sistema se expande até o volume V_2 (ponto 3 na Figura 19.7b) e, a seguir, reduzir a pressão até P_2 (provavelmente fazendo a temperatura diminuir), mantendo o volume constante e igual a V_2 (ponto 2 no diagrama). O trabalho realizado pelo sistema durante esse processo é a área embaixo da linha $1 \rightarrow 3$; nenhum trabalho é realizado durante o processo a volume constante $3 \rightarrow 2$. Ou o sistema poderia seguir o caminho $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ (Figura 19.7c); nesse caso, o trabalho realizado é a área sob a linha $4 \rightarrow 2$, visto que nenhum trabalho é realizado durante o processo a volume constante $1 \rightarrow 4$. A linha contínua ligando o ponto 1 com o ponto 2 fornece outra possibilidade (Figura 19.7d), e o trabalho realizado nesse caminho é diferente dos trabalhos realizados nos caminhos anteriores.

Concluímos que *o trabalho realizado pelo sistema depende não somente dos estados inicial e final, mas também dos estados intermediários, ou seja, depende do caminho*. Além do mais, o sistema pode sofrer diversas transformações, seguindo um ciclo fechado, como no caminho $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$. Nesse caso, o estado final é idêntico ao inicial, porém o trabalho total realizado nesse caminho fechado *não* é igual a zero. (Na realidade, esse trabalho realizado é dado pela área embaixo da curva fechada; veja o Exercício 19.7.) Assim, não faz sentido falar em trabalho *contido* em um sistema. Em um estado particular, um sistema pode ter valores definidos para as coordenadas de estado P, V e T, porém não se pode dizer que ele tem um valor definido para o trabalho W.

Calor fornecido em um processo termodinâmico

Analogamente ao caso do trabalho, o *calor* fornecido a um sistema termodinâmico quando ele passa de um estado a outro depende do caminho seguido para ir do estado inicial ao final. Vejamos um exemplo. Suponha que você deseje alterar o volume de um gás ideal de 2,0 L para 5,0 L, mantendo a temperatura $T = 300$ K constante. A **Figura 19.8** mostra dois modos diferentes de realizar essa alteração de volume. Na Figura 19.8a, o gás está contido em um cilindro com pistão e tem um volume inicial igual a 2,0 L. Deixamos o gás se expandir lentamente, recebendo calor do aquecedor elétrico para manter a temperatura em 300 K até que o gás alcance seu volume final de 5,0 L; ele absorve uma quantidade definida de calor nesse processo isotérmico.

Figura 19.8 (a) Expansão lenta e controlada de um gás desde um estado inicial 1 até um estado final 2 à mesma temperatura, mas a uma pressão menor. (b) Expansão rápida e sem controle do mesmo gás, começando no mesmo estado 1 e terminando no mesmo estado 2.



A Figura 19.8b mostra um processo diferente que conduz ao mesmo estado final. O recipiente é circundado por paredes isolantes e dividido em compartimentos por uma divisória frágil que pode ser quebrada. O volume do compartimento inferior é 2,0 L, e o do compartimento superior é 3,0 L. No compartimento inferior, colocamos a mesma quantidade do mesmo gás da Figura 19.8a, novamente com a temperatura $T = 300$ K. O estado inicial é o mesmo do caso anterior. Agora rompemos a divisória e o gás sofre uma expansão rápida e sem controle, mas nenhum calor é transferido através das paredes isolantes. O volume final é 5,0 L, o mesmo que o indicado na Figura 19.8a. O trabalho realizado pelo gás nessa expansão é igual a zero porque ele não empurra nenhuma fronteira móvel. Essa expansão sem controle denomina-se **expansão livre**; vamos discuti-la com mais detalhes na Seção 19.6.

As experiências mostram que, quando um gás ideal sofre uma expansão livre, não ocorre nenhuma variação de temperatura. Portanto, o estado final do gás é o mesmo que o indicado na Figura 19.8a. Os estados intermediários (pressões e volumes) durante a transição do estado 1 para o estado 2 são inteiramente diferentes nos dois casos; as figuras 19.8a e 19.8b mostram *dois caminhos diferentes* conectando os *mesmos estados* 1 e 2. No caminho apresentado na Figura 19.8b, *nenhum* calor é transferido para o interior do sistema, e este não realiza trabalho. Analogamente ao caso do trabalho, o *calor depende não somente dos estados inicial e final, mas também do caminho.*

Em virtude dessa dependência do caminho, não devemos falar em calor "contido" em um sistema. Para entender isso, vamos atribuir um valor arbitrário ao "calor contido em um corpo" em um dado estado de referência. Então, o "calor contido no corpo" em outro estado deveria ser igual ao valor considerado no estado de referência acrescido do calor fornecido ao sistema quando ele passa para o segundo estado. Isso levaria a uma ambiguidade, pois acabamos de mostrar que o calor transferido depende do *caminho* do estado de referência até o segundo estado. Somos forçados a concluir que a ideia de um "calor contido no corpo" *não* é consistente; esse conceito não tem utilidade.

Embora não tenha sentido falar em "trabalho contido em um corpo" ou "calor contido em um corpo", *faz* sentido falar de uma *energia interna* contida em um corpo. Esse importante conceito será examinado na próxima seção.

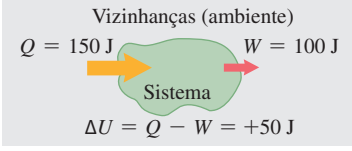
TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 19.3 O sistema descrito na Figura 19.7a passa por quatro processos termodinâmicos diferentes. Cada processo é representado em um diagrama *PV* como uma linha reta partindo do estado inicial e indo até o estado final. (Esses processos são diferentes dos mostrados nos diagramas *PV* da Figura 19.7.) Coloque os processos na ordem da quantidade de trabalho realizado pelo sistema, do mais positivo ao mais negativo. (i) $1 \rightarrow 2$; (ii) $2 \rightarrow 1$; (iii) $3 \rightarrow 4$; (iv) $4 \rightarrow 3$.

19.4 ENERGIA INTERNA E A PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA

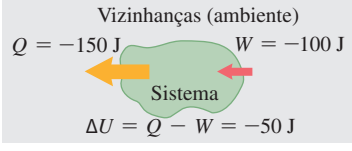
A energia interna é um dos conceitos mais importantes da termodinâmica. Na Seção 7.3, quando discutimos as variações de energia de um corpo deslizando com atrito, afirmamos que o aquecimento fazia aumentar sua energia interna e que o resfriamento do corpo a fazia diminuir. Porém, o que *é* energia interna? Podemos encará-la de diversos modos; vamos começar discutindo uma ideia da mecânica. A matéria é constituída de átomos e moléculas, que são partículas que possuem energias cinética e potencial. Uma *tentativa* de definir a **energia interna** é simplesmente dizer que ela é a soma das energias cinéticas de todas as suas partículas constituintes, acrescida da soma de todas as energias potenciais decorrentes das interações entre as partículas do sistema.

Figura 19.9 Em um processo termodinâmico, a energia interna U de um sistema pode (a) aumentar ($\Delta U > 0$); (b) diminuir ($\Delta U < 0$); ou (c) permanecer constante ($\Delta U = 0$).

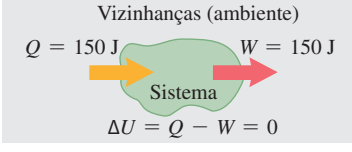
(a) O calor fornecido ao sistema é maior que o trabalho realizado: a energia interna do sistema aumenta.



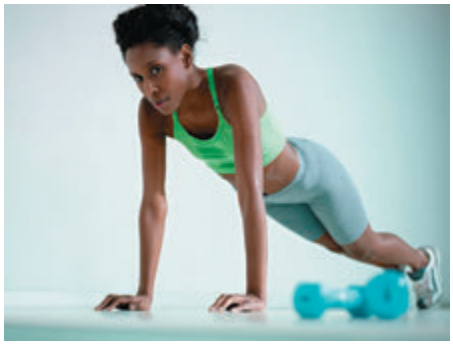
(b) O calor transferido para fora do sistema é maior que o trabalho realizado: a energia interna do sistema diminui.



(c) O calor fornecido ao sistema é igual ao trabalho realizado: a energia interna do sistema não se altera.



BIO Aplicação A primeira lei da termodinâmica do exercício físico Seu corpo é um sistema termodinâmico. Quando você realiza exercícios físicos, seu corpo realiza trabalho (como o realizado para levantar seu corpo como um todo em uma flexão). Logo, $W > 0$. Seu corpo também se aquece durante os exercícios; pela perspiração e outros meios, o corpo se livra desse calor, de modo que $Q < 0$. Como Q é negativo e W é positivo, $\Delta U = Q - W < 0$ e a energia interna do corpo diminui. É por isso que os exercícios ajudam na perda de peso: isso consome parte da energia interna armazenada em seu corpo na forma de gordura.



ATENÇÃO É interna? Note que a energia interna *não* inclui a energia potencial decorrente das interações entre o sistema e suas vizinhanças. Se o sistema for um copo com água, quando o colocarmos no alto de uma prateleira sua energia potencial oriunda da interação com a Terra aumentará. Porém, isso não possui efeito algum sobre as interações entre as moléculas da água, de modo que a energia interna da água não varia.

Usaremos o símbolo U para a energia interna. (Usamos esse mesmo símbolo no estudo da mecânica para representar a energia potencial. No entanto, U tem um significado diferente na termodinâmica.) Durante a mudança de estado de um sistema, a energia interna pode variar de um valor inicial U_1 até um valor final U_2. A variação da energia interna é simbolizada por $\Delta U = U_2 - U_1$.

Quando fornecemos um calor Q a um sistema e ele não realiza nenhum trabalho durante o processo (logo, $W = 0$), a energia interna aumenta por um valor igual a Q; isto é, $\Delta U = Q$. Quando um sistema realiza um trabalho W de expansão contra suas vizinhanças e nenhum calor é fornecido ao sistema nesse processo, a energia deixa o sistema e sua energia interna diminui. Ou seja, quando W é positivo, Q é zero e $\Delta U = -W$. Quando ocorre transferência de calor com uma realização de trabalho, a variação *total* da energia interna é dada por

Primeira lei da termodinâmica

$$\Delta U = Q - W \qquad (19.4)$$

Variação de energia interna do sistema termodinâmico; Calor adicionado ao sistema; Trabalho realizado pelo sistema

Podemos reagrupar a equação anterior na forma

$$Q = \Delta U + W \qquad (19.5)$$

A Equação 19.5 mostra que, em geral, quando um calor Q é fornecido a um sistema, uma parte da energia adicionada permanece dentro dele, fazendo sua energia interna variar por ΔU; a parte restante deixa o sistema novamente quando ele realiza um trabalho W de expansão contra suas vizinhanças. Uma vez que W e Q são grandezas positivas, negativas ou nulas, a variação de energia interna ΔU pode ser positiva, negativa ou nula em processos diferentes (**Figura 19.9**).

A **primeira lei da termodinâmica** é descrita pela Equação 19.4 ou pela Equação 19.5. Ela é uma generalização do princípio da conservação da energia para incluir a transferência de energia sob forma de calor, assim como a realização de trabalho mecânico. Como você verá em capítulos posteriores, esse princípio pode ser estendido a cada vez mais classes de fenômenos, identificando-se novas formas de energia e de transferência de energia. Em todas as novas situações nas quais se pensou que a energia total não se conservava, foi possível identificar outra forma de energia e mostrar que, ao incluir essa nova forma, a energia total *é* conservada.

Entendendo a primeira lei da termodinâmica

No início desta discussão, tentamos definir a energia interna descrevendo-a em termos de energias microscópicas, cinéticas e potenciais. Contudo, na verdade, o *cálculo* da energia interna usando esse método para qualquer sistema real seria complicado e impraticável. Além disso, essa definição não é *operacional*, pois não descreve como determinar a energia interna a partir de grandezas físicas que podemos medir diretamente.

Sendo assim, é conveniente encarar a energia interna de outra maneira. Para começar, definiremos a *variação* da energia interna ΔU durante qualquer mudança de um sistema como a grandeza dada pela Equação 19.4, $\Delta U = Q - W$. Esta *é* uma definição operacional, porque podemos obter a energia interna a partir de grandezas

físicas que podemos medir diretamente, Q e W. Esse procedimento não serve para determinar o valor próprio de U, apenas a variação de energia interna ΔU. Isso não é um impedimento, porque podemos *definir* um valor específico da energia interna para um dado estado de referência e, a seguir, usar a Equação 19.4 para definir a energia interna em qualquer outro estado. Esse procedimento é análogo ao descrito no Capítulo 7, no qual definimos a energia potencial de um sistema mecânico igual a zero em certo ponto.

Contudo, essa nova definição traz outra dificuldade. Se definirmos ΔU pela Equação 19.4, quando o sistema sofresse uma variação do estado 1 até o estado 2, seguindo dois caminhos diferentes, como poderíamos saber se ΔU é o mesmo para os dois caminhos? Já vimos que Q e W em geral *não* são os mesmos para caminhos diferentes. Se ΔU, que é igual a $Q - W$, também dependesse do caminho, então o valor de ΔU seria ambíguo. Nesse caso, o conceito de energia interna de um sistema levaria ao mesmo conceito errado de calor de um sistema, conforme discutimos no final da Seção 19.3.

A única maneira de responder a essa pergunta é por meio da *experiência*. Para diversos materiais, medimos Q e W em várias mudanças de estado e ao longo de diversos caminhos para verificar se ΔU depende ou não do caminho. O resultado de tais investigações é claro e sem ambiguidades: embora Q e W dependam do caminho, $\Delta U = Q - W$ *é independente do caminho. A variação da energia interna de um sistema durante qualquer processo termodinâmico depende somente dos estados inicial e final do sistema, e não do caminho que conduz um estado ao outro*.

Dessa forma, é a experiência que justifica a nossa crença de que um sistema termodinâmico em um dado estado possui um único valor de energia interna, que depende somente desse estado. Um enunciado equivalente consiste em dizer que a energia interna U de um sistema é uma função das coordenadas de estado P, V e T (basta dizer que é função de duas dessas variáveis, visto que estão relacionadas pela equação de estado).

A afirmativa de que a primeira lei da termodinâmica, dada pela Equação 19.4 ou pela Equação 19.5, representa a conservação da energia em um sistema termodinâmico, é correta. Porém, um aspecto *adicional* da primeira lei da termodinâmica é a conclusão de que a energia interna depende somente do estado do sistema (**Figura 19.10**). Nas mudanças de estado de um sistema, a variação da energia interna não depende do caminho.

Todas essas questões podem parecer um pouco abstratas se você encarar a energia interna como a energia mecânica microscópica. Não existe nada de errado com esse ponto de vista, e o usaremos em diversas ocasiões durante nossas discussões. Contudo, objetivando uma definição *operacional* precisa, assim como o calor, a energia interna deve ser definida de modo independente dos detalhes microscópicos da estrutura do material.

Figura 19.10 A energia interna de uma xícara de café depende apenas de seu estado termodinâmico — quais são as quantidades de água e de pó de café existentes no sistema e qual é sua temperatura. Ela não depende da história do modo como ele foi preparado — ou seja, do caminho termodinâmico que conduziu o sistema até o estado em que ele se encontra.

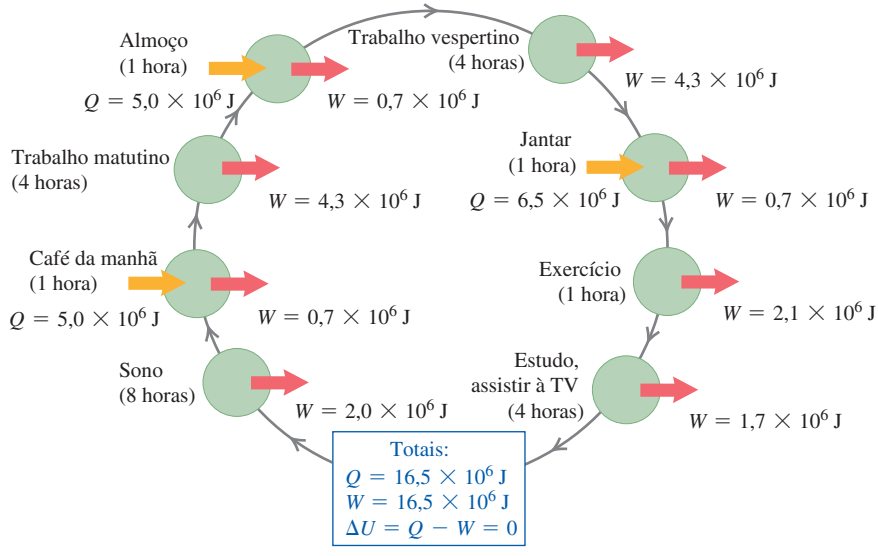
Processos cíclicos e sistemas isolados

Vale a pena mencionarmos dois casos especiais da primeira lei da termodinâmica. Uma sucessão de etapas que, finalmente, fazem o sistema retornar ao seu estado inicial, denomina-se processo *cíclico*. Em tal processo, o estado inicial é idêntico ao final, e a variação *total* da energia interna deve ser igual a zero. Logo,

$$U_2 = U_1 \quad \text{e} \quad Q = W$$

Se um trabalho total W for realizado pelo sistema durante esse processo, uma quantidade de energia igual deve ser transferida para o interior do sistema sob forma de calor Q. Porém, não há motivo para que nem Q nem W sejam individualmente iguais a zero (**Figura 19.11**).

Figura 19.11 Todos os dias, seu corpo (um sistema termodinâmico) sofre um processo termodinâmico cíclico como o mostrado aqui. O calor Q é fornecido pela metabolização dos alimentos, e seu corpo realiza trabalho W quando você respira, caminha ou realiza outras atividades. Caso você retorne a seu estado inicial no final do dia, $Q = W$, e a variação total da sua energia interna é igual a zero.



Outro caso especial da primeira lei ocorre em um *sistema isolado*, aquele que não troca nem calor nem trabalho com suas vizinhanças. Em qualquer processo termodinâmico que ocorre em um sistema isolado,

$$W = Q = 0$$

e, portanto,

$$U_2 = U_1 = \Delta U = 0$$

Em outras palavras, *a energia interna de um sistema isolado permanece constante*.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 19.1 PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* a primeira lei da termodinâmica é a afirmação da lei da conservação da energia em sua forma mais geral. Você pode aplicá-la a *qualquer* processo termodinâmico em que a energia interna de um sistema varia, o calor entra ou sai do sistema, e/ou algum trabalho é realizado por um sistema ou sobre ele.

PREPARAR *o problema* por meio dos seguintes passos:

1. Defina o sistema termodinâmico a ser considerado.
2. Se o processo termodinâmico tiver mais de uma etapa, identifique os estados inicial e final de cada uma.
3. Identifique as grandezas conhecidas e as variáveis-alvo.
4. Veja se você tem equações suficientes. A primeira lei, $\Delta U = Q - W$, só pode ser aplicada uma vez a cada etapa em um processo termodinâmico; portanto, muitas vezes você precisará de outras equações. Dentre elas, destacam-se a Equação 19.2, $W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$, para o trabalho W realizado em uma variação de volume, e a equação do estado do material que compõe o sistema termodinâmico (para um gás ideal, $PV = nRT$).

EXECUTAR *a solução* da seguinte forma:

1. É essencial utilizar unidades compatíveis. Quando P é dado em Pa e V em m^3, então W é expresso em joules. Quando o calor específico for dado em calorias, converta-as em joules. Quando você usa a expressão $n = m_{tot}/M$ para converter massa total em número de moles, lembre-se de que, quando m_{tot} é dada em quilogramas, M deve ser dada em *quilogramas* por mol. A unidade usual de M é *gramas* por mol.
2. A variação da energia interna ΔU em qualquer processo termodinâmico ou em uma série de processos não depende do caminho, tanto para um gás ideal quanto para qualquer outro sistema. Se você pode calcular ΔU para *qualquer* caminho entre os estados inicial e final, conhecerá ΔU para *todo caminho possível* entre esses estados; então, poderá relacionar as diversas grandezas energéticas relativas a outros caminhos.
3. Quando um processo termodinâmico consiste em uma série de etapas distintas, em geral é útil fazer um diagrama mostrando Q, W e ΔU em cada etapa. Use uma linha para cada etapa e coloque os valores de Q, W e ΔU em colunas (veja

(*Continua*)

(*Continuação*)

o Exemplo 19.4). A seguir, você pode aplicar a primeira lei da termodinâmica a cada linha; além disso, pode somar cada coluna e aplicar a primeira lei da termodinâmica às somas. Você saberia dizer por quê?

4. Usando as etapas de 1 a 3, ache o valor das variáveis-alvo.

AVALIAR *sua resposta:* verifique se os seus resultados fazem sentido. Assegure-se de que todas as suas respostas tenham o sinal algébrico adequado. Lembre-se de que o Q positivo significa que o calor flui *para dentro* do sistema, e o Q negativo significa que o calor flui *para fora* do sistema. W positivo significa que foi realizado trabalho *pelo* sistema sobre seu meio ambiente, enquanto W negativo significa que o trabalho foi realizado *sobre* o sistema pelo meio ambiente.

EXEMPLO 19.2 QUEIMANDO SUA SOBREMESA

Você deseja tomar um *sundae* com calda quente, cujo valor alimentício é 900 calorias e, a seguir, subir correndo vários lances de escada para transformar em energia a sobremesa ingerida. Até que altura você terá de subir? Suponha que sua massa seja 60 kg.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o sistema termodinâmico é formado pelo seu corpo. O objetivo de subir correndo as escadas é garantir que o estado final do sistema seja o mesmo que o inicial (nem mais gordo, nem mais magro), então não há variação resultante na energia interna: $\Delta U = 0$. Tomar um *sundae* com calda quente corresponde a uma transferência de calor para dentro do seu corpo, e subir escadas correndo implica a realização de trabalho. Podemos relacionar essas grandezas usando a primeira lei da termodinâmica. O problema informa que $Q = 900$ calorias alimentares (900 kcal) de calor são transferidas para dentro do seu corpo. O trabalho que você precisa realizar para elevar a sua massa m a uma altura h é $W = mgh$; nossa variável-alvo é h.

EXECUTAR: usando a primeira lei da termodinâmica, $\Delta U = 0 = Q - W$, logo, $W = mgh = Q$. Assim, a altura a que você precisa subir é $h = Q/mg$. Antes de substituir os valores na equação, converta as unidades: $Q = (900\ \text{kcal})(4.186\ \text{J/1 kcal}) = 3{,}77 \times 10^6$ J, Portanto,

$$h = \frac{Q}{mg} = \frac{3{,}77 \times 10^6\ \text{J}}{(60{,}0\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)} = 6.410\ \text{m}$$

AVALIAR: na solução deste exemplo, imaginamos uma eficiência de 100% na conversão da energia proveniente do alimento em trabalho mecânico; essa aproximação não é realista. A eficiência real é aproximadamente 25%, de modo que o trabalho W que você realiza ao "queimar" o *sundae* é de apenas (0,25)(900 kcal) = 225 kcal. (Os 75% restantes, ou 675 kcal, são transferidos para o meio ambiente em forma de calor.) Logo, a verdadeira distância que você teria de subir é cerca de (0,25)(6.410 m) = 1.600 m, ou *um quilômetro e meio*! Você realmente deseja esse *sundae*?

EXEMPLO 19.3 UM PROCESSO CÍCLICO

A **Figura 19.12** mostra um diagrama PV de um processo *cíclico*, em que o estado inicial de algum sistema termodinâmico é idêntico ao estado final. O processo tem início no ponto a do plano PV e percorre o ciclo no sentido anti-horário até o ponto b, a seguir retornando ao ponto a. O trabalho realizado é $W = -500$ J. (a) Por que o trabalho realizado é negativo? (b) Calcule a variação da energia interna e o calor adicionado durante esse processo.

SOLUÇÃO

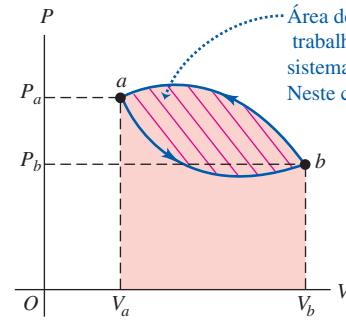
IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema nos pede para relacionar a variação na energia interna, o calor fornecido e o trabalho realizado em um processo termodinâmico. Logo, podemos aplicar a primeira lei da termodinâmica. O processo é cíclico e apresenta duas etapas: $a \to b$ pela curva inferior na Figura 19.12 e $b \to a$ pela curva superior. Note, contudo, que as perguntas se referem ao processo cíclico *inteiro* $a \to b \to a$.

EXECUTAR: (a) o trabalho realizado é igual à área sob a curva no diagrama PV, considerando a área positiva quando o volume aumenta ($V_2 > V_1$) e negativa quando o volume diminui ($V_2 < V_1$); essa regra gera os sinais que resultam das integrações reais na Equação 19.2, $W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$. A área sob a curva inferior de $a \to b$ é positiva, porém, é menor que o módulo da área negativa sob a curva superior de $b \to a$. Portanto, a área total (a área indicada com hachuras no interior da curva fechada) é negativa e o trabalho W é negativo. Em outras palavras, o trabalho realizado *sobre* o sistema é 500 J maior que o trabalho realizado *pelo* sistema no processo completo.

(b) Em qualquer processo cíclico, $\Delta U = 0$, logo, $Q = W$. Aqui, isso significa que $Q = -500$ J; ou seja, 500 J de calor são transferidos *para fora* do sistema.

AVALIAR: nos processos cíclicos, o trabalho total é positivo se o processo percorre o ciclo representado pelo diagrama PV no sentido horário, e negativo se o processo percorre o ciclo no sentido anti-horário (como neste exemplo).

Figura 19.12 O trabalho total realizado pelo sistema no processo $a \to b \to a$ é igual a -500 J. Qual seria o trabalho caso o processo termodinâmico fosse realizado no sentido horário neste diagrama PV?



EXEMPLO 19.4 COMPARANDO PROCESSOS TERMODINÂMICOS

O diagrama *PV* da **Figura 19.13** mostra uma série de processos termodinâmicos. No processo *ab*, 150 J de calor são fornecidos ao sistema e, no processo *bd*, 600 J de calor são fornecidos ao sistema. Calcule: (a) a variação da energia interna no processo *ab*; (b) a variação da energia interna no processo *abd*; (c) a variação da energia interna no processo *acd*.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: em cada processo, usamos $\Delta U = Q - W$ para calcular a grandeza pedida. Sabemos que $Q_{ab} = +150$ J, e $Q_{bd} = +600$ J (ambos os valores são positivos, porque o calor é *fornecido* ao sistema). Nossas variáveis-alvo são (a) ΔU_{ab}, (b) ΔU_{abd} e (c) Q_{acd}.

EXECUTAR: (a) não ocorre nenhuma variação de volume durante o processo *ab*; logo, o sistema não realiza trabalho: $W_{ab} = 0$ e $\Delta U_{ab} = Q_{ab} = 150$ J.

(b) O processo *bd* é uma expansão sob pressão constante; logo, pela Equação 19.3,

$$\begin{aligned} W_{bd} &= P(V_2 - V_1) \\ &= (8{,}0 \times 10^4\ \text{Pa})(5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 - 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3) \\ &= 240\ \text{J} \end{aligned}$$

O trabalho total para o processo *abd* é, então,

$$W_{abd} = W_{ab} + W_{bd} = 0 + 240\ \text{J} = 240\ \text{J}$$

e o calor total é

$$Q_{abd} = Q_{ab} + Q_{bd} = 150\ \text{J} + 600\ \text{J} = 750\ \text{J}$$

Aplicando a Equação 19.4 ao processo *abd*, encontramos

$$\Delta U_{abd} = Q_{abd} - W_{abd} = 750\ \text{J} - 240\ \text{J} = 510\ \text{J}$$

(c) Como ΔU *não depende do caminho* de *a* até *d*, a variação da energia interna no processo *acd* é a mesma do processo *abd*; ou seja,

$$\Delta U_{acd} = \Delta U_{abd} = 510\ \text{J}$$

O trabalho total para o processo *acd* é

$$\begin{aligned} W_{acd} &= W_{ac} + W_{cd} = P(V_2 - V_1) + 0 \\ &= (3{,}0 \times 10^4\ \text{Pa})(5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 - 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3) \\ &= 90\ \text{J} \end{aligned}$$

Aplicando agora a Equação 19.5 ao processo *acd*:

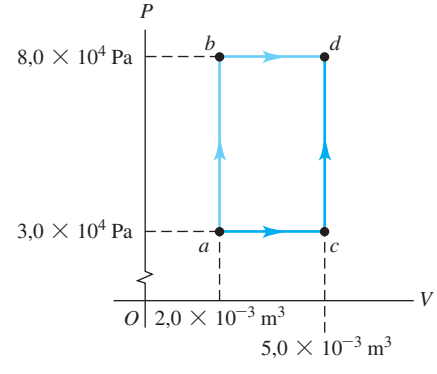
$$Q_{acd} = \Delta U_{acd} + W_{acd} = 510\ \text{J} + 90\ \text{J} = 600\ \text{J}$$

A seguir, apresentamos os resultados em uma tabela:

Etapa	Q	W	$\Delta U = Q - W$	Etapa	Q	W	$\Delta U = Q - W$
ab	150 J	0 J	150 J	*ac*	?	90 J	?
bd	600 J	240 J	360 J	*cd*	?	0 J	?
abd	750 J	240 J	510 J	*acd*	600 J	90 J	510 J

AVALIAR: entenda bem como foi determinada cada entrada na tabela acima. Embora ΔU seja a mesma (510 J), tanto no processo *abd* quanto no processo *acd*, W (240 J contra 90 J) e Q (750 J contra 600 J) apresentam valores diferentes nos dois processos. Embora não tenhamos informações suficientes para obter Q ou ΔU para os processos *ac* e *cd*, fomos capazes de analisar o processo composto *acd* comparando-o com o processo *abd*, que apresenta os mesmos estados inicial e final, e sobre os quais temos informações mais completas.

Figura 19.13 Um diagrama *PV* mostrando os diversos processos termodinâmicos.



EXEMPLO 19.5 TERMODINÂMICA DA EBULIÇÃO DA ÁGUA

Um grama de água (1 cm^3) se transforma em 1.671 cm^3 quando ocorre o processo de ebulição a uma pressão constante de 1 atm ($1{,}013 \times 10^5$ Pa). O calor de vaporização para essa pressão é $L_v = 2{,}256 \times 10^6$ J/kg. Calcule: (a) o trabalho realizado pela água quando ela se transforma em vapor; (b) o aumento da sua energia interna.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o calor fornecido faz com que o sistema (água) mude de fase: de líquido a vapor. Não obstante, podemos aplicar a primeira lei da termodinâmica. A água é fervida a uma pressão constante; portanto, podemos usar a Equação 19.3 para calcular o trabalho W realizado pela vaporização da água à medida que ela se expande. Sabemos a massa da água e o calor de vaporização, portanto, podemos usar a Equação 17.20, $Q = mL_v$, para calcular o calor Q fornecido à água. Podemos, então, encontrar a variação da energia interna usando a Equação 19.4, $\Delta U = Q - W$.

EXECUTAR: (a) conforme a Equação 19.3, o trabalho realizado pela água é

$$\begin{aligned} W &= P(V_2 - V_1) \\ &= (1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa})(1.671 \times 10^{-6}\ \text{m}^3 - 1 \times 10^{-6}\ \text{m}^3) \\ &= 169\ \text{J} \end{aligned}$$

(b) Pela Equação 17.20, o calor fornecido para a água se vaporizar é

(*Continua*)

(*Continuação*)

$$Q = mL_v = (10^{-3}\ \text{kg})(2{,}256 \times 10^6\ \text{J/kg}) = 2.256\ \text{J}$$

Pela Equação 19.4,

$$\Delta U = Q - W = 2.256\ \text{J} - 169\ \text{J} = 2.087\ \text{J}$$

AVALIAR: para vaporizar 1 grama de água, devemos adicionar 2.256 J de calor. A maior parte desse calor (2.087 J) permanece retida no sistema, fazendo aumentar sua energia interna. A energia restante de 169 J deixa novamente o sistema ao realizar um trabalho sobre as vizinhanças quando o líquido se expande produzindo o vapor. (O aumento da energia interna é associado principalmente às forças de atração intermoleculares. As energias potenciais associadas aumentam depois que um trabalho foi realizado para separar as moléculas no líquido, formando-se o estado vapor. É como aumentar a energia potencial gravitacional usando um elevador para subir a uma distância maior do centro da Terra.)

Mudanças de estado infinitesimais

Nos exemplos anteriores, os estados inicial e final do sistema diferiam por uma quantidade finita. Mais adiante, trataremos de variações de estado *infinitesimais*, em que uma pequena quantidade de calor dQ é fornecida ao sistema, um pequeno trabalho dW é realizado pelo sistema e sua energia interna sofre variação de uma quantidade dU. Para tal processo,

Primeira lei da termodinâmica, processo infinitesimal:

$$dU = dQ - dW \qquad (19.6)$$

dU: Variação da energia interna infinitesimal; dQ: Calor infinitesimal fornecido; dW: Trabalho infinitesimal realizado

Para os sistemas que discutiremos, o trabalho dW é dado por $dW = P\,dV$, de modo que podemos enunciar a primeira lei da termodinâmica na forma

$$dU = dQ - P\,dV \qquad (19.7)$$

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 19.4 Coloque os seguintes processos termodinâmicos relativos à variação de energia interna em ordem, do mais positivo ao mais negativo. (i) Enquanto você realiza 250 J de trabalho sobre um sistema, ele transfere 250 J de calor para o meio ambiente; (ii) enquanto você realiza 250 J de trabalho sobre um sistema, ele absorve 250 J de calor do meio ambiente; (iii) enquanto um sistema realiza 250 J de trabalho sobre você, ele transfere 250 J de calor para o meio ambiente; (iv) enquanto um sistema realiza 250 J de trabalho sobre você, ele absorve 250 J de calor do meio ambiente.

19.5 TIPOS DE PROCESSOS TERMODINÂMICOS

Nesta seção, descreveremos quatro tipos específicos de processos termodinâmicos muito frequentes em situações práticas. Resumidamente, podemos dizer que essas transformações são o processo *adiabático*, que "não envolve troca de calor"; o processo *isocórico*, que "mantém o volume constante"; o processo *isobárico*, que "mantém a pressão constante"; e o processo *isotérmico*, que "mantém a temperatura constante". Em alguns desses processos, podemos usar uma forma simplificada da primeira lei da termodinâmica.

Processo adiabático

Um **processo adiabático** é aquele no qual não ocorre transferência de calor nem para dentro, nem para fora do sistema; $Q = 0$. Podemos impedir a transferência de calor fechando o sistema com um material isolante ou realizando o processo tão rapidamente que não haja tempo suficiente para ocorrer um fluxo de calor apreciável. Pela primeira lei da termodinâmica, verificamos que, em qualquer processo adiabático,

Figura 19.14 Quando a rolha estoura em uma garrafa de champanhe, os gases pressurizados dentro da garrafa se expandem rapidamente e realizam um trabalho sobre o ar no exterior ($W > 0$). Não há tempo para que os gases troquem calor com o meio ambiente, de modo que a expansão é quase adiabática ($Q = 0$). Logo, a energia interna dos gases em expansão diminui ($\Delta U = -W < 0$) e a temperatura dos gases cai. Isso faz com que o vapor d'água se condense e forme uma nuvem em miniatura.

$$U_2 - U_1 = \Delta U = -W \quad \text{(processo adiabático)} \tag{19.8}$$

Quando um sistema se expande adiabaticamente, W é positivo (o sistema realiza trabalho sobre as vizinhanças); logo, ΔU é negativa e a energia interna diminui. Quando um sistema é *comprimido* adiabaticamente, W é negativo (o trabalho é realizado sobre o sistema pelas vizinhanças); logo, U aumenta. Em muitos sistemas (mas não todos), um aumento de energia interna é acompanhado de um aumento na temperatura, e uma diminuição na energia interna é acompanhada de uma queda na temperatura (**Figura 19.14**).

A fase de compressão em um motor de combustão interna é aproximadamente um processo adiabático. A temperatura da mistura de ar e combustível sobe à medida que ela é comprimida no cilindro. A expansão do combustível queimado durante a fase da produção de trabalho também é aproximadamente um processo adiabático, com uma diminuição da temperatura. Na Seção 19.8, estudaremos os processos adiabáticos em um gás ideal.

Processo isocórico

Um **processo isocórico** é um processo a *volume constante*. Quando o volume de um sistema termodinâmico permanece constante, ele não realiza trabalho sobre as vizinhanças. Logo, $W = 0$ e

$$U_2 - U_1 = \Delta U = Q \quad \text{(processo isocórico)} \tag{19.9}$$

Em um processo isocórico, toda energia adicionada sob forma de calor permanece no interior do sistema, contribuindo para o aumento da energia interna. O aquecimento de certo gás em um recipiente cujo volume é mantido constante é um exemplo de processo isocórico. Os processos *ab* e *cd* no Exemplo 19.4 também são exemplos de processos isocóricos. (Note que existem alguns tipos de trabalho que não envolvem variação de volume. Por exemplo, podemos realizar trabalho sobre um fluido agitando-o. Em alguns livros, o termo "isocórico" é usado para designar um processo em que nenhum tipo de trabalho foi realizado.)

Processo isobárico

Um **processo isobárico** é um processo à *pressão constante*. Em geral, nenhuma das três grandezas ΔU, Q e W é igual a zero em um processo isobárico; entretanto, o cálculo do trabalho W é fácil. Pela Equação 19.3,

$$W = P(V_2 - V_1) \quad \text{(processo isobárico)} \tag{19.10}$$

Na **Figura 19.15**, podemos ver um processo isobárico, a ebulição da água à pressão constante.

Figura 19.15 Grande parte da arte de cozinhar envolve processos isobáricos. É por isso que a pressão do ar permanece essencialmente constante acima de uma panela ou no interior de um forno de micro-ondas enquanto a comida é aquecida.

Processo isotérmico

Um **processo isotérmico** é um processo à *temperatura constante*. Para um processo ser isotérmico, é necessário que a transferência de calor para dentro ou para fora do sistema seja suficientemente lenta, possibilitando que o sistema permaneça em equilíbrio térmico. Em geral, nenhuma das três grandezas, ΔU, Q e W, é igual a zero em um processo isotérmico.

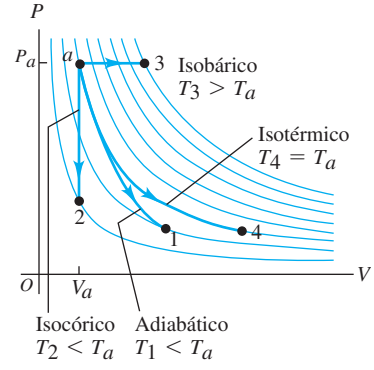
Em alguns casos especiais, a energia interna do sistema depende *apenas* de sua temperatura, e não do volume ou da pressão. O sistema mais conhecido que goza dessa propriedade especial é um gás ideal, conforme discutiremos na próxima seção. Em tais sistemas, quando a temperatura é constante, a energia interna também

é constante; $\Delta U = 0$ e $Q = W$. Ou seja, qualquer energia que entra no sistema sob a forma de calor Q sai novamente dele em virtude do trabalho W realizado por ele. No Exemplo 19.1, envolvendo um gás ideal, exemplificamos um processo isotérmico no qual U também permanece constante. Em muitos sistemas que não podem ser considerados gases ideais, a energia interna depende do volume e da pressão; logo, U pode variar mesmo quando T permanece constante.

A **Figura 19.16** apresenta um diagrama PV de quatro processos diferentes para uma quantidade constante de um gás ideal. O caminho referente ao processo adiabático (de a até 1) é uma **curva adiabática**. A reta vertical (volume constante) é uma **isócora**, a reta horizontal (pressão constante) é uma **isóbara**, e a curva com temperatura constante é uma **isoterma**.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 19.5 Qual dos processos na Figura 19.7 é isocórico? Qual é isobárico? É possível saber se algum dos processos é isotérmico ou adiabático?

Figura 19.16 Quatro processos diferentes para uma quantidade constante de um gás ideal, todos iniciando no estado a. No processo adiabático, $Q = 0$; no processo isocórico, $W = 0$; e no processo isotérmico, $\Delta U = 0$. A temperatura aumenta somente no caso da expansão isobárica.

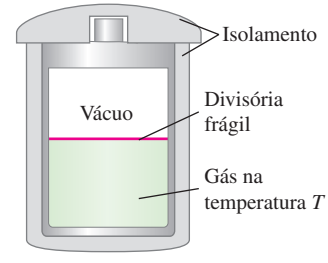


19.6 ENERGIA INTERNA DE UM GÁS IDEAL

Agora vamos mostrar que a energia interna U de um gás ideal depende somente de sua temperatura, e não do volume ou da pressão. Vamos considerar novamente a expansão livre de um gás ideal descrita na Seção 19.3. Um recipiente é circundado por paredes isolantes e separado em compartimentos por uma divisória (**Figura 19.17**). Um compartimento contém certa quantidade de gás ideal; no outro, produz-se vácuo.

Quando a divisória é quebrada ou removida, ocorre uma expansão livre do gás ideal para preencher os dois compartimentos. Não existe fluxo de calor através do isolamento, e o gás não realiza trabalho sobre as vizinhanças, pois as paredes do recipiente não se movem. Logo, Q e W são iguais a zero, e a energia interna U é constante.

Figura 19.17 A divisória é quebrada (ou removida) para permitir a expansão livre do gás ideal para o compartimento onde existe vácuo.



Será que a *temperatura* T varia durante uma expansão livre? Suponha que ela *varie*, enquanto a energia interna permanece constante. Nesse caso, concluiríamos que a energia interna seria uma função da temperatura T e do volume V, ou uma função da temperatura T e da pressão P, mas certamente não dependeria somente da temperatura T. Porém, supondo que T seja constante durante uma expansão livre na qual provamos que U é constante mesmo com a variação simultânea de P e de V, podemos concluir que U depende somente de T, e não de P ou de V.

Muitas experiências mostraram que, quando um gás com densidade pequena sofre uma expansão livre, sua temperatura *não varia*. Concluímos que:

A energia interna U de um gás ideal depende somente de sua temperatura T, e não do volume ou da pressão.

Essa propriedade, combinada com a equação de estado do gás ideal, faz parte do modelo do gás ideal. Usaremos essa propriedade com frequência.

No caso de um gás não ideal, embora a energia interna permaneça constante, ocorre alguma variação da temperatura durante uma expansão livre. Isso mostra que a energia interna não depende *somente* da temperatura, mas também da pressão. Do ponto de vista microscópico, segundo o qual a energia interna U é encarada como a soma da energia cinética com a energia potencial das partículas do sistema, isso não seria surpresa. Em gases não ideais, em geral existem forças de atração entre as moléculas e, quando a distância entre elas aumenta, a energia potencial associada também aumenta. Como a energia interna permanece constante, as energias cinéticas das moléculas devem diminuir. A temperatura é diretamente relacionada à *energia cinética* e, nesse tipo de gás, a temperatura deve *diminuir* durante uma expansão livre.

DADOS MOSTRAM

Energia interna de um gás ideal

Quando os alunos recebiam um problema envolvendo a energia interna de um gás ideal, mais de 27% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Esquecer que, para determinada quantidade de gás ideal, se PV permanecer constante, então a temperatura T permanece a mesma, pois $PV = nRT$. Nesse caso, a energia interna U também permanece a mesma.
- Esquecer de usar a primeira lei da termodinâmica, $\Delta U = Q - W$. Por exemplo, se um gás ideal se expande e empurra um pistão (de modo que $Q = 0$), então $\Delta U = 0 - W < 0$. Como U diminui, T também diminui.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 19.6 É provável que a energia interna de um sólido seja independente de seu volume, como no caso de um gás ideal? Explique seu raciocínio. (*Dica*: ver Figura 18.20.)

19.7 CALOR ESPECÍFICO DE UM GÁS IDEAL

Definimos o calor específico e o calor específico molar na Seção 17.5. Comentamos também, ao final daquela seção, que o calor específico de uma substância depende do processo de fornecimento de calor para a substância. Geralmente é mais fácil medir o calor específico de um gás mantendo-o em um recipiente fechado com volume constante. O calor específico correspondente denomina-se **calor específico molar a volume constante**, designado por C_V. As medidas dos calores específicos de sólidos e de líquidos geralmente são feitas mantendo-se a pressão atmosférica constante, e o calor específico correspondente denomina-se **calor específico molar à pressão constante**, designado por C_P.

Vamos considerar C_P e C_V em um gás ideal. Para medir C_V, fazemos aumentar a temperatura de um gás ideal mantendo-o em um recipiente a volume constante, desprezando a dilatação térmica do recipiente (**Figura 19.18a**). Para medir C_P, fazemos o gás expandir apenas o suficiente para manter a pressão constante enquanto sua temperatura aumenta (Figura 19.18b).

Por que esses dois calores específicos deveriam ser diferentes? A resposta é dada pela primeira lei da termodinâmica. Quando a temperatura aumenta em um processo isocórico (volume constante), o sistema não realiza trabalho, e a variação da energia interna ΔU é igual ao calor fornecido Q. Contudo, quando a temperatura aumenta em um processo isobárico (pressão constante), o volume *deve* aumentar; caso contrário, a pressão (dada pela equação do gás ideal, $P = nRT/V$) não permaneceria constante. Quando o sistema se expande, ele realiza um trabalho W. De acordo com a primeira lei da termodinâmica, temos

$$Q = \Delta U + W \tag{19.11}$$

Para um dado aumento de temperatura, a variação da energia interna ΔU de um gás ideal apresenta sempre o mesmo valor, independentemente do processo (lembre-se de que a energia interna de um gás ideal depende somente de sua temperatura, e não do volume ou da pressão). A Equação 19.11 mostra então que o calor que entra no sistema em um processo isobárico deve ser *maior* que o calor que entra no sistema em um processo isocórico, porque é necessário fornecer uma energia adicional para compensar o trabalho W realizado durante a expansão. Portanto, em um gás ideal, C_P é maior que C_V. O diagrama PV na **Figura 19.19** ilustra essa relação. Para o ar, C_P é 40% maior que C_V.

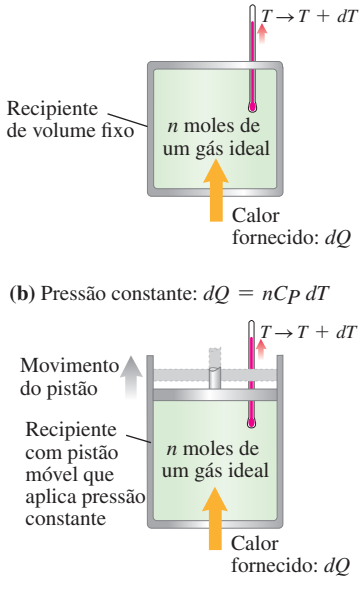


Figura 19.18 Medindo o calor específico molar de um gás ideal (a) a volume constante e (b) à pressão constante.

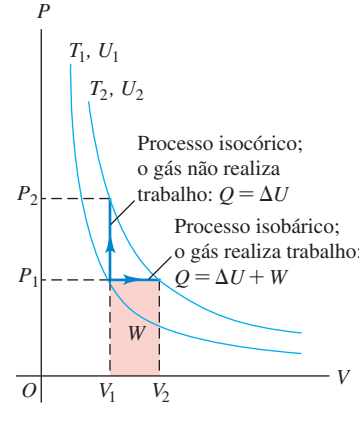


Figura 19.19 Aumento da temperatura de um gás ideal de T_1 até T_2 em um processo isobárico ou em um processo isocórico. Em um gás ideal, U depende somente de T; logo, ΔU possui o mesmo valor em ambos os processos. Entretanto, no processo isobárico, mais calor Q deve ser adicionado para aumentar U e para realizar trabalho W. Logo, $C_P > C_V$.

Em um número muito pequeno de substâncias (uma das quais a água entre 0 °C e 4 °C), o volume *diminui* quando a temperatura aumenta. Nesse caso, W é negativo e a variação da energia interna ΔU é maior que a entrada de calor Q.

Relação entre C_P e C_V para um gás ideal

Podemos deduzir uma relação simples entre C_P e C_V para o caso de um gás ideal. Inicialmente vamos considerar um processo *isocórico*. Colocamos n moles de um gás ideal em um recipiente com volume constante. Mantemos o sistema em contato térmico com um corpo mais quente; um calor infinitesimal dQ flui para o interior do gás e sua temperatura aumenta por um valor infinitesimal dT. Pela definição de calor específico molar a volume constante, C_V, temos

$$dQ = nC_V\,dT \tag{19.12}$$

A pressão cresce nesse processo, mas o gás não realiza nenhum trabalho ($dW = 0$), porque o volume permanece constante. A forma diferencial da primeira lei, Equação 19.6, é $dQ = dU + dW$. Como $dW = 0$, $dQ = dU$, e a Equação 19.12 também pode ser escrita na forma

$$dU = nC_V\,dT \tag{19.13}$$

Considere agora um processo *isobárico* com a mesma variação de temperatura dT. Colocamos o mesmo gás em um recipiente cilíndrico com um pistão que se move apenas o suficiente para manter a pressão constante (Figura 19.18b). Novamente mantemos o sistema em contato térmico com um corpo mais quente. À medida que o calor flui para dentro do sistema, ele se expande à pressão constante e realiza trabalho. Pela definição de calor específico molar à pressão constante, C_P, o calor dQ que entra no gás é

$$dQ = nC_P\,dT \tag{19.14}$$

O trabalho dW realizado pelo gás no processo isobárico é

$$dW = P\,dV$$

Também podemos expressar dW em termos da variação de temperatura dT, usando a equação de estado do gás ideal, $PV = nRT$. Como a pressão P é constante, a variação de volume V é proporcional à variação de T:

$$dW = P\,dV = nR\,dT \tag{19.15}$$

Substituímos agora as equações 19.14 e 19.15 na primeira lei, $dQ = dU + dW$:

$$nC_P\,dT = dU + nR\,dT \tag{19.16}$$

Agora chegamos ao ponto crucial da dedução. A variação da energia interna dU no processo isobárico é novamente dada pela Equação 19.13, $dU = nC_V\,dT$, *embora agora o volume não seja constante*. Como explicar isso? Lembre-se da discussão na Seção 19.6; uma das principais características de um gás ideal é que sua energia interna depende *somente* da temperatura. Portanto, a *variação* da energia interna em qualquer tipo de processo depende apenas da variação da temperatura. Se a Equação 19.13 for válida para um gás ideal em um dado processo, ela será válida para um gás ideal em *qualquer* outro tipo de processo com o mesmo dT. Portanto, podemos substituir dU na Equação 19.16 por $nC_V\,dT$:

$$nC_P\,dT = nC_V\,dT + nR\,dT$$

Quando dividimos ambos os membros pelo fator comum $n\,dT$, obtemos

Para um gás ideal:

$$C_P = C_V + R \qquad (19.17)$$

(C_P: Calor específico molar à *pressão* constante; C_V: Calor específico molar a *volume* constante; R: Constante do gás)

Como havíamos previsto, o calor específico molar à pressão constante de um gás ideal é *maior* que o calor específico molar a volume constante; a diferença é dada pela constante dos gases R.

Usamos o modelo do gás ideal para deduzir a Equação 19.17, porém, verifica-se que ela é obedecida com um pequeno erro percentual por muitos gases reais a pressões moderadas. Na **Tabela 19.1**, fornecemos alguns valores medidos de C_P e de C_V para diversos gases reais em baixas pressões; em quase todos esses gases, a diferença entre os valores indicados é aproximadamente $R = 8{,}314$ J/mol · K.

A tabela também mostra que os calores específicos molares de um gás estão relacionados à sua estrutura molecular, conforme discutimos na Seção 18.4. De fato, as duas primeiras colunas da Tabela 19.1 são as mesmas da Tabela 18.1.

TABELA 19.1 Calores específicos molares de gases a baixas pressões.

Tipo de Gás	Gás	C_V (J/mol · K)	C_P (J/mol · K)	$C_P - C_V$ (J/mol · K)	$\gamma = C_P/C_V$
Monoatômico	He	12,47	20,78	8,31	1,67
	Ar	12,47	20,78	8,31	1,67
Diatômico	H_2	20,42	28,74	8,32	1,41
	N_2	20,76	29,07	8,31	1,40
	O_2	20,85	29,17	8,32	1,40
	CO	20,85	29,16	8,31	1,40
Poliatômico	CO_2	28,46	36,94	8,48	1,30
	SO_2	31,39	40,37	8,98	1,29
	H_2S	25,95	34,60	8,65	1,33

Razão entre os calores específicos

A última coluna da Tabela 19.1 indica os valores sem dimensões da **razão entre os calores específicos**, C_P/C_V, representada por γ (letra grega gama):

Razão entre os calores específicos

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \qquad (19.18)$$

(C_P: Calor específico molar à *pressão* constante; C_V: Calor específico molar a *volume* constante)

(Essa relação também é chamada de "razão das capacidades caloríficas".) Nos gases, C_P é sempre maior que C_V, e γ é sempre maior que um. Na próxima seção, veremos que essa grandeza γ desempenha um papel importante no processo adiabático de um gás ideal.

Podemos usar nossa discussão sobre o modelo cinético teórico do calor específico molar de um gás ideal (Seção 18.4) para fazer previsões sobre os valores de γ. Como exemplo, em um gás monoatômico, $C_V = \frac{3}{2}R$. Pela Equação 19.17,

$$C_P = C_V + R = \tfrac{3}{2}R + R = \tfrac{5}{2}R$$

logo,

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3} = 1{,}67$$

Conforme indicado na Tabela 19.1, esse resultado concorda com os valores de γ obtidos nas medidas dos calores específicos molares. Em quase todos os gases diatômicos nas vizinhanças da temperatura ambiente, $C_V = \frac{5}{2}R$ e, portanto, $C_P = C_V + R = \frac{7}{2}R$, e

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5} = 1{,}40$$

que também concorda com os valores medidos.

Um último lembrete: para um gás ideal, a variação da energia interna em *qualquer tipo* de processo é dada por $\Delta U = nC_V\,\Delta T$, *independentemente de o volume ser ou não constante*. Essa relação vale para outras substâncias *somente* em processos isocóricos (quando o volume é constante).

EXEMPLO 19.6 RESFRIANDO O SEU QUARTO

Um quarto ou dormitório típico contém cerca de 2.500 moles de ar. Calcule a variação da energia interna para essa quantidade de ar quando ele é resfriado de 35,0 °C até 26,0 °C mantendo uma pressão constante igual a 1,00 atm. Considere o ar um gás ideal com $\gamma = 1{,}400$.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: nossa variável-alvo é a variação da energia interna ΔU de um gás ideal em um processo isobárico. O problema informa o número de moles, a variação da temperatura e o valor de γ para o ar. Usamos a Equação 19.13, $\Delta U = nC_V\,\Delta T$, que oferece a variação de energia interna para um gás ideal em *todos* os processos, *independentemente de o volume ser constante ou não*. (Veja a discussão após a Equação 19.16.) Usamos as equações 19.17 e 19.18 para encontrar C_V.

EXECUTAR: pelas equações 19.17 e 19.18,

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V}$$

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{8{,}314\ \text{J/mol}\cdot\text{K}}{1{,}400 - 1} = 20{,}79\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$$

Então, pela Equação 19.13,

$$\begin{aligned}\Delta U &= nC_V\,\Delta T \\ &= (2.500\ \text{mol})(20{,}79\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(26{,}0\ ^\circ\text{C} - 35{,}0\ ^\circ\text{C}) \\ &= -4{,}68 \times 10^5\ \text{J}\end{aligned}$$

AVALIAR: para resfriar 2.500 moles de ar de 35,0 ºC até 26,0 ºC, um aparelho de ar-condicionado precisa extrair essa grande quantidade de energia interna do ar de seu quarto e transferi-la para o ar do lado de fora da casa. No Capítulo 20, discutiremos como isso é feito.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 19.7 Você deseja resfriar um cilindro de armazenamento contendo 10 moles de gás comprimido de 30 °C a 20 °C. Com que tipo de gás isso será mais fácil? (i) Um gás monoatômico; (ii) um gás diatômico; (iii) um gás poliatômico; (iv) seria igualmente fácil com todos esses gases. ❙

19.8 PROCESSO ADIABÁTICO DE UM GÁS IDEAL

Um processo adiabático, definido na Seção 19.5, é aquele em que não ocorre nenhuma transferência de calor entre o sistema e suas vizinhanças. Uma transferência de calor igual a zero é uma idealização, mas um processo é aproximadamente adiabático quando ocorre em um sistema muito bem isolado, ou quando é realizado tão rapidamente que não existe tempo suficiente para que ocorra um fluxo de calor apreciável.

Em um processo adiabático, $Q = 0$. Logo, pela primeira lei, $\Delta U = -W$. Um processo adiabático de um gás ideal é apresentado no diagrama PV da **Figura 19.20**. À

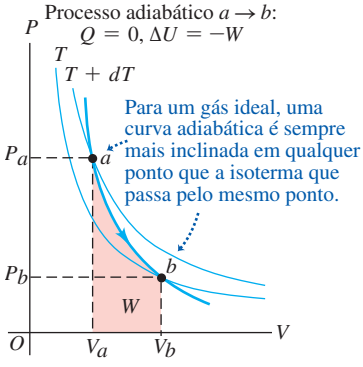


Figura 19.20 Diagrama *PV* de um processo adiabático ($Q = 0$) de um gás ideal. À medida que o gás se expande de um volume V_a até V_b, ele realiza trabalho positivo W sobre seu ambiente, sua energia interna diminui ($\Delta U = -W < 0$) e sua temperatura cai de $T + dT$ até T. (Um processo adiabático também é mostrado na Figura 19.16.)

medida que o gás se expande de um volume V_a até V_b, ele realiza trabalho, de modo que sua energia interna diminui e sua temperatura cai. Se o ponto a, representando o estado inicial, está sobre uma isoterma a uma temperatura $T + dT$, então o ponto b, representando o estado final, estará sobre uma isoterma com uma temperatura mais baixa T. Para uma *compressão* adiabática do ponto V_b até o ponto V_a, o processo se inverte e a temperatura do gás aumenta.

O ar nos tubos de saída de compressores usados para calibrar pneus e encher tanques de gás usados em mergulhos sempre sai mais quente que o ar que entra no compressor, porque a compressão é rápida e aproximadamente adiabática. Um *resfriamento* adiabático ocorre quando você abre uma garrafa de sua bebida carbonatada preferida. O gás sob pressão acima da superfície da bebida se expande rapidamente em um processo quase adiabático; a temperatura do gás diminui tanto que o vapor d'água se condensa, formando uma nuvem em miniatura (ver Figura 19.14).

ATENÇÃO "Aquecer" e "resfriar" sem calor Lembre-se de que, quando você menciona um "aquecimento adiabático" ou um "resfriamento adiabático", você está querendo dizer, na realidade, que ocorre um "aumento de temperatura" ou um "resfriamento de temperatura", respectivamente. Em um processo adiabático não existe absolutamente *nenhuma* troca de calor, e a variação da temperatura ocorre em razão do trabalho realizado pelo sistema ou sobre o sistema.

Gás ideal adiabático: relacionando *V*, *T* e *P*

Podemos deduzir uma relação entre as variações de temperatura e de volume em um processo adiabático infinitesimal de um gás ideal. A Equação 19.13 fornece a variação da energia interna dU para *qualquer* processo de um gás ideal, adiabático ou não; logo, $dU = nC_V\,dT$. Além disso, o trabalho realizado pelo gás é dado por $dW = P\,dV$. Então, como $dU = -dW$, temos

$$nC_V\,dT = -P\,dV \tag{19.19}$$

Para obter uma relação contendo somente a temperatura T e o volume V, eliminamos P usando a equação do gás ideal na forma $P = nRT/V$. Substituindo na Equação 19.19 e reagrupando, encontramos

$$nC_V\,dT = -\frac{nRT}{V}dV$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V}\frac{dV}{V} = 0$$

O coeficiente R/C_V pode ser expresso em termos de $\gamma = C_P/C_V$. Obtemos:

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_P - C_V}{C_V} = \frac{C_P}{C_V} - 1 = \gamma - 1$$

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\frac{dV}{V} = 0 \tag{19.20}$$

Como em um gás γ é sempre maior que um, $(\gamma - 1)$ é sempre positivo. Isso significa que, na Equação 19.20, dV e dT sempre têm sinais opostos. Na *expansão* adiabática de um gás ideal ($dV > 0$), sempre ocorre uma *diminuição* de temperatura ($dT < 0$), e na *compressão* adiabática de um gás ideal ($dV < 0$) sempre ocorre um *aumento* de temperatura ($dT > 0$); isso confirma nossa previsão anterior.

Para uma variação finita da temperatura e do volume, podemos integrar a Equação 19.20 e obtemos

$$\ln T + (\gamma - 1)\ln V = \text{constante}$$
$$\ln T + \ln V^{\gamma-1} = \text{constante}$$
$$\ln(TV^{\gamma-1}) = \text{constante}$$

e, finalmente,

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante} \tag{19.21}$$

Portanto, para um estado inicial (T_1, V_1) e um estado final (T_2, V_2),

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \text{ (processo adiabático, gás ideal)} \tag{19.22}$$

Como usamos a equação do gás ideal na dedução das equações 19.21 e 19.22, o valor de T só pode ser expresso na temperatura *absoluta* (em Kelvin).

Também podemos converter a Equação 19.21 em outra relação entre a pressão e o volume eliminando T, mediante a equação do gás ideal na forma $T = PV/nR$. Substituindo essa expressão na Equação 19.21, encontramos

$$\frac{PV}{nR}V^{\gamma-1} = \text{constante}$$

ou, como n e R são constantes,

$$PV^{\gamma} = \text{constante} \tag{19.23}$$

Para um estado inicial (P_1, V_1) e um estado final (P_2, V_2), a Equação 19.23 fornece

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \quad \text{(processo adiabático, gás ideal)} \tag{19.24}$$

Também podemos calcular o *trabalho* realizado por um gás ideal durante um processo adiabático. Sabemos que, em *qualquer* processo adiabático, $Q = 0$ e $W = -\Delta U$. Em um gás ideal, $\Delta U = nC_V(T_2 - T_1)$. Se conhecemos o número de moles n, a temperatura inicial T_1 e a temperatura final T_2, teremos simplesmente

Trabalho realizado por um gás ideal, processo adiabático

$$W = nC_V(T_1 - T_2) \tag{19.25}$$

Número de moles; Temperatura inicial; Temperatura final; Calor específico molar a volume constante

Também podemos usar a relação $PV = nRT$ na equação anterior para obter

Trabalho realizado por um gás ideal, processo adiabático

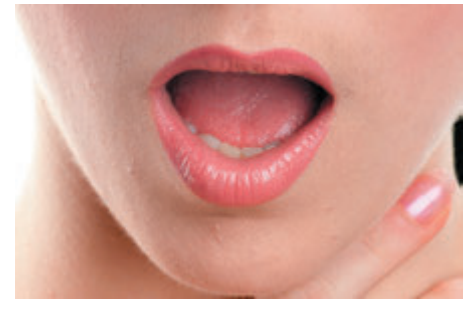
$$W = \frac{C_V}{R}(P_1V_1 - P_2V_2) = \frac{1}{\gamma - 1}(P_1V_1 - P_2V_2) \tag{19.26}$$

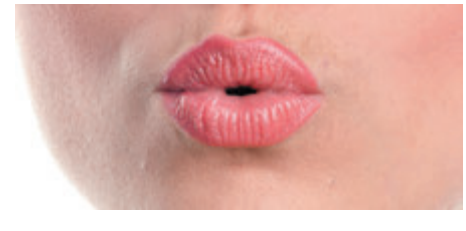
Calor específico molar a volume constante; Pressão inicial, volume; Constante do gás; Razão entre os calores específicos; Pressão final, volume

(Usamos o resultado $C_V = R/(\gamma - 1)$ do Exemplo 19.6.) Se o processo adiabático é uma expansão, a temperatura diminui, T_1 é maior que T_2, P_1V_1 é maior que P_2V_2, e o trabalho realizado é *positivo*. Se o processo adiabático é uma compressão, o trabalho é negativo.

Na análise precedente do processo adiabático, usamos a equação de estado do gás ideal, que vale somente para estados de *equilíbrio*. Estritamente falando, nos-

BIO Aplicação Exalando adiabaticamente Coloque sua mão alguns centímetros à frente da sua boca, abra bem a boca e exale. Sua respiração parecerá quente em sua mão, pois os gases exalados surgem aproximadamente na temperatura do interior do seu corpo. Agora, junte seus lábios como se fosse apitar e novamente sopre sua mão. Os gases exalados parecerão muito mais frios. Nesse caso, os gases sofrem uma expansão basicamente adiabática enquanto passam por entre os lábios, de modo que sua temperatura diminui.





sos resultados são válidos quando o processo é realizado de modo suficientemente rápido para que não ocorra um fluxo de calor apreciável entre o sistema e as vizinhanças (de modo que $Q = 0$ e o processo seja adiabático), embora ele também seja suficientemente lento para que não ocorra uma ruptura dos equilíbrios térmico e mecânico. Mesmo quando essas condições não são estritamente obedecidas, as equações 19.22, 19.24 e 19.26 fornecem resultados aproximadamente úteis.

EXEMPLO 19.7 COMPRESSÃO ADIABÁTICA EM UM MOTOR DIESEL

A razão de compressão de um motor a diesel é 15,0 para 1; isso significa que o ar é comprimido no interior do cilindro até um volume igual a $\frac{1}{(15,0)}$ de seu volume inicial (**Figura 19.21**). (a) Sabendo que a pressão inicial é $1,01 \times 10^5$ Pa e que a temperatura inicial é 27 °C (300 K), calcule a temperatura e a pressão finais depois da compressão adiabática. (b) Qual é o trabalho realizado pelo gás durante a compressão, sabendo que o volume inicial do cilindro é 1,00 L $= 1,0 \times 10^{-3}$ m^3? Considere o C_V do ar igual a 20,8 J/mol · K e $\gamma = 1,400$.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: como este problema envolve a compressão adiabática de um gás ideal, podemos usar as ideias desta seção. No item (a), temos a pressão inicial, $P_1 = 1,01 \times 10^5$ Pa, a temperatura inicial, $T_1 = 300$ K; a razão entre os volumes inicial e final é $V_1/V_2 = 15,0$. Podemos achar a temperatura final T_2 usando a Equação 19.22, e a pressão final P_2 usando a Equação 19.24. No item (b), nossa variável-alvo é W, o trabalho realizado *pelo* gás durante a compressão adiabática. Usamos a Equação 19.26 para calcular W.

EXECUTAR: (a) pelas equações 19.22 e 19.24, obtemos

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = (300\text{ K})\,(15,0)^{0,40} = 886\text{ K} = 613\text{ °C}$$

$$P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = (1,01 \times 10^5\text{ Pa})\,(15,0)^{1,40}$$

$$= 44,8 \times 10^5\text{ Pa} = 44\text{ atm}$$

(b) Pela Equação 19.26, o trabalho realizado é

$$W = \frac{1}{\gamma - 1}(P_1V_1 - P_2V_2)$$

Usando $V_1/V_2 = 15,0$, obtemos

$$W = \frac{1}{1,400 - 1}\left[\begin{array}{l}(1,01 \times 10^5\text{ Pa})\,(1,00 \times 10^{-3}\text{ m}^3) \\ -\,(44,8 \times 10^5\text{ Pa})\left(\dfrac{1,00 \times 10^{-3}\text{ m}^3}{15,0}\right)\end{array}\right]$$

$$= -494\text{ J}$$

AVALIAR: se a compressão fosse isotérmica, a pressão final seria igual a 15,0 atm, mas, como a temperatura também aumenta durante um processo adiabático, a pressão final é muito maior. Quando o combustível é injetado nos cilindros perto do final do processo de compressão, a alta temperatura do ar alcançada durante a compressão faz o combustível explodir espontaneamente sem necessidade da centelha produzida por uma vela de ignição. Podemos verificar nosso resultado do item (b) usando a Equação 19.25. O número de moles do gás no cilindro é

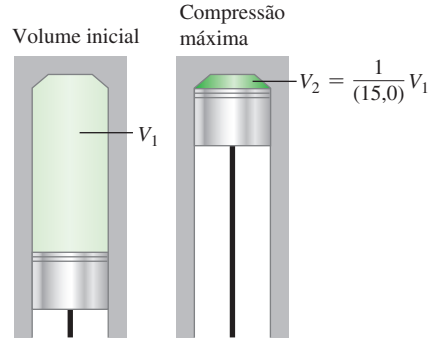
$$n = \frac{P_1V_1}{RT_1} = \frac{(1,01 \times 10^5\text{ Pa})\,(1,00 \times 10^{-3}\text{ m}^3)}{(8,314\text{ J/mol} \cdot \text{K})(300\text{ K})} = 0,0405\text{ mol}$$

Então, a Equação 19.25 fornece

$$W = nC_V(T_1 - T_2)$$
$$= (0,0405\text{ mol})(20,8\text{ J/mol} \cdot \text{K})(300\text{ K} - 886\text{ K})$$
$$= -494\text{ J}$$

O trabalho é negativo porque o gás é comprimido.

Figura 19.21 Compressão adiabática do ar no cilindro de um motor a diesel.



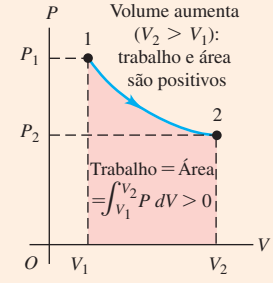
TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 19.8 Você tem quatro amostras de gás ideal, cada uma delas contendo o mesmo número de moles de gás na mesma temperatura, volume e pressão iniciais. Você comprime cada amostra à metade de seu volume inicial. Coloque as quatro amostras em ordem do maior ao menor valor da pressão final. (i) Um gás monoatômico comprimido isotermicamente; (ii) um gás monoatômico comprimido adiabaticamente; (iii) um gás diatômico comprimido isotermicamente; (iv) um gás diatômico comprimido adiabaticamente. I

CAPÍTULO 19 RESUMO

Calor e trabalho em processos termodinâmicos: um sistema termodinâmico pode trocar energia com suas vizinhanças mediante transferência de calor, ou pelo trabalho mecânico realizado. Quando um sistema com pressão P se expande de um volume V_1 até um volume V_2, ele realiza um trabalho W, dado pela integral de P em relação ao volume. Se a pressão permanece constante, o trabalho realizado é igual a P vezes a variação de volume. Um valor negativo de W significa que o trabalho é realizado sobre o sistema. (Ver Exemplo 19.1.)
Em qualquer processo termodinâmico, o calor fornecido para o sistema e o trabalho realizado pelo sistema, além de dependerem dos estados inicial e final, dependem também do caminho (o conjunto de estados intermediários por meio dos quais o sistema evolui).

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV \qquad (19.2)$$

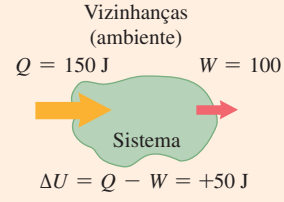
$$W = P(V_2 - V_1) \qquad (19.3)$$
(somente para pressão constante)



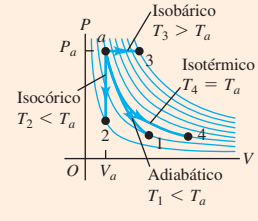
A primeira lei da termodinâmica: a primeira lei da termodinâmica afirma que, quando se fornece um calor Q ao sistema enquanto ele realiza um trabalho W, a energia interna U varia de uma quantidade igual a $Q - W$. Essa lei pode ser expressa de modo a ser aplicada em um processo infinitesimal. (Ver exemplos 19.2, 19.3 e 19.5.)
A energia interna de qualquer sistema termodinâmico depende somente de seu estado. A variação da energia interna em qualquer processo termodinâmico depende somente dos estados inicial e final, e não do caminho. A energia interna de um sistema isolado permanece constante. (Ver Exemplo 19.4.)

$$\Delta U = Q - W \qquad (19.4)$$

$$dU = dQ - dW \qquad (19.6)$$
(processo infinitesimal)



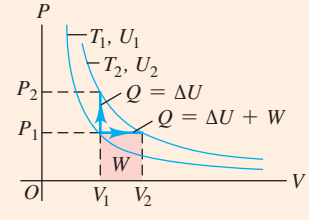
Tipos importantes de processos termodinâmicos:
- Processo adiabático: o calor não flui nem para dentro nem para fora do sistema; $Q = 0$.
- Processo isocórico: volume constante; $W = 0$.
- Processo isobárico: pressão constante; $W = P(V_2 - V_1)$.
- Processo isotérmico: temperatura constante.



Termodinâmica de gases ideais: a energia interna de um gás ideal depende somente da temperatura, não do volume ou da pressão. Em outras substâncias, a energia interna geralmente depende da temperatura e da pressão.
Os calores específicos molares C_V e C_P de um gás ideal diferem por R, a constante dos gases ideais. A razão entre os calores específicos, C_P/C_V, é adimensional e designada por γ. (Ver Exemplo 19.6.)

$$C_P = C_V + R \qquad (19.17)$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \qquad (19.18)$$

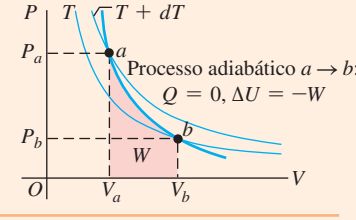


Processos adiabáticos em gases ideais: em um processo adiabático de um gás ideal, as grandezas $TV^{\gamma-1}$ e PV^{γ} são constantes. O trabalho realizado por um gás ideal durante uma expansão adiabática pode ser expresso em função dos valores inicial e final da temperatura, ou em função dos valores inicial e final da pressão e do volume. (Ver Exemplo 19.7.)

$$W = nC_V(T_1 - T_2) \qquad (19.25)$$

$$= \frac{C_V}{R}(P_1V_1 - P_2V_2)$$

$$= \frac{1}{\gamma - 1}(P_1V_1 - P_2V_2) \qquad (19.26)$$



Problema em destaque Trabalho realizado por um gás de van der Waals

A equação de estado de van der Waals, uma representação aproximada do comportamento dos gases a alta pressão, é dada pela Equação 18.7: $[p + (an^2/V^2)](V - nb) = nRT$, onde a e b são constantes possuindo diferentes valores para diferentes gases. (No caso especial de $a = b = 0$, essa é uma equação do gás ideal.) (a) Calcule o trabalho realizado por um gás com essa equação de estado em uma expansão isotérmica de V_1 até V_2. (b) Para o gás etano (C_2H_6), $a = 0{,}554\ \text{J} \cdot \text{m}^3/\text{mol}^2$ e $b = 6{,}38 \times 10^{-5}\ \text{m}^3/\text{mol}$. Calcule o trabalho W realizado por 1,80 mol de etano quando ele se expande de $2{,}00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$ até $4{,}00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$ a uma temperatura constante de 300 K. Faça o cálculo usando (i) a equação do estado de van der Waals e (ii) a equação do estado do gás ideal. (c) Para qual equação de estado W é maior? Por que isso acontece?

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Reveja a discussão sobre a equação de estado de van der Waals na Seção 18.1. Qual é o significado das grandezas a e b?
2. Decida como descobrir o trabalho realizado por um gás em expansão cuja pressão P não depende de V da mesma forma que para um gás ideal. (*Dica:* ver Seção 19.2.)
3. Como você determina o trabalho realizado por um gás ideal em expansão?

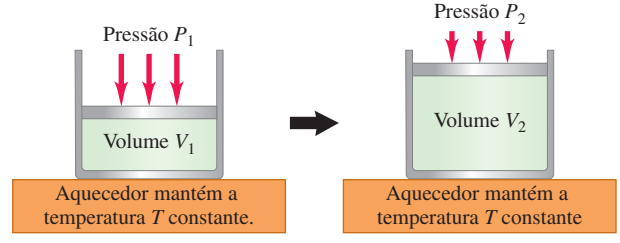
EXECUTAR

4. Descubra a expressão geral para o trabalho realizado por um gás de van der Waals quando ele se expande do volume V_1 até o volume V_2 (**Figura 19.22**). (*Dica:* se você definir $a = b = 0$ em seu resultado, ele deverá ser reduzido para a expressão do trabalho realizado por um gás ideal em expansão.)
5. Use o resultado da etapa 4 para resolver o item (b) para o etano tratado como um gás de van der Waals.
6. Use a fórmula que você escolheu na etapa 3 para resolver o item (b) para o etano tratado como um gás ideal.

AVALIAR

7. A diferença entre o trabalho W para as duas equações de estado é grande o suficiente para ser significativa?
8. O termo com a na equação de estado de van der Waals aumenta ou diminui a quantidade de trabalho realizado? E o termo com b? Neste problema, qual é mais importante para o etano?

Figura 19.22 Um gás sofre uma expansão isotérmica.



PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS**: problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q19.1 Nos seguintes processos, o trabalho feito pelo sistema (definido como um gás em expansão ou em contração) sobre o ambiente é positivo ou negativo? (a) Expansão da mistura ar-gasolina queimada no cilindro do motor de um automóvel; (b) abertura de uma garrafa de champanhe; (c) encher um tanque de mergulho com ar comprimido; (d) enrugamento parcial de uma garrafa de água vazia e fechada quando você viaja de carro das montanhas para o nível do mar.

Q19.2 Não é correto dizer que um corpo contém uma certa quantidade de calor, embora ocorra transferência de calor de um corpo para outro. Como um corpo pode fornecer algo que ele inicialmente não possuía?

Q19.3 Em que situação você precisa realizar mais trabalho: inflar um balão ao nível do mar ou inflar o mesmo balão até o mesmo volume no alto do Pico da Bandeira? Explique em termos de variação de pressão e volume.

Q19.4 Caso você conheça as energias internas inicial e final e a variação da energia interna associada, você pode saber se a variação da energia interna foi devida ao trabalho realizado ou ao calor transferido? Explique.

Q19.5 Discuta a aplicação da primeira lei da termodinâmica para uma montanhista que ingere alimentos, se aquece e transpira muito durante uma escalada, e que realiza muito trabalho mecânico para subir até o topo da montanha. A montanhista também se aquece durante a descida. A fonte de energia na descida é a mesma da subida?

Q19.6 Quando o gelo se funde a 0 °C, seu volume diminui. A variação de sua energia interna é maior, menor ou igual ao calor fornecido ao gelo? Como você sabe disso?

Q19.7 Você segura um balão inflável sobre uma saída de ar quente em sua casa e o observa expandir-se lentamente. A seguir, você o tira dali e o deixa esfriar à temperatura ambiente. Durante a expansão, o que foi maior: o calor fornecido ao balão ou o trabalho realizado pelo ar dentro dele? Explique. (Suponha que o ar seja um gás ideal.) Uma vez que o balão tenha retornado à temperatura ambiente, como o calor total recebido ou perdido pelo ar dentro dele se compara ao trabalho total realizado sobre ou pelo ar circundante?

Q19.8 Você faz biscoitos de chocolate no forno e os coloca, ainda quentes, em um recipiente com uma tampa não muito apertada. Que tipo de processo acontece com o ar dentro do recipiente

à medida que os biscoitos se resfriam gradualmente até a temperatura ambiente (isotérmico, isocórico, adiabático, isobárico ou alguma combinação desses processos)? Justifique sua resposta.

Q19.9 Imagine um gás inteiramente constituído por elétrons com cargas negativas. Cargas de mesmo sinal se repelem, de modo que os elétrons exerceriam forças de repulsão entre si. Em uma expansão livre desse gás, a temperatura aumenta, diminui ou permanece constante? Por quê?

Q19.10 Em um processo adiabático para um gás ideal, a pressão diminui. Nesse processo, a energia interna do gás aumenta ou diminui? Explique.

Q19.11 Quando você sopra sua mão com a boca completamente aberta, você sente o ar quente. Porém, quando você deixa a boca parcialmente fechada, formando um orifício em forma de "o", e sopra a mão, você sente o ar frio. Por quê?

Q19.12 Um gás ideal se expande enquanto a pressão se mantém constante. Durante esse processo, o calor é transferido para o gás ou para fora dele? Justifique sua resposta.

Q19.13 Um líquido é agitado irregularmente em um recipiente bem isolado e, portanto, sua temperatura aumenta. Considere o líquido o sistema. Ocorre transferência de calor? Como você pode garantir? Existe trabalho realizado? Como você pode garantir? Por que é importante que a agitação seja irregular? Qual é o sinal de ΔU? Como você pode garantir?

Q19.14 Quando você usa uma bomba de ar manual para encher os pneus da sua bicicleta, a bomba logo esquenta. Por quê? O que ocorre com a temperatura do ar na bomba quando você o comprime? Por que isso ocorre? Quando você suspende a alavanca da bomba para fazer o ar externo entrar nela, o que ocorre com a temperatura do ar que entra? Novamente, por que isso ocorre?

Q19.15 No carburador de um avião ou no motor de um automóvel, o ar flui através de uma abertura relativamente pequena, e a seguir se expande. Em um clima frio, com nevoeiro, algumas vezes se forma gelo nessas aberturas, embora a temperatura externa do ar seja maior que a temperatura de solidificação. Por quê?

Q19.16 Em um dia de sol, grandes "bolhas" de ar se formam no solo aquecido pelo sol, expandem-se gradualmente e, finalmente, se soltam e sobem pela atmosfera. Pássaros que voam a grandes altitudes e pilotos de aeroplanos utilizam essas correntes quentes ascendentes para ganhar altitude. Explique por que essa expansão é, em essência, um processo adiabático.

Q19.17 Os ventos que sopram na ilha havaiana de Kauai são provenientes do nordeste. Os ventos se resfriam à medida que sobem ao longo da inclinação do monte Waialeale (1.523 m de altitude), produzindo chuva em virtude da condensação do vapor d'água. As chuvas nas proximidades do cume são muito mais intensas que na base da montanha. De fato, o monte Waialeale é o local da Terra com a maior quantidade de chuvas, em média de 11,7 m durante o ano. Porém, o que causa o resfriamento dos ventos?

Q19.18 Usando as mesmas considerações da Questão 19.17, explique por que a ilha de Niihau, a alguns quilômetros a sudoeste de Kauai, é quase um deserto e as fazendas necessitam de um sistema de irrigação.

Q19.19 Em um processo isocórico, $dU = nC_V\,dT$. Mas, em um processo isobárico, *não* é verdade que $dU = nC_P\,dT$. Explique por quê.

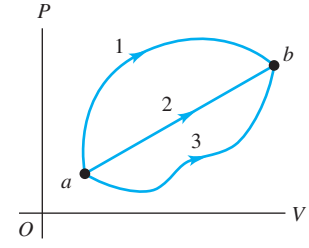
Q19.20 Quando um gás é comprimido adiabaticamente no ar circundante, sua temperatura aumenta mesmo que não exista nenhum fluxo de calor para o interior do sistema. De onde provém a energia que faz sua temperatura aumentar?

Q19.21 Quando um gás se expande adiabaticamente, ele realiza trabalho sobre suas vizinhanças. Porém, como não existe nenhum fluxo de calor para o sistema, de onde provém a energia para realizar o trabalho?

Q19.22 O gás usado para separar os dois isótopos do urânio ^{235}U e ^{238}U tem a fórmula UF_6. Se você fornecer calor a taxas iguais a um mol do gás UF_6 e a um mol do gás H_2, a temperatura de qual deles você espera que aumente mais rápido? Explique.

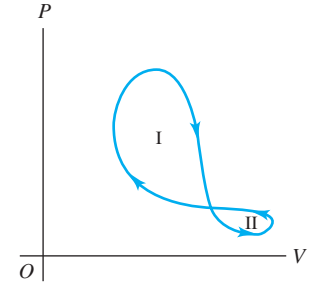
Q19.23 Um sistema evolui do estado *a* até o estado *b* ao longo dos três caminhos mostrados na **Figura Q19.23**. (a) Ao longo de qual caminho o trabalho realizado é maior? Em qual caminho é menor? (b) Sabendo que $U_b > U_a$, ao longo de qual caminho o valor absoluto do calor $|Q|$ trocado com as vizinhanças é maior? Nesse caminho, o calor é liberado ou absorvido pelo sistema? Explique.

Figura Q19.23



Q19.24 Um sistema termodinâmico realiza o processo cíclico indicado na **Figura Q19.24**. O ciclo é constituído por duas curvas fechadas, a malha I e a malha II. (a) Durante um ciclo completo, o sistema realiza trabalho positivo ou negativo? (b) O sistema realiza trabalho positivo ou negativo para cada malha separada I e II? (c) Durante um ciclo completo, o sistema absorve ou libera calor? (d) Em cada malha separada I e II, o sistema absorve ou libera calor?

Figura Q19.24



EXERCÍCIOS

Seção 19.2 Trabalho realizado durante variações de volume

Seção 19.3 Caminhos entre estados termodinâmicos

19.1 •• Dois moles de um gás ideal são aquecidos sob pressão constante de $T = 27$ °C até 107 °C. (a) Desenhe um diagrama *PV* para esse processo. (b) Calcule o trabalho realizado pelo gás.

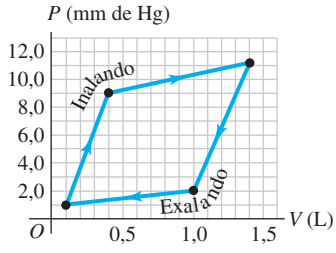
19.2 • Seis moles de um gás ideal estão em um cilindro com um pistão móvel em uma de suas extremidades. A temperatura inicial do gás é 27,0 °C e a pressão é constante. Como parte do projeto da máquina, calcule a temperatura final do gás depois que ele houver realizado $2{,}40 \times 10^3$ J de trabalho.

19.3 •• **CALC** Dois moles de um gás ideal são comprimidos em um cilindro a uma temperatura constante de 65,0 °C até que a pressão original tenha triplicado. (a) Desenhe um diagrama *PV* para esse processo. (b) Calcule o trabalho realizado pelo gás.

19.4 •• **BIO** **Trabalho realizado pelos pulmões.** O gráfico da **Figura E19.4** mostra um diagrama *PV* do ar em um pulmão humano quando uma pessoa está inalando e depois exalando ao respirar profundamente. Esses gráficos, obtidos em clínicas,

normalmente são um tanto curvos, mas modelamos um deles como um conjunto de linhas retas com a mesma forma geral. (*Importante:* a pressão mostrada é a pressão *manométrica*, e *não* a absoluta.) (a) Quantos joules de trabalho *total* o pulmão dessa pessoa realiza durante uma respiração completa? (b) O processo ilustrado aqui é um pouco diferente dos que estudamos, pois a variação de pressão deve-se a variações na quantidade de gás no pulmão, e não a variações de temperatura. (Pense na sua própria respiração. Seus pulmões não se expandem porque ficaram quentes.) Se a temperatura do ar no pulmão permanecer a razoáveis 20 °C, qual é o número máximo de moles no pulmão dessa pessoa durante uma respiração?

Figura E19.4



19.5 •• **CALC** Enquanto 0,305 mol de um gás ideal passam por uma compressão isotérmica a 22,0 °C, 392 J de trabalho é realizado sobre ele pelo meio ambiente. (a) Se a pressão final é 1,76 atm, qual é a pressão inicial? (b) Desenhe um diagrama *PV* do processo.

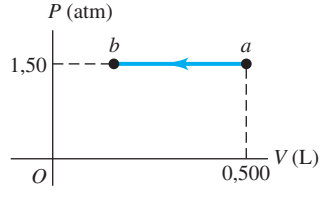
19.6 •• Um gás passa por dois processos. No primeiro, o volume permanece constante a 0,200 m^3 e a pressão cresce de $2,0 \times 10^5$ Pa até $5,0 \times 10^5$ Pa. O segundo processo é uma compressão até o volume de 0,120 m^3 sob pressão constante de $5,0 \times 10^5$ Pa. (a) Desenhe um diagrama *PV* mostrando esses dois processos. (b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás nos dois processos.

19.7 • **Trabalho realizado em um processo cíclico.** (a) Na Figura 19.7a, considere a malha $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$. Esse processo é *cíclico* porque o estado final coincide com o inicial. Calcule o trabalho total realizado pelo sistema nesse processo cíclico e mostre que ele é igual à área no interior da malha fechada. (b) Como o trabalho realizado no item (a) se relaciona com o trabalho realizado quando o ciclo for percorrido em sentido inverso, $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$? Explique.

Seção 19.4 Energia interna e a primeira lei da termodinâmica

19.8 •• A **Figura E19.8** mostra um diagrama *PV* para um gás ideal no qual sua temperatura absoluta em *b* é um quarto de sua temperatura absoluta em *a*. (a) Que volume esse gás ocupa no ponto *b*? (b) Nesse processo, quantos joules de trabalho foram realizados pelo gás ou sobre ele? (d) A energia interna do gás aumentou ou diminuiu de *a* para *b*? Como você pode saber? (d) O calor entra ou sai do gás de *a* para *b*? Como você pode saber?

Figura E19.8

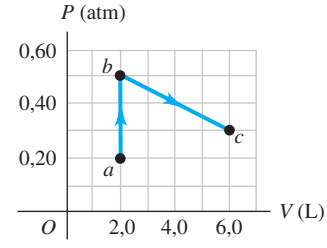


19.9 • Um gás no interior de um cilindro se expande de um volume igual a 0,110 m^3 até um volume igual a 0,320 m^3. O calor flui para dentro do sistema com uma taxa suficiente para manter a pressão constante e igual a $1,65 \times 10^5$ Pa durante a expansão. O calor total fornecido ao sistema é igual a $1,15 \times 10^5$ J. (a) Calcule o trabalho realizado pelo gás. (b) Calcule a variação da energia interna do gás. (c) O resultado depende ou não de o gás ser ideal? Justifique sua resposta.

19.10 •• Cinco moles de um gás ideal monoatômico com uma temperatura inicial de 127 °C se expandem e, nesse processo, absorvem 1.500 J de calor e realizam 2.100 J de trabalho. Qual é a temperatura final do gás?

19.11 •• O processo *abc* mostrado no diagrama *PV* da **Figura E19.11** envolve 0,0175 mol de um gás ideal. (a) Qual foi a temperatura mais baixa que o gás alcançou nesse processo? Onde ele ocorreu? (b) Quanto trabalho foi realizado pelo gás ou sobre o gás de *a* para *b*? E de *b* para *c*? (c) Se 215 J de calor fossem colocados no gás durante *abc*, quantos desses joules entraram na energia interna?

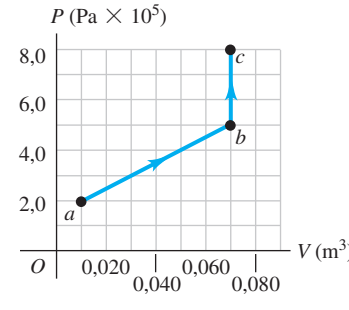
Figura E19.11



19.12 • Um gás no interior de um cilindro é mantido sob pressão constante de $1,80 \times 10^5$ Pa, sendo resfriado e comprimido de 1,70 m^3 até um volume de 1,20 m^3. A energia interna do gás diminui por $1,40 \times 10^5$ J. (a) Calcule o trabalho realizado pelo gás. (b) Calcule o valor absoluto do calor $|Q|$ trocado com as vizinhanças e determine o sentido do fluxo do calor. (c) O resultado depende ou não de o gás ser ideal? Justifique sua resposta.

19.13 •• O diagrama *PV* na **Figura E19.13** mostra um processo *abc* envolvendo 0,450 mol de um gás ideal. (a) Qual era a temperatura desse gás nos pontos *a*, *b* e *c*? (b) Quanto trabalho foi realizado pelo gás ou sobre ele nesse processo? (c) Quanto calor teve de ser adicionado durante o processo para aumentar a energia interna do gás em 15.000 J?

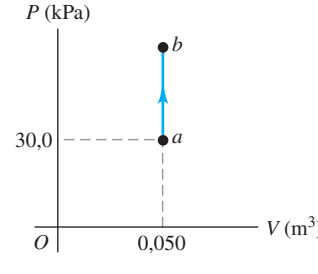
Figura E19.13



19.14 • **Ebulição da água sob pressão elevada.** Quando a água entra em ebulição sob pressão de 2,00 atm, o calor de vaporização é $2,20 \times 10^6$ J/kg, e o ponto de ebulição é 120 °C. A essa pressão, 1,00 kg de água possui volume igual a $1,00 \times 10^{-3}$ m^3, e 1,00 kg de vapor d'água possui volume igual a 0,824 m^3. (a) Calcule o trabalho realizado quando se forma 1,00 kg de vapor d'água nessa temperatura. (b) Calcule a variação da energia interna da água.

19.15 • Um gás ideal evolui do estado *a* para o estado *b* no diagrama *PV* mostrado na **Figura E19.15**. Durante esse processo, 700 J de calor são fornecidos, e a pressão dobra. (a) Quanto trabalho é realizado pelo gás ou sobre ele? Explique. (b) Compare a temperatura do gás em *a* com sua

Figura E19.15



temperatura em b. Seja específico. (c) Compare a energia interna do gás em a com a energia interna em b. Seja específico e explique.

Seção 19.5 Tipos de processos termodinâmicos
Seção 19.6 Energia interna de um gás ideal
Seção 19.7 Calor específico de um gás ideal

19.16 • Durante a compressão isotérmica de um gás ideal, é necessário remover 410 J de calor do gás para manter a temperatura constante. Qual é o trabalho realizado pelo gás nesse processo?

19.17 • Um cilindro contém 0,250 mol do gás dióxido de carbono (CO_2) à temperatura de 27,0 °C. O cilindro possui um pistão sem atrito, que mantém uma pressão constante igual a 1,0 atm sobre o gás. O gás é aquecido e sua temperatura aumenta para 127,0 °C. Suponha que o CO_2 possa ser considerado um gás ideal. (a) Desenhe um diagrama PV para esse processo. (b) Qual é o trabalho realizado pelo gás nesse processo? (c) Sobre o que esse trabalho é realizado? (d) Qual é a variação da energia interna do gás? (e) Qual é o calor fornecido ao gás? (f) Qual seria o trabalho realizado se a pressão fosse igual a 0,50 atm?

19.18 • Um cilindro contém 0,0100 mol de hélio a uma temperatura $T = 27{,}0$ °C. (a) Qual é o calor necessário para aumentar a temperatura para 67,0 °C enquanto o volume permanece constante? Faça um desenho do diagrama PV para esse processo. (b) Se, em vez de manter o volume constante, a pressão do hélio fosse mantida constante, qual seria o calor necessário para aumentar a temperatura de 27,0 °C para 67,0 °C? Faça um desenho do diagrama PV para esse processo. (c) Qual é o fator responsável pela diferença obtida nos itens (a) e (b)? Em qual dos dois casos o calor necessário é maior? O que ocorre com o calor adicional? (d) Caso o sistema fosse um gás ideal, qual seria a variação da energia interna do item (a)? E do item (b)? Como você compara as duas respostas? Por quê?

19.19 • Em uma experiência para simular as condições no interior do motor de automóvel, 0,185 mol de ar a 780 K e $3{,}00 \times 10^6$ Pa está contido no interior de um cilindro com volume igual a 40,0 cm^3. Então, 645 J de calor são transferidos para o cilindro. (a) Se o volume do cilindro é mantido constante enquanto se adiciona calor, qual é a temperatura final do ar? Suponha que o ar seja constituído essencialmente de nitrogênio em gás e use os dados da Tabela 19.1, mesmo que a pressão não seja baixa. Faça um desenho do diagrama PV para esse processo. (b) Repita o item (a) considerando que o volume do cilindro possa aumentar enquanto a pressão permanece constante.

19.20 •• Quando uma quantidade de gás monoatômico ideal se expande a uma pressão constante de $4{,}0 \times 10^4$ Pa, seu volume aumenta de $2{,}0 \times 10^{-3}$ m^3 para $8{,}0 \times 10^{-3}$ m^3. Qual é a variação da energia interna do gás?

19.21 • O calor Q flui para dentro de um gás monoatômico ideal, e o volume aumenta enquanto a pressão é mantida constante. Que fração da energia calorífica é usada para realizar o trabalho de expansão do gás?

19.22 • Três moles de um gás monoatômico ideal se expandem a uma pressão constante de 2,50 atm; o volume do gás varia de $3{,}20 \times 10^{-2}$ m^3 a $4{,}50 \times 10^{-2}$ m^3. (a) Calcule as temperaturas inicial e final do gás. (b) Calcule a quantidade de trabalho que o gás realiza ao se expandir. (c) Calcule a quantidade de calor fornecida ao gás. (d) Calcule a variação da energia interna do gás.

19.23 • Um cientista adiciona 970 J de calor a 1,75 mol de um gás ideal para aquecê-lo de 10,0 °C a 25,0 °C sob pressão constante. O gás realiza +223 J de trabalho durante a expansão. (a) Calcule a variação de energia interna do gás. (b) Calcule γ para o gás.

19.24 • O gás propano (C_3H_8) se comporta como um gás ideal com $\gamma = 1{,}127$. Determine o calor específico molar a volume constante e o calor específico molar à pressão constante.

19.25 • **CALC** A temperatura de 0,150 mol de um gás ideal é mantida constante em 77,0 °C enquanto seu volume é reduzido para 25,0% de seu volume inicial. A pressão inicial do gás é 1,25 atm. (a) Calcule o trabalho realizado pelo gás. (b) Qual é a variação de sua energia interna? (c) O gás troca calor com suas vizinhanças? Se sim, qual é o valor absoluto desse calor? O gás absorve ou libera calor?

Seção 19.8 Processo adiabático de um gás ideal

19.26 •• Cinco moles de gás ideal monoatômico possuem pressão inicial de $2{,}50 \times 10^3$ Pa e um volume inicial de 2,10 m^3. Enquanto sobre uma expansão adiabática, o gás realiza 1.480 J de trabalho. Qual é a pressão final do gás após a expansão?

19.27 • Um gás ideal monoatômico, com uma pressão inicial de $1{,}50 \times 10^5$ Pa e um volume inicial de 0,0800 m^3, sofre uma compressão adiabática até um volume igual a 0,0400 m^3. (a) Qual é a pressão final? (b) Qual é o trabalho realizado pelo gás nesse processo? (c) Qual é a razão entre as temperaturas final e inicial do gás? O gás é aquecido ou resfriado nesse processo de compressão?

19.28 • O motor do carro esportivo Ferrari F355 F1 injeta o ar a 20,0 °C e 1,00 atm e comprime-o adiabaticamente até atingir 0,0900 de seu volume inicial. O ar pode ser considerado um gás ideal com $\gamma = 1{,}40$. (a) Desenhe um diagrama PV para esse processo. (b) Calcule a temperatura e a pressão no estado final.

19.29 • Durante uma expansão adiabática, a temperatura de 0,450 mol de argônio (Ar) cai de 66,0 °C para 10,0 °C. O argônio pode ser tratado como um gás ideal. (a) Desenhe um diagrama PV para esse processo. (b) Calcule o trabalho realizado pelo gás. (c) Qual é a variação da energia interna do gás?

19.30 •• Um jogador de basquete faz a bola bater no chão, comprimindo-a a 80,0% de seu volume original. O ar (suponha que seja essencialmente um gás N_2) dentro da bola está originalmente à temperatura de 20,0 °C e a uma pressão de 2,00 atm. O diâmetro interno da bola é 23,9 cm. (a) A que temperatura o ar chega na bola em sua compressão máxima? Suponha que a compressão seja adiabática e trate o gás como ideal. (b) De quanto é a variação da energia interna do ar entre o estado original da bola e sua compressão máxima?

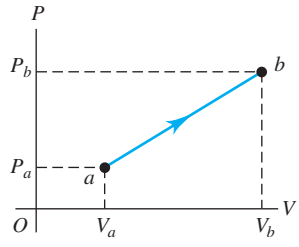
19.31 •• Em um dia quente de verão, uma grande massa de ar (pressão atmosférica igual a $1{,}01 \times 10^5$ Pa) é aquecida pelo solo até uma temperatura de 26,0 °C e então começa a subir através do ar mais frio circundante. (Esse processo pode ser considerado aproximadamente adiabático; você sabe explicar por quê?) Calcule a temperatura da massa de ar quando houver subido a um nível em que a pressão atmosférica for apenas $0{,}850 \times 10^5$ Pa. Suponha que o ar seja um gás ideal, com $\gamma = 1{,}40$. (Essa taxa de resfriamento do ar seco em ascensão, que corresponde a cerca de 1 °C a cada 100 m de altitude, chama-se *gradiente adiabático seco*.)

19.32 • Um cilindro contém 0,100 mol de um gás ideal monoatômico. No estado inicial, o gás está sob pressão de $1{,}00 \times 10^5$ Pa e ocupa um volume igual a $2{,}50 \times 10^{-3}$ m^3. (a) Calcule a temperatura inicial do gás em kelvins. (b) O gás sofre uma expansão, atingindo o dobro de seu volume inicial. Ache a temperatura final (em kelvins) e a pressão do gás, sabendo que a expansão é (i) isotérmica; (ii) isobárica; (iii) adiabática.

PROBLEMAS

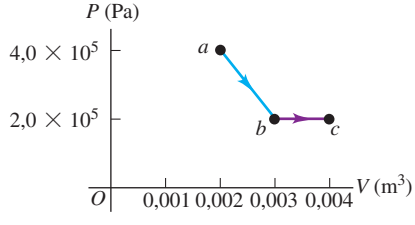
19.33 •• Uma quantidade de ar vai do estado *a* até o estado *b* ao longo de uma linha reta no diagrama *PV* (**Figura P19.33**). (a) Nesse processo, a temperatura do gás aumenta, diminui ou permanece constante? Explique. (b) Se $V_a = 0{,}0700\ \text{m}^3$, $V_b = 0{,}1100\ \text{m}^3$, $P_a = 1{,}0 \times 10^5$ Pa e $P_b = 1{,}40 \times 10^5$ Pa, qual é o trabalho *W* realizado pelo gás nesse processo? Suponha que o gás possa ser tratado como um gás ideal.

Figura P19.33



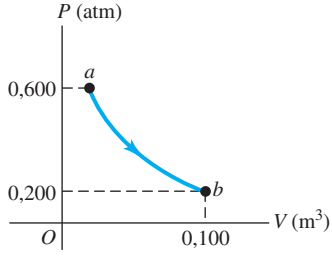
19.34 • Meio mol de um gás ideal vai do estado *a* ao estado *c*, como mostra a **Figura P19.34**. (a) Calcule a temperatura final do gás. (b) Calcule o trabalho realizado pelo gás ou sobre ele enquanto ele passa do estado *a* para o estado *c*. (c) Durante esse processo, o calor sai ou entra no sistema? Qual é a quantidade desse calor? Explique.

Figura P19.34



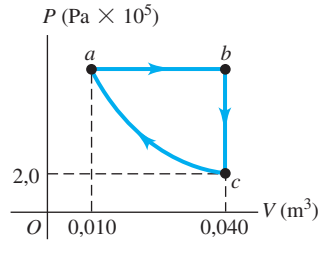
19.35 •• A **Figura P19.35** mostra o diagrama *PV* para um processo no qual a temperatura do gás ideal permanece constante em 85 °C. (a) Quantos moles de gás estão envolvidos? (b) Que volume esse gás ocupa em *a*? (c) Quanto trabalho foi realizado pelo gás ou sobre ele de *a* até *b*? (d) O quanto a energia interna do gás mudou durante esse processo?

Figura P19.35



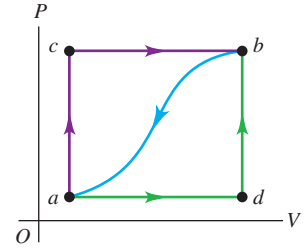
19.36 •• O gráfico da **Figura P19.36** mostra um diagrama *PV* para 3,25 moles de gás hélio (He) *ideal*. A parte *ca* desse processo é isotérmica. (a) Calcule a pressão do He no ponto *a*. (b) Calcule a temperatura do He nos pontos *a*, *b* e *c*. (c) Quanto calor entrou ou saiu do He durante os segmentos *ab*, *bc* e *ca*? Em cada segmento, o calor entrou ou saiu? (d) O quanto a energia interna do He variou de *a* para *b*, de *b* para *c* e de *c* para *a*? Indique se essa energia aumentou ou diminuiu.

Figura P19.36



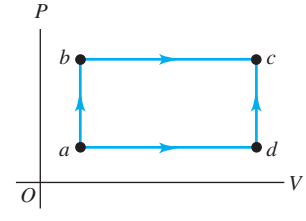
19.37 •• Quando um sistema vai do estado *a* até o estado *b* (**Figura P19.37**) pelo caminho *acb*, um calor igual a 90,0 J flui para o interior do sistema, e um trabalho de 60,0 J é realizado pelo sistema. (a) Quanto calor flui para o interior do sistema pelo caminho *adb*, sabendo que o trabalho realizado pelo sistema é igual a 15,0 J? (b) Quando o sistema retorna de *b* para *a* pelo caminho encurvado, o valor absoluto do trabalho realizado pelo sistema é igual a 35,0 J. O sistema absorve ou libera calor? Qual é a quantidade desse calor? (c) Sabendo que $U_a = 0$ e $U_d = 8{,}0$ J, calcule os calores absorvidos nos processos *ad* e *db*.

Figura P19.37



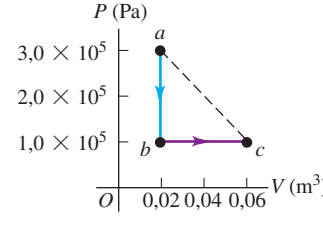
19.38 • Um sistema termodinâmico vai do estado *a* até o estado *c*, mostrado na **Figura P19.38** pelo caminho *abc* ou pelo caminho *adc*. Pelo caminho *abc*, o trabalho *W* realizado pelo sistema é igual a 450 J. Pelo caminho *adc*, *W* é igual a 120 J. As energias internas de cada um dos quatro estados mostrados na figura são $U_a = 150$ J, $U_b = 240$ J, $U_c = 680$ J e $U_d = 330$ J. Determine o calor trocado em cada um dos quatro processos *ab*, *bc*, *ad* e *dc* e verifique, em todos, se o sistema absorve ou libera calor.

Figura P19.38



19.39 • Um volume de ar (considerado um gás ideal) primeiro é resfriado sem variação de volume, e depois expandido sem variação de pressão, como mostra o caminho *abc* na **Figura P19.39**. (a) Compare a temperatura final do gás com a sua temperatura inicial. (b) Quanto calor o ar troca com seu meio ambiente durante o processo *abc*? O ar absorve ou libera calor durante esse processo? Explique. (c) Se, em vez disso, o ar se expandisse do estado *a* ao estado *c* pelo caminho mostrado em linha reta, quanto calor ele trocaria com seu meio ambiente?

Figura P19.39

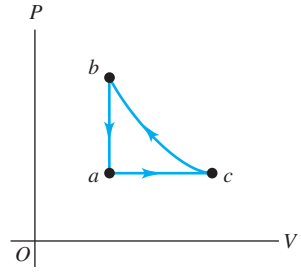


19.40 • Três moles de gás argônio (considerado um gás ideal), originalmente a uma pressão de $1{,}50 \times 10^4$ Pa e a um volume de $0{,}0280\ \text{m}^3$, são aquecidos e expandidos sob pressão constante até um volume de $0{,}0435\ \text{m}^3$, depois aquecidos a volume constante até que a pressão atinja $3{,}50 \times 10^4$ Pa, a seguir resfriados e comprimidos à pressão constante até que o volume volte a ser $0{,}0280\ \text{m}^3$ e, finalmente, resfriados a volume constante até que a pressão volte ao valor original de $1{,}50 \times 10^4$ Pa. (a) Desenhe o diagrama *PV* desse ciclo. (b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás ou sobre ele durante o ciclo. (c) Calcule o calor total trocado com o meio ambiente. O gás ganha ou perde calor, no fim das contas?

19.41 •• Dois moles de um gás monoatômico ideal passam pelo ciclo *abc*. No ciclo completo, 800 J de calor fluem a partir do gás. O processo *ab* ocorre à pressão constante, e o processo *bc*, a volume constante. Os estados *a* e *b* apresentam temperaturas $T_a = 200$ K e $T_b = 300$ K. (a) Desenhe o diagrama *PV* do ciclo. (b) Qual é o trabalho *W* do processo *ca*?

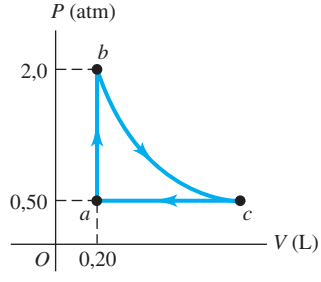
19.42 •• Três moles de um gás ideal passam pelo ciclo *abc* mostrado na **Figura P19.42**. O C_P desse gás é 29,1 J/mol · K. O processo *ac* ocorre sob pressão constante, o processo *ba*, a volume constante, e o processo *cb* é adiabático. As temperaturas do gás nos estados *a*, *c* e *b* são $T_a = 300$ K, $T_c = 492$ K e $T_b = 600$ K. Calcule o trabalho total *W* do ciclo.

Figura P19.42



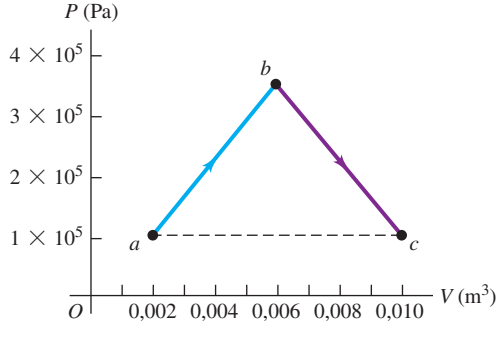
19.43 •• A **Figura P19.43** mostra um diagrama *PV* para 0,0040 mol do gás *ideal* H_2. A temperatura do gás não varia durante o segmento *bc*. (a) Que volume esse gás ocupa no ponto *c*? (b) Calcule a temperatura do gás nos pontos *a*, *b* e *c*. (c) Quanto calor entrou ou saiu do gás durante os segmentos *ab*, *ca* e *bc*? Indique se o calor entrou ou saiu. (d) Calcule a variação na energia interna desse hidrogênio durante os segmentos *ab*, *bc* e *ca*. Indique se a energia interna aumentou ou diminuiu durante cada segmento.

Figura P19.43



19.44 •• (a) Um terço de um mol de gás He percorre o caminho *abc* mostrado na **Figura P19.44**. Suponha que o gás possa ser tratado como ideal. Quanto calor é transferido para dentro ou para fora do gás? (b) Se, em vez disso, o gás fosse diretamente do estado *a* para o estado *c* pela linha tracejada horizontal na Figura P19.44, quanto calor seria transferido para dentro ou para fora do gás? (c) Compare *Q* no item (b) com *Q* no item (a). Explique.

Figura P19.44



19.45 ••• Começando com 2,50 moles de gás N_2 (supostamente ideal) em um cilindro a 1,00 atm e a 20,0 °C, um químico aquece o gás primeiro a volume constante, fornecendo $1,36 \times 10^4$ J de calor, depois continua aquecendo e permite que o gás se expanda sob pressão constante até o dobro de seu volume original. (a) Calcule a temperatura final do gás. (b) Calcule a quantidade de trabalho realizado pelo gás. (c) Calcule a quantidade de calor fornecida ao gás enquanto ele se expandia. (d) Calcule a variação de energia interna do gás em todo o processo.

19.46 •• O gás nitrogênio no interior de um recipiente que pode se expandir é resfriado de 50,0 °C até 10,0 °C, mantendo-se a pressão constante e igual a $3,00 \times 10^5$ Pa. O calor total liberado pelo gás é igual a $2,50 \times 10^4$ J. Suponha que o gás possa ser tratado como um gás ideal. (a) Calcule o número de moles do gás. (b) Calcule a variação da energia interna do gás. (c) Calcule o trabalho realizado pelo gás. (d) Qual seria o calor liberado pelo gás para a mesma variação de temperatura caso o volume permanecesse constante?

19.47 • **CALC** Um cilindro com um pistão móvel sem atrito, como o mostrado na Figura 19.5, contém uma quantidade do gás hélio. Inicialmente, o gás está a uma pressão igual a $1,0 \times 10^5$ Pa, possui uma temperatura de 300 K e ocupa um volume de 1,50 L. A seguir, o gás passa por dois processos. No primeiro, o gás é aquecido e o pistão se move para manter a temperatura constante e igual a 300 K. Esse processo continua até que a pressão atinja o valor $2,50 \times 10^4$ Pa. No segundo processo, o gás é comprimido sob pressão constante até retornar a seu volume inicial de 1,50 L. Suponha que o gás possa ser tratado como um gás ideal. (a) Em um diagrama *PV*, mostre os dois processos. (b) Calcule o volume do gás no final do primeiro processo; calcule a temperatura e a pressão no final do segundo processo. (c) Calcule o trabalho total realizado pelo gás nos dois processos. (d) O que você faria para o gás voltar à pressão e à temperatura originais?

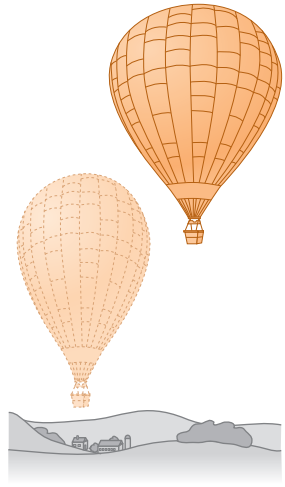
19.48 • **PC** **Um processo termodinâmico em um sólido.** Um cubo de cobre com aresta igual a 2,00 cm é suspenso por um fio. (As propriedades físicas do cobre são fornecidas nas tabelas 13.1, 17.2 e 17.3.) O cubo é aquecido com um bico de gás, de 20,0 °C até 90,0 °C. O ar nas vizinhanças do cubo está na pressão atmosférica ($1,01 \times 10^5$ Pa). Calcule (a) o aumento de volume do cubo; (b) o trabalho mecânico realizado pelo cubo contra a pressão do ar circundante; (c) o calor fornecido ao cubo; (d) a variação da energia interna do cubo. (e) Com base em seus resultados, verifique se existe alguma diferença substancial entre o calor específico c_P (à pressão constante) e o calor específico c_V (a volume constante) do cobre nessas condições.

19.49 ••• **Chinook.** Durante certas estações, ventos fortes chamados *chinooks* sopram do oeste e atingem o leste das Montanhas Rochosas, descendo as montanhas até Denver e áreas adjacentes. Embora as montanhas sejam frias, o vento em Denver é muito quente; depois de alguns minutos da chegada dos ventos *chinooks*, a temperatura pode aumentar até 20 °C (a palavra *chinook* deriva de uma tribo de índios norte-americanos homônima e significa "comedor de neve"). Ventos semelhantes ocorrem nos Alpes (chamados de *foehns*) e no sul da Califórnia (chamados de *Santa Anas*). (a) Explique por que a temperatura do vento *chinook* aumenta à medida que ele desce a montanha. Por que é importante que a velocidade do vento seja grande? (b) Suponha que um vento forte esteja se dirigindo para Denver (altitude igual a 1.630 m) proveniente de Grays Peak (80 km a oeste de Denver, a uma altitude igual a 4.350 m), onde a pressão do ar é de $5,60 \times 10^4$ Pa e a temperatura é igual a −15,0 °C. Em Denver, antes da chegada do vento, a pressão do ar é de $8,12 \times 10^4$ Pa, e a temperatura é 2,0 °C. Qual deve ser a elevação da temperatura em Denver quando o *chinook* chegar?

19.50 ••• **Pesquisas em altitudes elevadas.** Um grande balão de pesquisa, contendo $2,00 \times 10^3$ m^3 de gás hélio a 1,00 atm e a uma temperatura de 15,0 °C, sobe rapidamente a partir do nível

do solo a uma altitude em que a pressão atmosférica é de apenas 0,900 atm (**Figura P19.50**). Suponha que o hélio se comporte como um gás ideal e que a subida do balão seja tão rápida que não permita trocas de calor significativas com o ar circundante. (a) Calcule o volume do gás na altitude mais elevada. (b) Calcule a temperatura do gás na altitude mais elevada. (c) Qual é a variação da energia interna do hélio à medida que o balão sobe para a altitude mais elevada?

Figura P19.50



19.51 ••• Uma bomba de ar é composta por um cilindro de 0,250 m de comprimento com um pistão móvel. A bomba é usada para comprimir o ar (a uma pressão absoluta igual a $1{,}01 \times 10^5$ Pa) no interior de um tanque muito grande que está a uma pressão manométrica de $3{,}80 \times 10^5$ Pa. (Para o ar, $C_V = 20{,}8$ J/mol · K.) (a) O pistão começa a compressão na extremidade superior aberta do cilindro. Qual é a distância entre esse ponto e o ponto do cilindro no qual o ar começa a fluir para o interior do tanque? Suponha que a compressão seja adiabática. (b) Se o ar entra na bomba com uma temperatura de 27 °C, qual é a temperatura do ar comprimido? (c) Qual é o trabalho realizado pela bomba para fazer 20,0 moles de ar entrarem no tanque?

19.52 •• Um certo gás ideal possui calor específico molar a volume constante C_V. Uma amostra desse gás inicialmente ocupa um volume V_0 a uma pressão P_0 e temperatura absoluta T_0. O gás se expande isobaricamente até um volume $2V_0$ e, a seguir, sofre uma expansão adiabática até um volume final igual a $4V_0$. (a) Desenhe um diagrama PV dessa sequência de processos. (b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás nessa sequência de processos. (c) Calcule a temperatura final do gás. (d) Calcule o valor absoluto do calor $|Q|$ trocado com as vizinhanças nessa sequência de processos e determine o sentido do fluxo do calor.

19.53 • Um gás ideal monoatômico se expande lentamente até ocupar um volume igual ao dobro do inicial, realizando um trabalho de 450 J nesse processo. Calcule o calor fornecido ao gás e a variação da energia interna do gás, sabendo que o processo é (a) isotérmico; (b) adiabático; (c) isobárico.

19.54 •• **CALC** Um cilindro com um pistão contém 0,250 mol de oxigênio a uma pressão de $2{,}40 \times 10^5$ Pa e temperatura de 355 K. Suponha que o oxigênio possa ser tratado como um gás ideal. O gás inicialmente se expande isobaricamente até ocupar um volume igual ao dobro do inicial. A seguir, ele é comprimido isotermicamente de volta a seu volume inicial e, finalmente, é resfriado isocoricamente até atingir sua pressão inicial. (a) Mostre a sequência de processos em um diagrama PV. (b) Calcule a temperatura durante a compressão isotérmica. (c) Calcule a pressão máxima. (d) Calcule o trabalho total realizado pelo pistão sobre o gás nessa sequência de processos.

19.55 • Use as condições e os processos mencionados no Problema 19.54 para calcular (a) o trabalho realizado pelo gás, o calor fornecido ao gás e a variação da energia interna durante a expansão inicial; (b) o trabalho realizado pelo gás, o calor fornecido ao gás e a variação da energia interna durante o resfriamento final; (c) a variação da energia interna durante a compressão isotérmica.

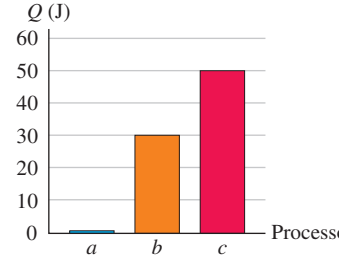
19.56 •• **CALC** Um cilindro com um pistão contém 0,150 mol de nitrogênio a uma pressão de $1{,}80 \times 10^5$ Pa e à temperatura de 300 K. Suponha que o nitrogênio possa ser tratado como um gás ideal. O gás inicialmente é comprimido isobaricamente até ocupar a metade de seu volume inicial. A seguir, expande-se adiabaticamente de volta a seu volume inicial e, finalmente, é aquecido isocoricamente até atingir sua pressão inicial. (a) Desenhe um diagrama PV para essa sequência de processos. (b) Calcule a temperatura no início e no fim da expansão adiabática. (c) Calcule a pressão mínima.

19.57 • Use as condições e os processos mencionados no Problema 19.56 para calcular (a) o trabalho realizado pelo gás, o calor fornecido a ele e a variação da energia interna durante a compressão inicial; (b) o trabalho realizado pelo gás, o calor fornecido a ele e a variação da energia interna durante a expansão adiabática; (c) o trabalho realizado pelo gás, o calor fornecido a ele e a variação da energia interna durante o aquecimento final.

19.58 • **Comparação entre processos termodinâmicos.** Em um cilindro, 1,20 mol de gás ideal monoatômico, inicialmente a uma pressão de $3{,}60 \times 10^5$ Pa e à temperatura de 300 K, se expande até o triplo de seu volume inicial. Calcule o trabalho realizado pelo gás quando a expansão é (a) isotérmica; (b) adiabática; (c) isobárica. (d) Usando um diagrama PV, ilustre cada um desses processos. Em qual deles o trabalho realizado pelo gás possui o maior valor absoluto? E o menor valor absoluto? (e) Em qual desses processos o calor trocado possui o maior valor absoluto? E o menor valor absoluto? (f) Em qual desses processos a variação da energia interna possui o maior valor absoluto? E o menor valor absoluto?

19.59 •• **DADOS** Você registrou medições de transferência de calor Q para 0,300 mol de um gás, começando em $T_1 = 20{,}0$ °C e terminando em uma temperatura T_2. Você mediu Q para três processos: um isobárico, um isocórico e um adiabático. Em cada caso, T_2 foi o mesmo. A **Figura P19.59** resume seus resultados. Mas você perdeu uma página de seu caderno de notas do laboratório e não tem um registro do valor de T_2; você também não sabe qual processo foi isobárico, isocórico ou adiabático. Cada processo foi realizado a uma pressão suficientemente baixa para o gás ser tratado como ideal. (a) Identifique cada processo a, b ou c como isobárico, isocórico ou adiabático. (b) Qual é o valor de T_2? (c) Quanto trabalho foi feito pelo gás em cada processo? (d) Para qual processo o módulo do volume varia mais? (e) Para cada processo, o volume do gás aumenta, diminui ou permanece igual?

Figura P19.59



19.60 •• **DADOS** Você comprime um gás em um cilindro isolado — nenhum fluxo de calor entra ou sai do gás. A pressão do gás é muito baixa, de modo que uma boa aproximação é tratá-lo como ideal. Quando você mede a pressão em função do volume do gás, encontra estes resultados:

V (L)	2,50	2,02	1,48	1,01	0,50
P (atm)	0,101	0,139	0,202	0,361	0,952

(a) Represente graficamente log (P) *versus* log (V), com P em Pa e V em m^3. Explique por que os pontos de dados ficam próximos a uma linha reta. (b) Use seu gráfico para calcular γ para o gás. O gás é monoatômico, diatômico ou poliatômico? (c) Quando $P = 0{,}101$ atm e $V = 2{,}50$ L, a temperatura é 22,0 ºC. Aplique a equação do gás ideal e calcule a temperatura para cada um dos outros pares de valores de P e V. Nesta compressão, a temperatura do gás aumenta, diminui ou permanece constante?

19.61 •• **DADOS** Você coloca uma quantidade de gás em um cilindro metálico que possui um pistão móvel em uma extremidade. Nenhum gás vaza do cilindro enquanto o pistão se move. A força externa aplicada ao pistão pode ser variada para alterar a pressão do gás enquanto você move o pistão para alterar seu volume. Um manômetro de pressão preso à parede interior do cilindro mede a pressão do gás, e você pode calcular o volume por uma medição da posição do pistão no cilindro.

Você começa com uma pressão de 1,0 atm e um volume de gás de 3,0 L. Mantendo a pressão constante, você aumenta o volume para 5,0 L. Depois, mantendo o volume constante em 5,0 L, você aumenta a pressão para 3,0 atm. Em seguida, diminui a pressão linearmente em função do volume até que o volume seja 3,0 L e a pressão seja 2,0 atm. Por fim, você mantém o volume constante a 3,0 L e diminui a pressão para 1,0 atm, retornando o gás à sua pressão e volume iniciais. As paredes do cilindro são bons condutores de calor, e você fornece as fontes de calor exigidas e os destinos de calor de modo que possam ocorrer as transferências de calor necessárias. Nessas pressões relativamente altas, você suspeita que a equação do gás ideal não se aplique com muita precisão. Você não sabe qual gás se encontra no cilindro ou se ele é monoatômico, diatômico ou poliatômico. (a) Desenhe o ciclo no plano PV. (b) Qual é a transferência de calor resultante para o gás durante esse ciclo? Existe transferência de calor para dentro ou para fora do gás?

PROBLEMAS DESAFIADORES

19.62 •• **Motor com turbocompressor e inter-resfriador**. A potência do motor de um automóvel é diretamente proporcional à massa de ar empurrada para dentro dos cilindros do motor para produzir uma reação química com a gasolina. Muitos carros possuem um *turbocompressor* que produz a compressão do ar antes de ele entrar no motor, fornecendo maior quantidade de massa por unidade de volume. Essa compressão rápida, essencialmente adiabática, também aquece o ar. Para aumentar ainda mais a compressão, o ar passa através de um *inter-resfriador*, onde troca calor com suas vizinhanças à pressão constante. A seguir, o ar é injetado nos cilindros. Em um mecanismo típico, o ar é conduzido ao turbocompressor sob pressão atmosférica ($1{,}01 \times 10^5$ Pa), com densidade $\rho = 1{,}23$ kg/m^3 e temperatura igual a 15,0 °C. Ele é comprimido adiabaticamente até $1{,}45 \times 10^5$ Pa. No inter-resfriador, ele é resfriado até sua temperatura original de 15,0 °C a uma pressão constante de $1{,}45 \times 10^5$ Pa. (a) Desenhe um diagrama PV para essa sequência de processos. (b) Se o volume de um dos cilindros for igual a 575 cm^3, qual será a massa de ar proveniente do inter-resfriador que encherá um cilindro à pressão de $1{,}45 \times 10^5$ Pa? Em comparação com a potência de um motor que recebe ar a uma pressão de $1{,}01 \times 10^5$ Pa à temperatura de 15,0 °C, qual é a porcentagem de aumento de potência obtida usando-se um turbocompressor e um inter-resfriador? (c) Caso o inter-resfriador não seja usado, qual a massa de ar proveniente do turbocompressor que encherá um cilindro à pressão de $1{,}45 \times 10^5$ Pa? Em comparação com a potência de um motor que recebe ar a uma pressão de $1{,}01 \times 10^5$ Pa e à temperatura de 15,0 °C, qual é a porcentagem de aumento de potência obtida usando-se apenas o turbocompressor?

Problemas com contexto

BIO GASES ANESTÉSICOS. Um tipo de mistura de gás usado na anestesiologia é uma mistura 50%/50% (por volume) de óxido nitroso (N_2O) e oxigênio (O_2), que pode ser pré-misturada e mantida em um cilindro para uso posterior. Como esses dois gases não reagem quimicamente a 2.000 psi ou abaixo disso, nas temperaturas ambientes típicas, eles formam uma única fase gasosa homogênea, que pode ser considerada um gás ideal. No entanto, se a temperatura cair para menos de −6 ºC, o N_2O pode começar a se condensar da fase gasosa. Então, qualquer gás removido do cilindro inicialmente será quase O_2 puro; à medida que o cilindro se esvazia, a proporção de O_2 diminui até que o gás vindo do cilindro seja quase N_2O puro.

19.63 Em um teste dos efeitos de baixas temperaturas sobre a mistura de gás, um cilindro cheio a 20,0 ºC e 2.000 psi (pressão manométrica) é resfriado lentamente e a pressão é monitorada. Qual é a pressão esperada a −5,00 ºC se o gás continuar sendo uma mistura homogênea? (a) 500 psi; (b) 1.500 psi; (c) 1.830 psi; (d) 1.920 psi.

19.64 Em outro teste, a válvula de um cilindro de 500 L cheio da mistura de gás a 2.000 psi (pressão manométrica) é totalmente aberta para que o gás saia do cilindro muito rapidamente. Por que algum N_2O se condensa durante esse processo? (a) Este é um processo isocórico em que a pressão diminui, de modo que a temperatura também diminui. (b) Por causa da rápida expansão, o calor é removido do sistema, de modo que a energia interna e a temperatura do gás diminuem. (c) Este é um processo isobárico, de modo que, quando o volume aumenta, a temperatura diminui proporcionalmente. (d) Com a rápida expansão, o gás em expansão realiza trabalho sem entrada de calor, de modo que a energia interna e a temperatura do gás diminuem.

19.65 Você tem um cilindro que contém 500 L da mistura de gás pressurizada a 2.000 psi (pressão manométrica). Um regulador define o fluxo de gás para entregar 8,2 L/min na pressão atmosférica. Suponha que esse fluxo seja lento o suficiente para que a expansão seja isotérmica e os gases permaneçam misturados. Quanto tempo levará para que o cilindro seja esvaziado? (a) 1 hora; (b) 33 horas; (c) 57 horas; (d) 140 horas.

19.66 Em um hospital, o oxigênio puro pode ser entregue a 50 psi (pressão manométrica) e depois misturado com N_2O. Que volume de oxigênio a 20 ºC e 50 psi (pressão manométrica) deve ser misturado com 1,7 kg de N_2O para obter uma mistura de 50%/50% por volume a 20 ºC? (a) 0,21 m^3; (b) 0,27 m^3; (c) 1,9 m^3; (d) 100 m^3.

RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

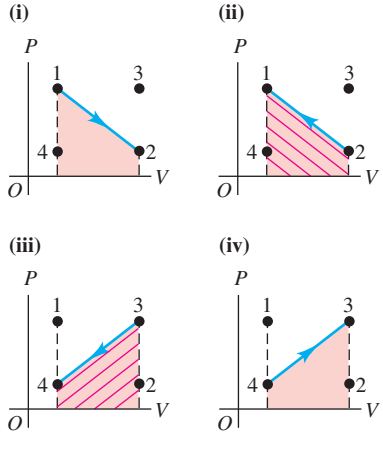
(ii) O trabalho realizado por um gás enquanto seu volume varia de V_1 a V_2 é igual à integral $\int P\,dV$ entre esses dois limites de volume. Se o volume do gás se contrai, o volume final V_2 é menor que o volume inicial V_1, e o gás realiza um trabalho negativo. Impulsionar a locomotiva exige que o gás realize um trabalho positivo, então o gás não contribui para a propulsão enquanto se contrai.

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

19.1 Respostas: negativo, positivo, positivo. O calor flui para fora do café, logo, $Q_{\text{café}} < 0$; o calor flui para dentro da xícara de alumínio, logo, $Q_{\text{alumínio}} > 0$. Em mecânica, diríamos que o trabalho negativo é realizado *sobre* o bloco, já que a superfície exerce uma força sobre o bloco que se opõe ao movimento dele. Mas, em termodinâmica, usamos a convenção oposta e dizemos que $W > 0$, o que significa que trabalho positivo é feito *pelo* bloco sobre a superfície.

19.2 Resposta: (ii). O trabalho realizado em uma expansão é representado pela área sob a curva da pressão P pelo volume V. Em uma expansão isotérmica, a pressão diminui enquanto o volume aumenta, logo, o diagrama PV se parece com a Figura 19.6a, e o trabalho realizado é igual à área sombreada sob a curva do ponto 1 ao ponto 2. Se, entretanto, a expansão for sob pressão constante, a curva de P por V seria igual à linha horizontal tracejada da pressão P_2 na Figura 19.6a. A área sob essa curva tracejada é menor que a área sob a curva em linha cheia em uma expansão isotérmica, portanto, menos trabalho é realizado na expressão isobárica que na expansão isotérmica.

19.3 Resposta: (i) e (iv) (empate), (ii) e (iii) (empate). A figura mostra os diagramas PV de cada um dos quatro processos. A área trapezoidal está sob a curva e, portanto, o valor absoluto do trabalho, é o mesmo nos quatro casos. Nos casos (i) e (iv) o volume aumenta, então o sistema realiza trabalho positivo à medida que se expande contra o meio ambiente. Nos casos (ii) e (iii), o volume diminui, então o sistema realiza trabalho negativo (mostrado pelas áreas tracejadas na diagonal) à medida que o meio ambiente se expande para dentro dele.



19.4 Resposta: (ii), (i) e (iv) (empate), (iii). Na expressão $\Delta U = Q - W$, Q é o calor *fornecido* ao sistema, e W é o trabalho realizado *pelo* sistema. Se calor é transferido do sistema para seu meio ambiente, Q é negativo; se o trabalho é realizado sobre o sistema, W é negativo. Assim, temos (i) $Q = -250$ J, $W = -250$ J, $\Delta U = -250\text{ J} - (-250\text{ J}) = 0$; (ii) $Q = 250$ J, $W = -250$ J, $\Delta U = 250\text{ J} - (-250\text{ J}) = 500$ J; (iii) $Q = -250$ J, $W = 250$ J, $\Delta U = -250\text{ J} - 250\text{ J} = -500$ J; e (iv) $Q = 250$ J, $W = 250$ J, $\Delta U = 250\text{ J} - 250\text{ J} = 0$.

19.5 Respostas: $1 \to 4$ e $3 \to 2$ são isocóricas; $1 \to 3$ e $4 \to 2$ são isobáricas; não. Em um diagrama PV como os da Figura 19.7, os processos isocóricos são representados por retas verticais (volume constante) e os processos isobáricos são representados por retas horizontais (pressão constante). O processo $1 \to 2$ na Figura 19.7 é mostrado como uma linha curva, que lembra superficialmente os processos adiabático e isotérmico de um gás ideal da Figura 19.16. Sem mais informações, não temos como saber se o processo $1 \to 2$ é isotérmico, adiabático ou nenhum dos dois.

19.6 Resposta: não. Usando o modelo de um sólido na Figura 18.20, vemos que a energia interna de um sólido depende *realmente* de seu volume. Comprimir o sólido significa comprimir as "molas" entre os átomos, aumentando, assim, sua energia potencial armazenada e, consequentemente, a energia interna do sólido.

19.7 Resposta: (i). Para um dado número de moles n e uma dada variação de temperatura ΔT, a quantidade de calor que deve ser transferida a partir de um volume fixo de ar é $Q = nC_V\Delta T$. Assim, a quantidade de calor necessária é a menor para o gás com o menor valor de C_V. Conforme a Tabela 19.1, o valor de C_V é menor para os gases monoatômicos.

19.8 Resposta: (ii), (iv), (i) e (iii) (empate). As amostras (i) e (iii) são comprimidas isotermicamente, portanto, PV = constante. O volume de cada amostra diminui à metade de seu valor inicial, portanto, a pressão final é o dobro da inicial. As amostras (ii) e (iv) são comprimidas adiabaticamente, então PV^γ = constante e a pressão aumenta de um fator de 2^γ. A amostra (ii) é um gás monoatômico em que $\gamma = \frac{5}{3}$, logo, sua pressão final é $2^{5/3} = 3{,}17$ vezes maior que a inicial. A amostra (iv) é um gás diatômico em que $\gamma = \frac{7}{5}$, então sua pressão final é maior que a pressão inicial por um fator de $2^{7/5} = 2{,}64$.

Problema em destaque

(a) $$W = nRT\ln\left[\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb}\right] + an^2\left[\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right]$$

(b) (i) $W = 2{,}80 \times 10^3$ J, (ii) $W = 3{,}11 \times 10^3$ J

(c) Gás ideal, para o qual não existe atração entre as moléculas

? A segunda lei da termodinâmica diz que o calor flui naturalmente de um corpo quente (como uma lava derretida, aqui mostrada fluindo para o oceano, no Havaí) para um corpo frio (como a água do oceano, que é aquecida e gera vapor). Será que existe *alguma* possibilidade de o calor passar de um corpo frio para um corpo quente? (i) Sim, não importa qual seja a diferença de temperatura; (ii) sim, mas somente para certas diferenças de temperatura; (iii) não; (iv) a resposta depende da composição dos dois corpos.

20 A SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- **20.1** A diferença entre processos reversíveis e irreversíveis.
- **20.2** O que é máquina térmica e como calcular sua eficiência.
- **20.3** A física das máquinas de combustão interna.
- **20.4** Como os refrigeradores e as máquinas térmicas se relacionam, e como analisar o desempenho de um refrigerador.
- **20.5** Como a segunda lei da termodinâmica estabelece limites à eficiência das máquinas e ao desempenho dos refrigeradores.
- **20.6** Como fazer cálculos envolvendo o ciclo ideal de Carnot para máquinas e refrigeradores.
- **20.7** O que significa a entropia e como usar esse conceito para analisar processos termodinâmicos.
- **20.8** Como usar o conceito de estados microscópicos para entender a entropia.

Revendo conceitos de:

- **17.3** A escala Kelvin.
- **18.3** A constante de Boltzmann.
- **19.1-19.8** Processos termodinâmicos; primeira lei da termodinâmica; expansão livre de um gás.

Muitos processos termodinâmicos ocorrem naturalmente em um dado sentido, mas não em sentido oposto. Por exemplo, o calor sempre flui de um corpo quente para um corpo frio, nunca em sentido contrário. O fluxo de calor de um corpo frio para um corpo quente não violaria a primeira lei da termodinâmica; a energia seria conservada. Porém, isso não ocorre na natureza. Por que não? Como outro exemplo, note que é fácil converter completamente energia mecânica em calor; isso ocorre sempre que usamos o freio para parar um carro. Indo no sentido inverso, existem muitos dispositivos que convertem *parcialmente* o calor em energia mecânica. (O motor de um automóvel é um exemplo.) Porém, nem o mais inteligente inventor conseguiu construir uma máquina capaz de converter *completamente* uma quantidade de calor em energia mecânica. Novamente, por que não?

A resposta para essas duas perguntas diz respeito aos *sentidos* dos processos termodinâmicos, e é dada pela *segunda lei da termodinâmica*. Essa lei determina limites fundamentais para a eficiência de uma máquina ou de uma usina elétrica. Ela também estipula limites para a energia mínima que deve ser fornecida a um refrigerador. Logo, a segunda lei é diretamente relevante para muitos problemas práticos importantes.

Podemos também enunciar a segunda lei em termos do conceito de *entropia*, uma grandeza que mede o grau de aleatoriedade de um sistema. A ideia de entropia ajuda a entender por que a tinta que se mistura com água não pode jamais ser separada espontaneamente, e qual é a razão pela qual uma grande quantidade de processos aparentemente possíveis nunca ocorre na natureza.

20.1 SENTIDO DE UM PROCESSO TERMODINÂMICO

Os processos termodinâmicos que ocorrem na natureza são todos **processos irreversíveis**. Esses processos são aqueles que ocorrem em um determinado

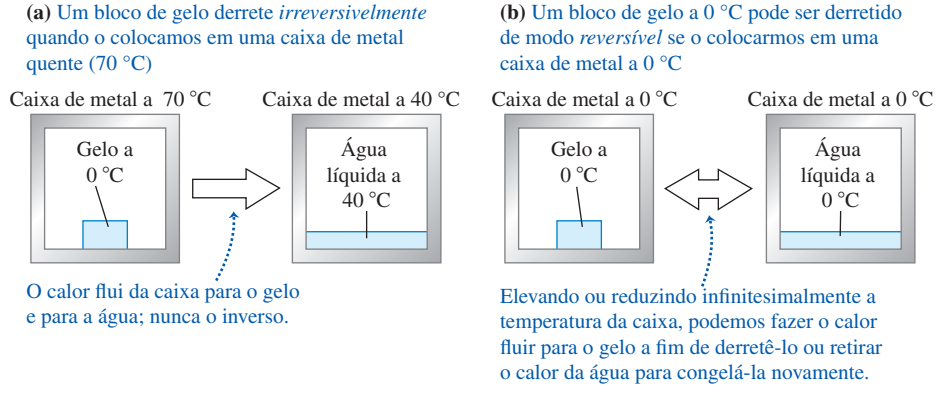
sentido, porém não no sentido contrário (**Figura 20.1a**). O fluxo de calor de um corpo quente para um corpo mais frio ocorre irreversivelmente, como no caso da expansão livre de um gás estudada nas seções 19.3 e 19.6. Quando um livro desliza sobre uma mesa, sua energia mecânica é convertida em calor pelo atrito; esse processo é irreversível, pois ninguém jamais observou o processo inverso (no qual um livro em repouso sobre a mesa começasse a se mover espontaneamente e a temperatura do livro e da mesa começasse a diminuir). O principal tópico deste capítulo é a *segunda lei da termodinâmica*, que determina qual é o sentido preferencial desses processos.

Apesar desse sentido preferencial de todo processo natural, podemos imaginar uma classe de processos idealizados que *poderiam* ser reversíveis. Um sistema que realiza esse **processo reversível** ideal está sempre próximo do equilíbrio termodinâmico com as vizinhanças e no interior do próprio sistema. Qualquer mudança de estado que ocorra pode ser invertida (forçada a realizar-se no sentido contrário), produzindo-se variações infinitesimais nas condições do sistema. Por exemplo, o fluxo de calor entre dois corpos com uma diferença de temperatura infinitesimal entre si pode ser invertido variando apenas levemente uma ou outra temperatura (Figura 20.1b).

Processos reversíveis são, portanto, **processos de equilíbrio**, nos quais o sistema está sempre em equilíbrio termodinâmico. Obviamente, se um sistema está *realmente* em equilíbrio termodinâmico, não pode ocorrer nenhuma mudança no estado do sistema. O calor não poderia fluir nem para dentro nem para fora de um sistema que tivesse uma temperatura rigorosamente constante em todos os seus pontos, e um sistema que estivesse realmente em equilíbrio mecânico não poderia realizar nenhum trabalho sobre suas vizinhanças. Um processo reversível é uma idealização que não pode ser realizada com precisão no mundo real. Entretanto, fazendo o gradiente de pressão e o gradiente de temperatura muito pequenos, podemos manter o sistema muito próximo de seu estado de equilíbrio, e o processo pode se tornar aproximadamente reversível.

Em contraste, o fluxo de calor com diferença de temperatura finita, a expansão livre de um gás e a conversão de trabalho em calor pelo atrito são todos processos *irreversíveis*; nenhuma pequena variação seria capaz de fazer esses sistemas sofrerem um processo inverso. Todos eles também são processos de *não equilíbrio*, nos quais o sistema não está em equilíbrio termodinâmico em nenhuma etapa do processo, e somente atinge o equilíbrio no final do processo.

Figura 20.1 Processos reversíveis e irreversíveis.



Desordem e processos termodinâmicos

O *estado aleatório* ou o grau de *desordem* do estado final de um sistema pode ser relacionado ao sentido da realização de um processo. Por exemplo, imagine uma tarefa de organização monótona, como colocar em ordem alfabética milhares de nomes impressos em cartões de arquivos. Jogue para o ar o conjunto todo dos

cartões que estavam em ordem alfabética, e eles provavelmente chegarão ao solo em um estado aleatório ou desordenado. Na expansão livre de um gás, discutida nas seções 19.3 e 19.6, o ar está mais desordenado depois que se expande para o recipiente inteiro do que quando estava contido somente em um dos lados do recipiente; do mesmo modo, suas roupas ficam mais desordenadas quando estão espalhadas no chão de seu quarto do que quando estavam arrumadas no interior do armário.

Analogamente, a energia cinética macroscópica é a energia associada ao movimento organizado e coordenado de muitas moléculas, porém, a transferência de calor envolve variações de energia do estado aleatório, ou movimento molecular desordenado. Logo, a conversão de energia mecânica em calor envolve aumento de desordem ou aleatoriedade do sistema.

Nas seções seguintes, apresentaremos a segunda lei da termodinâmica considerando duas grandes classes de dispositivo: as *máquinas térmicas*, que convertem trabalho em calor com êxito parcial, e os *refrigeradores*, que transportam o calor de um corpo frio para um corpo mais quente com êxito parcial.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 20.1 A sua mão direita e a sua mão esquerda normalmente estão à mesma temperatura, exatamente como a caixa de metal e o gelo na Figura 20.1b. Esfregar as mãos uma na outra para aquecê-las é (i) um processo reversível ou (ii) um processo irreversível? I

20.2 MÁQUINAS TÉRMICAS

A essência de nossa sociedade tecnológica é a capacidade de utilizar fontes de energia além da mera força muscular. Algumas vezes, a energia mecânica está disponível diretamente; a força da água e do vento são exemplos disso. Mas a maior parte de nossa energia vem da queima de combustíveis fósseis (carvão, petróleo e gás) e de reações nucleares. Elas fornecem a energia que é transferida como *calor*, usado diretamente no aquecimento de edifícios, para cozinhar, e em processos químicos; contudo, para impulsionar um veículo ou para fazer qualquer máquina funcionar, necessitamos de energia *mecânica*.

Assim, é importante saber como obter calor de uma fonte e converter a maior parcela possível desse calor em energia mecânica ou trabalho. Isso é o que ocorre nos motores a gasolina de automóveis, em um motor a jato de um avião, na turbina a vapor de uma usina termelétrica e em muitos outros sistemas. Processos relacionados a esses ocorrem no reino animal: a energia do alimento é "queimada" (ou seja, os carboidratos se combinam com o oxigênio e a reação produz água, dióxido de carbono e energia) e parcialmente convertida em energia mecânica quando o músculo de um animal realiza trabalho sobre o ambiente.

Qualquer dispositivo que transforma calor parcialmente em trabalho ou em energia mecânica denomina-se **máquina térmica** (**Figura 20.2**). Geralmente, uma quantidade de matéria no interior da máquina recebe ou rejeita calor, se expande e se comprime, e algumas vezes sofre transições de fase. Essa matéria é chamada de **substância de trabalho** da máquina. Em máquinas de combustão interna, como as usadas em automóveis, a substância de trabalho é a mistura de combustível com ar; na turbina a vapor, a substância de trabalho é a água.

O tipo mais simples de máquina que vamos analisar é aquela cuja substância de trabalho sofre um **processo cíclico**, uma sequência de processos que, ao final, reconduzem a substância a seu estado inicial. Em uma turbina a vapor, a água é reciclada e usada indefinidamente. A máquina de combustão interna não usa sempre o mesmo ar; ainda assim, podemos analisar esse tipo de máquina em termos do processo cíclico aproximadamente igual à operação real.

Figura 20.2 Todos os veículos motorizados que não sejam puramente elétricos utilizam máquinas térmicas para a propulsão. (Veículos híbridos usam seu motor de combustão interna para ajudar a carregar as baterias para o motor elétrico.)

Reservatório quente e reservatório frio

Todas as máquinas térmicas *absorvem* calor de uma fonte a temperaturas relativamente altas, realizam algum trabalho mecânico e *descartam* ou *rejeitam* algum

calor a uma temperatura mais baixa. Do ponto de vista da máquina, o calor rejeitado é desperdiçado. No motor de combustão interna, o calor desperdiçado é o liberado nos gases quentes de exaustão e no sistema de resfriamento; em uma turbina a vapor, é o calor que precisa ser transferido a partir do vapor usado para condensar e reciclar a água.

Quando um sistema executa um processo cíclico, sua energia interna inicial é igual à energia interna final, de modo que a primeira lei da termodinâmica exige que

$$U_2 - U_1 = 0 = Q - W \quad \text{logo,} \quad Q = W$$

Ou seja, o calor total que flui para o interior da máquina durante o ciclo é igual ao trabalho líquido realizado pela máquina.

Quando analisamos máquinas térmicas, é útil pensar em dois corpos que podem interagir com a substância de trabalho. Um deles, denominado *reservatório quente*, representa a fonte de calor; ele pode fornecer à substância de trabalho grandes quantidades de calor a uma temperatura constante T_H sem alterar significativamente sua própria temperatura. O outro corpo, chamado de *reservatório frio*, pode absorver grandes quantidades do calor rejeitado pela máquina a uma temperatura constante T_C. Em uma turbina a vapor, as chamas e os gases quentes na caldeira constituem o reservatório quente, e a água fria e o ar empregados para condensar e resfriar o vapor usado constituem o reservatório frio.

Vamos designar por Q_H o calor transferido para o reservatório quente e por Q_C o calor transferido para o reservatório frio. O calor Q é positivo quando transferido para o *interior* da substância de trabalho, e negativo quando deixa a substância de trabalho. Logo, em uma máquina térmica, Q_H é positivo, mas Q_C é negativo porque representa um calor que *sai* da substância de trabalho. Essa convenção de sinais é coerente com as regras que formulamos na Seção 19.1; continuaremos a usar aquelas regras aqui. Geralmente, as relações tornam-se mais claras quando as escrevemos em termos dos valores absolutos de Q e W, pois valores absolutos são sempre positivos.

Diagramas do fluxo de energia e da eficiência

Podemos representar as transformações de energia em uma máquina térmica usando um *diagrama do fluxo de energia*, como mostra a **Figura 20.3**. A máquina é indicada pelo círculo. A quantidade de calor Q_H fornecida para a máquina pela fonte quente é proporcional à largura do "tubo" que entra na máquina na parte superior do diagrama. A largura do tubo na saída da máquina na parte inferior é proporcional ao módulo $|Q_C|$ do calor rejeitado na etapa de exaustão. O ramo que sai da máquina pelo lado direito representa a parcela do calor fornecido que a máquina converte em trabalho mecânico, W.

Quando uma máquina térmica repete indefinidamente o mesmo ciclo, Q_H e Q_C representam, respectivamente, o calor absorvido e o calor rejeitado pela máquina *durante um ciclo*; Q_H é positivo e Q_C é negativo. O calor *total* Q absorvido por ciclo é

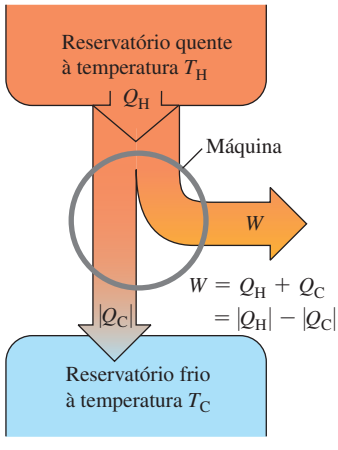
$$Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C| \tag{20.1}$$

A saída útil da máquina é o trabalho líquido W realizado pela substância de trabalho. De acordo com a primeira lei,

$$W = Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C| \tag{20.2}$$

Idealmente, gostaríamos que *todo* o calor Q_H fosse convertido em trabalho; nesse caso, teríamos $Q_H = W$ e $Q_C = 0$. A experiência mostra que isso é impossí-

Figura 20.3 Diagrama esquemático do fluxo de energia de uma máquina térmica.



vel; sempre existe um calor desperdiçado, e Q_C *nunca é igual a zero*. A definição de **eficiência térmica** de uma máquina, designada pela letra e, é dada pela razão

$$e = \frac{W}{Q_H} \tag{20.3}$$

A eficiência térmica e representa a fração do calor Q_H que *é* convertida em trabalho. Em outras palavras, e é o que você recebe dividido pelo que você pagou. Esse valor é sempre menor que um, como costuma acontecer! Em termos do diagrama de fluxo apresentado na Figura 20.3, a máquina mais eficiente é aquela na qual o tubo que representa o trabalho realizado é o mais largo possível, e o tubo da exaustão, que representa o calor rejeitado, é o mais estreito possível.

Quando substituímos as duas expressões de W fornecidas pela Equação 20.2 na Equação 20.3, obtemos as seguintes expressões equivalentes para a eficiência e:

Trabalho realizado pela máquina — Calor rejeitado pela máquina

Eficiência térmica de uma máquina

$$e = \frac{W}{Q_H} = 1 + \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \left|\frac{Q_C}{Q_H}\right| \tag{20.4}$$

Calor absorvido pela máquina

Note que e é o quociente entre duas energias e, portanto, é um número puro sem unidades. Naturalmente, sempre é necessário usar as mesmas unidades para W, Q_H e Q_C.

BIO Aplicação Eficiência biológica Embora um organismo biológico não seja uma máquina térmica, o conceito de eficiência ainda pode ser aplicado. Aqui, e é a razão do trabalho realizado pela energia usada para realizar esse trabalho. Para se exercitar em uma bicicleta ergométrica, primeiro seu corpo precisa converter a energia da cadeia química da glicose em energia da cadeia química da ATP (adenosina trifosfato), depois converter a energia das ATP em movimento dos músculos da perna, e finalmente converter o movimento muscular em movimento dos pedais. A eficiência geral desse processo inteiro é de apenas cerca de 25%. Os 75% restantes da energia liberada da glicose vão para o aquecimento do seu corpo.

ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 20.1 MÁQUINAS TÉRMICAS

Problemas envolvendo máquinas térmicas são, acima de tudo, problemas sobre a primeira lei da termodinâmica. Assim, sugerimos que você releia a Estratégia para a solução de problemas 19.1 (Seção 19.4).

IDENTIFICAR *os conceitos relevantes:* uma máquina térmica é qualquer dispositivo que converta calor parcialmente em trabalho, como mostra o esquema da Figura 20.3. Veremos, na Seção 20.4, que um refrigerador é essencialmente uma máquina térmica funcionando ao contrário; então, muitas das mesmas ideias aqui discutidas aplicam-se a ele também.

PREPARAR *o problema* como sugerido na Estratégia para a solução de problemas 19.1. Use a Equação 20.4 se a eficiência térmica da máquina for relevante. Desenhe um diagrama do fluxo de energia, como o da Figura 20.3.

EXECUTAR *a solução* da seguinte forma:

1. Tome muito cuidado com a convenção de sinais de W e Q. W é positivo quando o sistema se expande e realiza trabalho, e negativo quando o sistema é comprimido e o trabalho é realizado sobre ele. O valor de Q é positivo quando o calor entra no sistema e negativo quando representa o calor que sai do sistema. Quando você verifica que uma grandeza é negativa, como Q_C na discussão anterior, algumas vezes é conveniente escrevê-la como $Q_C = -|Q_C|$.
2. A potência é o trabalho por unidade de tempo ($P = W/t$), e a taxa de transferência de calor (fluxo de calor) H é o calor transferido por unidade de tempo ($H = Q/t$). Algumas vezes ajuda perguntar: "Qual é o valor de W ou de Q em um segundo (ou em uma hora)?".
3. Seguindo os passos 1 e 2 anteriores, identifique as variáveis-alvo do problema.

AVALIAR *sua resposta:* use a primeira lei da termodinâmica para verificar seus resultados, prestando especial atenção aos sinais algébricos.

EXEMPLO 20.1 ANALISANDO UMA MÁQUINA TÉRMICA

O motor a gasolina de um caminhão grande consome 10.000 J de calor e realiza 2.000 J de trabalho mecânico em cada ciclo. O calor é obtido pela queima de gasolina com calor de combustão $L_C = 5{,}0 \times 10^4$ J/g. (a) Qual é a eficiência térmica dessa máquina? (b) Qual é a quantidade de calor rejeitada em cada ciclo? (c) Se o motor completa 25 ciclos por segundo, qual é a potência fornecida em watts? E em hp? (d) Qual a quantidade de gasolina queimada em cada ciclo? (e) Qual a quantidade de gasolina queimada por segundo? E por hora?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este é um problema sobre uma máquina térmica, então podemos usar as ideias discutidas nesta seção. A **Figura 20.4** é nosso esboço do diagrama de fluxo de energia em um ciclo da máquina. O problema informa a quantidade de trabalho realizada pela máquina por ciclo ($W = 2.000$ J) e a quantidade de calor recebida pela máquina por ciclo ($Q_H = 10.000$ J). Usamos, então, a Equação 20.4, na forma $e = W/Q_H$, para encontrar a eficiência térmica. Usamos a Equação 20.2 para

(*Continua*)

(*Continuação*)
descobrir a quantidade de calor Q_C rejeitada por ciclo. O calor de combustão nos diz quanta gasolina é preciso queimar por ciclo e, portanto, por unidade de tempo. A potência de saída é a taxa do tempo em que o trabalho W é realizado.

EXECUTAR: (a) pela primeira expressão na Equação 20.4, a eficiência térmica é

$$e = \frac{W}{Q_H} = \frac{2.000\ \text{J}}{10.000\ \text{J}} = 0{,}20 = 20\%$$

(b) Pela Equação 20.2, $W = Q_H + Q_C$, portanto

$$Q_C = W - Q_H = 2.000\ \text{J} - 10.000\ \text{J} = -8.000\ \text{J}$$

Ou seja, 8.000 J de calor deixam a máquina durante cada ciclo.
(c) A potência P é igual ao trabalho por ciclo multiplicado pelo número de ciclos por segundo:

$$P = (2.000\ \text{J/ciclo})\ (25\ \text{ciclos/s}) = 50.000\ \text{W} = 50\ \text{kW}$$

$$= (50.000\ \text{W})\ \frac{1\ \text{hp}}{746\ \text{W}} = 67\ \text{hp}$$

(d) Seja m a massa da gasolina queimada durante cada ciclo. Então, $Q_H = mL_c$ e

$$m = \frac{Q_H}{L_c} = \frac{10.000\ \text{J}}{5{,}0 \times 10^4\ \text{J/g}} = 0{,}20\ \text{g}$$

(e) A massa de gasolina queimada por segundo é a massa por ciclo multiplicada pelo número de ciclos por segundo:

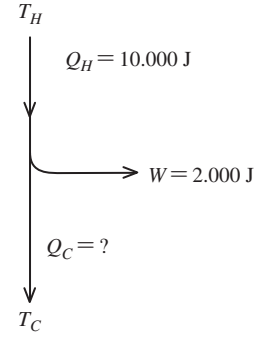
$$(0{,}20\ \text{g/ciclo})\ (25\ \text{ciclos/s}) = 5{,}0\ \text{g/s}$$

A massa queimada por hora é

$$(5{,}0\ \text{g/s})\ \frac{3.600\ \text{s}}{1\text{h}} = 18.000\ \text{g/h} = 18\ \text{kg/h}$$

AVALIAR: uma eficiência de 20% é bastante comum para automóveis e caminhões se W incluir somente o trabalho entregue às rodas. Podemos verificar a massa queimada por hora expressando-a em uma grandeza mais familiar, como quilômetros por litro. A densidade da gasolina é aproximadamente 0,70 g/cm^3, o que equivale a 25.700 cm^3, ou 25,7 L de gasolina por hora. Caso o caminhão esteja se deslocando a 88 km/h, isso representa um consumo de combustível da ordem de 3,4 km/L. Esse consumo é substancialmente maior que o de um carro de passeio, mas normal para grandes caminhões.

Figura 20.4 Esboço deste problema.

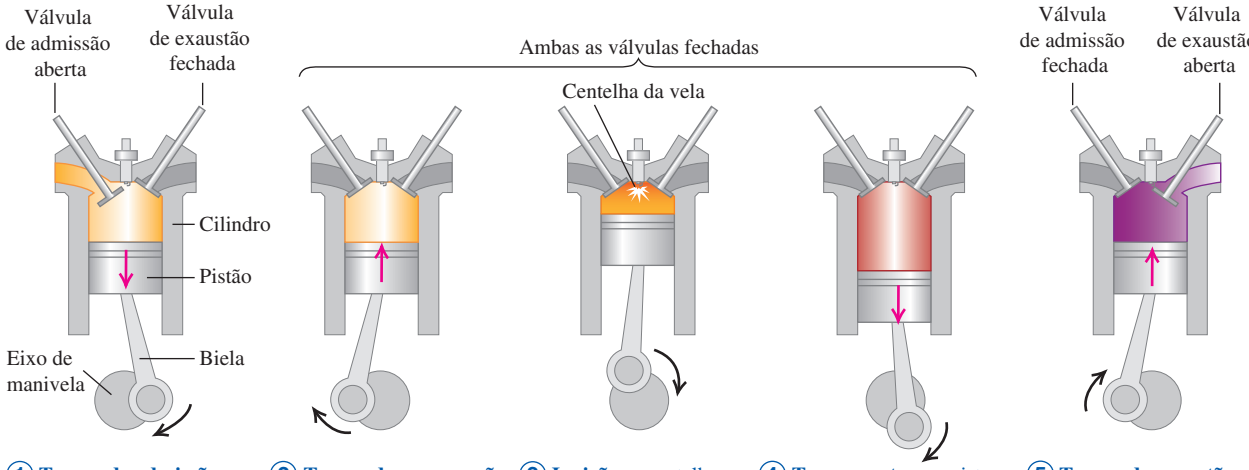


TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 20.2 Coloque as seguintes máquinas térmicas em ordem da mais alta à mais baixa eficiência térmica. (i) Uma máquina que absorve 5.000 J de calor e rejeita 4.500 J de calor em um ciclo; (ii) uma máquina que absorve 25.000 J de calor e realiza 2.000 J de trabalho em um ciclo; (iii) uma máquina que realiza 400 J de trabalho e rejeita 2.800 J de calor em um ciclo. ❙

20.3 MÁQUINAS DE COMBUSTÃO INTERNA

O motor a gasolina, usado em automóveis e em muitas outras máquinas, é um exemplo familiar de máquina térmica. Vamos analisar sua eficiência térmica. A **Figura 20.5** mostra a operação de um tipo de motor a gasolina. Inicialmente, uma mistura de ar e vapor de gasolina flui para o interior de um cilindro através da abertura de uma válvula de admissão enquanto o pistão desce, fazendo o volume do cilindro aumentar de um valor mínimo V (quando o pistão está em seu curso superior) até um volume máximo rV (quando o pistão está em seu curso inferior). A quantidade r denomina-se **razão de compressão**; nos automóveis modernos, essa razão apresenta valores da ordem de 8 a 10. No final desse *tempo de admissão*, a válvula de admissão se fecha e a mistura passa a ser comprimida de modo aproximadamente adiabático, até atingir o volume V durante o *tempo de compressão*. A seguir, a mistura sofre ignição causada por uma centelha e o gás se expande, de modo aproximadamente adiabático, voltando ao volume rV, empurrando o pistão e realizando trabalho; essa etapa é o *tempo motor* ou *tempo de potência*. Finalmente, a válvula de exaustão se abre e os produtos da combustão são empurrados para fora (durante o *tempo de exaustão*), deixando o cilindro livre para o próximo tempo de admissão.

Figura 20.5 Ciclo de um motor de combustão interna com quatro tempos.



① **Tempo de admissão:** o pistão move-se para baixo, produzindo um vácuo parcial no cilindro; a mistura de ar e gasolina entra através da válvula de admissão.

② **Tempo de compressão:** a válvula de admissão se fecha e a mistura é comprimida à medida que o pistão sobe.

③ **Ignição:** a centelha da vela produz ignição da mistura.

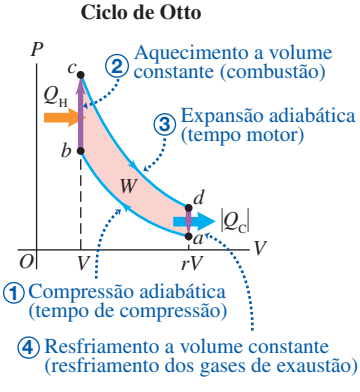
④ **Tempo motor:** a mistura quente empurra o pistão para baixo.

⑤ **Tempo de exaustão:** a válvula de exaustão abre-se e o pistão se move para cima, empurrando a mistura queimada para fora do cilindro; depois o ciclo se repete.

Ciclo de Otto

A **Figura 20.6** é um diagrama *PV* de um modelo idealizado dos processos termodinâmicos que ocorrem em um motor a gasolina. Esse modelo é chamado de **ciclo de Otto**. A mistura de ar e gasolina entra no ciclo no ponto *a*. A mistura é comprimida adiabaticamente até o ponto *b* e, a seguir, sofre ignição. O calor Q_H é fornecido ao sistema pela queima de gasolina ao longo da linha *bc*, e o tempo no qual o trabalho é realizado é a expansão adiabática até o ponto *d*. O gás é resfriado até a temperatura do ar externo ao longo da linha *da*; durante esse processo, o calor $|Q_C|$ é rejeitado. Esse gás deixa a máquina como gás de exaustão e não retorna para o sistema. Porém, como uma quantidade equivalente de ar e gasolina entra no sistema, podemos considerar o processo cíclico.

Figura 20.6 Diagrama *PV* de um ciclo de Otto, modelo do ciclo idealizado dos processos termodinâmicos em um motor a gasolina.



Podemos calcular a eficiência desse ciclo ideal. Os processos *bc* e *da* ocorrem a volume constante, de modo que os calores Q_H e Q_C relacionam-se de modo simples com as temperaturas nos pontos *a*, *b*, *c* e *d*:

$$Q_H = nC_V(T_c - T_b) > 0$$
$$Q_C = nC_V(T_a - T_d) < 0$$

A eficiência térmica é dada pela Equação 20.4. Substituindo a expressão anterior e cancelando o fator comum nC_V, obtemos

$$e = \frac{Q_H + Q_C}{Q_H} = \frac{T_c - T_b + T_a - T_d}{T_c - T_b} \tag{20.5}$$

Para simplificar ainda mais essa expressão, podemos usar a relação entre a temperatura e o volume para um processo adiabático de um gás ideal, Equação 19.22. Para os dois processos adiabáticos *ab* e *cd*, achamos

$$T_a(rV)^{\gamma-1} = T_b V^{\gamma-1} \quad \text{e} \quad T_d(rV)^{\gamma-1} = T_c V^{\gamma-1}$$

onde γ é a razão dos calores específicos para o gás no motor (ver Seção 19.7). Dividimos cada uma das expressões anteriores pelo fator comum $V^{\gamma-1}$ e substituímos as relações obtidas para T_b e T_c na Equação 20.5. O resultado é

$$e = \frac{T_d r^{\gamma-1} - T_a r^{\gamma-1} + T_a - T_d}{T_d r^{\gamma-1} - T_a r^{\gamma-1}} = \frac{(T_d - T_a)(r^{\gamma-1} - 1)}{(T_d - T_a) r^{\gamma-1}}$$

Eliminando o fator comum $(T_d - T_a)$, encontramos

Eficiência térmica no ciclo de Otto

$$e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \qquad (20.6)$$

Razão de compressão; Razão dos calores específicos

A eficiência térmica dada pela Equação 20.6 é sempre menor que a unidade, mesmo no caso de um modelo idealizado. Considerando $r = 8$ e $\gamma = 1{,}4$ (o valor para o ar), a eficiência teórica é $e = 0{,}56$ ou 56%. A eficiência pode aumentar elevando-se o valor de r. Contudo, isso também faz aumentar a temperatura no final do processo adiabático da compressão da mistura ar−combustível. Quando a temperatura é muito elevada, a mistura pode explodir espontaneamente durante a compressão, em vez de quando a centelha da vela produz a ignição. Esse fenômeno, que se chama *pré-ignição* ou *detonação*, produz um forte som de pancada e pode danificar o motor. A taxa de octanagem da gasolina mede suas qualidades antidetonantes. A razão de compressão prática máxima da gasolina de octanagem elevada, ou *premium,* é de aproximadamente 10 a 13.

O ciclo de Otto, que acabamos de descrever, é um modelo altamente idealizado. Ele supõe que a mistura se comporte como um gás ideal; despreza o atrito, a turbulência, a perda de calor para as paredes do cilindro e muitos outros efeitos que se combinam para reduzir a eficiência da máquina real. As eficiências dos motores de gasolina reais são tipicamente da ordem de 35%.

Ciclo diesel

O ciclo do motor a diesel é semelhante ao do motor a gasolina. A diferença mais importante é que não existe combustível no cilindro no início do tempo de compressão. Um pouco antes do início do tempo de potência, os injetores começam a injetar o combustível diretamente no cilindro, com velocidade suficiente para manter a pressão constante durante a primeira parte do tempo de potência. Em virtude da elevada temperatura resultante da compressão adiabática, o combustível explode espontaneamente ao ser injetado; não é necessário usar nenhuma vela de ignição.

O **ciclo diesel** idealizado é representado na **Figura 20.7**. Começando no ponto a, o ar é comprimido adiabaticamente até o ponto b, aquecido à pressão constante até o ponto c, expandido adiabaticamente até o ponto d e resfriado a volume constante até o ponto a. Como não existe nenhum combustível no cilindro durante a maior parte do tempo de compressão, não pode ocorrer pré-ignição; logo, a razão de compressão r pode ser muito maior que a de um motor a gasolina. Isso faz a eficiência aumentar e garante uma ignição confiável quando o combustível é injetado (por causa da temperatura elevada atingida durante a compressão adiabática). Valores de r em torno de 15 a 20 são normais; com esses valores e com $\gamma = 1{,}4$, a eficiência teórica de um ciclo diesel idealizado é cerca de 0,65 até 0,70. Do mesmo modo que no ciclo de Otto, a eficiência real é bem menor que essa. Embora os motores a diesel sejam bastante eficientes, eles precisam ser construídos com uma precisão muito maior que os motores a gasolina, e seu sistema de injeção de combustível exige manutenção rigorosa.

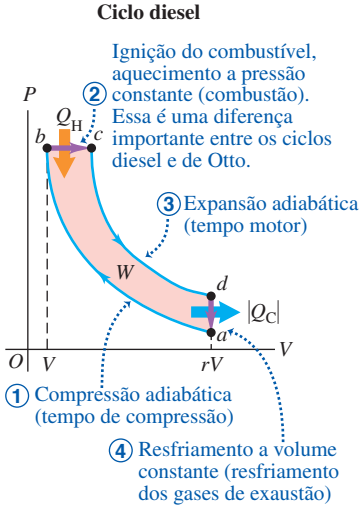


Figura 20.7 Diagrama *PV* de um ciclo diesel ideal.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 20.3 Em um motor de ciclo de Otto com cilindros de um tamanho fixo e uma razão de compressão fixa, quais dos seguintes aspectos do diagrama *PV* da Figura 20.6 mudariam se você dobrasse a quantidade de combustível queimada por ciclo? (Pode haver mais de uma resposta correta.) (i) A distância vertical entre os pontos b e c; (ii) a distância vertical entre os pontos a e d; (iii) a distância horizontal entre os pontos b e a.

20.4 REFRIGERADORES

Podemos dizer que um **refrigerador** é uma máquina térmica funcionando com um ciclo invertido. Uma máquina térmica recebe calor de uma fonte quente e o rejeita para um local mais frio. Um refrigerador faz exatamente o contrário: recebe calor de uma fonte fria (a parte interna do refrigerador) e o transfere para uma fonte quente (geralmente o ar externo no local onde o refrigerador se encontra). A máquina térmica *fornece* um trabalho mecânico líquido; o refrigerador precisa *receber* um trabalho mecânico líquido. Usando as convenções de sinais da Seção 20.2, Q_C é positivo para um refrigerador, porém W e Q_H são negativos; logo, $|W| = -W$ e $|Q_H| = -Q_H$.

A **Figura 20.8** mostra um diagrama do fluxo de energia de um refrigerador. De acordo com a primeira lei da termodinâmica, em um processo cíclico,

$$Q_H + Q_C - W = 0 \quad \text{ou} \quad -Q_H = Q_C - W$$

porém, como Q_H e W são negativos,

$$|Q_H| = Q_C + |W| \tag{20.7}$$

Logo, como o diagrama mostra, o calor $|Q_H|$ que deixa a substância de trabalho e se transfere para o reservatório quente é sempre *maior* que o calor Q_C retirado do reservatório frio. Observe que a seguinte relação envolvendo os valores absolutos

$$|Q_H| = |Q_C| + |W| \tag{20.8}$$

é válida tanto no caso da máquina térmica quanto no do refrigerador.

De um ponto de vista econômico, o melhor ciclo de refrigeração é aquele que remove a maior quantidade de calor $|Q_C|$ do interior do refrigerador para o menor trabalho realizado, $|W|$. A razão relevante é, portanto, $|Q_C|/|W|$; quanto maior for essa razão, melhor será o refrigerador. Essa razão é chamada de **coeficiente de desempenho**, designado por K. De acordo com a Equação 20.8, $|W| = |Q_H| - |Q_C|$, obtemos

Coeficiente de desempenho de um refrigerador

$$K = \frac{|Q_C|}{|W|} = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|} \tag{20.9}$$

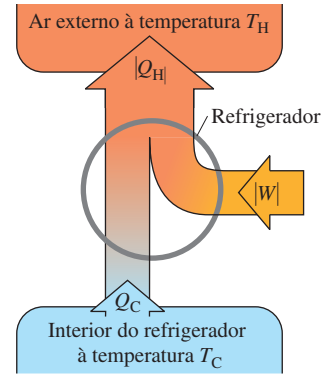
Calor removido de dentro do refrigerador

Calor rejeitado para o ar externo

Entrada de trabalho do refrigerador

Como sempre, medimos Q_H, Q_C e W com as mesmas unidades de energia; logo, K é um número puro sem dimensões.

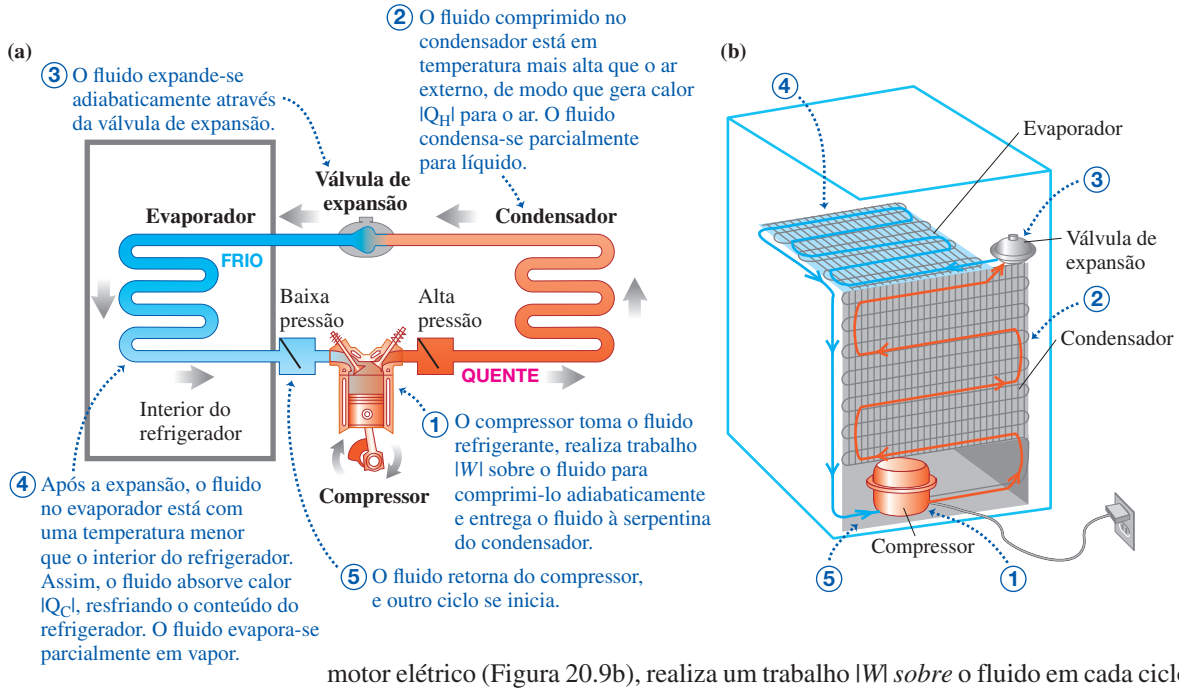
Figura 20.8 Diagrama esquemático do fluxo de energia de um refrigerador.



Refrigeradores comuns

Os princípios envolvidos em um ciclo de refrigeração típico são indicados esquematicamente na **Figura 20.9a**. O "circuito" do fluido contém um fluido refrigerante (a substância de trabalho). O lado esquerdo do circuito (inclusive as serpentinas de resfriamento no interior do refrigerador) está a uma baixa temperatura e a uma baixa pressão; o lado direito (inclusive as serpentinas do condensador fora do refrigerador) está a temperatura e pressão elevadas. Geralmente, os dois lados contêm líquido e vapor em equilíbrio térmico. Em cada ciclo, o fluido absorve calor $|Q_C|$ do interior do refrigerador no lado esquerdo e libera calor $|Q_H|$ para o ar nas vizinhanças do lado direito. O compressor, geralmente acionado por um

Figura 20.9 (a) Diagrama do princípio de funcionamento do ciclo de um refrigerador. (b) Como os elementos-chave são dispostos em um refrigerador comum.

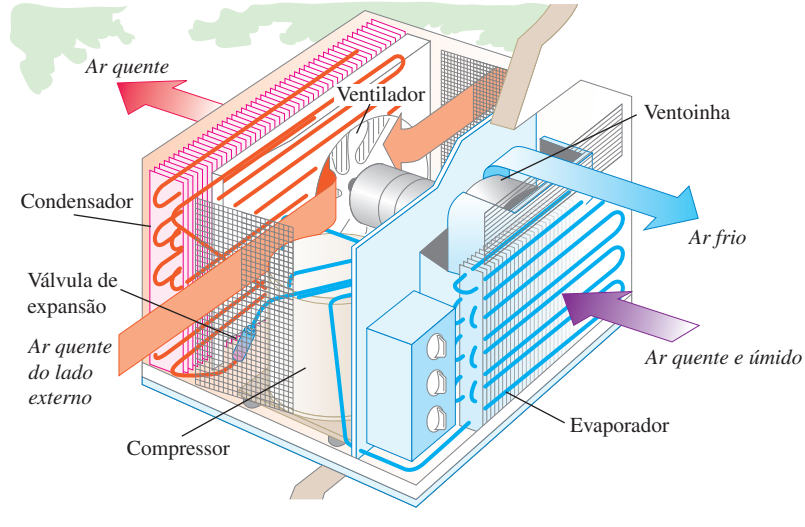


motor elétrico (Figura 20.9b), realiza um trabalho $|W|$ *sobre* o fluido em cada ciclo. Assim, o compressor requer entrada de energia, motivo pelo qual os refrigeradores precisam estar ligados na tomada.

Um aparelho de ar-condicionado opera exatamente com base no mesmo princípio. Nesse caso, a caixa do refrigerador é uma sala ou um edifício inteiro. As serpentinas do evaporador estão no interior da sala, o condensador está fora da casa e os ventiladores fazem o ar circular (**Figura 20.10**). Em instalações grandes, as serpentinas do condensador geralmente são resfriadas com água. As grandezas de maior importância prática em um aparelho de ar-condicionado são a *taxa* de remoção do calor (a taxa de transferência de calor H da região que está sendo resfriada) e a *potência* de entrada $P = W/t$ fornecida ao compressor. Se uma quantidade de calor $|Q_C|$ for removida no tempo t, então $H = |Q_C|/t$. Podemos, então, expressar o coeficiente de desempenho do seguinte modo:

$$K = \frac{|Q_C|}{|W|} = \frac{Ht}{Pt} = \frac{H}{P}$$

Figura 20.10 Um aparelho de ar-condicionado funciona conforme os mesmos princípios de um refrigerador.



Aparelhos de ar-condicionado normais costumam ter taxas de remoção de calor H da ordem de 1.500 até 3.000 W, e requerem potência elétrica fornecida na entrada entre cerca de 600 até 1.200 W. Um coeficiente de desempenho médio é da ordem de 3; os valores reais dependem dos valores das temperaturas interna e externa.

Uma variação do tema anterior é a chamada **bomba de calor**, usada para aquecer um edifício resfriando o ar de seu exterior. Ela funciona como se fosse um aparelho de ar-condicionado montado de fora para dentro. As serpentinas do evaporador estão do lado de fora do edifício, de onde retiram calor do ar frio, e as serpentinas do condensador estão no interior do edifício, onde fornecem calor para aquecer o ar. Com o projeto apropriado, o calor $|Q_H|$ fornecido ao interior por ciclo pode ser consideravelmente maior que o trabalho $|W|$ necessário para fazê-lo fluir ao interior.

Sempre é preciso realizar um trabalho para transferir calor de um corpo frio para um corpo quente. O calor flui espontaneamente de um corpo quente para um corpo mais frio, e o fluxo inverso necessita de um trabalho externo. A experiência mostra que é impossível fazer um refrigerador que transporte calor de um corpo frio para um corpo quente sem realização de trabalho. Caso nenhum trabalho fosse necessário, o coeficiente de desempenho seria infinito. Tal dispositivo poderia ser chamado de *refrigerador sem trabalho*; trata-se de um mito, como o unicórnio ou a máquina de movimento perpétuo (moto-contínuo).

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 20.4 Você consegue resfriar sua casa deixando a porta do refrigerador aberta? ❙

20.5 SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA

Evidências experimentais sugerem fortemente que é *impossível* construir uma máquina térmica que converta completamente calor em trabalho, ou seja, uma máquina que possua eficiência térmica de 100%. Essa impossibilidade é a base para a seguinte formulação da **segunda lei da termodinâmica**:

É impossível para qualquer sistema passar por um processo no qual absorve calor de um reservatório a uma dada temperatura e o converte completamente em trabalho mecânico de modo que o sistema termine em um estado idêntico ao inicial.

Trata-se do chamado enunciado da "máquina térmica" da segunda lei, também conhecido pelos físicos como o *enunciado de Kelvin-Planck* para essa lei.

A base da segunda lei da termodinâmica repousa na diferença entre a natureza da energia interna e a energia mecânica macroscópica. Em um corpo que se move, as moléculas apresentam movimentos aleatórios, porém, superposto ao movimento aleatório, existe um movimento coordenado de cada molécula no sentido da velocidade do corpo. A energia cinética associada ao movimento macroscópico *coordenado* é o que chamamos de energia cinética do corpo que se move. As energias cinéticas e potenciais associadas ao movimento *aleatório* das moléculas são responsáveis pela energia interna.

Quando um corpo deslizando sobre uma superfície atinge o repouso em decorrência do atrito, o movimento organizado do corpo é convertido em movimento aleatório das moléculas do corpo e da superfície. Como não podemos controlar o movimento individual de cada molécula, é impossível converter completamente esse movimento aleatório outra vez em movimento organizado. Podemos apenas converter uma *parte* do movimento aleatório, e isso é justamente o que a máquina térmica faz.

Se a segunda lei da termodinâmica *não* fosse verdadeira, poderíamos fazer um automóvel se deslocar ou colocar uma usina termoelétrica em funcionamento apenas resfriando o ar ambiente. Nenhuma dessas duas possibilidades viola a *primeira*

lei da termodinâmica. A segunda lei, portanto, não é deduzida a partir da primeira; sustenta-se por si própria como uma lei independente na natureza. A primeira lei nega a possibilidade de criação ou destruição da energia; a segunda limita a *disponibilidade* da energia e seus modos de uso e conversão.

Um novo enunciado para a segunda lei

Nossa análise dos refrigeradores na Seção 20.4 constitui a base para uma formulação alternativa da segunda lei da termodinâmica. O calor flui espontaneamente de um corpo quente para corpos mais frios, mas o inverso jamais ocorre. Um refrigerador retira calor de um corpo mais frio para um corpo mais quente, porém, sua operação necessita do fornecimento de trabalho ou de energia mecânica. Generalizando essas observações, dizemos que:

É impossível a realização de qualquer processo que tenha como única etapa a transferência de calor de um corpo mais frio para um corpo mais quente.

Trata-se do chamado enunciado do "refrigerador" da segunda lei da termodinâmica (também conhecido como *enunciado de Clausius*). Pode parecer que esse enunciado não tem muita relação com o enunciado da "máquina térmica". Contudo, os dois enunciados são completamente equivalentes. Por exemplo, se pudéssemos construir um refrigerador sem usar trabalho, violando o enunciado do "refrigerador" da segunda lei, poderíamos usá-lo em conjunto com uma máquina térmica, bombeando o calor rejeitado pela máquina e fazendo-o retornar ao reservatório quente para ser reutilizado. Essa máquina composta (**Figura 20.11a**) violaria o enunciado da "máquina térmica" da segunda lei, porque seu efeito resultante seria retirar uma quantidade líquida de calor $Q_H - |Q_C|$ do reservatório quente e convertê-la completamente em trabalho W.

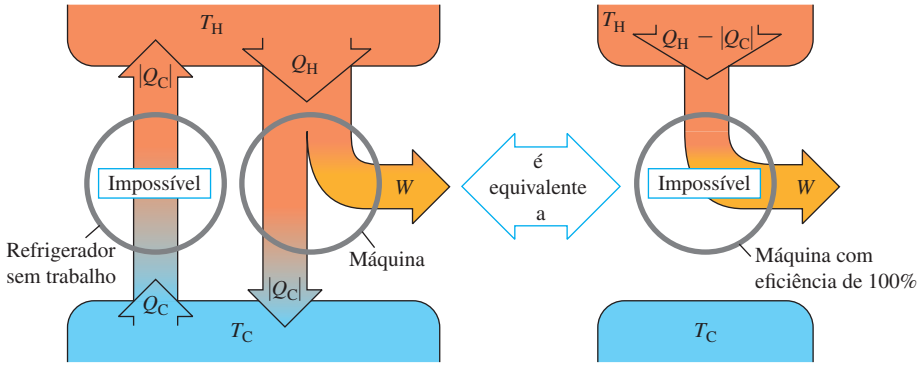
Alternativamente, se pudéssemos fazer uma máquina com uma eficiência térmica de 100%, violando o primeiro enunciado, poderíamos operar a máquina usando calor de um reservatório quente e aproveitar o trabalho obtido na saída da máquina para fazer funcionar um refrigerador que bombeasse calor de um reservatório frio para um reservatório quente (Figura 20.11b). Esse dispositivo composto violaria o enunciado do "refrigerador", porque seu efeito resultante seria retirar calor Q_C de um reservatório frio e transferi-lo para um reservatório quente sem que fosse necessário algum consumo de trabalho. Portanto, qualquer dispositivo que viole um enunciado da segunda lei pode ser usado para construir um dispositivo que viola o outro. Se a violação do primeiro enunciado for impossível, também será impossível a violação do segundo!

A conversão de trabalho em calor e o fluxo de calor de um corpo quente para um corpo frio por meio um gradiente de temperatura finito são processos *irreversíveis*. Os enunciados da "máquina" e do "refrigerador" da segunda lei da termodinâmica afirmam que esses processos só podem ser parcialmente reversíveis. Podemos citar outros exemplos. Os gases fluem naturalmente de uma região com alta pressão até outra com baixa pressão; os gases e os líquidos miscíveis sempre se misturam espontaneamente, e nunca se separam. A segunda lei da termodinâmica é uma expressão da existência de um sentido único intrínseco para esses e muitos outros processos irreversíveis. A conversão da energia é um aspecto essencial de toda a vida animal e vegetal e da tecnologia humana; logo, a segunda lei da termodinâmica é de importância fundamental no mundo em que vivemos.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 20.5 Uma máquina com eficiência de 100% (Figura 20.11a) violaria a *primeira* lei da termodinâmica? E um refrigerador que funcionasse sem trabalho (Figura 20.11b)?

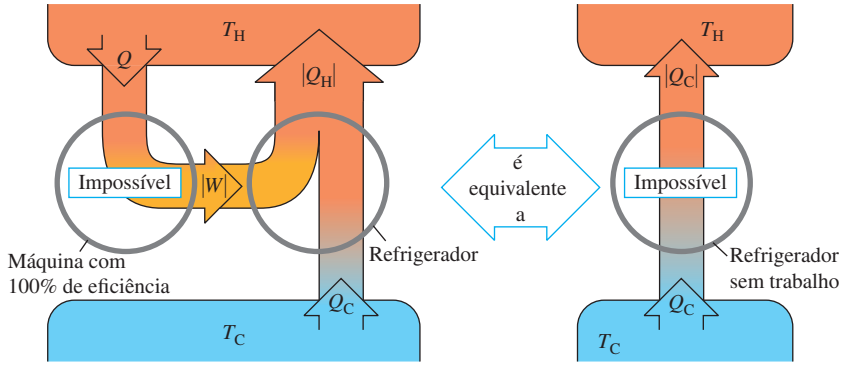
Figura 20.11 Diagrama esquemático do fluxo de energia para enunciados equivalentes da segunda lei da termodinâmica.

(a) O enunciado da "máquina" da segunda lei da termodinâmica



Se existisse um refrigerador que não precisasse de trabalho, ele poderia ser usado com uma máquina comum para formar um dispositivo com 100% de eficiência, convertendo o calor $Q_H - |Q_C|$ completamente em trabalho.

(b) O enunciado do "refrigerador" da segunda lei da termodinâmica



Se uma máquina com eficiência de 100% fosse possível, ela poderia ser usada com um refrigerador comum para formar um refrigerador que não precisa de trabalho, transferindo o calor Q_C de um reservatório frio para um reservatório quente sem precisar de nenhum trabalho realizado sobre o sistema.

20.6 O CICLO DE CARNOT

De acordo com a segunda lei, nenhuma máquina térmica pode ter 100% de eficiência. Qual é a eficiência máxima que uma dada máquina *pode* ter, a partir de dois reservatórios de calor a temperaturas T_H e T_C? Essa pergunta foi respondida em 1824 pelo engenheiro francês Sadi Carnot (1796-1832), que desenvolveu uma máquina hipotética ideal que fornece a eficiência máxima permitida pela segunda lei. O ciclo dessa máquina é conhecido como **ciclo de Carnot**.

Para compreender o ciclo de Carnot, voltemos ao tema básico deste capítulo: a *irreversibilidade* e sua relação com o sentido de um processo termodinâmico. A conversão de trabalho em calor é um processo irreversível; o objetivo da máquina térmica é obter uma reversão *parcial* desse processo, ou seja, a conversão de calor em trabalho com a maior eficiência possível. Para a eficiência máxima de uma máquina térmica, portanto, *devemos evitar todo processo irreversível* (**Figura 20.12**).

O *fluxo de calor* em uma queda de temperatura finita é um processo irreversível. Portanto, durante a transferência de calor no ciclo de Carnot, não deve existir *nenhuma* diferença de temperatura finita. Quando a máquina retira calor da fonte quente a uma temperatura T_H, a substância de trabalho da máquina também deve estar a uma temperatura T_H; caso contrário, ocorreria fluxo de calor irreversível. De modo semelhante, quando a máquina descarta calor para o reservatório frio a uma temperatura T_C, a máquina também deve estar a uma temperatura T_C. Ou

Figura 20.12 A temperatura da fornalha de uma máquina a vapor é muito mais alta que a da água na caldeira, por isso, o calor flui irreversivelmente da fornalha para a água. O esforço de Carnot para entender a eficiência das máquinas a vapor conduziu-o à ideia de que uma máquina ideal envolveria apenas processos *reversíveis*.

seja, todo processo envolvendo troca de calor, a uma temperatura T_H ou T_C, deve ser *isotérmico*.

Reciprocamente, em qualquer processo no qual a temperatura da substância de trabalho da máquina está entre T_H e T_C, não pode ocorrer *nenhuma* transferência de calor entre a máquina e qualquer reservatório, porque essa transferência de calor não poderia ser reversível. Portanto, qualquer processo no qual a temperatura T da substância de trabalho varia deve ser *adiabático*.

A conclusão é que todo processo em nosso ciclo idealizado deve ser isotérmico ou adiabático. Além disso, o equilíbrio térmico e mecânico deve ser sempre mantido, para que cada processo seja completamente reversível.

Passos do ciclo de Carnot

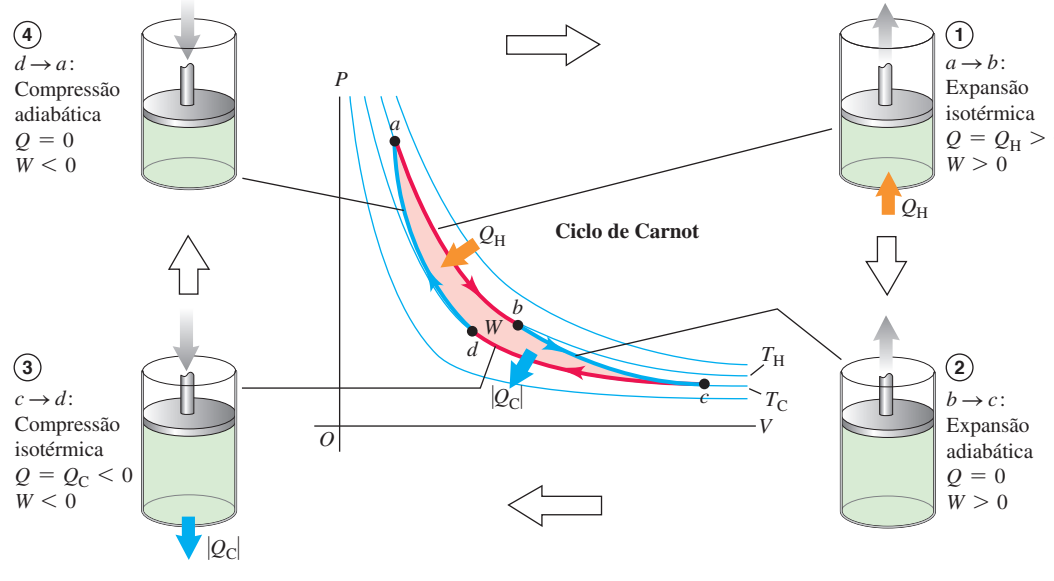
O ciclo de Carnot é constituído por dois processos isotérmicos reversíveis e dois processos adiabáticos reversíveis. A **Figura 20.13** mostra um ciclo de Carnot usando como substância de trabalho um gás ideal dentro de um cilindro com um pistão. O ciclo consiste nas seguintes etapas:

1. O gás se expande isotermicamente na temperatura T_H, absorvendo um calor Q_H (*ab*).
2. O gás se expande adiabaticamente até que sua temperatura cai para T_C (*bc*).
3. Ele é comprimido isotermicamente na temperatura T_C, rejeitando o calor $|Q_C|$ (*cd*).
4. Ele é comprimido adiabaticamente, retornando a seu estado inicial na temperatura T_H (*da*).

Podemos calcular a eficiência térmica e da máquina de Carnot no caso especial mostrado na Figura 20.13, em que a substância de trabalho é um *gás ideal*. Para efetuar esse cálculo, inicialmente encontraremos a razão Q_C/Q_H entre as quantidades de calor transferidas durante os dois processos isotérmicos, e a seguir usaremos a Equação 20.4 para achar e.

Em um gás ideal, a energia interna U depende somente da temperatura e, portanto, permanece constante em um processo isotérmico. Na expansão isotérmica *ab*, $\Delta U_{ab} = 0$ e Q_H é igual ao trabalho W_{ab} realizado pelo gás durante sua expansão isotérmica a uma temperatura T_H. Calculamos esse trabalho no Exemplo 19.1 (Seção 19.2); usando aquele resultado, obtemos

Figura 20.13 Ciclo de Carnot para um gás ideal. No diagrama *PV*, as linhas finas azuis são isotermas (curvas com temperatura constante) e as linhas grossas azuis são curvas adiabáticas (curvas com transferência de calor igual a zero).



$$Q_H = W_{ab} = nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a} \tag{20.10}$$

Analogamente,

$$Q_C = W_{cd} = nRT_C \ln \frac{V_d}{V_c} = -nRT_C \ln \frac{V_c}{V_d} \tag{20.11}$$

Como V_d é menor que V_c, Q_C é negativo ($Q_C = -|Q_C|$); há transferência de calor para fora do gás durante a compressão isotérmica à temperatura T_C.

A razão entre as duas quantidades de calor é, portanto,

$$\frac{Q_C}{Q_H} = -\left(\frac{T_C}{T_H}\right)\frac{\ln(V_c/V_d)}{\ln(V_b/V_a)} \tag{20.12}$$

Podemos simplificar o resultado anterior usando a relação entre o volume e a temperatura em um processo adiabático, Equação 19.22. Para os dois processos adiabáticos, encontramos:

$$T_H V_b^{\gamma-1} = T_C V_c^{\gamma-1} \quad \text{e} \quad T_H V_a^{\gamma-1} = T_C V_d^{\gamma-1}$$

Dividindo membro a membro as duas equações anteriores, achamos

$$\frac{V_b^{\gamma-1}}{V_a^{\gamma-1}} = \frac{V_c^{\gamma-1}}{V_d^{\gamma-1}} \quad \text{e} \quad \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$

Assim, os dois logaritmos na Equação 20.12 são iguais, e essa equação se reduz a

$$\frac{Q_C}{Q_H} = -\frac{T_C}{T_H} \quad \text{ou} \quad \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = \frac{T_C}{T_H} \tag{20.13}$$

(transferência de calor na máquina de Carnot)

A razão entre o calor rejeitado a uma temperatura T_C e o calor absorvido a uma temperatura T_H é precisamente igual a T_C/T_H. Logo, pela Equação 20.4, a eficiência térmica da máquina de Carnot é

Eficiência da máquina de Carnot

$$e_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H} \tag{20.14}$$

Temperatura do reservatório frio

Temperatura do reservatório quente

Esse resultado simples afirma que a eficiência de uma máquina de Carnot depende apenas das temperaturas dos dois reservatórios. A eficiência é grande quando a *diferença* de temperatura é grande, tornando-se muito pequena quando as duas temperaturas forem aproximadamente iguais. A eficiência nunca pode ser exatamente igual a um, a menos que $T_C = 0$; adiante, mostraremos que isso também é impossível.

ATENÇÃO Use a escala Kelvin em todos os cálculos de Carnot Em todos os cálculos envolvendo o ciclo de Carnot, você deve tomar cuidado e usar sempre temperaturas *absolutas* (escala Kelvin). A razão é que o conjunto formado pelas equações 20.10 até 20.14 foi deduzido a partir da equação do gás ideal $PV = nRT$, em que T é a temperatura absoluta.

EXEMPLO 20.2 ANALISANDO UMA MÁQUINA DE CARNOT I

Uma certa máquina de Carnot absorve 2.000 J de calor de um reservatório a 500 K, realiza trabalho e descarta calor para um reservatório a 350 K. Qual foi o trabalho realizado, qual a quantidade de calor rejeitada e qual a eficiência dessa máquina?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema envolve uma máquina de Carnot, portanto, podemos usar as ideias desta seção, assim como os conceitos da Seção 20.2 (que se aplicam a máquinas térmicas de todos os tipos). A **Figura 20.14** mostra o diagrama do fluxo de energia para este problema. Sobre essa máquina de Carnot, conhecemos a quantidade de calor absorvida, $Q_H = 2.000$ J, e as temperaturas $T_H = 500$ K e $T_C = 350$ K. Usamos a Equação 20.13 para achar Q_C e depois usamos a primeira lei da termodinâmica, dada pela Equação 20.2, para achar W. Encontramos a eficiência e a partir de T_C e T_H na Equação 20.14.

EXECUTAR: pela Equação 20.13,

$$Q_C = -Q_H\frac{T_C}{T_H} = -(2.000\text{ J})\frac{350\text{ K}}{500\text{ K}} = -1.400\text{ J}$$

Então, pela Equação 20.2, o trabalho realizado é

$$W = Q_H + Q_C = 2.000\text{ J} + (-1.400\text{ J}) = 600\text{ J}$$

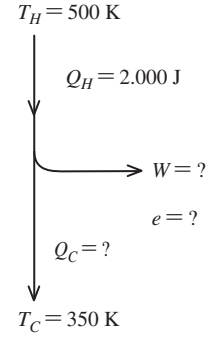
Pela Equação 20.14, a eficiência térmica é

$$e = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{350\text{ K}}{500\text{ K}} = 0,30 = 30\%$$

AVALIAR: o sinal negativo de Q_C está correto: ele mostra que 1.400 J de calor estão *saindo* da máquina e entrando no reservatório frio. Podemos verificar nosso resultado usando a definição básica de eficiência térmica, Equação 20.3:

$$e = \frac{W}{Q_H} = \frac{600\text{ J}}{2.000\text{ J}} = 0,30 = 30\%$$

Figura 20.14 Nosso esboço para este problema.



EXEMPLO 20.3 ANALISANDO UMA MÁQUINA DE CARNOT II

Suponha que 0,200 mol de um gás ideal diatômico ($\gamma = 1,40$) passe por um ciclo de Carnot com temperaturas entre 227 °C e 27 °C, começando na pressão inicial $P_a = 10,0 \times 10^5$ Pa no ponto a no diagrama PV da Figura 20.13. O volume dobra durante a etapa de expansão isotérmica $a \rightarrow$ b. (a) Ache a pressão e o volume em cada um dos pontos a, b, c e d. (b) Calcule Q, W e ΔU para cada etapa e para o ciclo inteiro. (c) Determine a eficiência diretamente a partir dos resultados da parte (b) e compare-a com o resultado obtido a partir da Equação 20.14.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema envolve as propriedades do ciclo de Carnot, assim como as propriedades dos gases ideais. O problema informa o número de moles n, a pressão e a temperatura no ponto a (que é a maior entre as temperaturas dos dois reservatórios); portanto, podemos encontrar o volume em a usando a equação do gás ideal $PV = nRT$. Depois calculamos a pressão e o volume nos pontos b, c e d a partir da duplicação do volume na etapa $a \rightarrow b$, usando as equações vistas nesta seção e a partir de $PV = nRT$. A cada etapa do ciclo usamos as equações 20.10 e 20.11 para encontrar a transferência de calor e o trabalho realizado, e a Equação 19.13 para calcular a variação da energia interna.

EXECUTAR: (a) com $T_H = (227 + 273,15)$ K $= 500$ K e $T_C = (27 + 273,15)$ K $= 300$ K, $PV = nRT$ resulta em

$$V_a = \frac{nRT_H}{p_a} = \frac{(0,200\text{ mol})(8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K})(500\text{ K})}{10,0 \times 10^5\text{ Pa}}$$
$$= 8,31 \times 10^{-4}\text{ m}^3$$

O volume dobra durante a expansão isotérmica $a \rightarrow b$:

$$V_b = 2V_a = 2(8,31 \times 10^{-4}\text{ m}^3) = 16,6 \times 10^{-4}\text{ m}^3$$

Além disso, durante a expansão isotérmica $a \rightarrow b$, $P_aV_a = P_bV_b$, portanto

$$P_b = \frac{P_aV_a}{V_b} = 5,00 \times 10^5\text{ Pa}$$

Na expansão adiabática $b \rightarrow c$, usamos a equação $T_HV_b^{\gamma-1} = T_CV_c^{\gamma-1}$, que segue a Equação 20.12, bem como a equação do gás ideal:

$$V_c = V_b\left(\frac{T_H}{T_C}\right)^{1/(\gamma-1)} = (16,6 \times 10^{-4}\text{ m}^3)\left(\frac{500\text{ K}}{300\text{ K}}\right)^{2,5}$$
$$= 59,6 \times 10^{-4}\text{ m}^3$$
$$P_c = \frac{nRT_C}{V_c} = \frac{(0,200\text{ mol})(8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K})(300\text{ K})}{59,6 \times 10^{-4}\text{ m}^3}$$
$$= 0,837 \times 10^5\text{ Pa}$$

(*Continua*)

(*Continuação*)

Na compressão adiabática $d \rightarrow a$, $T_C V_d^{\gamma-1} = T_H V_a^{\gamma-1}$, e

$$V_d = V_a\left(\frac{T_H}{T_C}\right)^{1/(\gamma-1)} = (8{,}31 \times 10^{-4}\ \text{m}^3)\left(\frac{500\ \text{K}}{300\ \text{K}}\right)^{2,5}$$

$$= 29{,}8 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$$

$$P_d = \frac{nRT_C}{V_d} = \frac{(0{,}200\ \text{mol})(8{,}314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(300\ \text{K})}{29{,}8 \times 10^{-4}\ \text{m}^3}$$

$$= 1{,}67 \times 10^5\ \text{Pa}$$

(b) Na expansão isotérmica $a \rightarrow b$, $\Delta U_{ab} = 0$. Pela Equação 20.10,

$$W_{ab} = Q_H = nRT_H \ln\frac{V_b}{V_a}$$

$$= (0{,}200\ \text{mol})(8{,}314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(500\ \text{K})(\ln 2) = 576\ \text{J}$$

Na expansão adiabática $b \rightarrow c$, $Q_{bc} = 0$. Pela primeira lei da termodinâmica, $\Delta U_{bc} = Q_{bc} - W_{bc} = -W_{bc}$; logo, o trabalho W_{bc} realizado pelo gás nesse processo é igual à variação de energia interna com o sinal contrário. Usando a Equação 19.13, temos $\Delta U = nC_V\Delta T$, onde $\Delta T = T_C - T_H$. Usando $C_V = 20{,}8$ J/mol · K para um gás ideal diatômico, achamos

$$W_{bc} = -\Delta U_{bc} = -nC_V(T_C - T_H) = nC_V(T_H - T_C)$$

$$= (0{,}200\ \text{mol})\ (20{,}8\ \text{J/mol}\cdot\text{K})\ (500\ \text{K} - 300\ \text{K}) = 832\ \text{J}$$

Na compressão isotérmica $c \rightarrow d$, $\Delta U_{cd} = 0$; a Equação 20.11 fornece

$$W_{cd} = Q_C = nRT_C \ln\frac{V_d}{V_c}$$

$$= (0{,}200\ \text{mol})(8{,}314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(300\ \text{K})\left(\ln\frac{29{,}8 \times 10^{-4}\ \text{m}^3}{59{,}6 \times 10^{-4}\ \text{m}^3}\right)$$

$$= -346\ \text{J}$$

Na compressão adiabática $d \rightarrow a$, $Q_{da} = 0$, e

$$W_{da} = -\Delta U_{da} = -nC_V(T_H - T_C) = nC_V(T_C - T_H)$$

$$= (0{,}200\ \text{mol})\ (20{,}8\ \text{J/mol}\cdot\text{K})\ (300\ \text{K} - 500\ \text{K}) = -832\ \text{J}$$

Podemos organizar os resultados na seguinte tabela:

Processo	Q	W	ΔU
$a \rightarrow b$	576 J	576 J	0
$b \rightarrow c$	0	832 J	−832 J
$c \rightarrow d$	−346 J	−346 J	0
$d \rightarrow a$	0	−832 J	832 J
Total	230 J	230 J	0

(c) Pela tabela acima, $Q_H = 576$ J, e o trabalho total é igual a 230 J. Logo,

$$e = \frac{W}{Q_H} = \frac{230\ \text{J}}{576\ \text{J}} = 0{,}40 = 40\%$$

Podemos comparar este resultado com o resultado obtido com a Equação 20.14:

$$e = \frac{T_H - T_C}{T_H} = \frac{500\ \text{K} - 300\ \text{K}}{500\ \text{K}} = 0{,}40 = 40\%$$

AVALIAR: a tabela de resultados do item (b) mostra que, para o ciclo completo, $Q = W$ e $\Delta U = 0$, como deveríamos ter esperado: em um ciclo completo, o calor *total* recebido é usado para realizar trabalho sem nenhuma variação total na energia interna do sistema. Note também que as quantidades de trabalho nos dois processos adiabáticos possuem o mesmo módulo, porém os sinais são contrários. Você conseguiria demonstrar, partindo do raciocínio que levou à Equação 20.13, que isso deve ocorrer *sempre* no caso de um ciclo de Carnot?

O refrigerador de Carnot

Como cada etapa do ciclo de Carnot é reversível, o *ciclo inteiro* pode ser invertido, convertendo a máquina térmica em um refrigerador. O coeficiente de desempenho do refrigerador de Carnot pode ser obtido combinando-se a definição geral de K, Equação 20.9, com a Equação 20.13 do ciclo de Carnot. Inicialmente reescrevemos a Equação 20.9 na forma

$$K = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|} = \frac{|Q_C|/|Q_H|}{1 - |Q_C|/|Q_H|}$$

A seguir, substituímos a Equação 20.13, $|Q_C|/|Q_H| = T_C/Q_H$ na expressão anterior:

Coeficiente de desempenho do refrigerador de Carnot

$$K_{\text{Carnot}} = \frac{T_C}{T_H - T_C} \qquad (20.15)$$

T_C: Temperatura do reservatório frio

T_H: Temperatura do reservatório quente

Quando a diferença de temperatura $T_H - T_C$ é pequena, K é muito maior que a unidade; nesse caso, um calor muito grande pode ser "bombeado" da temperatura mais baixa para a mais elevada com apenas um pequeno gasto de trabalho. Porém, quanto maior for a diferença de temperatura, menor será o valor de K, e uma quantidade maior de trabalho deve ser realizada para uma dada quantidade de calor.

EXEMPLO 20.4 ANALISANDO UM REFRIGERADOR DE CARNOT

Se o ciclo descrito no Exemplo 20.3 for invertido e se transformar em um refrigerador, qual será seu coeficiente de desempenho?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este problema utiliza as ideias da Seção 20.3 (sobre refrigeradores em geral), assim como a discussão anterior sobre refrigeradores de Carnot. A Equação 20.9 fornece o coeficiente de desempenho K de *qualquer* refrigerador em termos do calor extraído do reservatório frio por ciclo e do trabalho que precisa ser realizado por ciclo.

EXECUTAR: no Exemplo 20.3, vimos que, em um ciclo, a máquina de Carnot rejeita um calor $Q_C = -346$ J para o reservatório frio, e realiza um trabalho $W = 230$ J. Logo, quando funciona em sentido contrário ao de um refrigerador, o sistema extrai um calor $Q_C = +346$ J do reservatório frio, ao mesmo tempo que requer um fornecimento de trabalho $W = -230$ J. Pela Equação 20.9,

$$K = \frac{|Q_C|}{|W|} = \frac{346\ \text{J}}{230\ \text{J}} = 1{,}50$$

Como se trata de um ciclo de Carnot, também podemos usar a Equação 20.15:

$$K = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{300\ \text{K}}{500\ \text{K} - 300\ \text{K}} = 1{,}50$$

AVALIAR: as equações 20.14 e 20.15 mostram que, em um ciclo de Carnot, e e K dependem somente das temperaturas T_H e T_C, portanto, não é necessário calcular Q e W. Contudo, em ciclos que contêm processos irreversíveis, essas duas equações não são válidas, e cálculos mais detalhados são necessários.

O ciclo de Carnot e a segunda lei

É possível demonstrar que **nenhuma máquina térmica pode ter eficiência maior que a da máquina de Carnot operando entre as mesmas temperaturas extremas**. A chave dessa demonstração é dada pela observação anterior, segundo a qual, como cada etapa do ciclo de Carnot é reversível, o *ciclo inteiro* é reversível. Percorrida em sentido inverso, a máquina se transforma em um refrigerador. Imagine uma máquina que possua uma eficiência maior que a de Carnot (**Figura 20.15**). Suponha que o ciclo de Carnot seja invertido, funcionando como um refrigerador que, mediante um trabalho negativo $-|W|$, receba calor Q_C do reservatório frio e rejeite calor $|Q_H|$ do reservatório quente. A máquina supereficiente rejeita um calor $|Q_C|$, mas, para fazer isso, recebe uma grande quantidade de calor $Q_H + \Delta$. O trabalho realizado seria $W + \Delta$, e o efeito resultante das duas máquinas juntas seria receber uma quantidade de calor Δ e convertê-la completamente em trabalho. Isso viola o enunciado da segunda lei da termodinâmica pautado na máquina

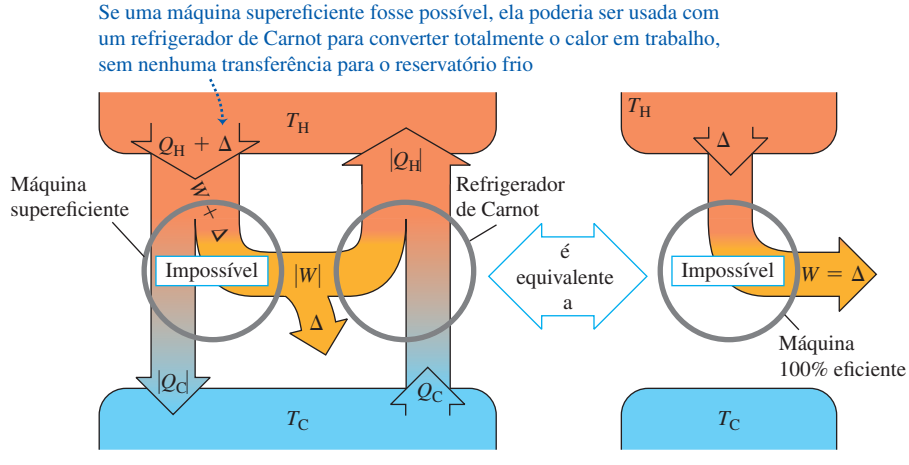


Figura 20.15 Provando que a máquina de Carnot possui a maior eficiência possível. Uma máquina "supereficiente" (mais eficiente que uma máquina de Carnot) combinada a um refrigerador de Carnot poderia converter totalmente o calor em trabalho sem nenhuma transferência de calor para o reservatório frio. Isso violaria a segunda lei da termodinâmica.

térmica. Poderíamos fazer um raciocínio semelhante para mostrar que a máquina supereficiente também viola o enunciado da segunda lei da termodinâmica baseada no "refrigerador". Observe que não precisamos supor que a máquina supereficiente seja reversível. De modo análogo, podemos mostrar que *nenhum refrigerador pode ter um coeficiente de desempenho maior que o refrigerador de Carnot operando entre as mesmas temperaturas extremas*.

Logo, o enunciado afirmando que nenhuma máquina térmica pode ter uma eficiência maior que a máquina de Carnot é outro enunciado equivalente à segunda lei da termodinâmica. Conclui-se também que **todas as máquinas de Carnot funcionando entre as mesmas temperaturas possuem a mesma eficiência, independentemente da substância de trabalho**. Embora tenhamos deduzido a Equação 20.14 para a máquina de Carnot usando um gás ideal como substância de trabalho, ela vale de fato para *qualquer* máquina de Carnot, qualquer que seja a substância de trabalho.

A Equação 20.14, que fornece a eficiência de uma máquina de Carnot, impõe um limite para a eficiência de qualquer máquina real, como uma turbina a vapor. Para maximizar esse limite superior e a eficiência da máquina real, o projetista deve fazer a temperatura T_H da etapa de fornecimento de calor ser a mais elevada possível, e a temperatura T_C da exaustão, a mais baixa possível (**Figura 20.16**).

A temperatura de exaustão não pode ser menor que a menor temperatura disponível para esfriar a exaustão. Para a turbina a vapor de uma usina termelétrica, T_C pode ser a temperatura da água de um rio ou um lago; logo, é necessário que a temperatura T_H da caldeira seja a mais elevada possível. A pressão de vapor de qualquer líquido aumenta rapidamente com a temperatura, de modo que a resistência mecânica da caldeira impõe limites a esse aumento de temperatura. A 500 °C, a pressão de vapor da água é aproximadamente igual a 240×10^5 Pa (235 atm); esse valor constitui um limite prático aproximado para a pressão interna nas caldeiras de vapor modernas.

Figura 20.16 Para maximizar a eficiência, a temperatura no interior de um motor a jato deve ser a maior possível. São usados materiais cerâmicos especiais que suportam temperaturas de mais de 1.000 °C sem que haja fusão ou amolecimento.

Escala Kelvin de temperatura

No Capítulo 17, comentamos sobre a necessidade de se definir uma escala de temperatura que não dependa de nenhum material particular. Podemos agora usar o ciclo de Carnot para definir essa escala. A eficiência térmica de uma máquina de Carnot operando entre as temperaturas T_H e T_C de dois reservatórios quentes é independente da substância de trabalho, e depende somente dessas temperaturas. Pela Equação 20.4, essa eficiência térmica é

$$e = \frac{Q_H + Q_C}{Q_H} = 1 + \frac{Q_C}{Q_H}$$

Portanto, a razão Q_C/Q_H é a mesma para *todas* as máquinas de Carnot operando entre as temperaturas T_H e T_C.

Kelvin propôs que podemos *definir* a razão entre as temperaturas T_C/T_H como igual ao módulo da razão Q_C/Q_H, entre a quantidade de calor absorvido e a quantidade de calor rejeitado:

$$\frac{T_C}{T_H} = \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = -\frac{Q_C}{Q_H} \quad \text{(definição da temperatura Kelvin)} \qquad (20.16)$$

A Equação 20.16 é muito parecida com a Equação 20.13, porém existe uma diferença sutil e crucial. As temperaturas na Equação 20.13 são baseadas em um termômetro de gás ideal, conforme definido na Seção 17.3, enquanto a Equação 20.16 *define* uma escala de temperatura pautada no ciclo de Carnot e na segunda lei da termodinâmica, e não depende do comportamento de nenhuma substância particular. Portanto, a **escala Kelvin de temperatura** é verdadeiramente *absoluta*.

Para completar a definição da escala Kelvin, atribuímos, como fizemos na Seção 17.3, o valor arbitrário 273,16 K para a temperatura do ponto triplo da água. Quando uma substância é usada em um ciclo de Carnot, a razão entre o calor absorvido e o calor rejeitado, $|Q_H|/|Q_C|$, é igual à razão entre as temperaturas dos respectivos reservatórios como *expressas pela escala de um termômetro de gás* definido na Seção 17.3. Visto que o ponto triplo da água foi escolhido com o valor 273,16 K em ambas as escalas, concluímos que a *escala Kelvin de temperatura e a escala do termômetro de gás ideal são idênticas*.

O ponto zero da escala Kelvin denomina-se **zero absoluto**. No zero absoluto, um sistema possui uma energia interna total (cinética mais potencial) *mínima*. Contudo, em razão dos efeitos quânticos, *não* é correto dizer que, em $T = 0$, todo movimento molecular cessa. Existem razões teóricas para acreditar que o zero absoluto não pode ser atingido experimentalmente, embora temperaturas abaixo de 10^{-7} K já tenham sido atingidas. Quanto mais próxima for a temperatura do zero absoluto, mais difícil se torna baixar essa temperatura. Um dos enunciados da *terceira lei da termodinâmica* é que é impossível atingir o zero absoluto em um número finito de processos termodinâmicos.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 20.6 Um inventor em busca de apoio financeiro apresenta a você a ideia de um motor a gasolina que funciona em um novo tipo de ciclo termodinâmico. Seu projeto é totalmente feito de cobre e resfriado a ar. Ele alega que o motor terá uma eficiência de 85%. Será prudente investir nesse maravilhoso motor novo? (*Dica*: ver a Tabela 17.4.) ❙

20.7 ENTROPIA

A segunda lei da termodinâmica, conforme enunciada, não foi formulada em termos de uma equação ou relação quantitativa, mas sim em termos da afirmação de uma *impossibilidade*. Contudo, essa lei *pode* ser formulada mediante uma afirmação quantitativa usando-se o conceito de *entropia*, o assunto desta seção.

Mencionamos diversos processos que ocorrem naturalmente no sentido do aumento da desordem. O fluxo de calor irreversível faz a desordem aumentar porque inicialmente as moléculas estavam arrumadas em regiões mais quentes e mais frias; essa arrumação desaparece quando o sistema atinge o equilíbrio térmico. O calor fornecido a um corpo faz sua desordem aumentar porque ocorre um aumento de velocidade média de cada molécula e, portanto, o estado caótico aumenta. A expansão livre de um gás faz aumentar sua desordem porque as posições das moléculas tornam-se mais aleatórias do que antes da expansão. A **Figura 20.17** mostra outro processo no qual a desordem aumenta.

Figura 20.17 Quando fogos de artifício explodem, a desordem aumenta: os produtos químicos cuidadosamente embalados dentro de cada cartucho são espalhados em todas as direções, e a energia química armazenada é convertida em energia cinética aleatória dos fragmentos.

Entropia e desordem

A **entropia** fornece uma medida *quantitativa* da desordem. Para explicar esse conceito, vamos considerar a expansão isotérmica de um gás ideal. Adicionamos uma quantidade de calor dQ e deixamos o gás expandir-se apenas enquanto sua temperatura permanecer constante. Como a energia interna de um gás ideal depende somente de sua temperatura, a energia interna também é constante; logo, pela primeira lei, o trabalho dW realizado pelo gás é igual ao calor dQ fornecido ao gás. Ou seja,

$$dQ = dW = P\,dV = \frac{nRT}{V}dV \quad \text{então} \quad \frac{dV}{V} = \frac{dQ}{nRT}$$

O gás passa a um estado mais desordenado depois da expansão porque as moléculas se movem em um volume maior e suas posições tornam-se mais aleatórias. Logo, a variação relativa de volume dV/V constitui-se em uma estimativa do aumento de desordem, e a equação anterior mostra que essa razão é proporcional à grandeza dQ/T. Introduzimos o símbolo S para a entropia do sistema, e definimos a variação infinitesimal de entropia dS durante um processo reversível infinitesimal em uma temperatura absoluta T pela relação

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \text{(processo reversível infinitesimal)} \qquad (20.17)$$

Se uma quantidade total de calor Q é fornecida durante um processo isotérmico reversível a uma temperatura absoluta T, a variação total de entropia $\Delta S = S_2 - S_1$ é dada por

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{Q}{T} \quad \text{(processo isotérmico reversível)} \qquad (20.18)$$

A unidade da entropia é uma unidade de energia dividida por uma unidade de temperatura; no SI, a unidade da entropia é 1 J/K.

Agora, podemos ver como a razão Q/T se relaciona ao aumento da desordem. Uma temperatura maior implica um movimento mais aleatório. Se a substância está inicialmente fria, com movimento molecular pequeno, o fornecimento de calor Q produz um aumento fracionário substancial no movimento e no estado aleatório das moléculas. Se, no entanto, a substância já está quente, a mesma quantidade de calor fornecido produz um aumento relativamente menor no já elevado movimento molecular existente. Portanto, o quociente Q/T caracteriza o crescimento da desordem de modo apropriado quando o calor flui para o interior de um sistema.

EXEMPLO 20.5 VARIAÇÃO DA ENTROPIA NA LIQUEFAÇÃO

Qual é a variação de entropia de 1 kg de gelo a 0 °C que é liquefeito reversivelmente e convertido em água a 0 °C? O calor de fusão da água é $L_f = 3{,}34 \times 10^5$ J/kg.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a liquefação ocorre a uma temperatura constante de 0 °C, portanto, este é um processo *isotérmico* reversível. Podemos calcular o calor adicional Q necessário para liquefazer o gelo, depois calcular a variação de entropia S com a Equação 20.18.

EXECUTAR: o calor necessário para liquefazer o gelo é $Q = mL_f = 3{,}34 \times 10^5$ J. De acordo com a Equação 20.18,

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{Q}{T} = \frac{3{,}34 \times 10^5\ \text{J}}{273\ \text{K}} = 1{,}22 \times 10^3\ \text{J/K}$$

AVALIAR: esse aumento de entropia corresponde ao aumento de desordem quando as moléculas de água passam do estado sólido cristalino para o estado muito mais desordenado de líquido. Em *qualquer* processo isotérmico reversível, a variação da entropia é igual ao calor transferido dividido pela temperatura absoluta. Quando congelamos a água, Q apresenta sinal contrário; logo, a variação da entropia da água é $\Delta S = -1{,}22 \times 10^3$ J/K. As moléculas da água se reorganizam formando gelo cristalino, de modo que tanto a desordem quanto a entropia diminuem.

Entropia em processos reversíveis

Podemos generalizar a definição de variação de entropia de modo a incluir *qualquer* processo reversível que conduza o sistema de um estado a outro, independentemente de ser isotérmico ou não. Podemos imaginar o processo como uma série de etapas infinitesimais reversíveis. Durante uma etapa típica, uma quantidade de calor infinitesimal dQ é fornecida ao sistema a uma temperatura absoluta T. A seguir, somamos (integramos) todas as razões dQ/T para o processo inteiro; ou seja,

Variação de entropia em um processo reversível

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \tag{20.19}$$

Limite superior = estado final; Fluxo de calor infinitesimal para dentro do sistema; Limite inferior = estado inicial; Temperatura absoluta

Como a entropia mede a desordem de um dado sistema, ela depende apenas do estado presente do sistema, e não do que ocorreu no passado. (Mais adiante mostraremos que isso é verdade.) Quando um sistema evolui de um estado inicial com entropia S_1 até um estado final com entropia S_2, a variação de entropia $\Delta S = S_2 - S_1$, definida pela Equação 20.19, não depende do percurso que leva o sistema do estado inicial ao final, mas é sempre a mesma em *todos os processos possíveis* entre o estado 1 e o estado 2. Portanto, a entropia de um sistema também deve possuir um valor definido para qualquer dado estado do sistema. A *energia interna*, apresentada no Capítulo 19, também possui essa propriedade, embora a entropia e a energia interna sejam grandezas completamente diferentes.

Uma vez que a entropia é uma função apenas do estado do sistema, também podemos calcular variações de entropia em processos *irreversíveis* (não equilíbrio) aos quais as equações 20.17 e 20.19 não poderiam ser aplicadas. Simplesmente inventamos um caminho ligando o estado final ao inicial que *seja* constituído totalmente por processos reversíveis, e calculamos a variação total de entropia nesse caminho hipotético. Não é o caminho real, mas a variação de entropia deve ser a mesma que seria obtida no caminho real.

Como no caso da energia interna, a discussão anterior não nos informa como calcular a entropia absoluta, apenas as variações de entropia em um dado processo. Assim como acontece com a energia interna, podemos atribuir arbitrariamente um valor para a entropia de um sistema em um estado de referência e depois calcular a entropia de qualquer outro estado em referência a esse estado arbitrário.

EXEMPLO 20.6 VARIAÇÃO DE ENTROPIA EM UMA VARIAÇÃO DE TEMPERATURA

Um quilograma de água a 0 °C é aquecido até 100 °C. Calcule sua variação de entropia. Suponha que o calor específico da água seja constante a 4.190 J/kg · K nessa faixa de temperatura.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: a variação de entropia da água depende apenas dos estados inicial e final do sistema, e tanto faz se o processo é reversível ou irreversível. Podemos imaginar que a temperatura da água seja aumentada reversivelmente em uma série de processos infinitesimais, em cada um dos quais a temperatura aumenta um valor infinitesimal dT. Usamos então a Equação 20.19 para integrar todas essas etapas e calcular a variação de entropia para tal processo reversível. (Aquecer a água em um fogão cuja superfície de cozimento é mantida a 100 °C seria um processo irreversível, no entanto, a variação de entropia seria a mesma.)

EXECUTAR: pela Equação 17.14, o calor necessário para realizar cada uma dessas etapas é dado por $dQ = mc\,dT$. Substituindo essa relação na Equação 20.19 e integrando, encontramos

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} mc\frac{dT}{T} = mc\ln\frac{T_2}{T_1}$$

$$= (1{,}00\text{ kg})(4.190\text{ J/kg}\cdot\text{K})\left(\ln\frac{373\text{ K}}{273\text{ K}}\right) = 1{,}31\times10^3\text{ J/K}$$

AVALIAR: a variação de entropia é positiva, como era de se esperar em um processo em que o sistema absorve calor. Nossa suposição sobre o calor específico da água é uma aproximação muito boa, uma vez que o calor específico c da água varia menos de 1% entre 0 °C e 100 °C (ver Figura 17.17).

ATENÇÃO Quando $\Delta S = Q/T$ pode (e não pode) ser usado Na solução deste problema, você poderia sentir-se tentado a evitar fazer uma integral, usando a expressão mais simples na Equação 20.18, $\Delta S = Q/T$. No entanto, isso seria incorreto, pois a Equação 20.18 só se aplica a processos *isotérmicos*, e as temperaturas inicial e final em nosso exemplo *não* são as mesmas. A *única* forma correta de encontrar a variação de entropia em um processo com diferentes temperaturas inicial e final é usar a Equação 20.19.

EXEMPLO 20.7 VARIAÇÃO DE ENTROPIA EM UM PROCESSO ADIABÁTICO REVERSÍVEL

Um gás se expande adiabática e reversivelmente. Qual é sua variação de entropia?

SOLUÇÃO

Em um processo adiabático, nenhum calor sai nem entra no sistema. Logo, $dQ = 0$ e *não* existe *nenhuma* variação de entropia nesse processo reversível: $\Delta S = 0$. Todo processo adiabático *reversível* é um processo com entropia constante. (Por essa razão o processo adiabático reversível denomina-se processo *isentrópico*.) O aumento da desordem resultante do aumento de volume é compensado pela diminuição da desordem causada pela diminuição da temperatura do gás e pela redução das velocidades moleculares.

EXEMPLO 20.8 VARIAÇÃO DE ENTROPIA EM UMA EXPANSÃO LIVRE

Uma caixa termicamente isolada é dividida por uma parede em dois compartimentos, cada um com volume V (**Figura 20.18**). Inicialmente, um dos compartimentos contém n moles de um gás ideal a uma temperatura T, e no outro compartimento foi criado vácuo. A seguir, quebramos a parede e o gás se expande, preenchendo completamente os dois compartimentos da caixa. Qual é a variação de entropia nesse processo de expansão livre?

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: neste processo, $Q = 0$, $W = 0$ e $\Delta U = 0$ e, portanto (como o sistema é um gás ideal), $\Delta T = 0$. Poderíamos pensar que a variação de entropia fosse igual a zero porque não existe troca de calor. Porém, a Equação 20.19 só vale quando o processo é *reversível*; essa expansão *não* é reversível e *existe* uma variação de entropia. Como mencionamos no início desta seção, a entropia aumenta em uma expansão livre porque as posições das moléculas tornam-se mais aleatórias que antes da expansão. Para calcular ΔS, lembramos que a variação de entropia só depende dos estados final e inicial. Podemos imaginar um processo *reversível* que apresente os mesmos pontos extremos, e em geral podemos usar a Equação 20.19 para calcular sua variação de entropia, que será a mesma que para a expansão livre. Um processo reversível adequado neste caso é uma expansão *isotérmica* desde V até $2V$ a uma temperatura T. O gás realiza um trabalho W durante essa expansão, de modo que seria necessário fornecer uma igual quantidade de calor Q para manter a energia interna constante.

EXECUTAR: verificamos no Exemplo 19.1 que o trabalho realizado por n moles de um gás ideal em uma expansão isotérmica de um volume V_1 até V_2 é dado por $W = nRT \ln (V_2/V_1)$. Usando $V_1 = V$ e $V_2 = 2V$, temos

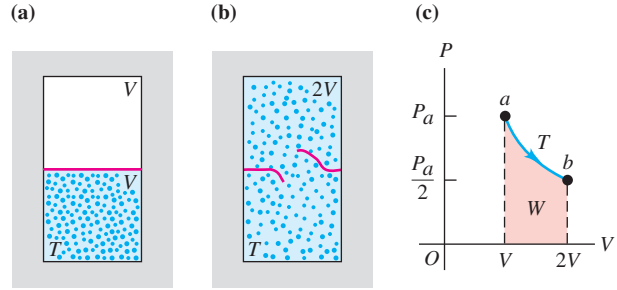
$$Q = W = nRT \ln \frac{2V}{V} = nRT \ln 2$$

Pela Equação 20.18, a variação de entropia é

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = nR \ln 2$$

AVALIAR: para um mol, $\Delta S = (1 \text{ mol})\,(8{,}314 \text{ J/mol} \cdot \text{K})\,(\ln 2) = 5{,}76 \text{ J/K}$. A variação de entropia é positiva, como havíamos previsto. O fator $(\ln 2)$ em nossa resposta é uma consequência de o volume ter aumentado em um fator de 2, de V para $2V$. Você consegue demonstrar que, se o volume houvesse aumentado na expansão livre de V para xV, onde x é um número arbitrário, a variação de entropia teria sido $\Delta S = nR \ln x$?

Figura 20.18 (a, b) Expansão livre de um gás ideal isolado. (c) O processo de expansão livre não passa por posições de equilíbrio de a até b. Contudo, a variação de entropia $S_b - S_a$ pode ser calculada usando-se o caminho isotérmico mostrado, ou *qualquer* outro processo reversível de a até b.



EXEMPLO 20.9 ENTROPIA E O CICLO DE CARNOT

Calcule a variação total de entropia da máquina de Carnot do Exemplo 20.2 (Seção 20.6) durante um ciclo.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: todas as quatro etapas do ciclo de Carnot são reversíveis (ver Figura 20.13); portanto, podemos usar nossas expressões para a variação de entropia ΔS em um processo reversível. Calculamos a variação de entropia em cada etapa e depois somamos as variações de entropia para obter o total para o ciclo inteiro.

EXECUTAR: não existe nenhuma variação de entropia durante o processo de expansão adiabática $b \to c$ ou compressão adiabática $d \to a$. Durante a expansão isotérmica $a \to b$ na temperatura $T_H = 500$ K, a máquina recebe 2.000 J de calor e, pela Equação 20.18, a variação de entropia é

$$\Delta S_H = \frac{Q_H}{T_H} = \frac{2.000\ \text{J}}{500\ \text{K}} = 4{,}0\ \text{J/K}$$

Durante a compressão isotérmica $c \to d$ em $T_C = 350$ K, a máquina libera 1.400 J de calor, e sua variação de entropia é

$$\Delta S_C = \frac{Q_C}{T_C} = \frac{-1.400\text{J}}{350\ \text{K}} = -4{,}0\ \text{J/K}$$

A variação total de entropia da máquina durante um ciclo é $\Delta S_{total} = \Delta S_H + \Delta S_C = 4{,}0\ \text{J/K} + (-4{,}0\ \text{J/K}) = 0$.

AVALIAR: o resultado $\Delta S_{total} = 0$ nos diz que, quando a máquina de Carnot completa um ciclo, ela apresenta a mesma entropia que apresentava no início. Discutiremos esse resultado na subseção seguinte.

Qual é a variação de entropia total do *ambiente* da máquina durante esse ciclo? O reservatório quente (500 K) fornece 2.000 J de calor durante a expansão isotérmica reversível $a \to b$, logo sua variação de entropia é $(-2.000\ \text{J})/(500\ \text{K}) = -4{,}0\ \text{J/K}$. O reservatório frio (350 K) absorve 1.400 J de calor durante a compressão isotérmica reversível $c \to d$, logo sua variação de entropia é $(+1.400\ \text{J})/(350\ \text{K}) = +4{,}0\ \text{J/K}$. Portanto, cada reservatório individual apresenta uma variação de entropia; contudo, a soma dessas variações — ou seja, a variação de entropia total do ambiente do sistema — é zero.

Esses resultados aplicam-se ao caso especial do ciclo de Carnot, para o qual *todos* os processos são reversíveis. Nesse caso, descobrimos que a variação de entropia total do sistema e do ambiente em conjunto é igual a zero. Veremos que, se o ciclo inclui processos irreversíveis (como no caso do ciclo de Otto ou do ciclo diesel da Seção 20.3), a variação de entropia total do sistema e do ambiente *não pode* ser zero, mas tem de ser positiva.

Entropia em processos cíclicos

O Exemplo 20.9 mostrou que a variação total de entropia em um ciclo de uma máquina de Carnot específica, que usa um gás ideal como substância de trabalho, é zero. Esse resultado decorre diretamente da Equação 20.13, que pode ser reescrita na forma

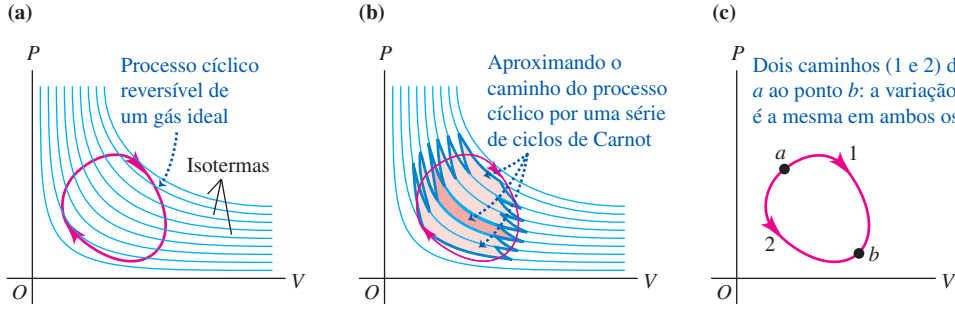
$$\frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_C}{T_C} = 0 \tag{20.20}$$

A razão Q_H/T_H é igual a ΔS_H, a variação de entropia que ocorre em $T = T_H$. Analogamente, Q_C/T_C é igual a ΔS_C, a variação de entropia (negativa) da máquina que ocorre em $T = T_C$. Portanto, a Equação 20.20 afirma que $\Delta S_H + \Delta S_C = 0$; ou seja, a variação total de entropia é nula em um ciclo completo.

E quanto às máquinas de Carnot que usam outras substâncias de trabalho? De acordo com a segunda lei, *qualquer* máquina de Carnot operando entre duas dadas temperaturas T_H e T_C apresenta a mesma eficiência $e = 1 - T_C/T_H$ (Equação 20.14). Combinando essa expressão de e com a Equação 20.4, $e = 1 + Q_C/Q_H$, reproduzimos exatamente a Equação 20.20. Logo, a Equação 20.20 vale para qualquer máquina de Carnot operando entre essas temperaturas, independentemente de a sua substância de trabalho ser ou não um gás ideal. Concluímos que *a variação total de entropia em um ciclo de qualquer máquina de Carnot é igual a zero*.

Esse resultado pode ser generalizado para mostrar que a variação total de entropia em *qualquer* processo cíclico reversível é zero. Um processo cíclico reversível aparece em um diagrama *PV* como um caminho fechado (**Figura 20.19a**). Podemos aproximar esse caminho por meio de uma série de processos isotérmicos e adiabáticos, formando partes de muitos ciclos de Carnot longos e finos (Figura 20.19b). A variação total de entropia no ciclo completo é a soma das variações de entropia em cada pequeno ciclo de Carnot, cada um dos quais com uma variação de entropia igual a zero. Logo, **a variação total de entropia durante *qualquer* ciclo reversível é igual a zero**:

Figura 20.19 (a) Processo cíclico reversível de um gás ideal, indicado por uma curva fechada em um diagrama *PV*. São mostradas várias isotermas passando pela curva em azul. (b) O caminho em (a) pode ser aproximado por uma série de ciclos de Carnot longos e finos; um desses ciclos está sombreado na figura. A variação de entropia total é zero em cada ciclo de Carnot e no processo cíclico real. (c) A variação de entropia entre os pontos *a* e *b* independe do caminho.



$$\int \frac{dQ}{T} = 0 \quad \text{(processo cíclico reversível)} \qquad (20.21)$$

Conclui-se que, quando um sistema sofre um processo reversível que o conduz de qualquer estado *a* até qualquer estado *b*, *a variação de entropia é independente do caminho seguido* (Figura 20.19c). Se a variação de entropia no caminho 1 fosse diferente da variação no caminho 2, o sistema poderia seguir o caminho 1 e, em seguida, voltar ao ponto inicial pelo caminho 2, com uma variação total de entropia diferente de zero. Isso violaria a conclusão de que a variação de entropia em qualquer ciclo sempre deve ser igual a zero. Como a variação de entropia em tais processos não depende do caminho, concluímos que, em qualquer estado determinado, o sistema possui um valor da entropia que depende somente do estado em que ele se encontra, e não dos processos que o conduziram ao referido estado.

BIO Aplicação Variações de entropia em um organismo vivo Quando um cãozinho ou outro animal em crescimento se alimenta, ele toma energia química organizada do alimento e a utiliza para criar novas células que são ainda mais organizadas. Esse processo isolado reduz a entropia. Porém, a maior parte da energia no alimento é removida nas fezes do animal ou usada para gerar calor, processos que levam a um grande aumento na entropia. Assim, embora a entropia do animal diminua isoladamente, a entropia *total* do animal mais o alimento *aumenta*.

Entropia em processos irreversíveis

Em um processo ideal, reversível, envolvendo apenas estados de equilíbrio, a variação total da entropia e do ambiente é igual a zero. Entretanto, todos os processos *irreversíveis* envolvem um aumento de entropia. Diferentemente da energia, *a entropia é uma grandeza que não se conserva*. A entropia de um sistema isolado *pode* variar, mas, como veremos, ela pode nunca diminuir. A expansão livre de um gás, descrita no Exemplo 20.8, é um exemplo de processo irreversível de um sistema isolado no qual existe aumento de entropia.

EXEMPLO 20.10 VARIAÇÃO DE ENTROPIA EM PROCESSOS IRREVERSÍVEIS

Suponha que 1,00 kg de água a 100 °C seja colocado em contato térmico com 1,00 kg de água a 0 °C. Qual é a variação total de entropia? Suponha que o calor específico da água seja constante e igual a 4.190 J/kg · K nesse intervalo de temperatura.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: este processo envolve um fluxo de calor irreversível pela diferença entre as temperaturas. Como há massas iguais de água a 0 °C e água a 100 °C, a temperatura final é a média dessas duas temperaturas, ou 50 °C = 323 K. Embora os processos sejam irreversíveis, podemos calcular as variações de entropia da água (inicialmente) quente e da água (inicialmente) fria supondo que o processo ocorra reversivelmente. Da mesma forma que no Exemplo 20.6, precisamos usar a Equação 20.19 para calcular ΔS para cada substância, porque as temperaturas variam no processo.

EXECUTAR: as variações de entropia da água quente (subscrito H) e da água fria (subscrito C) são

$$\Delta S_H = mc\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} = (1{,}00\text{ kg})(4.190\text{ J/kg}\cdot\text{K})\int_{373\text{ K}}^{323\text{ K}}\frac{dT}{T}$$

$$= (4.190\text{ J/K})\left(\ln\frac{323\text{ K}}{373\text{ K}}\right) = -603\text{ J/K}$$

$$\Delta S_C = (4.190\text{ J/K})\left(\ln\frac{323\text{ K}}{273\text{ K}}\right) = +705\text{ J/K}$$

(*Continua*)

(*Continuação*)

A variação *total* de entropia do sistema é

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{H}} + \Delta S_{\text{C}} = (-603\ \text{J/K}) + 705\ \text{J/K} = +102\ \text{J/K}.$$

AVALIAR: um fluxo de calor irreversível em um sistema isolado é acompanhado por um aumento de entropia. Poderíamos ter chegado ao mesmo estado final simplesmente misturando as duas quantidades de água quente e fria, que também é um processo irreversível; a variação de entropia total, que depende apenas dos estados inicial e final do sistema, novamente seria a mesma, 102 J/K.

É interessante observar que a entropia do sistema aumenta *continuamente* enquanto as duas quantidades de água entram em equilíbrio. Por exemplo, os primeiros 4.190 J de calor transferidos resfriam a água quente até 99 °C e aquecem a água fria até 1 °C. A variação total da entropia nessa etapa é aproximadamente

$$\Delta S = \frac{-4.190\ \text{J}}{373\ \text{K}} + \frac{4.190\ \text{J}}{273\ \text{K}} = +4{,}1\ \text{J/K}$$

Você consegue demonstrar de um modo semelhante que a variação de entropia total é positiva em *qualquer* variação de temperatura de um grau que conduza ao estado de equilíbrio?

Entropia e a segunda lei

DADOS MOSTRAM

A segunda lei da termodinâmica

Quando os alunos recebiam um problema envolvendo a segunda lei da termodinâmica, mais de 40% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Confundir o sinal algébrico do calor. Q é positivo se o calor flui para um sistema, mas negativo se o calor sai do sistema (ou seja, é rejeitado pelo sistema).
- Confundir o sinal da variação de entropia. A entropia de um sistema aumenta ($\Delta S > 0$) se o calor flui para dentro dele, mas diminui ($\Delta S < 0$) se o calor flui para fora dele. Se o calor flui do objeto A para o objeto B, ΔS é negativo para A, mas positivo para B.

Os resultados do Exemplo 20.10 sobre o fluxo de calor de uma temperatura mais elevada para uma mais baixa são característicos de *todos* os processos naturais (isto é, irreversíveis). Quando incluímos todas as variações de entropia no interior de um sistema, as variações positivas são sempre maiores que as negativas. No caso especial de um processo *reversível*, os aumentos e diminuições de entropia são exatamente iguais. Portanto, podemos enunciar o princípio geral: **quando todos os sistemas que ocorrem em um processo são incluídos, a entropia aumenta ou permanece constante**. Em outras palavras, **não existe nenhum processo com diminuição de entropia quando todas as possíveis variações de entropia são incluídas**. Essa afirmação constitui um enunciado alternativo para a segunda lei da termodinâmica em termos de entropia. Logo, ele é equivalente aos enunciados da "máquina" e do "refrigerador" discutidos anteriormente. A **Figura 20.20** mostra um exemplo específico desse princípio geral.

O aumento de entropia em todo processo irreversível natural mede o aumento da desordem e do caos no universo associado a esse processo. Considere novamente a mistura de água quente com água fria (Exemplo 20.10). *Poderíamos* usar a água quente e a água fria como reservatórios quente e frio de uma máquina térmica. Enquanto retiramos calor da água quente e o fornecemos para a água fria, podemos obter certa quantidade de trabalho mecânico. Porém, depois que a água se mistura e atinge o equilíbrio térmico, a oportunidade de obter trabalho é irremediavelmente perdida. Depois do equilíbrio, a água quente não pode ser mais *separada* da água fria. Não existe nenhuma diminuição de *energia* quando a água quente se mistura com a água fria. O que foi perdido foi a *disponibilidade*, ou seja, a oportunidade de converter parte do calor da água quente em trabalho mecânico. Portanto, quando a entropia cresce, a energia para produção de trabalho se torna menos *disponível* e o universo se torna mais caótico ou aleatório.

Figura 20.20 A mistura de tinta colorida com água começa a partir de um estado de baixa entropia, no qual os fluidos inicialmente estão separados e podem ser distinguidos. No estado final, as moléculas da tinta e da água são espalhadas aleatoriamente pelo volume do líquido, de modo que a entropia é maior. A separação espontânea da água e da tinta, um processo em que haveria diminuição de entropia, nunca poderá ser observado.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 20.7 Suponha que 2,00 kg de água a 50 °C variem espontaneamente de temperatura, de modo que metade da água esfrie até 0 °C enquanto a outra metade aquece espontaneamente até 100 °C. (Toda a água permanece líquida, portanto, não congela nem ferve.) Qual seria a variação de entropia da água? Esse processo é possível? (*Dica*: ver Exemplo 20.10.)

20.8 INTERPRETAÇÃO MICROSCÓPICA DA ENTROPIA

Descrevemos na Seção 19.4 como a energia interna de um sistema pode ser calculada, pelo menos em teoria, somando-se todas as energias cinéticas de suas partículas constituintes e todas as energias potenciais da interação entre as partículas. Isso é chamado de cálculo *microscópico* da energia interna. Também podemos fazer um cálculo microscópico da entropia S de um sistema. Contudo, diferentemente da energia, a entropia não é algo que pertence a cada partícula individual ou a pares de partículas do sistema. Em vez disso, a entropia é uma medida da desordem do sistema como um todo. Para ver como podemos calcular a entropia microscopicamente, primeiro devemos introduzir os conceitos de *estado microscópico* e de *estado macroscópico*.

Suponha que você jogue N moedas idênticas ao chão e metade delas dê cara e a outra metade, coroa. Trata-se de uma descrição do **estado macroscópico** do sistema de N moedas. Uma descrição do **estado microscópico** do sistema inclui informação sobre cada moeda individual: a moeda um deu cara, a moeda dois deu coroa, a moeda três deu coroa, e assim por diante. Podem existir muitos estados microscópicos que correspondem ao mesmo estado macroscópico. Por exemplo, com $N = 4$ moedas, existem seis possibilidades em que uma metade dê cara e a outra metade, coroa (**Figura 20.21**). O número de estados microscópicos cresce rapidamente com o aumento de N; para $N = 100$ existem $2^{100} = 1{,}27 \times 10^{30}$ estados microscópicos, dos quais $1{,}01 \times 10^{29}$ dão metade cara e metade coroa.

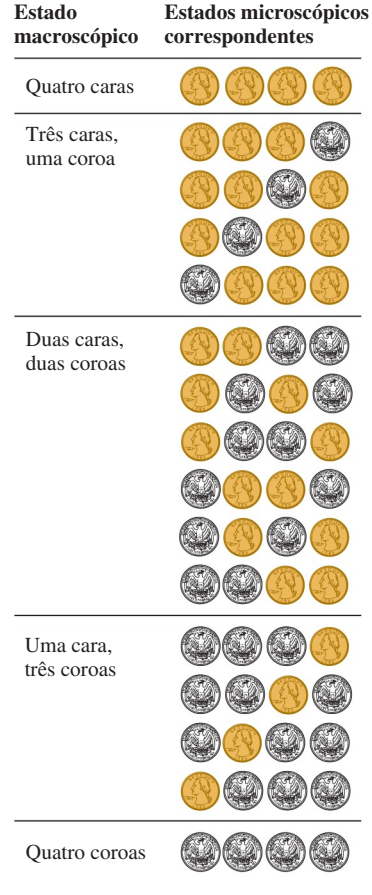
A ocorrência menos provável da distribuição das moedas é que todas elas deem cara ou todas elas deem coroa. É certamente possível que você consiga lançar cem moedas e todas deem cara, mas não aposte nisso: a probabilidade de isso acontecer é de apenas 1 em $1{,}27 \times 10^{30}$. No lançamento de N moedas, a probabilidade maior é que a metade dê cara e a outra metade dê coroa. A razão é que esse estado *macroscópico* possui o maior número possível de estados *microscópicos* correspondentes, conforme indicado na Figura 20.21.

Para fazer a ligação com o conceito de entropia, note que a descrição macroscópica "todas caras" especifica completamente o estado de cada uma das N moedas. O mesmo é verdade quando todas as moedas dão coroa. Porém, a descrição macroscópica de "metade cara, metade coroa" por si só informa muito pouco sobre o estado (cara ou coroa) de cada moeda individual. Comparando com o estado "todas caras" ou "todas coroas", o estado "metade cara, metade coroa" apresenta uma grande quantidade de estados microscópicos possíveis, desordem muito maior e, portanto, entropia muito maior (que é uma medida quantitativa da desordem).

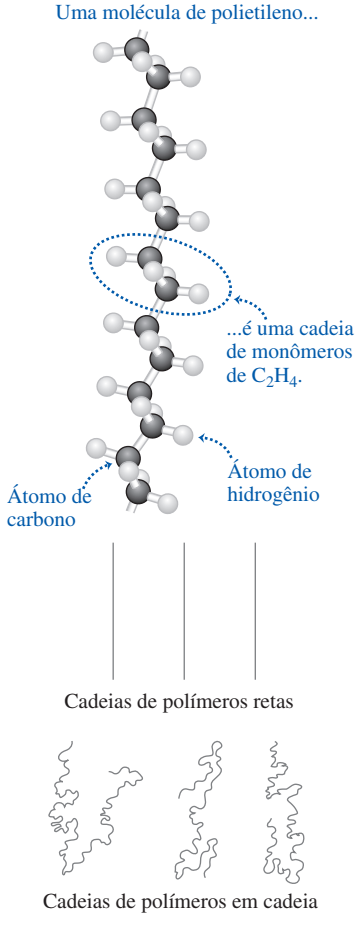
Agora, em vez de N moedas, considere um mol de um gás ideal contendo o número de Avogadro de moléculas. O estado macroscópico desse sistema é dado pela pressão P, volume V e temperatura T; uma descrição do estado microscópico envolve o conhecimento da posição e da velocidade de cada molécula do gás. Em uma dada pressão, volume e temperatura, o número de estados microscópicos é astronomicamente grande e depende das posições e das velocidades de suas $6{,}02 \times 10^{23}$ moléculas. Se o gás se expande e ocupa um volume maior, o intervalo de posições possíveis aumenta, assim como o número dos possíveis estados microscópicos. O sistema torna-se mais desordenado e a entropia aumenta, como calculamos no Exemplo 20.8 (Seção 20.7).

Podemos chegar à seguinte conclusão geral: **em qualquer sistema termodinâmico, o estado macroscópico mais provável é aquele com o maior número de**

Figura 20.21 Todos os estados microscópicos possíveis para quatro moedas. Podem existir diversos estados microscópicos para cada estado macroscópico.



Aplicação Cadeia de polímeros em solução Uma molécula de polietileno, o tipo mais comum de plástico, é um polímero — uma longa cadeia de unidades de monômeros (C_2H_4). Em solução, essas moléculas formam cadeias e o conceito de entropia explica o motivo. O polímero pode formar cadeia de diversas maneiras (estados microscópicos), mas existe apenas um estado microscópico no qual ele é totalmente alongado. Assim, a entropia do polímero em cadeia é muito maior que a de um polímero alongado. A segunda lei da termodinâmica diz que sistemas isolados sempre se movem no sentido da maior entropia, de modo que esperamos que uma cadeia de polímeros em solução esteja em um estado em cadeia.



estados microscópicos correspondentes, que é também o estado macroscópico com a maior desordem e a maior entropia.

Calculando a entropia: estados microscópicos

Seja w o número de estados microscópicos possíveis para um dado estado macroscópico. (Para as quatro moedas mostradas na Figura 20.21, o estado referente a quatro caras seria $w = 1$, o estado com três caras e uma coroa, $w = 4$, e assim por diante.) Dessa forma, podemos mostrar que a entropia S de um estado macroscópico é dada por

Expressão para a entropia em termos microscópicos

$$S = k \ln w \qquad (20.22)$$

Constante de Boltzmann (constante do gás por molécula)

Número de estados microscópicos para determinado estado macroscópico

(Apresentamos a constante de Boltzmann na Seção 18.3.) Como a Equação 20.22 mostra, o aumento do número de possíveis estados microscópicos w aumenta a entropia S.

O que importa em um processo termodinâmico não é a entropia absoluta, mas sim a *diferença* de entropia entre os estados final e inicial. Portanto, uma definição igualmente válida e útil poderia ser $S = k \ln w + C$, onde C é uma constante, uma vez que C é cancelada em qualquer cálculo de diferença de entropia entre dois estados. No entanto, é conveniente fazer essa constante igual a zero e usar a Equação 20.22. Com essa escolha, como o menor valor possível de w é igual a um, o menor valor possível de entropia S de qualquer sistema é $k \ln 1 = 0$. A entropia *nunca* pode ser negativa.

Na prática, o cálculo de w é uma tarefa muito difícil, de modo que a Equação 20.22 costuma ser usada apenas quando calculamos a entropia absoluta S de um sistema específico. Porém, podemos usar essa relação para calcular *diferenças* de entropia entre um estado e outro. Considere um sistema que sofre uma transformação termodinâmica que o leva de um estado macroscópico 1, para o qual existem w_1 estados microscópicos, até um estado macroscópico 2, associado a w_2 estados microscópicos. A variação de entropia desse processo é dada por

$$\Delta S = S_2 - S_1 = k \ln w_2 - k \ln w_1 = k \ln \frac{w_2}{w_1} \qquad (20.23)$$

A *diferença* de entropia entre os dois estados macroscópicos depende da *razão* entre os números dos estados microscópicos possíveis.

Como o exemplo a seguir mostrará, aplicar a Equação 20.23 para calcular uma variação de entropia entre um estado macroscópico e outro fornece os mesmos resultados que considerar um processo reversível conectando esses dois estados e usando a Equação 20.19.

EXEMPLO 20.11 UM CÁLCULO MICROSCÓPICO DA VARIAÇÃO DE ENTROPIA

Use a Equação 20.23 para calcular a variação de entropia na expansão livre de n mols de um gás na temperatura T, conforme descrito no Exemplo 20.8 (**Figura 20.22**).

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR: o problema pede para que calculemos a variação de entropia usando o número de microestados no estado macroscópico inicial (Figura 20.22a) e no estado macroscópico final (Figura 20.22b). Quando a parede é removida, as velocidades das moléculas não mudam, porque nenhum trabalho é realizado. Porém, cada molécula pode mover-se em um volume duas vezes maior e, portanto, dispõe de um número duas vezes maior de posições possíveis. Isso é tudo o que precisamos para calcular a variação de entropia usando a Equação 20.23.

EXECUTAR: seja w_1 o número de microestados do sistema como um todo quando o gás ocupa o volume V (Figura 20.22a). O número total de moléculas é $N = nN_A$, e cada molécula tem o dobro

(*Continua*)

(*Continuação*)

de estados possíveis depois que a divisória é retirada. Assim, o número w_2 de estados microscópicos quando o gás ocupa um volume $2V$ (Figura 20.22b) cresce a um fator 2^N, ou seja, $w_2 = 2^N w_1$. A variação de entropia nesse processo é

$$\Delta S = k \ln \frac{w_2}{w_1} = k \ln \frac{2^N w_1}{w_1}$$
$$= k \ln 2^N = Nk \ln 2$$

Como $N = nN_A$ e $k = R/N_A$, obtemos

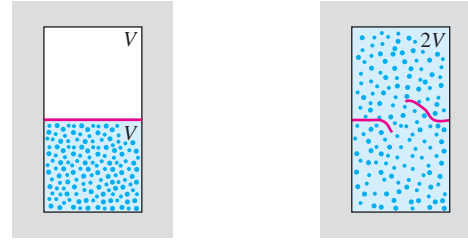
$$\Delta S = (nN_A)\,(R/N_A) \ln 2$$
$$= nR \ln 2$$

AVALIAR: portanto, encontramos o mesmo resultado que o obtido no Exemplo 20.8, porém sem nenhuma referência ao processo termodinâmico realizado pelo sistema.

Figura 20.22 Na expansão livre de N moléculas, na qual o volume dobra, o número possível de estados microscópicos aumenta a um fator 2^N.

(a) O gás ocupa um volume V; o número de microestados é w_1.

(b) O gás ocupa um volume 2V; o número de microestados é $w_2 = 2^N w_1$.



Estados microscópicos e a segunda lei

A relação entre a entropia e o número de estados microscópicos nos proporciona uma nova visão do enunciado da segunda lei da termodinâmica, segundo o qual a entropia de um sistema isolado nunca pode diminuir. Pela Equação 20.22, concluímos que um sistema isolado nunca pode sofrer espontaneamente uma transformação que faça diminuir o número de estados microscópicos possíveis.

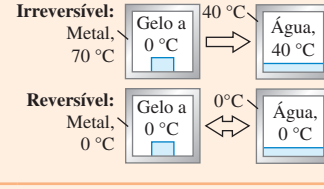
Um exemplo de tal processo proibido ocorreria se todo o ar na sala onde você está se contraísse espontaneamente e ocupasse metade do volume disponível, deixando um vácuo na outra metade. Essa "compressão livre" seria o inverso da expansão livre dos exemplos 20.8 e 20.11. O número de estados microscópicos possíveis se reduziria por um fator 2^N. Em sentido estrito, esse processo não é impossível! A probabilidade de encontrar uma molécula na metade da sala é de $\frac{1}{2}$, de modo que a probabilidade de encontrar todas as moléculas na metade da sala é de $\left(\frac{1}{2}\right)^N$. (Essa probabilidade é exatamente a mesma de se obter cara N vezes seguidas quando você lança uma moeda N vezes.) Essa probabilidade *não* é zero. Mas não se preocupe com a possibilidade de vir a ficar sem ar para respirar na sua sala; considere que uma sala típica pode conter 1.000 mols de ar; logo, $N = 1.000N_A = 6{,}02 \times 10^{26}$ moléculas. A probabilidade de que todas essas moléculas fiquem na mesma metade da sala é, portanto, de $\left(\frac{1}{2}\right)^{6{,}02\times10^{26}}$. Expresso sob a forma de um número decimal, isso equivale a um número com mais de 10^{26} zeros depois da vírgula!

Como a probabilidade da ocorrência de uma "compressão livre" é muito pequena, ela certamente nunca ocorreu em nenhuma parte e em nenhum momento no universo, desde o seu início. Concluímos que, do ponto de vista prático, a segunda lei da termodinâmica nunca é violada.

TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 20.8 Uma quantidade de N moléculas de um gás ideal inicialmente ocupa um volume V. A seguir, o gás se expande até um volume $2V$. O número de estados microscópicos do gás aumenta nessa expansão. Sob quais das seguintes circunstâncias esse número aumentará mais? (i) Se a expansão for reversível e isotérmica; (ii) se a expansão for reversível e adiabática; (iii) a variação do número será igual em ambas as circunstâncias. ❙

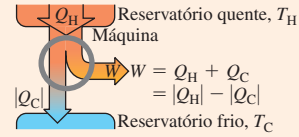
CAPÍTULO 20 RESUMO

Processos reversíveis e irreversíveis: um processo reversível é aquele cujo sentido pode ser invertido por mudanças infinitesimais nas condições do processo, e em que o sistema está sempre em equilíbrio térmico, ou muito próximo dele. Todos os outros processos termodinâmicos são irreversíveis.



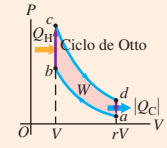
Máquinas térmicas: uma máquina térmica recebe uma quantidade de calor Q_H de uma fonte, converte parte desse calor em trabalho W e rejeita o calor restante $|Q_C|$ em uma temperatura mais baixa. A eficiência térmica e de uma máquina térmica mede quanto do calor absorvido é convertido em trabalho. (Ver Exemplo 20.1.)

$$e = \frac{W}{Q_H} = 1 + \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \left|\frac{Q_C}{Q_H}\right| \quad (20.4)$$



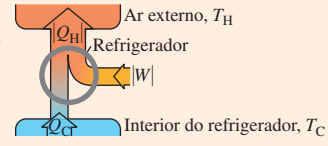
Ciclo de Otto: um motor a gasolina operando em um ciclo de Otto possui uma eficiência máxima teórica e que depende da razão de compressão r e da razão entre os calores específicos γ da substância de trabalho.

$$e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \quad (20.6)$$

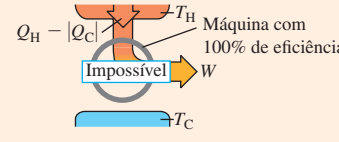


Refrigeradores: um refrigerador recebe um calor Q_C de uma fonte mais fria, recebe um trabalho $|W|$ e rejeita um calor $|Q_H|$ em uma fonte mais quente. A eficiência do refrigerador é dada por seu coeficiente de desempenho K.

$$K = \frac{|Q_C|}{|W|} = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|} \quad (20.9)$$



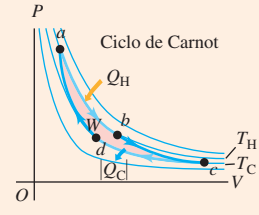
Segunda lei da termodinâmica: a segunda lei da termodinâmica descreve o sentido da realização de um processo termodinâmico natural. Ela pode ser descrita mediante diversos enunciados equivalentes. O enunciado da *máquina* afirma que nenhum processo cíclico pode converter completamente calor em trabalho. O enunciado do *refrigerador* afirma que nenhum processo cíclico pode transferir calor de um corpo mais frio para um mais quente sem que nenhum trabalho seja fornecido ao sistema.



Ciclo de Carnot: o ciclo de Carnot opera entre dois reservatórios de calor com temperaturas T_H e T_C, e utiliza somente processos reversíveis. Sua eficiência térmica depende apenas de T_H e T_C. Outro enunciado equivalente da segunda lei é que nenhuma máquina térmica operando entre os mesmos extremos de temperatura pode ter uma eficiência maior que a máquina de Carnot. (Ver exemplos 20.2 e 20.3.)
Uma máquina de Carnot com um ciclo invertido é um refrigerador de Carnot. Seu coeficiente de desempenho depende apenas de T_H e T_C. Outro enunciado da segunda lei é que nenhum refrigerador operando entre dois limites de temperatura pode ter um coeficiente de desempenho maior que o coeficiente de desempenho de um refrigerador de Carnot. (Ver Exemplo 20.4.)

$$e_{Carnot} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H} \quad (20.14)$$

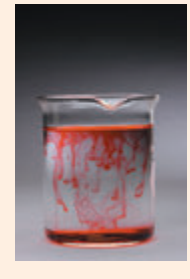
$$K_{Carnot} = \frac{T_C}{T_H - T_C} \quad (20.15)$$



Entropia: a entropia é a medida quantitativa da desordem de um sistema. A variação de entropia de qualquer processo reversível depende da quantidade de fluxo de calor e da temperatura absoluta T. A entropia depende apenas do estado do sistema, e a variação de entropia entre um dado estado final e um dado estado inicial é sempre a mesma em qualquer processo que leve o sistema do estado inicial ao final. Esse fato pode ser usado no cálculo da variação de entropia em um processo irreversível. (Ver exemplos 20.5-20.10.)
Um importante enunciado da segunda lei da termodinâmica afirma que a entropia de um sistema isolado pode crescer, mas nunca diminuir. Quando um

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \quad (20.19)$$

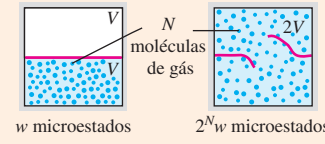
(processo reversível)



sistema interage com suas vizinhanças, a variação total da entropia do sistema e do ambiente nunca pode diminuir. Quando a interação envolve apenas processos reversíveis, a entropia total é constante e $\Delta S = 0$; quando existe um processo irreversível, a variação total da entropia aumenta e $\Delta S > 0$.

Entropia e estados microscópicos: quando um sistema está em dado estado macroscópico, as partículas que o compõem podem ser distribuídas em w estados microscópicos possíveis. Quanto maior for o número w, maior será a entropia. (Ver Exemplo 20.11.)

$$S = k \ln w \qquad (20.22)$$



Problema em destaque Variações de entropia: gelo frio em água quente

Um recipiente isolado com massa desprezível mantém 0,600 kg de água a 45,0 °C. Você coloca um cubo de gelo de 0,0500 kg a −15,0 °C na água (**Figura 20.23**). (a) Calcule a temperatura final da água quando o gelo tiver se derretido. (b) Calcule a variação na entropia do sistema.

GUIA DA SOLUÇÃO

IDENTIFICAR E PREPARAR

1. Faça uma lista das grandezas conhecidas e desconhecidas, e identifique as variáveis-alvo.
2. Como você achará a temperatura final da mistura gelo-água? Como você decidirá se todo o gelo se derrete ou não?
3. Quando você descobrir a temperatura final da mistura, como determinará as variações na entropia (i) do gelo inicialmente a −15,0 °C e (ii) da água inicialmente a 45,0 °C?

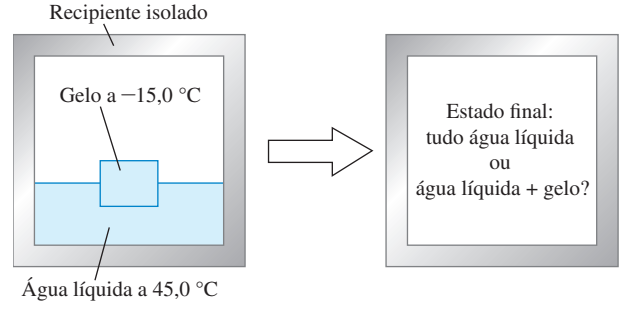
EXECUTAR

4. Use os métodos do Capítulo 17 para calcular a temperatura final T. (*Dica:* primeiro considere que todo o gelo se derrete, depois escreva uma equação informando que o calor que flui para o gelo é igual ao que sai da água. Se a sua hipótese estiver correta, a temperatura final que você calcula será maior que 0 °C. Se a sua hipótese estiver incorreta, a temperatura final será 0 °C ou menos, o que significa que algum gelo permanece. Então você precisará refazer o cálculo para considerar isso.)
5. Use o resultado do item 4 para calcular as variações de entropia do gelo e da água. (*Dica:* você terá de incluir o fluxo de calor associado às variações de temperatura, como no Exemplo 20.6, além do fluxo de calor associado à variação de fase.)
6. Ache a variação total na entropia do sistema.

AVALIAR

7. Os sinais das variações de entropia fazem sentido? Explique o motivo.

Figura 20.23 O que esta mistura de gelo e água se torna?



PROBLEMAS

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de outros capítulos. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS**: problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO

Q20.1 Uma panela de pressão é cheia de água até a metade e sua tampa a veda de modo a impedir a saída de vapor d'água de seu interior. A panela é colocada sobre a chama de um fogão, e a água se vaporiza em seu interior. A chama é apagada, o vapor se condensa e o líquido volta ao seu estado inicial. Esse processo é reversível ou irreversível? Por quê?

Q20.2 Forneça dois exemplos de processos reversíveis e dois exemplos de processos irreversíveis em sistemas puramente mecânicos, como blocos escorregando em planos, molas, roldanas e fios. Explique o que faz o processo ser reversível ou irreversível.

Q20.3 Refrigeradores domésticos possuem serpentinas de tubos no exterior, normalmente na parte traseira ou inferior. Quando o

refrigerador está funcionando, a tubulação fica quente. De onde vem o calor?

Q20.4 Você tenta esfriar a cozinha de sua casa deixando a porta da geladeira aberta. O que ocorrerá? Por quê? Esse resultado seria o mesmo que o obtido se você deixasse aberta a tampa de uma caixa de isopor cheia de pedras de gelo? Caso os resultados sejam diferentes, explique a razão dessas diferenças.

Q20.5 Por que um aparelho de ar-condicionado de quarto precisa ser colocado em uma janela, e não apoiado no solo e ligado na tomada? Por que um refrigerador pode ser apoiado no solo e ligado na tomada?

Q20.6 Converter energia mecânica em calor completamente é uma violação da segunda lei da termodinâmica? E converter calor em trabalho completamente? Explique suas respostas.

Q20.7 Imagine um filtro de ar especial colocado na janela de uma casa. Os pequenos furos do filtro permitem a saída apenas de moléculas com velocidades maiores que certa velocidade e somente a entrada de moléculas mais lentas que um certo valor. Explique por que esse filtro produziria o resfriamento da casa e por que a segunda lei da termodinâmica proíbe sua construção.

Q20.8 O eixo de um motor elétrico está ligado ao eixo de um gerador elétrico. O motor faz o gerador entrar em movimento, e certa corrente produzida pelo gerador é usada para fazer o motor girar. A corrente excedente é utilizada para iluminar uma casa. O que há de errado com esse esquema?

Q20.9 Quando uma roupa molhada é pendurada no deserto, onde um vento quente sopra, ela esfria por evaporação, podendo atingir até uma temperatura da ordem de 20 °C abaixo da temperatura do ar. Discuta esse processo com base na segunda lei da termodinâmica.

Q20.10 Compare o diagrama *PV* do ciclo de Otto na Figura 20.6 com o diagrama da máquina térmica de Carnot na Figura 20.13. Explique algumas das diferenças fundamentais entre os dois ciclos.

Q20.11 A eficiência de máquinas térmicas é alta quando a diferença de temperatura entre os reservatórios frio e quente é grande. Refrigeradores, por outro lado, funcionam melhor quando a diferença de temperatura é pequena. Tendo em mente o ciclo do refrigerador mecânico mostrado na Figura 20.9, explique em termos físicos por que requer menos trabalho retirar calor da substância de trabalho quando os dois reservatórios (o interior do refrigerador e o ar exterior) estão quase à mesma temperatura do que quando o ar externo é muito mais quente que o interior do refrigerador.

Q20.12 Qual deveria ser a eficiência de uma máquina de Carnot operando com $T_H = T_C$? Qual seria a eficiência se $T_C = 0$ K e T_H fosse qualquer temperatura acima de 0 K? Justifique suas respostas.

Q20.13 Em máquinas térmicas reais, como o motor a gasolina de um carro, há sempre algum atrito entre as partes móveis, embora os óleos lubrificantes reduzam o atrito a um valor mínimo. Se o atrito entre as partes móveis da máquina fosse completamente eliminado, sua eficiência seria igual a 100%? Justifique sua resposta. Sua resposta depende do fato de a máquina seguir ou não um ciclo de Carnot? Novamente, justifique.

Q20.14 Um refrigerador cheio de alimentos consome mais potência quando a temperatura ambiente é 20 °C ou quando é 15 °C? Ou o consumo de potência é o mesmo? Explique seu raciocínio.

Q20.15 No Exemplo 20.4, um refrigerador de Carnot requer um fornecimento de trabalho de apenas 230 J para extrair 346 J de calor do reservatório frio. Essa discrepância não implica uma violação da lei da conservação de energia? Justifique sua resposta.

Q20.16 Como a condução térmica de calor de um objeto mais quente para um mais frio pode aumentar a entropia quando a mesma quantidade de calor que flui do objeto mais quente flui para o mais frio?

Q20.17 Explique por que cada um dos processos seguintes é um exemplo do aumento da desordem ou aleatoriedade: mistura de água quente com água fria, expansão livre de um gás, fluxo de calor irreversível e produção de calor pelo atrito mecânico. Existe aumento de entropia em todos esses casos? Justifique sua resposta.

Q20.18 A expansão livre de um gás ideal é um processo adiabático e, portanto, não há transferência de calor. Nenhum trabalho é realizado; logo, a energia interna não se altera. Dessa forma, $Q/T = 0$. Apesar disso, a desordem do sistema e sua entropia aumentaram após a expansão. Por que a Equação 20.19 não se aplica a essa situação?

Q20.19 A Terra e o Sol estão em equilíbrio térmico? Existe variação de entropia associada à transmissão de energia do Sol para a Terra? A radiação difere dos outros modos de transferência de calor no que diz respeito a variações de entropia? Explique seu raciocínio.

Q20.20 Suponha que você coloque um objeto quente em contato térmico com um objeto frio e observe (para sua surpresa) que o calor flui do objeto frio para o objeto quente, tornando o objeto frio mais frio e o quente mais quente ainda. Esse processo necessariamente viola a primeira lei da termodinâmica? E a segunda lei? Explique seu raciocínio.

Q20.21 Se você roda um filme de trás para a frente, é como se o sentido do tempo fosse invertido. No filme com o tempo invertido, você veria processos que violam a conservação da energia? E a conservação do momento linear? Você veria processos que violam a segunda lei da termodinâmica? Em cada um dos casos, se ocorrerem processos que violem alguma lei, dê alguns exemplos.

Q20.22 **BIO** Alguns críticos da teoria da evolução biológica afirmam que essa teoria viola a segunda lei da termodinâmica, uma vez que a evolução implica a transformação de uma forma de vida mais simples em outra mais complexa, com organismos mais ordenados. Explique por que esse não é um argumento válido contra a teoria da evolução.

Q20.23 **BIO** Uma planta crescendo cria uma estrutura altamente complexa e organizada a partir de materiais simples como o ar, a água e alguns minerais. Isso viola a segunda lei da termodinâmica? Justifique sua resposta. Qual é a fonte de energia primária de uma planta? Explique seu raciocínio.

EXERCÍCIOS

Seção 20.2 Máquinas térmicas

20.1 • Um motor a diesel produz 2.200 J de trabalho mecânico e rejeita 4.300 J de calor em cada ciclo. (a) Qual deve ser a quantidade de calor a ser fornecida para a máquina em cada ciclo? (b) Qual é a eficiência térmica da máquina?

20.2 • O motor de um avião recebe um calor de 9.000 J e rejeita 6.400 J em cada ciclo. (a) Qual é o trabalho realizado pela máquina em cada ciclo? (b) Qual é a eficiência térmica da máquina?

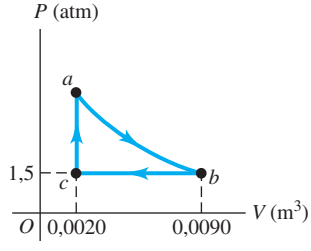
20.3 • **Motor a gasolina.** Um motor a gasolina consome 1,61 $\times 10^4$ J de calor e realiza 3.700 J de trabalho em cada ciclo. O calor é obtido pela queima de gasolina com calor de combustão

igual a $4{,}60 \times 10^4$ J/g. (a) Qual é a eficiência térmica? (b) Qual é a quantidade de calor rejeitada em cada ciclo? (c) Qual é a massa de combustível queimada em cada ciclo? (d) Se o motor gira com 60,0 ciclos por segundo, qual é a potência fornecida pelo motor em quilowatts? E em cavalos-vapor?

20.4 • Um motor a gasolina produz uma potência igual a 180 kW (cerca de 241 hp). Sua eficiência térmica é 28,0%. (a) Qual é a quantidade de calor fornecida para a máquina por segundo? (b) Qual é o calor rejeitado pela máquina por segundo?

20.5 •• O diagrama *PV* da **Figura E20.5** mostra um ciclo de uma máquina térmica que usa 0,250 mol de um gás ideal com $\gamma = 1{,}40$. O processo *ab* é adiabático. (a) Determine a pressão do gás no ponto *a*. (b) Quanto calor entra nesse gás por ciclo e onde isso acontece? (c) Quanto calor sai desse gás em um ciclo e onde isso ocorre? (d) Quanto trabalho esse motor realiza em um ciclo? (e) Qual é a eficiência térmica do motor?

Figura E20.5



Seção 20.3 Máquinas de combustão interna

20.6 • (a) Calcule a eficiência teórica de um motor do ciclo de Otto com $\gamma = 1{,}40$ e $r = 9{,}50$. (b) Se esse motor requer 10.000 J de calor da queima de seu combustível, quanto calor ele rejeita para o ar exterior?

20.7 •• O motor de ciclo de Otto de um Mercedes-Benz SLK230 tem uma razão de compressão igual a 8,8. (a) Qual é a eficiência ideal do motor? Use $\gamma = 1{,}40$. (b) O motor de um Dodge Viper GT2 possui uma razão de compressão ligeiramente maior, igual a 9,6. Qual é o aumento da eficiência ideal produzido por esse aumento da razão de compressão?

Seção 20.4 Refrigeradores

20.8 • O coeficiente de desempenho $K = H/P$ é uma grandeza adimensional. Seu valor independe das unidades usadas para *H* e *P*, desde que as mesmas unidades, como watts, sejam usadas para as duas grandezas. No entanto, é uma prática comum expressar *H* em Btu/h e *P* em watts. Quando essas unidades misturadas são usadas, a razão *H*/*P* é chamada de *razão de eficiência de energia* (*EER* — Energy Efficiency Ratio). Se um aparelho de ar-condicionado comum possui $K = 3{,}0$, qual é sua EER?

20.9 • Um refrigerador possui coeficiente de desempenho igual a 2,10. Ele absorve $3{,}10 \times 10^4$ J de calor de um reservatório frio em cada ciclo. (a) Qual é a energia mecânica em cada ciclo necessária para operar o refrigerador? (b) Durante cada ciclo, qual é o calor rejeitado para o reservatório quente?

20.10 •• Um *freezer* possui um coeficiente de desempenho igual a 2,40. O *freezer* deve converter 1,80 kg de água a 25,0 °C em 1,80 kg de gelo a −5,0 °C em uma hora. (a) Que quantidade de calor deve ser removida da água a 25 °C para convertê-la em gelo a −5 °C? (b) Qual é a energia elétrica consumida pelo *freezer* durante uma hora? (c) Qual é a quantidade de calor rejeitado para a sala na qual o *freezer* está localizado?

20.11 •• Um refrigerador possui um coeficiente de desempenho de 2,25, recebe 135 W de potência elétrica e mantém seu compartimento interno a 5 °C. Se você colocasse 12 garrafas plásticas de 1 litro com água a 31 °C nesse refrigerador, quanto tempo levaria para que elas fossem resfriadas para 5 °C? (Ignore qualquer calor que saia do plástico.)

Seção 20.6 O ciclo de Carnot

20.12 • Uma máquina de Carnot opera entre dois reservatórios com temperaturas de 520 K e 300 K. (a) Se a máquina recebe 6,45 kJ de calor do reservatório a 520 K em cada ciclo, quantos joules por ciclo ela rejeita ao reservatório a 300 K? (b) Qual é o trabalho mecânico produzido pela máquina durante cada ciclo? (c) Qual é a eficiência térmica da máquina?

20.13 • Uma máquina de Carnot cujo reservatório quente está a uma temperatura de 620 K absorve 550 J de calor nessa temperatura em cada ciclo e fornece 335 J para o reservatório frio. (a) Qual é o trabalho produzido pela máquina durante cada ciclo? (b) Qual é a temperatura da fonte fria? (c) Qual é a eficiência térmica do ciclo?

20.14 •• Uma máquina que produz gelo opera em um ciclo de Carnot. Ela recebe calor da água a 0,0 °C e rejeita calor para uma sala a 24,0 °C. Suponha que 85,0 kg de água a 0,0 °C sejam convertidos em gelo a 0,0 °C. (a) Qual é o calor rejeitado para a sala? (b) Qual é a energia que deve ser fornecida para a máquina?

20.15 • Uma máquina de Carnot tem uma eficiência de 66% e realiza $2{,}5 \times 10^4$ J de trabalho em cada ciclo. (a) Quanto calor a máquina extrai de sua fonte de calor em cada ciclo? (b) Suponha que a máquina rejeite calor para a sala à temperatura ambiente (20,0 °C). Qual é a temperatura de sua fonte de calor?

20.16 •• Certa marca de *freezer* anuncia que usa 730 kW · h de energia por ano. (a) Supondo que o *freezer* funcione durante 5 horas todos os dias, quanta potência ele requer enquanto está em funcionamento? (b) Se o *freezer* mantém seu interior a uma temperatura de −5,0 °C em uma sala a 20,0 °C, qual é seu coeficiente de desempenho teórico máximo? (c) Qual é a quantidade máxima teórica de gelo que esse *freezer* poderia fazer em uma hora, partindo de água a 20 °C?

20.17 • Um refrigerador de Carnot opera entre dois reservatórios a temperaturas de 320 K e 270 K. (a) Se em cada ciclo o refrigerador recebe 415 J de calor do reservatório a 270 K, qual é a quantidade de calor em joules transferida para o reservatório a 320 K? (b) Se o refrigerador executa 165 ciclos em cada minuto, qual é a potência necessária para operá-lo? (c) Qual é o coeficiente de desempenho do refrigerador?

20.18 •• Uma máquina térmica de Carnot usa um reservatório quente, que consiste em uma grande quantidade de água fervente, e um reservatório frio, formado por um grande tanque de gelo e água. Em 5 minutos de funcionamento, o calor rejeitado pela máquina derrete 0,0400 kg de gelo. Durante esse tempo, quanto trabalho *W* é realizado pela máquina?

20.19 •• Você projeta uma máquina que absorve $1{,}50 \times 10^4$ J de calor a 650 K em cada ciclo e rejeita calor a uma temperatura de 290 K. A máquina completa 240 ciclos em 1 minuto. Qual é o máximo rendimento de potência teórico de sua máquina, em cavalos-vapor?

Seção 20.7 Entropia

20.20 • Um bloco de gelo de 4,50 kg a 0,00 °C cai no oceano e se derrete. A temperatura média do oceano é 3,50 °C, incluindo todas as águas profundas. Em quanto a variação desse gelo para a água a 3,50 °C altera a entropia do universo? A entropia aumenta ou diminui? (*Dica:* você acredita que a temperatura do oceano mudará de modo apreciável enquanto o gelo derrete?)

20.21 • Um estudante universitário, sem ter o que fazer, aquece 0,350 kg de gelo a 0,0 °C até ele se fundir completamente. (a) Qual é a variação da entropia da água? (b) A fonte de calor é um corpo com massa muito grande a uma temperatura igual a 25,0 °C. Qual é a variação de entropia desse corpo? (c) Qual é a variação total de entropia da água e da fonte de calor?

20.22 • **CALC** Você decide tomar um banho, mas descobre que o seu descuidado companheiro de quarto usou quase toda a água quente. Você enche a banheira com 195 kg de água a 30,0 °C e tenta aquecê-la mais despejando 5,00 kg de água fervente aquecida no fogão. (a) Esse processo é reversível ou irreversível? Use raciocínio físico para explicar. (b) Calcule a temperatura final da água do banho. (c) Calcule a variação total na entropia do sistema (água da banheira + água fervente), supondo que não haja troca de calor com o ar e com a própria banheira.

20.23 •• Um bloco de gelo de 15,0 kg a 0,0 °C se liquefaz a 0,0 °C dentro de uma sala grande com temperatura de 20,0 °C. Considere o gelo e a sala um sistema isolado, e suponha que a sala seja grande o bastante para que sua variação de temperatura possa ser desprezada. (a) A liquefação do gelo é reversível ou irreversível? Explique, usando raciocínio físico simples e sem recorrer a nenhuma equação. (b) Calcule a variação de entropia total do sistema durante esse processo. Comente se esse resultado é compatível ou não com a sua resposta à parte (a).

20.24 •• **CALC** Você faz um chá com 0,250 kg de água a 85,0 °C e o deixa esfriar à temperatura ambiente (20,0 °C) antes de bebê-lo. (a) Calcule a variação de entropia da água enquanto o chá esfria. (b) O processo de resfriamento é essencialmente isotérmico para o ar em sua cozinha. Calcule a variação de entropia do ar enquanto o chá esfria, supondo que todo o calor perdido pela água vá para o ar. Qual é a variação total de entropia do sistema chá + ar?

20.25 • Em um processo reversível, 3 moles de um gás ideal são comprimidos isotermicamente a 20,0 °C. Durante a compressão, um trabalho de 1.850 J é realizado sobre o gás. Qual é a variação de entropia do gás?

20.26 •• Qual é a variação de entropia de 0,130 kg de gás hélio em seu ponto de ebulição normal quando todo ele se condensa isotermicamente em 1,00 L de hélio líquido? (*Dica*: ver a Tabela 17.4 na Seção 17.6.)

20.27 • (a) Calcule a variação de entropia quando 1,00 kg de água a 100 °C é vaporizado e convertido em vapor d'água a 100 °C (ver a Tabela 17.4). (b) Compare sua resposta com a variação de entropia quando 1,00 kg de gelo funde-se a 0 °C, calculada no Exemplo 20.5 (Seção 20.7). A variação de entropia é maior para a fusão ou para a vaporização? Interprete sua resposta, usando a ideia de que a entropia está associada ao grau de desordem de um sistema.

20.28 •• **Variação de entropia decorrente da direção.** A gasolina premium produz $1{,}23 \times 10^8$ J de calor por galão quando é queimada a aproximadamente 400 °C (embora a quantidade possa variar com a mistura de combustível). Se o motor de um carro tem eficiência de 25%, três quartos desse calor são expelidos no ar, normalmente a 20 °C. Se o seu carro faz 35 milhas por galão de gás, em quanto o motor do carro varia a entropia do universo quando você dirige por 1,0 milha? Ela diminui ou aumenta?

Seção 20.8 Interpretação microscópica da entropia

20.29 • **CALC** Dois moles de um gás ideal ocupam um volume V. O gás sofre uma expansão isotérmica reversível até um volume $3V$. (a) A distribuição das velocidades se altera com a expansão isotérmica? Explique. (b) Use a Equação 20.23 para calcular a variação de entropia do gás. (c) Use a Equação 20.18 para calcular a variação de entropia do gás. Compare esse resultado com o obtido na parte (b).

20.30 • Uma caixa possui dois compartimentos de mesmo volume separados por uma divisória. O lado esquerdo da caixa contém 500 moléculas do gás nitrogênio; o lado direito contém 100 moléculas do gás oxigênio. Os dois gases estão à mesma temperatura. A divisória é perfurada e o equilíbrio é atingido. Suponha que o volume da caixa seja suficientemente grande para que cada gás sofra uma expansão livre mantendo sua temperatura constante. (a) Em média, quantas moléculas de cada gás estarão em cada metade da caixa? (b) Qual é a variação da entropia do sistema depois que a divisória foi perfurada? (c) Qual seria a probabilidade de encontrar as moléculas com a mesma distribuição existente antes de a divisória ser perfurada, ou seja, 500 moléculas de nitrogênio do lado esquerdo e 100 moléculas de oxigênio do lado direito?

20.31 • **CALC** Um balão solitário com volume de 2,40 L e contendo 0,100 mol de ar é solto na Estação Espacial Internacional, que está temporariamente desabitada e despressurizada. A luz do sol, entrando por uma janela, aquece e explode o balão, fazendo com que o ar dentro dele passe por uma expansão livre dentro da estação vazia, cujo volume total é 425 m^3. Calcule a variação de entropia do ar durante a expansão.

PROBLEMAS

20.32 • Você está projetando uma máquina de Carnot com 2 moles de CO_2 como substância de trabalho; o gás pode ser considerado ideal. O gás precisa ter uma temperatura máxima de 527 °C e uma pressão máxima de 5,00 atm. Com um fornecimento de calor de 400 J por ciclo, você quer 300 J de trabalho útil. (a) Ache a temperatura do reservatório frio. (b) Quantos ciclos a máquina precisa efetuar para derreter completamente um bloco de gelo de 10,0 kg, originalmente a 0,0 °C, usando apenas o calor rejeitado pela máquina?

20.33 •• **PC** Uma máquina ideal de Carnot funciona entre 500 °C e 100 °C, com um fornecimento de calor de 250 J por ciclo. (a) Que quantidade de calor é fornecida ao reservatório frio em cada ciclo? (b) Qual é o número mínimo de ciclos necessário para que a máquina erga uma pedra de 500 kg a uma altura de 100 m?

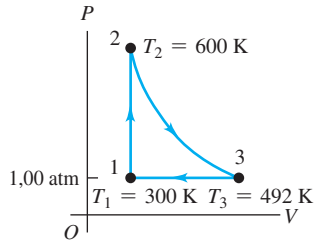
20.34 •• **BIO** **Entropia do metabolismo.** Uma pessoa normal, dormindo, sofre metabolismo a uma taxa de aproximadamente 80 W pela digestão do alimento ou pela queima de gordura. Normalmente, 20% dessa energia entra nas funções corporais, como reparo de células, bombeamento de sangue e outros usos da energia mecânica, enquanto o restante vai para o calor. A maioria das pessoas se livra de todo esse calor em excesso transferindo-o (por condução e pelo fluxo de sangue) à superfície do corpo, onde é irradiado. A temperatura interna normal do corpo (onde ocorre o metabolismo) é de 37 °C, e a pele normalmente é 7 °C mais fria. De quanto varia a entropia dessa pessoa por segundo em decorrência dessa transferência de calor?

20.35 •• **PC** Certa máquina térmica, operando em um ciclo de Carnot, absorve 410 J de calor por ciclo em seu reservatório quente a 135 °C e possui eficiência térmica de 22,0%. (a) Quanto trabalho essa máquina realiza por ciclo? (b) Quanto calor essa máquina rejeita a cada ciclo? (c) Qual é a temperatura do reservatório frio? (d) Em quanto a máquina varia a entropia do universo a cada ciclo? (e) Que massa da água essa máquina poderia bombear por ciclo a partir de um poço de 35,0 m de profundidade?

20.36 • Uma máquina térmica usa 0,350 mol de um gás diatômico ideal e executa o ciclo indicado no diagrama PV da **Figura P20.36**. O processo $1 \rightarrow 2$ ocorre a volume constante, o processo $2 \rightarrow 3$ é adiabático e o processo $3 \rightarrow 1$ ocorre a uma pressão constante de 1,0 atm. O valor de γ para esse gás é 1,40. (a) Ache a pressão e o volume nos pontos 1, 2 e 3. (b) Calcule Q, W e ΔU

em cada um dos três processos. (c) Ache o trabalho total realizado pelo gás no ciclo. (d) Calcule o fluxo de calor total para o interior da máquina em um ciclo. (e) Qual é a eficiência térmica da máquina? Como esse valor se compara à eficiência de um ciclo de Carnot operando entre as mesmas temperaturas extremas T_1 e T_2?

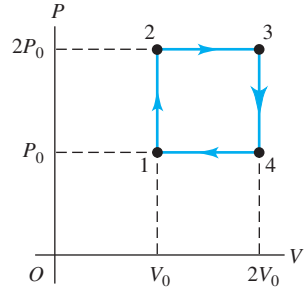
Figura P20.36



20.37 •• BIO **Variação de entropia da digestão de gordura.** A digestão de gordura produz 9,3 kcal por grama de gordura, e normalmente 80% dessa energia vai para o calor durante o metabolismo. (Uma kcal corresponde a 1.000 calorias e, portanto, é igual a 4.186 J.) O corpo, então, move todo esse calor para a superfície, por uma combinação de condutividade térmica e movimento do sangue. A temperatura interna do corpo (onde ocorre a digestão) normalmente é de 37 °C, e a superfície, em geral, 30 °C. Em quanto a digestão e o metabolismo de 2,5 g de gordura varia a entropia de seu corpo? Ela aumenta ou diminui?

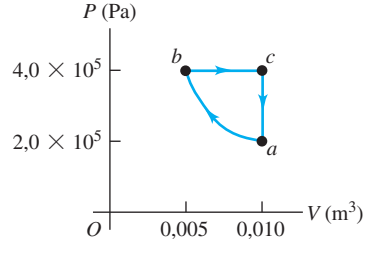
20.38 •• Calcule a eficiência térmica da máquina que usa n moles de um gás ideal diatômico e executa o ciclo 1 → 2 → 3 → 4 → 1 mostrado na **Figura P20.38**.

Figura P20.38



20.39 •• CALC Você constrói uma máquina térmica que requer 1,0 mol de um gás ideal diatômico em todo o ciclo mostrado na **Figura P20.39**. (a) Mostre que o segmento ab é uma compressão isotérmica. (b) Durante qual(is) processo(s) do ciclo o calor é absorvido pelo gás? Durante qual(is) processo(s) o calor é rejeitado? Como você sabe disso? (c) Calcule a temperatura nos pontos a, b e c. (d) Calcule o calor total trocado com o meio ambiente e o trabalho total realizado pela máquina em um ciclo. (e) Calcule a eficiência térmica da máquina.

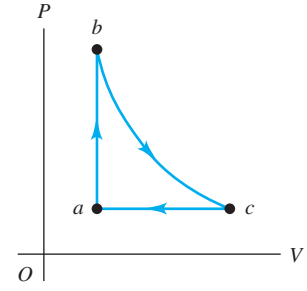
Figura P20.39



20.40 • PC Sendo um engenheiro mecânico iniciante, você é contratado para projetar uma máquina de Carnot que tem 2,00 mols de um gás ideal monoatômico como sua substância de trabalho e opera de um reservatório de alta temperatura a 500 °C. A máquina deve erguer um peso de 15,0 kg até 2,00 m por ciclo, usando 500 J de calor fornecido. O gás na câmara da máquina pode ter um volume mínimo de 5,00 L durante o ciclo. (a) Desenhe um diagrama PV desse ciclo. Mostre em seu diagrama por onde o calor entra no gás e por onde ele sai. (b) Qual deve ser a temperatura do reservatório frio? (c) Qual é a eficiência térmica da máquina? (d) Quanta energia térmica essa máquina desperdiça por ciclo? (e) Qual é a pressão máxima que a câmara de gás precisa suportar?

20.41 • CALC Uma máquina térmica funciona seguindo o ciclo mostrado na **Figura P20.41**. A substância de trabalho é 2,00 mols de gás hélio, que atinge uma temperatura máxima de 327 °C. Considere o hélio um gás ideal. O processo bc é isotérmico. A pressão nos estados a e c é $1,00 \times 10^5$ Pa, e a pressão no estado b é $3,00 \times 10^5$ Pa. (a) Quanto calor entra no gás e quanto calor sai a cada ciclo? (b) Quanto trabalho a máquina realiza a cada ciclo, e qual é sua eficiência? (c) Compare a eficiência dessa máquina com a máxima eficiência possível dos reservatórios quente e frio usados nesse ciclo.

Figura P20.41



20.42 •• PC BIO **Entropia humana.** Uma pessoa que possui uma área superficial na pele de 1,85 m^2 e temperatura de 30,0 °C está descansando em uma sala isolada, onde a temperatura do ar ambiente é 20,0 °C. Nesse estado, essa pessoa se livra do calor em excesso por irradiação. Em quanto essa pessoa varia a entropia do ar nessa sala a cada segundo? (Lembre-se de que a sala irradia de volta para a pessoa e que a emissividade da pele é 1,00.)

20.43 ••• Uma usina elétrica experimental no Laboratório de Energia Natural no Havaí gera energia elétrica a partir do gradiente de temperatura do oceano. A água da superfície está a 27 °C e a água em profundidades elevadas está a 6 °C. (a) Qual é a eficiência teórica máxima dessa usina? (b) Se a usina deve produzir 210 kW de potência, com que taxa o calor deve ser extraído da água quente? Com que taxa o calor deve ser absorvido da água fria? Suponha a máxima eficiência teórica. (c) A água fria que sai da usina possui temperatura igual a 10 °C. Qual deve ser a vazão da água fria através do sistema? Dê sua resposta em kg/h e em L/h.

20.44 •• PC BIO **Uma máquina humana.** Você decide usar seu corpo como uma máquina térmica de Carnot. O gás em operação está em um tubo com uma extremidade em sua boca (onde a temperatura é igual a 37,0 °C) e a outra extremidade na superfície da sua pele, a 30,0 °C. (a) Qual é a eficiência máxima dessa máquina de calor? Ela seria uma máquina útil? (b) Suponha que você queira usar essa máquina humana para levantar uma caixa de 2,50 kg do chão até o topo de uma mesa a 1,20 m de altura. Em quanto você precisa aumentar a energia potencial gravitacional, e quanto calor deve ser fornecido para realizar isso? (c) Se o seu doce favorito possui 350 kcal (1 kcal = 4.186 J) e 80% de sua energia alimentar se transforma em calor, quantos desses doces você precisa comer para levantar a caixa dessa maneira?

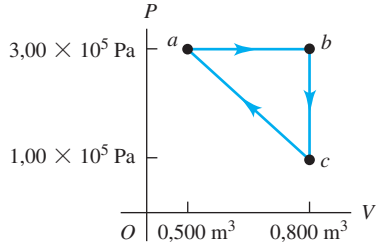
20.45 • CALC Um cilindro contém oxigênio a uma pressão de 2,00 atm. Seu volume é 4,00 L e a temperatura é 300 K. Suponha que o oxigênio possa ser considerado um gás ideal. O oxigênio é submetido aos seguintes processos:

(i) Aquecido à pressão constante do estado inicial (estado 1) até o estado 2, cuja temperatura é T = 450 K.
(ii) Resfriado a volume constante até 250 K (estado 3).
(iii) Comprimido à temperatura constante até um volume de 4,00 L (estado 4).
(iv) Aquecido a volume constante até 300 K, fazendo o sistema retornar ao estado 1.

(a) Mostre esses quatro processos em um diagrama *PV*, fornecendo os valores numéricos de *P* e *V* em cada um dos quatro estados. (b) Calcule *Q* e *W* em cada um dos quatro processos. (c) Encontre o trabalho total realizado pelo oxigênio no ciclo completo. (d) Qual é a eficiência desse dispositivo como máquina térmica? Como se compara essa eficiência com a de um ciclo de Carnot entre as mesmas temperaturas extremas de 250 K e 450 K?

20.46 • Um gás monoatômico ideal executa o ciclo da **Figura P20.46** no sentido indicado na figura. O caminho do processo $c \rightarrow a$ é uma linha reta no diagrama *PV*. (a) Calcule *Q*, *W* e ΔU em cada processo: $a \rightarrow b$, $b \rightarrow c$ e $c \rightarrow a$. (b) Quais são os valores de *Q*, *W* e ΔU em um ciclo completo? (c) Qual é a eficiência do ciclo?

Figura P20.46



20.47 •• Uma máquina de Carnot opera entre dois reservatórios de calor com temperaturas T_H e T_C. Um inventor propõe aumentar sua eficiência fazendo uma máquina operar entre T_H e uma temperatura intermediária T' e uma segunda máquina entre T' e T_C, usando na segunda máquina o calor rejeitado pela primeira. Calcule a eficiência dessa máquina composta e compare-a com a eficiência da máquina original.

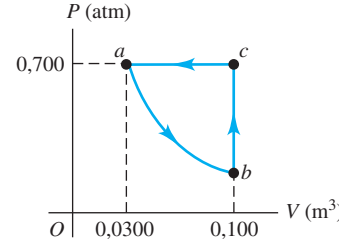
20.48 ••• Uma usina termelétrica alimentada por queima de carvão produz uma potência mecânica de 1.000 MW com uma eficiência térmica de 40%. (a) Qual é a taxa de fornecimento de calor para a usina? (b) O carvão usado é o antracito, que possui calor de combustão de $2{,}65 \times 10^7$ J/kg. Qual é a massa de carvão queimada por dia, se a usina funciona sem interrupções? (c) A que taxa o calor é rejeitado para o reservatório frio, que vem a ser um rio próximo? (d) A temperatura do rio é 18 °C antes de chegar à usina e 18,5 °C depois de receber o calor rejeitado pela usina. Calcule a taxa de escoamento do rio, em metros cúbicos por segundo. (e) Em quanto a entropia do rio aumenta a cada segundo?

20.49 • **Termodinâmica do automóvel.** Um Passat tem um motor a gasolina com seis cilindros operando com o ciclo de Otto a uma razão de compressão $r = 10{,}6$. O diâmetro do cilindro, chamado de *furo* do motor, é igual a 82,5 mm. A distância que o pistão percorre durante a compressão mostrada na Figura 20.5, chamada de *curso*, é 86,4 mm. A pressão inicial da mistura de ar com gasolina (no ponto *a* da Figura 20.6) é $8{,}50 \times 10^4$ Pa, e a temperatura inicial é 300 K (igual à temperatura do ar externo). Suponha que 200 J de calor sejam fornecidos a cada cilindro em cada ciclo de queima de gasolina e que o gás possua $C_V = 20{,}5$ J/mol · K e $\gamma = 1{,}40$. (a) Calcule o trabalho total realizado em um ciclo em cada cilindro do motor e o calor rejeitado quando o gás esfria até a temperatura do ar externo. (b) Calcule o volume da mistura de ar com gasolina no ponto *a* do ciclo. (c) Calcule a pressão, o volume e a temperatura do gás nos pontos, *b*, *c* e *d* do ciclo. Em um diagrama *PV*, mostre os valores numéricos de *P*, *V* e *T* em cada um dos quatro estados. (d) Compare a eficiência desse motor com a de um ciclo de Carnot operando entre as mesmas temperaturas extremas.

20.50 • Um aparelho de ar-condicionado funciona com 800 W de potência e apresenta um coeficiente de desempenho de 2,80 a uma temperatura ambiente de 21,0 °C e uma temperatura externa de 35,0 °C. (a) Calcule a taxa de remoção de calor dessa unidade. (b) Calcule a taxa com que o calor é rejeitado para o ar externo. (c) Calcule a variação total de entropia na sala se o ar-condicionado funcionar durante 1 hora. Calcule a variação total de entropia no ar externo durante o mesmo período. (d) Qual é a variação total na entropia no sistema (sala + ar externo)?

20.51 •• O diagrama *PV* da **Figura P20.51** mostra o ciclo para um refrigerador operando sobre 0,850 mol de H_2. Suponha que o gás possa ser tratado como ideal. O processo *ab* é isotérmico. Determine o coeficiente de desempenho desse refrigerador.

Figura P20.51



20.52 •• BIO **Entropia humana.** Uma pessoa com uma área na superfície da pele de 1,85 m^2 e temperatura de 30,0 °C está descansando em um quarto isolado onde a temperatura ambiente é igual a 20,0 °C. Nesse estado, uma pessoa se livra do calor em excesso por irradiação. Em quanto a pessoa varia a entropia do ar nesse quadro a cada segundo? (Lembre-se de que o quarto irradia de volta para a pessoa e que a emissividade da pele é 1,00.)

20.53 •• CALC Um objeto de massa m_1, calor específico c_1 e temperatura T_1 é colocado em contato com um segundo objeto de massa m_2, calor específico c_2 e temperatura $T_2 > T_1$. Por causa disso, a temperatura do primeiro objeto aumenta até *T* e a temperatura do segundo objeto diminui para T'. (a) Mostre que o aumento de entropia do sistema é dado por

$$\Delta S = m_1 c_1 \ln \frac{T}{T_1} + m_2 c_2 \ln \frac{T'}{T_2}$$

e mostre que a conservação da energia exige que

$$m_1 c_1 (T - T_1) = m_2 c_2 (T_2 - T')$$

(b) Mostre que a variação de entropia ΔS, considerada função de *T*, torna-se *máxima* quando $T = T'$, que é precisamente a condição de equilíbrio termodinâmico. (c) Discuta o resultado do item (b) considerando a ideia de que a entropia indica o grau de desordem de um sistema.

20.54 •• CALC Para aquecer uma xícara de água (250 cm^3) para fazer café, você coloca um resistor de aquecimento dentro da água. Enquanto a temperatura da água aumenta de 20 °C para 78 °C, a temperatura do resistor de aquecimento mantém-se constante e igual a 120 °C. Calcule a variação de entropia (a) da água; (b) do resistor de aquecimento; (c) do sistema constituído pela água mais o resistor. [Adote as mesmas hipóteses do Exemplo 20.10 (Seção 20.7) sobre o calor específico da água e despreze o calor que flui para a xícara de cerâmica.] (d) Esse processo é reversível ou irreversível? Explique.

20.55 •• DADOS Em seu trabalho em uma empresa de capital de risco, você recebe solicitações de verba de quatro investidores de máquinas térmicas. Os investidores declaram os seguintes dados para seus protótipos operacionais:

	Protótipo			
	A	B	C	D
T_C (°C), reservatório de temperatura baixa	47	17	−33	37
T_H (°C), reservatório de temperatura alta	177	197	247	137
Eficiência declarada e (%)	21	35	56	20

(a) Com base nos valores de T_C e T_H para cada protótipo, determine a eficiência máxima possível para cada um. (b) Alguma das eficiências alegadas é impossível? Explique. (c) Para todos os protótipos com eficiência possível, classifique os protótipos em ordem decrescente da razão entre a eficiência declarada e a eficiência máxima possível.

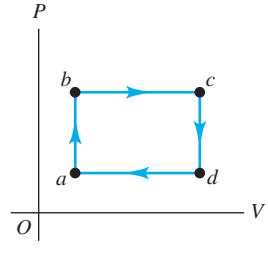
20.56 •• **DADOS** Para um refrigerador ou ar-condicionado, o coeficiente de desempenho K (geralmente indicado como COP) é, como na Equação 20.9, a razão da saída de resfriamento $|Q_C|$ pela entrada de energia elétrica exigida $|W|$, ambas em joules. O coeficiente de desempenho também é expresso como uma razão de potências,

$$K = \frac{|Q_C|/t}{|W|/t}$$

onde $|Q_C|/t$ é a potência de resfriamento e $|W|/t$ é a entrada de potência para o dispositivo, ambas em watts. A razão de eficiência de energia (EER) é a mesma quantidade expressa em unidades de Btu para $|Q_C|$ e W · h para $|W|$. (a) Derive uma relação geral que expressa EER em termos de K. (b) Para um ar-condicionado doméstico, a EER geralmente é determinada para uma temperatura externa de 95 °F e uma temperatura do ar de retorno de 80 °F. Calcule a EER para uma máquina de Carnot que opera entre 95 °F e 80 °F. (c) Você tem um ar-condicionado com uma EER de 10,9. Sua casa requer em média uma saída de resfriamento total de $|Q_C| = 1{,}9 \times 10^{10}$ J por ano. Se a eletricidade custa 15,3 centavos por kW · h, quanto você gasta por ano, em média, para usar seu ar-condicionado? [Suponha que a EER da unidade represente com precisão a operação de seu ar-condicionado. Uma *razão de eficiência de energia sazonal* (SEER) é constantemente utilizada. A SEER é calculada por um intervalo de temperaturas externas para obter uma média sazonal mais precisa.] (d) Você está considerando a troca de seu ar-condicionado por outro mais eficiente, com EER de 14,6. Com base na EER, quanto você economizaria com os custos de eletricidade por ano, em média?

20.57 ••• **DADOS** Você está realizando experimentos para estudar protótipos de máquinas térmicas. Em um teste, 4,00 moles de gás argônio são retirados do ciclo mostrado na **Figura P20.57**. A pressão é baixa o suficiente para que o gás seja tratado como ideal. Você mede a temperatura do gás nos estados a, b, c e d e descobre que $T_a = 250{,}0$ K, $T_b = 300{,}0$ K, $T_c = 380{,}0$ K e $T_d = 316{,}7$ K. (a) Calcule a eficiência e do ciclo. (b) Desapontado com a baixa eficiência do ciclo, você pensa em dobrar o número de moles de gás enquanto mantém a pressão e o volume inalterados. Qual seria e nesse caso? (c) Você se lembra que a eficiência de um ciclo de Carnot aumenta se a temperatura do reservatório quente for aumentada. Assim, você volta a usar 4,00 moles de gás, mas dobra o volume nos estados c e d enquanto mantém as pressões iguais. As temperaturas resultantes nesses estados são $T_c = 760{,}0$ K e $T_d = 633{,}4$ K. T_a e T_b permanecem as mesmas que no item (a). Calcule e para este ciclo com os novos valores de T_c e T_d. (d) Encorajado pelo aumento da eficiência, você aumenta T_c e T_d ainda mais. Porém, e não aumenta muito; ele parece estar se aproximando de um valor limite. Se $T_a = 250{,}0$ K e $T_b = 300{,}0$ K e você mantém os volumes V_a e V_b iguais aos do item (a), então $T_c/T_d = T_b/T_a$ e $T_c = 1{,}20T_d$. Deduza uma expressão para e em função de T_d para este ciclo. Para que valor e se aproxima quando T_d se torna muito grande?

Figura P20.57

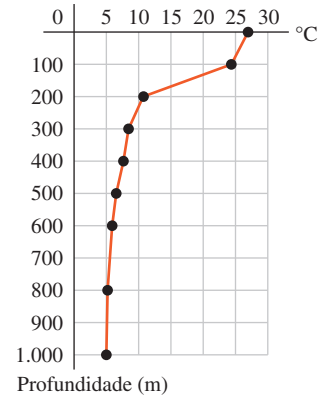


PROBLEMA DESAFIADOR

20.58 ••• Considere um ciclo diesel que começa (no ponto a da Figura 20.7) com a temperatura do ar igual a T_a. O ar pode ser considerado um gás ideal. (a) Se a temperatura no ponto c é T_c, deduza uma expressão para a eficiência do ciclo em termos da razão de compressão r. (b) Calcule o valor da eficiência considerando $T_a = 300$ K, $T_c = 950$ K, $\gamma = 1{,}40$ e $r = 21{,}0$.

Problemas com contexto

Potência do mar. A *conversão de energia térmica do oceano* é um processo que usa a diferença de temperatura entre a água superficial quente dos oceanos tropicais e a água fria do oceano profundo para fazer uma máquina térmica funcionar. O gráfico mostra uma diminuição típica da temperatura com profundidade abaixo da superfície nos oceanos tropicais. Na máquina térmica, a água superficial mais quente vaporiza um fluido com baixo ponto de ebulição, como a amônia. O calor da vaporização da amônia é 260 cal/g a 27 °C, a temperatura da água na superfície. O vapor é usado para ativar uma turbina e, então, é condensado de volta para o estado líquido por meio da água fria trazida da profundidade abaixo da superfície, através de uma tubulação de entrada larga. Uma usina de energia produzindo 10 MW de potência útil exigiria uma taxa de entrada de água fria do mar de cerca de 30.000 kg/s.



20.59 Se a usina de energia utiliza um ciclo de Carnot e a eficiência teórica desejada for 6,5%, de que profundidade a água fria deve ser trazida? (a) 100 m; (b) 400 m; (c) 800 m; (d) mais fundo que 1.000 m.

20.60 Qual é a variação na entropia da amônia vaporizada por segundo na usina de energia de 10 MW, considerando uma eficiência de Carnot ideal de 6,5%? (a) $+6 \times 10^6$ J/K por segundo; (b) $+5 \times 10^5$ J/K por segundo; (c) $+1 \times 10^5$ J/K por segundo; (d) 0.

20.61 Compare a variação de entropia da água mais quente com a água mais fria durante um ciclo da máquina térmica, considerando um ciclo de Carnot ideal. (a) A entropia não varia durante um ciclo em qualquer um dos casos. (b) A entropia de ambos aumenta, mas a entropia da água mais fria aumenta mais, porque sua temperatura inicial é mais baixa. (c) A entropia da água mais

quente diminui mais que a entropia da água mais fria aumenta, pois parte do calor removido da água mais quente se transforma no trabalho realizado pela máquina. (d) A entropia da água mais quente diminui pela mesma quantidade que a entropia da água mais fria aumenta.

20.62 Se a usina proposta for construída e produzir 10 MW, mas a taxa com que o calor rejeitado é descartado para a água fria for 165 MW, qual é a eficiência real da usina? (a) 5,7%; (b) 6,1%; (c) 6,5%; (d) 16,5%.

RESPOSTAS

Resposta à pergunta inicial do capítulo

(**i**) É isto o que um refrigerador faz: ele faz o calor fluir do seu interior frio para o exterior quente. A segunda lei da termodinâmica diz que o calor não pode fluir *espontaneamente* de um corpo frio para um corpo quente. Um refrigerador possui um motor que realiza trabalho sobre o sistema para *forçar* o calor a fluir nesse sentido.

Respostas às perguntas dos testes de compreensão

20.1 Resposta: (**ii**). Como deslizar um livro sobre a mesa, esfregar as mãos uma na outra utiliza o atrito para converter energia mecânica em calor. O processo inverso (impossível) envolveria as suas mãos ficarem mais frias espontaneamente, e a energia liberada as forçaria a se moverem ritmicamente para a frente e para trás!

20.2 Respostas: (**iii**), (**i**), (**ii**). Pela Equação 20.4, a eficiência é $e = W/Q_H$, e pela Equação 20.2, $W = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C|$. Para a máquina (i), $Q_H = 5.000$ J e $Q_C = -4.500$ J, então $W = 5.000\text{ J} + (-4.500\text{ J}) = 500$ J, e $e = (500\text{ J})/(5.000\text{ J}) = 0{,}100$. Para a máquina (ii), $Q_H = 25.000$ J e $W = 2.000$ J, então $e = (2.000\text{ J})/(25.000\text{ J}) = 0{,}080$. Para a máquina (iii), $W = 400$ J e $Q_C = 2.800$ J, logo, $Q_H = W - Q_C = 400\text{ J} - (-2.800\text{ J}) = 3.200$ J e $e = (400\text{ J})/(3.200\text{ J}) = 0{,}125$.

20.3 Respostas: (**i**), (**ii**). Dobrar a quantidade de combustível queimado por ciclo significa dobrar Q_H, então o resultante aumento da pressão de *b* a *c* na Figura 20.6 é maior. A razão de compressão e, por conseguinte, a eficiência, permanecem ambos iguais, então $|Q_C|$ (a quantidade de calor rejeitado para o meio ambiente) precisa aumentar pelo mesmo fator que Q_H. Assim, a diminuição da pressão de *d* até *a* na Figura 20.6 também é maior. O volume *V* e a razão de compressão *r* não variam; portanto, as dimensões horizontais do diagrama *PV* não se alteram.

20.4 Resposta: não. Um refrigerador usa o fornecimento de trabalho para transferir calor de um sistema (o interior do refrigerador) para outro (seu exterior, que inclui a casa onde o refrigerador está instalado). Se a porta estiver aberta, esses dois sistemas são, na verdade, o *mesmo* sistema e a temperatura final do sistema será a mesma. Pela primeira lei da termodinâmica, todo o fornecimento de trabalho para o motor do refrigerador será convertido em calor e a temperatura da sua casa, na verdade, *aumentará.* Para esfriar a casa você precisa de um sistema que transfira calor para o exterior da casa, como um aparelho de ar-condicionado ou uma bomba de calor.

20.5 Respostas: não, **não**. Tanto a máquina com 100% de eficiência da Figura 20.11a quanto o refrigerador sem trabalho da Figura 20.11b voltam ao final de um ciclo ao mesmo estado do início, portanto, a variação da energia interna resultante em cada sistema é zero ($\Delta U = 0$). Na máquina com 100% de eficiência, o fluxo total de calor para a máquina é igual ao trabalho realizado total, logo $Q = W$, $Q - W = 0$, e a primeira lei é obedecida ($\Delta U = Q - W$). No refrigerador sem trabalho, nenhum trabalho total é realizado (portanto, $W = 0$) e o calor que sai é igual ao que entra (portanto, $Q = 0$), então, novamente, $Q - W = 0$ e $\Delta U = Q - W$, de acordo com a primeira lei. É a *segunda* lei da termodinâmica que nos diz que tanto a máquina com 100% de eficiência quanto o refrigerador sem trabalho são impossíveis.

20.6 Resposta: não. A eficiência não pode ser maior que a de uma máquina de Carnot operando entre as mesmas duas temperaturas extremas, $e_{Carnot} = 1 - (T_C/T_H)$ (Equação 20.14). A temperatura T_C do reservatório frio dessa máquina resfriada a ar é cerca de 300 K (temperatura ambiente), e a temperatura T_H do reservatório quente não pode ser superior ao ponto de liquefação do cobre, 1.356 K (ver Tabela 17.4). Assim, a maior eficiência possível da máquina de Carnot é $e = 1 - (300\text{ K})/(1.356\text{ K}) = 0{,}78$ ou 78%. A temperatura de qualquer máquina real teria de ser menor que essa, logo, seria impossível que a máquina do inventor atingisse 85% de eficiência. É melhor você investir seu dinheiro em outro projeto!

20.7 Resposta: –102 J/K, **não**. O processo descrito é exatamente o oposto do processo usado no Exemplo 20.10. O resultado viola a segunda lei da termodinâmica, a qual afirma que a entropia de um sistema isolado não pode diminuir.

20.8 Resposta: (**i**). No caso (i), vimos no Exemplo 20.8 (Seção 20.7) que, em um gás ideal, a variação de entropia em uma expansão livre é a mesma que em uma expansão isotérmica. Pela Equação 20.23, isso implica que a razão do número de estados microscópicos depois e antes da expansão, w_2/w_1, também é igual nos dois casos. Pelo Exemplo 20.11, $w_2/w_1 = 2^N$, então o número de estados microscópicos aumenta por um fator 2^N. No caso (ii), em uma expansão reversível, a variação de entropia é $\int dQ/T = 0$; se a expansão é adiabática, não há transferência de calor, portanto, $\Delta S = 0$. Pela Equação 20.23, $w_2/w_1 = 1$, e *não* há variação no número de estados microscópicos. A diferença é que, em uma expansão adiabática, a temperatura diminui e as moléculas se movem mais lentamente, então há menos estados microscópicos disponíveis para elas do que em uma expansão isotérmica.

Problema em destaque

(**a**) 34,8 °C (**b**) +10 J/K

APÊNDICE A

O SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

O Sistema Internacional de Unidades, abreviado por SI, é o sistema desenvolvido pela Conferência Geral sobre Pesos e Medidas, um congresso internacional, e adotado por quase todos os países industrializados do mundo. O material apresentado a seguir foi adaptado do *National Institute of Standards and Technology* (**<http://physics.nist.gov/cuu>**).

Grandeza	Nome da unidade	Símbolo	
	Unidades básicas do SI		
comprimento	metro	m	
massa	quilograma	kg	
tempo	segundo	s	
corrente elétrica	ampère	A	
temperatura termodinâmica	kelvin	K	
quantidade de substância	mol	mol	
intensidade luminosa	candela	cd	
	Unidades derivadas do SI		**Unidades equivalentes**
área	metro quadrado	m^2	
volume	metro cúbico	m^3	
frequência	hertz	Hz	s^{-1}
massa específica (densidade)	quilograma por metro cúbico	kg/m^3	
velocidade	metro por segundo	m/s	
velocidade angular	radiano por segundo	rad/s	
aceleração	metro por segundo ao quadrado	m/s^2	
aceleração angular	radiano por segundo ao quadrado	rad/s^2	
força	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
pressão (tensão mecânica)	pascal	Pa	N/m^2
viscosidade cinemática	metro quadrado por segundo	m^2/s	
viscosidade dinâmica	newton-segundo por metro quadrado	$N \cdot s/m^2$	
trabalho, energia, calor	joule	J	$N \cdot m$
potência	watt	W	J/s
carga elétrica	coulomb	C	$A \cdot s$
diferença de potencial, força eletromotriz	volt	V	J/C, W/A
intensidade do campo elétrico	volt por metro	V/m	N/C
resistência elétrica	ohm	Ω	V/A
capacitância	farad	F	$A \cdot s/V$
fluxo magnético	weber	Wb	$V \cdot s$
indutância	henry	H	$V \cdot s/A$
densidade de fluxo magnético	tesla	T	Wb/m^2
intensidade do campo magnético	ampère por metro	A/m	
força magnetomotriz	ampère	A	
fluxo luminoso	lúmen	lm	$cd \cdot sr$
luminância	candela por metro quadrado	cd/m^2	
iluminamento	lux	lx	lm/m^2
número de onda	um por metro	m^{-1}	
entropia	joule por kelvin	J/K	
calor específico	joule por quilograma-kelvin	$J/kg \cdot K$	
condutividade térmica	watt por metro-kelvin	$W/m \cdot K$	
intensidade da radiação	watt por estereorradiano	W/sr	
atividade (de uma fonte radioativa)	becquerel	Bq	s^{-1}

dose de radiação	gray	Gy	J/kg
equivalente da dose de radiação	sievert	Sv	J/kg
	Unidades suplementares do SI		
ângulo plano	radiano	rad	
ângulo sólido	estereorradiano	sr	

DEFINIÇÕES DAS UNIDADES DO SI

metro (m) O *metro* é um comprimento igual à distância percorrida pela luz no vácuo em um intervalo de tempo igual à fração 1/299.792.458 do segundo.

quilograma (kg) O *quilograma* é uma unidade de massa igual à massa de um protótipo internacional do quilograma. (O protótipo internacional do quilograma é um cilindro de uma liga de platina-irídio preservado em uma galeria da Agência Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, na França.)

segundo (s) O *segundo* é o intervalo de tempo correspondente a 9.192.631.770 ciclos da radiação emitida durante a transição entre dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133.

ampère (A) O *ampère* é uma corrente constante que, ao ser mantida em dois fios retilíneos e paralelos de comprimentos infinitos de seções retas desprezíveis e separados por uma distância de 1 m no vácuo, produz entre os fios uma força igual a 2×10^{-7} N para cada metro de comprimento dos fios.

kelvin (K) O *kelvin*, unidade de temperatura termodinâmica, é a fração igual a 1/273,16 da temperatura termodinâmica correspondente ao ponto triplo da água.

ohm (Ω) O *ohm* é a resistência elétrica entre dois pontos de um condutor que transporta uma corrente de 1 A quando uma diferença de potencial constante de 1 volt é aplicada entre esses dois pontos, esse trecho do condutor não pode ser fonte de nenhuma força eletromotriz.

coulomb (C) O *coulomb* é a carga elétrica transportada em um segundo por uma corrente de 1 A.

candela (cd) A *candela* é a intensidade luminosa, em dada direção, de uma fonte que emite uma radiação monocromática com frequência igual a 540×10^{12} hertz e cuja intensidade da radiação nessa direção equivale a 1/683 watt por estereorradiano.

molécula-grama (mol) O *mol* é a quantidade de uma substância que contém um número de unidades elementares equivalente ao número de átomos existentes em 0,012 kg de carbono 12. Essas unidades elementares devem ser especificadas e podem ser átomos, moléculas, íons, elétrons, outras partículas ou grupos de tais partículas especificadas.

newton (N) O *newton* é a força que fornece para uma massa de 1 quilograma uma aceleração de um metro por segundo por segundo.

joule (J) O *joule* é o trabalho realizado quando o ponto de aplicação de uma força constante de 1 N é deslocado até uma distância de 1 metro na direção da força.

watt (W) O *watt* é a potência que dá origem a uma produção de energia com uma taxa igual a 1 joule por segundo.

volt (V) O *volt* é a diferença de potencial elétrico entre dois pontos de um condutor que transporta uma corrente constante igual a 1 ampère, quando a potência entre esses dois pontos é igual a 1 W.

weber (Wb) O *weber* é o fluxo magnético que, ao atravessar um circuito com uma espira, produz nela uma força eletromotriz igual a 1 V quando o fluxo é reduzido a zero com uma taxa uniforme em um segundo.

lúmen (lm) O *lúmen* é o fluxo luminoso emitido em um ângulo sólido igual a 1 estereorradiano por uma fonte pontual uniforme cuja intensidade é igual a 1 candela.

farad (F) O *farad* é a capacitância de um capacitor que possui uma diferença de potencial de 1 V entre suas placas quando ele é carregado por uma carga elétrica igual a 1 coulomb.

henry (H) O *henry* é a indutância de um circuito fechado no qual uma força eletromotriz de 1 V é produzida quando a corrente elétrica no circuito varia com uma taxa uniforme de 1 A por segundo.

radiano (rad) O *radiano* é o ângulo plano entre dois raios do círculo que cortam a circunferência formando um arco de comprimento igual ao raio.

estereorradiano (sr) O *estereorradiano* é um ângulo sólido que, possuindo seu vértice no centro de uma esfera, corta a superfície da esfera formando uma calota cuja área superficial é equivalente à área de um quadrado de lado igual ao raio da esfera.

prefixos do SI Os nomes dos múltiplos e submúltiplos das unidades do SI podem ser formados usando-se a lista dos prefixos apresentados no Apêndice F.

APÊNDICE B

RELAÇÕES MATEMÁTICAS ÚTEIS

Álgebra

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} \qquad a^{(x+y)} = a^x a^y \qquad a^{(x-y)} = \frac{a^x}{a^y}$$

Logaritmos: Se $\log a = x$, então $a = 10^x$. $\log a + \log b = \log(ab)$ $\log a - \log b = \log(a/b)$ $\log(a^n) = n \log a$
Se $\ln a = x$, então $a = e^x$. $\ln a + \ln b = \ln(ab)$ $\ln a - \ln b = \ln(a/b)$ $\ln(a^n) = n \ln a$

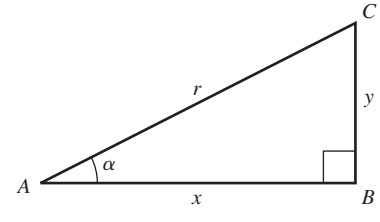
Equação do segundo grau: Se $ax^2 + bx + c = 0$, $\quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Série binomial

$$(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)a^{n-2}b^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)a^{n-3}b^3}{3!} + \cdots$$

Trigonometria

No triângulo retângulo ABC, $x^2 + y^2 = r^2$.



Definições das funções trigonométricas:

$\operatorname{sen} \alpha = y/r \qquad \cos \alpha = x/r \qquad \tan \alpha = y/x$

Identidades:

$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \tan\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$

$\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\operatorname{sen}^2\alpha$

$\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\alpha = \sqrt{\dfrac{1 - \cos\alpha}{2}} \qquad \cos\tfrac{1}{2}\alpha = \sqrt{\dfrac{1 + \cos\alpha}{2}}$

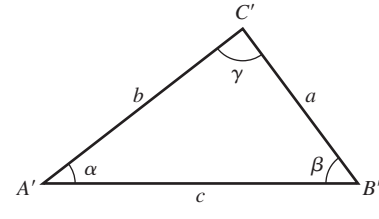
$\operatorname{sen}(-\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha \qquad \operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\operatorname{sen}\beta$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha \qquad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta$

$\operatorname{sen}(\alpha \pm \pi/2) = \pm\cos\alpha \qquad \operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta = 2\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$

$\cos(\alpha \pm \pi/2) = \mp\operatorname{sen}\alpha \qquad \cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$

Para *qualquer* triângulo $A'B'C'$ (não necessariamente um triângulo retângulo) com lados a, b e c e ângulos α, β e γ:



Lei dos senos: $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{a} = \dfrac{\operatorname{sen}\beta}{b} = \dfrac{\operatorname{sen}\gamma}{c}$

Lei dos cossenos: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

Geometria

Comprimento de uma circunferência de raio r:	$C = 2\pi r$	Área da superfície de uma esfera de raio r:	$A = 4\pi r^2$
Área de um círculo de raio r:	$A = \pi r^2$	Volume de um cilindro de raio r e altura h:	$V = \pi r^2 h$
Volume de uma esfera de raio r:	$V = 4\pi r^3/3$		

Cálculo diferencial e integral

Derivadas:

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1} \qquad \frac{d}{dx}\ln ax = \frac{1}{x} \qquad \frac{d}{dx}e^{ax} = ae^{ax}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{sen} ax = a\cos ax \qquad \frac{d}{dx}\cos ax = -a\operatorname{sen} ax$$

Integrais:

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1) \qquad \int \frac{dx}{x} = \ln x \qquad \int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax}$$

$$\int \operatorname{sen} ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax \qquad \int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\operatorname{sen} ax \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcsen}\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right) \qquad \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} \qquad \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Séries de potências (convergentes para os valores de x indicados):

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \cdots (|x| < 1)$$

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots \text{ (todo } x)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots \text{ (todo } x)$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \cdots (|x| < \pi/2)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots \text{ (todo } x)$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots (|x| < 1)$$

APÊNDICE C

ALFABETO GREGO

Nome	Maiúscula	Minúscula
Alfa	A	α
Beta	B	β
Gama	Γ	γ
Delta	Δ	δ
Épsilon	E	ϵ
Zeta	Z	ζ
Eta	H	η
Teta	Θ	θ
Iota	I	ι
Capa	K	κ
Lambda	Λ	λ
Mu	M	μ
Nu	N	ν
Xi	Ξ	ξ
Ômicron	O	o
Pi	Π	π
Rô	P	ρ
Sigma	Σ	σ
Tau	T	τ
Úpsilon	Y	υ
Fi	Φ	ϕ
Qui	X	χ
Psi	Ψ	ψ
Ômega	Ω	ω

APÊNDICE D

TABELA PERIÓDICA DOS ELEMENTOS

Grupo periódico	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 **H** 1.008																	2 **He** 4.003
2	3 **Li** 6.941	4 **Be** 9.012											5 **B** 10.811	6 **C** 12.011	7 **N** 14.007	8 **O** 15.999	9 **F** 18.998	10 **Ne** 20.180
3	11 **Na** 22.990	12 **Mg** 24.305											13 **Al** 26.982	14 **Si** 28.086	15 **P** 30.974	16 **S** 32.065	17 **Cl** 35.453	18 **Ar** 39.948
4	19 **K** 39.098	20 **Ca** 40.078	21 **Sc** 44.956	22 **Ti** 47.867	23 **V** 50.942	24 **Cr** 51.996	25 **Mn** 54.938	26 **Fe** 55.845	27 **Co** 58.933	28 **Ni** 58.693	29 **Cu** 63.546	30 **Zn** 65.409	31 **Ga** 69.723	32 **Ge** 72.64	33 **As** 74.922	34 **Se** 78.96	35 **Br** 79.904	36 **Kr** 83.798
5	37 **Rb** 85.468	38 **Sr** 87.62	39 **Y** 88.906	40 **Zr** 91.224	41 **Nb** 92.906	42 **Mo** 95.94	43 **Tc** (98)	44 **Ru** 101.07	45 **Rh** 102.906	46 **Pd** 106.42	47 **Ag** 107.868	48 **Cd** 112.411	49 **In** 114.818	50 **Sn** 118.710	51 **Sb** 121.760	52 **Te** 127.60	53 **I** 126.904	54 **Xe** 131.293
6	55 **Cs** 132.905	56 **Ba** 137.327	71 **Lu** 174.967	72 **Hf** 178.49	73 **Ta** 180.948	74 **W** 183.84	75 **Re** 186.207	76 **Os** 190.23	77 **Ir** 192.217	78 **Pt** 195.078	79 **Au** 196.967	80 **Hg** 200.59	81 **Tl** 204.383	82 **Pb** 207.2	83 **Bi** 208.980	84 **Po** (209)	85 **At** (210)	86 **Rn** (222)
7	87 **Fr** (223)	88 **Ra** (226)	103 **Lr** (262)	104 **Rf** (261)	105 **Db** (262)	106 **Sg** (266)	107 **Bh** (264)	108 **Hs** (269)	109 **Mt** (268)	110 **Ds** (271)	111 **Rg** (272)	112 **Uub** (285)	113 **Uut** (284)	114 **Uuq** (289)	115 **Uup** (288)	116 **Uuh** (292)	117 **Uus**	118 **Uuo**

Lantanídeos	57 **La** 138.905	58 **Ce** 140.116	59 **Pr** 140.908	60 **Nd** 144.24	61 **Pm** (145)	62 **Sm** 150.36	63 **Eu** 151.964	64 **Gd** 157.25	65 **Tb** 158.925	66 **Dy** 162.500	67 **Ho** 164.930	68 **Er** 167.259	69 **Tm** 168.934	70 **Yb** 173.04
Actinídeos	89 **Ac** (227)	90 **Th** (232)	91 **Pa** (231)	92 **U** (238)	93 **Np** (237)	94 **Pu** (244)	95 **Am** (243)	96 **Cm** (247)	97 **Bk** (247)	98 **Cf** (251)	99 **Es** (252)	100 **Fm** (257)	101 **Md** (258)	102 **No** (259)

Para cada elemento indica-se a massa atômica média da mistura dos isótopos do elemento que se encontram na natureza. Para os elementos que não possuem isótopos estáveis, indica-se entre parênteses a massa atômica média aproximada do elemento de maior duração. Todas as massas atômicas são expressas usando-se unidades de massa atômica (1 u = 1,660538921(73) $\times 10^{-27}$ kg), que equivale a grama por mol (g/mol).

APÊNDICE E

FATORES DE CONVERSÃO DAS UNIDADES

COMPRIMENTO
1 m = 100 cm = 1.000 mm = 10^6 μm = 10^9 nm
1 km = 1.000 m = 0,6214 mi
1 m = 3,281 pés = 39,37 pol
1 cm = 0,3937 pol
1 pol = 2,540 cm
1 pé = 30,48 cm
1 yd = 91,44 cm
1 mi = 5.280 pés = 1,609 km
1 Å = 10^{-10} m = 10^{-8} cm = 10^{-1} nm
1 milha náutica = 6.080 pés
1 ano-luz = 9,461 $\times$ 10^{15} m

ÁREA
1 cm^2 = 0,155 pol^2
1 m^2 = 10^4 cm^2 = 10,76 $pés^2$
1 pol^2 = 6,452 cm^2
1 $pé^2$ = 144 pol^2 = 0,0929 m^2

VOLUME
1 litro = 1.000 cm^3 = 10^{-3} m^3 = 0,03531 $pé^3$ = 61,02 pol^3
1 $pé^3$ = 0,02832 m^3 = 28,32 litros = 7,477 galões
1 galão = 3,788 litros

TEMPO
1 min = 60 s
1 h = 3.600 s
1 d = 86.400 s
1 a = 365,24 d = 3,156 $\times$ 10^7 s

ÂNGULO
1 rad = 57,30° = 180°/π
1° = 0,01745 rad = π/180 rad
1 rotação = 360° = 2π rad
1 rot/min (rpm) = 0,1047 rad/s

VELOCIDADE
1 m/s = 3,281 pés/s
1 pé/s = 0,3048 m/s
1 mi/min = 60 mi/h = 88 pés/s
1 km/h = 0,2778 m/s = 0,6214 mi/h
1 mi/h = 1,466 pés/s = 0,4470 m/s = 1,609 km/h
1 furlong/fortnight = 1,662 $\times$ 10^{-4} m/s

ACELERAÇÃO
1 m/s^2 = 100 cm/s^2 = 3,281 $pés/s^2$
1 cm/s^2 = 0,01 m/s^2 = 0,03281 $pé/s^2$
1 $pé/s^2$ = 0,3048 m/s^2 = 30,48 cm/s^2
1 mi/h · s = 1,467 $pé/s^2$

MASSA
1 kg = 10^3 g = 0,0685 slug
1 g = 6,85 $\times$ 10^{-5} slug
1 slug = 14,59 kg
1 u = 1,661 $\times$ 10^{-27} kg
1 kg possui uma massa de 2,205 lb quando g = 9,80 m/s^2

FORÇA
1 N = 10^5 dina = 0,2248 lb
1 lb = 4,448 N = 4,448 $\times$ 10^5 dina

PRESSÃO
1 Pa = 1 N/m^2 = 1,450 $\times$ 10^{-4} lb/pol^2 = 0,209 $lb/pé^2$
1 bar = 10^5 Pa
1 lb/pol^2 = 6.895 Pa
1 $lb/pé^2$ = 47,88 Pa
1 atm = 1,013 $\times$ 10^5 Pa = 1,013 bar
= 14,7 lb/pol^2 = 2.117 $lb/pé^2$
1 mm Hg = 1 torr = 133,3 Pa

ENERGIA
1 J = 10^7ergs = 0,239 cal
1 cal = 4,186 J (com base em temperatura de 15°)
1 pé · lb = 1,356 J
1 Btu = 1055 J = 252 cal = 778 pés · lb
1 eV = 1,602 $\times$ 10^{-19} J
1 kWh = 3,600 $\times$ 10^6 J

EQUIVALÊNCIA ENTRE MASSA E ENERGIA
1 kg $\leftrightarrow$ 8,988 $\times$ 10^{16} J
1 u $\leftrightarrow$ 931,5 MeV
1 eV $\leftrightarrow$ 1,074 $\times$ 10^{-9} u

POTÊNCIA
1 W = 1 J/s
1 hp = 746 W = 550 pés · lb/s
1 Btu/h = 0,293 W

APÊNDICE F

CONSTANTES NUMÉRICAS

Constantes físicas fundamentais*

Nome	Símbolo	Valor
Velocidade da luz no vácuo	c	$2{,}99792458 \times 10^{8}$ m/s
Módulo da carga do elétron	e	$1{,}60217653(35) \times 10^{-19}$ C
Constante gravitacional	G	$6{,}67384(80) \times 10^{-11}$ N · m^2/kg^2
Constante de Planck	h	$6{,}62606957(29) \times 10^{-34}$ J · s
Constante de Boltzmann	k	$1{,}3806488(13) \times 10^{-23}$ J/K
Número de Avogadro	N_A	$6{,}02214129(27) \times 10^{23}$ moléculas/mol
Constante dos gases	R	8,3144621(75) J/mol · K
Massa do elétron	m_e	$9{,}10938291(40) \times 10^{-31}$ kg
Massa do próton	m_p	$1{,}672621777(74) \times 10^{-27}$ kg
Massa do nêutron	m_n	$1{,}674927351(74) \times 10^{-27}$ kg
Constante magnética	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ Wb/A · m
Constante elétrica	$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	$8{,}854187817 \ldots \times 10^{-12}$ C^2/N · m^2
	$1/4\pi\epsilon_0$	$8{,}987551787 \ldots \times 10^{9}$ N · m^2/C^2

Outras constantes úteis*

Equivalente mecânico do calor		4,186 J/cal (15° calorias)
Pressão da atmosfera padrão	1 atm	$1{,}01325 \times 10^{5}$ Pa
Zero absoluto	0 K	−273,15 °C
Elétron-volt	1 eV	$1{,}602176565(35) \times 10^{-19}$ J
Unidade de massa atômica	1 u	$1{,}660538921(73) \times 10^{-27}$ kg
Energia de repouso do elétron	mec^2	0,510998928(11) MeV
Volume de um gás ideal (0 °C e 1 atm)		22,413968(20) litro/mol
Aceleração da gravidade (padrão)	g	9,80665 m/s^2

Fonte: National Institute of Standards and Technology* (<http://physics.nist.gov/cuu**>). Os números entre parênteses indicam as incertezas dos dígitos finais dos números principais; por exemplo, o número 1,6454(21) significa 1,6454 ± 0,0021. Os valores que não possuem incertezas são exatos.

Dados astronômicos†

Corpo	Massa (kg)	Raio (m)	Raio orbital (m)	Período orbital
Sol	$1{,}99 \times 10^{30}$	$6{,}96 \times 10^{8}$	—	—
Lua	$7{,}35 \times 10^{22}$	$1{,}74 \times 10^{6}$	$3{,}84 \times 10^{8}$	27,3 d
Mercúrio	$3{,}30 \times 10^{23}$	$2{,}44 \times 10^{6}$	$5{,}79 \times 10^{10}$	88,0 d
Vênus	$4{,}87 \times 10^{24}$	$6{,}05 \times 10^{6}$	$1{,}08 \times 10^{11}$	224,7 d
Terra	$5{,}97 \times 10^{24}$	$6{,}37 \times 10^{6}$	$1{,}50 \times 10^{11}$	365,3 d
Marte	$6{,}42 \times 10^{23}$	$3{,}39 \times 10^{6}$	$2{,}28 \times 10^{11}$	687,0 d
Júpiter	$1{,}90 \times 10^{27}$	$6{,}99 \times 10^{7}$	$7{,}78 \times 10^{11}$	11,86 a
Saturno	$5{,}68 \times 10^{26}$	$5{,}82 \times 10^{7}$	$1{,}43 \times 10^{12}$	29,45 a
Urano	$8{,}68 \times 10^{25}$	$2{,}54 \times 10^{7}$	$2{,}87 \times 10^{12}$	84,02 a
Netuno	$1{,}02 \times 10^{26}$	$2{,}46 \times 10^{7}$	$4{,}50 \times 10^{12}$	164,8 a
Plutão‡	$1{,}31 \times 10^{22}$	$1{,}15 \times 10^{6}$	$5{,}91 \times 10^{12}$	247,9 a

†*Fonte:* NASA (<**http://solarsystem.nasa.gov.planets/**>). Para cada corpo, o "raio" é o seu raio médio e o "raio orbital" é a distância média entre o corpo e o Sol (para os planetas) ou medida a partir da Terra (no caso da Lua).

‡ Em agosto de 2006, o International Astronomical Union reclassificou Plutão e outros pequenos corpos na órbita do Sol como "planetas anões".

Prefixos para as potências de dez

Potência de dez	Prefixos	Abreviaturas
10^{-24}	locto-	y
10^{-21}	zepto-	z
10^{-18}	atto-	a
10^{-15}	femto-	f
10^{-12}	pico-	p
10^{-9}	nano-	n
10^{-6}	micro-	μ
10^{-3}	mili-	m
10^{-2}	centi-	c
10^{3}	quilo-	k
10^{6}	mega-	M
10^{9}	giga-	G
10^{12}	tera-	T
10^{15}	peta-	P
10^{18}	exa-	E
10^{21}	zeta-	Z
10^{24}	iota-	Y

Exemplos:

1 femtômetro = 1 fm = 10^{-15} m
1 picossegundo = 1 ps = 10^{-12} s
1 nanocoulomb = 1 nC = 10^{-9} C
1 microkelvin = 1 μK = 10^{-6} K
1 milivolt = 1 mV = 10^{-3} V
1 quilopascal = 1 kPa = 10^{3} Pa
1 megawatt = 1 MW = 10^{6} W
1 gigahertz = 1 GHz = 10^{9} Hz

RESPOSTAS DOS PROBLEMAS ÍMPARES

CAPÍTULO 12

12.1 (a) 2,18
12.3 (a) $1{,}2 \times 10^{-11}$ m/s^2 (b) 15 dias
(c) não, aumenta
12.5 $2{,}1 \times 10^{-9}$ m/s^2, para baixo
12.7 (a) $2{,}4 \times 10^{-3}$ N
(b) $F_{\text{Lua}}/F_{\text{Terra}} = 3{,}5 \times 10^{-6}$
12.9 (a) 0,634 m a partir de $3m$
(b) (i) instável (ii) estável
12.11 $1{,}38 \times 10^{7}$ m
12.13 (a) 0,37 m/s^2 (b) 1.700 kg/m^3
12.15 610 N, 735 N (na Terra), astronauta e satélite têm a mesma aceleração; não
12.17 (a) 5.030 m/s (b) 60.200 m/s
12.19 9,03 m/s^2
12.21 (a) 7.410 m/s (b) 1,71 h
12.23 7.330 m/s
12.25 (a) 4,1 m/s = 9,1 mph, sim (b) 2,6 h
12.27 (a) 82.700 m/s (b) 14,5 dias
12.29 (a) $7{,}84 \times 10^{9}$ s = 248 anos
(b) $4{,}44 \times 10^{12}$ m, $7{,}38 \times 10^{12}$ m
12.31 $2{,}3 \times 10^{30}$ kg $= 1{,}2M_S$
12.33 (a) (i) $5{,}31 \times 10^{-9}$ N (ii) $2{,}67 \times 10^{-9}$ N
12.35 (a) $-\dfrac{GmM}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ (b) $-GmM/x$
(c) $\dfrac{GmMx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$, em direção ao anel
(d) GmM/x^2
(e) $U = -GmM/a$, $F_x = 0$
12.37 (a) 33,7 N (b) 32,8 N
12.39 (a) $4{,}3 \times 10^{37}$ kg $= (2{,}1 \times 10^{7})M_S$ (b) não
(c) $6{,}32 \times 10^{10}$ m, sim
12.41 $9{,}16 \times 10^{13}$ N
12.43 (a) $9{,}67 \times 10^{-12}$ N, a 45° acima do eixo $+x$
(b) $3{,}02 \times 10^{-5}$ m/s
12.45 (a) $2{,}00 \times 10^{-10}$ N, 161° acima do eixo $+x$
(b) $x = 0$, $y = 1{,}32$ m
12.47 (b) (i) $1{,}49 \times 10^{-5}$ m/s (esfera de 50,0 kg), $7{,}46 \times 10^{-6}$ m/s (esfera de 100,0 kg)
(ii) $2{,}24 \times 10^{-5}$ m/s
(c) 26,6 m
12.49 (a) $3{,}59 \times 10^{7}$ m
12.51 177 m/s
12.53 (a) 7,36 h (b) 2,47 h
12.55 $1{,}83 \times 10^{27}$ kg
12.57 22,8 m
12.59 6.060 km/h
12.61 $\sqrt{v = \dfrac{2Gm_E h}{R_E(R_E + h)}}$
12.63 (a) $GM^2/4R^2$
(b) $v = \sqrt{GM/4R}$, $T = 4\pi\sqrt{R^3/GM}$
(c) $GM^2/4R$
12.65 $6{,}8 \times 10^{4}$ m/s
12.67 (a) 7.900 s (b) 1,53
(c) 8.430 m/s (perigeu), 5.510 m/s (apogeu)
(d) 2.420 m/s; 3.250 m/s; perigeu
12.69 $5{,}38 \times 10^{9}$ J
12.71 9,34 m/s^2
12.73 $GmMx/(a^2 + x^2)^{3/2}$
12.75 (a) $U(r) = \dfrac{Gm_E m}{2R_E^3} r^2$ (b) $7{,}91 \times 10^{3}$ m/s
12.77 (a) É considerável e não mostra padrão aparente
(b) Terra (5.500 kg/m^3), Mercúrio (5.400 kg/m^3), Vênus (5.300 kg/m^3), Marte (3.900 kg/m^3), Netuno (1.600 kg/m^3), Urano (1.200 kg/m^3), Júpiter (1.200 kg/m^3), Saturno (530 kg/m^3)
(c) nenhum efeito (d) 93 m/s^2
12.79 (a) oposto; oposto (b) 259 dias
(c) 44,1°
12.81 $\dfrac{2GMm}{a^2}\left(1 - \dfrac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}\right)$
12.83 opção (c)

CAPÍTULO 13

13.1 (a) 2,15 ms, 2.930 rad/s
(b) $2{,}00 \times 10^{4}$ Hz, $1{,}26 \times 10^{5}$ rad/s
(c) $1{,}3 \times 10^{-15}$ s $\le T \le 2{,}3 \times 10^{-15}$ s, $4{,}3 \times 10^{14}$ Hz $\le f \le 7{,}5 \times 10^{14}$ Hz
(d) $2{,}0 \times 10^{-7}$ s, $3{,}1 \times 10^{7}$ rad/s
13.3 5.530 rad s, 1,14 ms
13.5 0,0625 s
13.7 (a) 0,80 s (b) 1,25 Hz (c) 7,85 rad/s
(d) 3,0 cm (e) 148 N/m
13.9 (a) 0,167 s (b) 37,7 rad/s (c) 0,0844 kg
13.11 (a) 0,150 s (b) 0,0750 s
13.13 (a) 0,98 m (b) $\pi/2$ rad
(c) $x = (-0{,}98\text{ m})\,\text{sen}[(12{,}2\text{ rad/s})t]$
13.15 (a) $-2{,}71$ m/s^2 (b) $x = (1{,}46\text{ cm}) \times \cos[(15{,}7\text{ rad/s})t + 0{,}715\text{ rad}]$, $v_x = (-22{,}9\text{ cm/s}) \times \text{sen}[(15{,}7\text{ rad/s})t + 0{,}715\text{ rad}]$, $a_x = (-359\text{ cm/s}^2) \times \cos[(15{,}7\text{ rad/s})t + 0{,}715\text{ rad}]$
13.17 120 kg
13.19 (a) 0,253 kg (b) 1,21 cm (c) 3,03 N
13.21 (a) 1,51 s (b) 26,0 N/m
(c) 30,8 cm/s (d) 1,92 N
(e) $-0{,}0125$ m, 30,4 cm/s, 0,216 m/s^2
(f) 0,324 N
13.23 (a) $x = (0{,}0030\text{ m})\cos[(2.760\text{ rad/s})t]$
(b) 8,3 m/s, $2{,}3 \times 10^{4}$ m/s^2
(c) $da_x/dt = (6{,}3 \times 10^{7}\text{ m/s}^3) \times \text{sen}[(2.760\text{ rad/s})t]$, $6{,}3 \times 10^{7}$ m/s^3
13.25 92,2 m/s^2
13.27 (a) 0,0336 J (b) 0,0150 m (c) 0,669 m/s
13.29 (a) 1,20 m/s (b) 1,11 m/s (c) 36 m/s^2
(d) 13,5 m/s^2 (e) 0,36 J
13.31 $3M$; $\frac{3}{4}$
13.33 0,240 m
13.35 (a) 0,376 m (b) 59,3 m/s^2 (c) 119 N
13.37 (a) 4,06 cm (b) 1,21 m/s (c) 29,8 rad/s
13.39 (a) 0, 0, 3,92 J, 3,92 J (b) 3,92 J, 0, 0, 3,92 J
(c) 0,98 J, 0,98 J, 1,96 J, 3,92 J
13.41 (a) $2{,}7 \times 10^{-8}$ kg · m^2
(b) $4{,}3 \times 10^{-6}$ N · m/rad
13.43 0,0294 kg · m^2
13.45 (a) 0,25 s (b) 0,25 s
13.47 0,407 oscilação por segundo
13.49 10,7 m/s^2
13.51 (a) 2,84 s (b) 2,89 s (c) 2,89 s; −2%
13.53 A: $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$, B: $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\left(2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}\right)$; pêndulo A
13.55 0,129 kg · m^2
13.57 A: $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$, B: $\sqrt{\dfrac{11}{10}}\left(2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}\right)$, pêndulo B
13.59 (a) 0,30 J
13.61 (a) 0,393 Hz (b) 1,73 kg/s
13.63 (a) $A_1/3$ (b) $2A_1$
13.65 0,353 m
13.67 (a) 1,34 m/s (b) 1,90 m/s^2
13.69 (a) 24,4 cm (b) 0,221 s (c) 1,19 m/s
13.71 2,00 m
13.73 $0{,}921\left(\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{L}}\right)$
13.75 (a) 0,784 s (b) $-1{,}12 \times 10^{-4}$ s por s; mais curto
(c) 0,419 s
13.77 (a) 0,150 m/s (b) 0,112 m/s^2 para baixo
(c) 0,700 s (d) 4,38 m
13.79 (a) 2,6 m/s (b) 0,21 m (c) 0,49 s
13.81 1,17 s
13.83 0,421 s
13.85 0,705 Hz, 14,5°
13.87 $2\pi\sqrt{\dfrac{M}{3k}}$
13.89 (a) 1,60 s (b) 0,625 Hz (c) 3,93 rad/s
(d) 5,1 cm; 0,4 s, 1,2 s, 1,8 s
(e) 79 cm/s^2; 0,4 s, 1,2 s, 1,8 s (f) 4,9 kg
13.91 (b) A amplitude angular aumenta quando L diminui.
(c) cerca de 53°
13.93 (a) $Mv^2/6$ (c) $\omega = \sqrt{3k/M}$, $M' = M/3$
13.95 opção (a)

CAPÍTULO 14

14.1 não (41,8 N)
14.3 7.020 kg/m^3; sim
14.5 1,6
14.7 61,6 N
14.9 (a) $1{,}86 \times 10^{6}$ Pa (b) 184 m
14.11 0,581 m
14.13 (a) $1{,}90 \times 10^{4}$ Pa
(b) causa força adicional sobre suas paredes
14.15 2,8 m
14.17 $6{,}0 \times 10^{4}$ Pa
14.19 $2{,}27 \times 10^{5}$ N
14.21 (a) 636 Pa (b) (i) 1.170 Pa (ii) 1.170 Pa
14.23 10,9
14.25 (a) $2{,}19 \times 10^{7}$ N (b) $2{,}17 \times 10^{7}$ N
(c) $5{,}79 \times 10^{8}$ N

14.27 0,122 m
14.29 $6{,}43 \times 10^{-4}$ m^3, $2{,}78 \times 10^3$ kg/m^3
14.31 10,5 N
14.33 (a) 116 Pa (b) 921 Pa
(c) 0,822 kg, 822 kg/m^3
14.35 1.640 kg/m^3
14.37 9,6 m/s
14.39 (a) 17,0 m/s (b) 0,317 m
14.41 28,4 m/s
14.43 $1{,}47 \times 10^5$ Pa
14.45 $2{,}03 \times 10^4$ Pa
14.47 $2{,}25 \times 10^5$ Pa
14.49 $1{,}19D$
14.51 (a) $(P_0 - P)\pi D^2/4$ (b) 776 N
14.53 (a) $5{,}9 \times 10^5$ N (b) $1{,}8 \times 10^5$ N
14.55 $2{,}61 \times 10^4$ N · m
14.57 0,964 cm, sobe
14.59 (a) 1.470 Pa (b) 13,9 cm
14.61 (a) 0,0500 m^3 (b) 10,0 kg
14.63 $9{,}8 \times 10^6$ kg, sim
14.65 (a) 0,30 (b) 0,70
14.67 (a) $8{,}27 \times 10^3$ m^3 (b) 83,8 kN
14.69 (a) 16,5 cm (b) 1,75 m
14.71 (a) 5,07 m/s, 1,28 (b) 32,4 min, 2,08
14.73 (a) 53,9 N (b) 31,0 m/s^2
14.75 (a) $1 - \dfrac{\rho_B}{\rho_L}$ (b) $\left(\dfrac{\rho_L - \rho_B}{\rho_L - \rho_A}\right)L$ (c) 4,60 cm
14.77 (a) $2\sqrt{h(H-h)}$ (b) h
14.79 5,47 m
14.81 (a) 0,200 m^3/s (b) $6{,}97 \times 10^4$ Pa
14.83 $3h_1$
14.85 (b) não
14.87 (a) $2{,}5 \times 10^{-4}$ m^2/Pa (inclinação), 16 m^2 (interceptação) (b) 8,2 m, 800 kg/m^3
14.89 opção (b)
14.91 opção (a)

CAPÍTULO 15

15.1 (a) 0,439 m, 1,28 ms (b) 0,219 m
15.3 220 m/s = 800 km/h
15.5 (a) 1,7 cm a 17 m
(b) $4{,}3 \times 10^{14}$ Hz a $7{,}5 \times 10^{14}$ Hz
(c) 1,5 cm (d) 6,4 cm
15.7 (a) 25,0 Hz, 0,0400 s, 19,6 rad/m
(b) $y(x, t) = (0{,}0700\text{ m}) \times \cos[(19{,}6\text{ m}^{-1})x + (157\text{ rad/s})t]$
(c) 4,95 cm (d) 0,0050 s
15.9 (a) sim (b) sim (c) não
(d) $v_y = \omega A\cos(kx + \omega t)$, $a_y = -\omega^2 A\,\text{sen}(kx + \omega t)$
15.11 (a) 4 mm (b) 0,040 s (c) 0,14 m, 3,6 m/s
(d) 0,24 m, 6,0 m/s (e) não
15.13 (b) sentido $+x$
15.15 (a) 17,5 m/s (b) 0,146 m
(c) ambos aumentariam por um fator de $\sqrt{2}$
15.17 0,337 kg
15.19 (a) 9,53 N (b) 20,8 m/s
15.21 (a) 10,0 m/s (b) 0,250 m
(c) $y(x, t) = (3{,}00\text{ cm}) \times \cos[(8{,}00\pi\text{ rad/m})x - (80{,}0\pi\text{ rad/s})t]$
(d) 1.890 m/s^2 (e) sim
15.23 4,10 mm
15.25 (a) 95 km (b) 0,25 μW/m^2 (c) 110 kW
15.27 (a) 0,050 W/m^2 (b) 22 kJ
15.29 $9{,}48 \times 10^{27}$ W
15.37 (a) $(1{,}33\text{ m})n$, $n = 0, 1, 2, \ldots$
(b) $(1{,}33\text{ m})(n + \frac{1}{2})$, $n = 0, 1, 2, \ldots$
15.39 (a) 96,0 m/s (b) 461 N
(c) 1,13 m/s, 4,26 m/s^2
15.41 (b) 2,80 cm (c) 277 cm
(d) 185 cm, 7,96 Hz, 0,126 s, 1.470 cm/s
(e) 280 cm/s
(f) $y(x, t) = (5{,}60\text{ cm}) \times \text{sen}[(0{,}0906\text{ rad/cm})x]\,\text{sen}[(133\text{ rad/s})t]$
15.43 4,0 m, 2,0 m, 1,33 m
15.45 (a) 45,0 cm (b) não
15.47 (a) 311 m/s (b) 246 Hz (c) 245 Hz, 1,40 m
15.49 (a) 20,0 Hz, 126 rad/s, 3,49 rad/m
(b) $y(x, t) = (2{,}50 \times 10^{-3}\text{ m}) \times \cos[(3{,}49\text{ rad/m})x - (126\text{ rad/s})t]$
(c) $y(0, t) = (2{,}50 \times 10^{-3}\text{ m})\cos[(126\text{ rad/s})t]$
(d) $y(1{,}35\text{ m}, t) = (2{,}50 \times 10^{-3}\text{ m}) \times \cos[(126\text{ rad/s})t - 3\pi/2\text{ rad}]$
(e) 0,315 m/s (f) $-2{,}50 \times 10^{-3}$ m, 0
15.51 (a) $\dfrac{7L}{2}\sqrt{\dfrac{\mu_1}{F}}$ (b) não
15.53 (a) 62,1 m
15.55 13,7 Hz, 25,0 m
15.57 1,83 m
15.59 361 Hz (cobre), 488 Hz (alumínio)
15.61 (a) 18,8 cm (b) 0,0169 kg
15.63 (a) 7,07 cm (b) 0,400 kW
15.65 $(0{,}800\text{ Hz})n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$
15.67 (a) 2,22 g (b) $2{,}24 \times 10^4$ m/s^2
15.69 233 N
15.71 1.780 kg/m^3
15.73 (a) 148 N (b) 26%
15.75 (c) 47,5 Hz (d) 138 g
15.77 (a) 392 N (b) 392 N + (7,70 N/m)x
(c) 3,89 s
15.79 opção (b)

CAPÍTULO 16

16.1 (a) 0,344 m (b) $1{,}2 \times 10^{-5}$ m
(c) 6,9 m, 50 Hz
16.3 (a) 7,78 Pa (b) 77,8 Pa (c) 778 Pa
16.5 (a) 90 m (b) 102 kHz (c) 1,4 cm
(d) 4,4 mm a 8,8 mm (e) 6,2 MHz
16.7 90,8 m
16.9 81,4 °C
16.11 0,16 s
16.13 (a) $5{,}5 \times 10^{-15}$ J (b) 0,074 mm/s
16.15 15,0 cm
16.17 (a) 4,14 Pa (b) 0,0208 W/m^2 (c) 103 dB
16.19 (a) $4{,}4 \times 10^{-12}$ W/m^2 (b) 6,4 dB
(c) $5{,}8 \times 10^{-11}$ m
16.21 14,0 dB
16.23 (a) $2{,}0 \times 10^{-7}$ W/m^2 (b) 6,0 m
(c) 290 m (d) sim, não
16.25 (a) fundamental: 0,60 m; 0, 1,20 m;
primeiro sobretom: 0,30 m, 0,90 m; 0, 0,60 m, 1,20 m;
segundo sobretom: 0,20 m, 0,60 m, 1,00 m;
0, 0,40 m, 0,80 m, 1,20 m
(b) fundamental: 0; 1,20 m; primeiro sobretom: 0, 0,80 m; 0,40 m, 1,20 m; segundo sobretom: 0, 0,48 m, 0,96 m; 0,24 m, 0,72 m, 1,20 m
16.27 506 Hz, 1.517 Hz, 2.529 Hz
16.29 (a) 35,2 Hz (b) 17,6 Hz
16.31 (a) 614 Hz (b) 1.230 Hz
16.33 (a) 137 Hz, 0,50 m (b) 137 Hz, 2,51 m
16.35 (a) 172 Hz (b) 86 Hz
16.37 0,125 m
16.39 (a) $(820\text{ Hz})n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$
(b) $(410\text{ Hz})(2n + 1)$, $n = 0, 1, 2, \ldots$
16.41 (a) 433 Hz (b) afrouxar
16.43 1,3 Hz
16.45 780 m/s
16.47 (a) 375 Hz (b) 371 Hz (c) 4 Hz
16.49 (a) 0,25 m/s (b) 0,91 m
16.51 19,8 m/s
16.53 (a) 1.910 Hz (b) 0,188 m
16.55 (a) 7,02 m/s, aproximando (b) 1.404 Hz
16.57 (a) 36,0° (b) 2,94 s
16.59 (a) 1,00 (b) 8,00
(c) $4{,}73 \times 10^{-8}$ m = 47,3 nm
16.61 harmônico da flauta $3n$ ressoa com harmônico da corda $4n$, $n = 1, 3, 5, \ldots$
16.63 (a) fechado (b) 7º e 9º (c) 0,439 m
16.65 (a) 0,026 m, 0,53 m, 1,27 m, 2,71 m, 9,01 m
(b) 0,26 m, 0,86 m, 1,84 m, 4,34 m (c) 86 Hz
16.67 (a) 0,0823 m (b) 120 Hz
16.69 (b) 2,0 m/s
16.71 (a) 38 Hz (b) não
16.73 (a) 375 m/s (b) 1,39 (c) 0,8 cm
16.75 (d) 9,69 cm/s, 667 m/s^2
16.77 opção (b)
16.79 opção (a)
16.81 opção (b)

CAPÍTULO 17

17.1 (a) −81,0 °F (b) 134,1 °F (c) 88,0 °F
17.3 (a) 27,2 °C (b) −55,6 °C
17.5 (a) −18,0 °F (b) −10,0 °C
17.7 0,964 atm
17.9 (a) −282 °C (b) não, 47.600 Pa
17.11 0,39 m
17.13 1,9014 cm; 1,8964 cm
17.15 49,4 °C
17.17 $1{,}7 \times 10^{-5}$ (°C)$^{-1}$
17.19 (a) 1,431 cm^2 (b) 1,436 cm^2
17.21 (a) 6,0 mm (b) $-1{,}0 \times 10^8$ Pa
17.23 555 kJ
17.25 23 min
17.27 240 J/kg · K
17.29 0,526 °C
17.31 45,2 °C
17.33 0,0613 °C
17.35 (a) 215 J/kg · K (b) água
(c) pequeno demais
17.37 0,114 kg
17.39 27,5 °C
17.41 150 °C
17.43 7,6 min
17.45 54,5 kJ, 13,0 kcal, 51,7 Btu
17.47 357 m/s
17.49 3,45 L
17.51 $5{,}05 \times 10^{15}$ kg
17.53 0,0674 kg
17.55 190 g
17.57 (a) 222 K/m (b) 10,7 W (c) 73,3 °C
17.59 (a) −0,86 °C (b) 24 W/m^2
17.61 $4{,}0 \times 10^{-3}$ W/m · °C
17.63 105,5 °C
17.65 (a) 21 kW (b) 6,4 kW
17.67 15 W
17.69 2,1 cm^2
17.71 35,0 °C
17.73 (a) 35,1 °M (b) 39,6 °C
17.75 69,4 °C
17.77 23,0 cm (primeira barra), 7,0 cm (segunda barra)
17.79 (b) $1{,}9 \times 10^8$ Pa
17.81 (a) 87 °C (b) −80 °C
17.83 460 s
17.85 (a) 83,6 J (b) 1,86 J/mol · K
(c) 5,60 J/mol · K
17.87 (a) $4{,}20 \times 10^7$ J (b) 10,7 °C (c) 30,0 °C
17.89 (a) 0,60 kg (b) 0,80 garrafa/h
17.91 $3{,}4 \times 10^5$ J/kg
17.93 (a) não (b) 0,0 °C, 0,156 kg
17.95 (a) 86,1 °C
(b) nenhum gelo, 0,130 kg água líquida, nenhum vapor

17.97 (a) 100 °C
(b) 0,0214 kg de vapor,
0,219 kg de água líquida
17.99 (a) 93,9 W (b) 1,35
17.101 2,9
17.103 (a) 59,8 °C (b) 42,7 °C (c) 8,40 W
17.105 (c) 170 h (d) $1,5 \times 10^{10}$ s ≈ 500 anos, não
17.107 5,82 g
17.109 (a) 1,04 kW (b) 87,1 W (c) 1,13 kW
(d) 28 g (e) 1,1 garrafa
17.111 (a) $3,00 \times 10^4$ J/kg (b) $1,00 \times 10^3$ J/kg · K (líquido), $1,33 \cdot 10^3$ J/kg · K (sólido)
17.113 *A*: 216 W/m · K, *B*: 130 W/m · K
17.115 (a) $H = \dfrac{(T_2 - T_1)2\pi kL}{\ln(b/a)}$

(b) $T = T_2 - \dfrac{(T_2 - T_1)\ln(r/a)}{\ln(b/a)}$

(d) 73 °C (e) 49 W
17.117 opção (a)
17.119 opção (a)

CAPÍTULO 18

18.1 (a) 0,122 mol (b) 14.700 Pa, 0,145 atm
18.3 0,100 atm
18.5 (a) 0,0136 kg/m^3, 67,6 kg/m^3, 5,39 kg/m^3
(b) $0{,}011\rho_E$, $56\rho_E$, $4{,}5\rho_E$
18.7 503 °C
18.9 19,7 kPa
18.11 0,159 L
18.13 $0{,}0508V$
18.15 (a) 70,2 °C (b) sim
18.17 850 m
18.19 (a) $6,95 \times 10^{-16}$ kg (b) $2,32 \times 10^{-13}$ kg/m^3
18.21 55,6 mol, $3,35 \times 10^{25}$ moléculas
18.23 (a) $2,20 \times 10^6$ moléculas
(b) $2,44 \times 10^{19}$ moléculas
18.25 $6,4 \times 10^{-6}$ m
18.27 (a) $5,83 \times 10^7$ J (b) 242 m/s
18.29 (d) precisa ser verdadeira; as outras poderiam ser verdadeiras.
18.31 (a) $1,93 \times 10^6$ m/s, não (b) $7,3 \times 10^{10}$ K
18.33 (a) $6,21 \times 10^{-21}$ J (b) $2,34 \times 10^5$ m^2/s^2
(c) 484 m/s (d) $2,57 \times 10^{-23}$ kg · m/s
(e) $1,24 \times 10^{-19}$ N (f) $1,24 \times 10^{-17}$ Pa
(g) $8,17 \times 10^{21}$ moléculas
(h) $2,45 \times 10^{22}$ moléculas
18.35 3.800 °C
18.37 (a) 1.870 J (b) 1.120 J
18.39 (a) 741 J/kg · K, $c_{\text{água}} = 5{,}65c_{N_2}$
(b) 5,65 kg; 4.850 L
18.41 (a) 337 m/s (b) 380 m/s (c) 412 m/s
18.43 (a) 610 Pa (b) 22,12 MPa
18.45 18,0 cm^3, $V_{20\,°C} = 0{,}32V_{pc}$
18.47 (a) 11,8 kPa (b) 0,566 L
18.49 272 °C
18.51 0,195 kg
18.53 (a) −117 °C (b) $1,2 \times 10^{26}$ moléculas/m^3
(c) $\rho_T = 4{,}8\rho_e$
18.55 1,92 atm
18.57 (a) 30,7 cilindros (b) 8.420 N (c) 7.800 N
18.59 (a) 26,2 m/s (b) 16,1 m/s,
5,44 m/s (c) 1,74 m
18.61 ≈ 5×10^{27} átomos
18.63 (a) *A* (b) *B* (c) 4.250 °C (d) *B*
18.65 (a) $6,00 \times 10^3$ Pa (b) 32,8 m/s
18.67 (a) $4,65 \times 10^{-26}$ kg (b) $6,11 \times 10^{-21}$ J
(c) $2,04 \times 10^{24}$ moléculas (d) 12,5 kJ
18.69 (b) r_2 (c) $r_1 = \dfrac{R_0}{2^{1/6}}$,
$r_2 = R_0$, $2^{-1/6}$ (d) U_0
18.71 (a) $2R = 16{,}6$ J/mol · K (b) menor
18.73 (b) $1,40 \times 10^5$ K (N_2), $1,01 \times 10^4$ K (H_2)
(c) 6.370 K (N_2), 459 K (H_2)
18.75 $3kT/m$, o mesmo
18.77 (b) $0{,}0421N$ (c) $(2,94 \times 10^{-21})N$
(d) $0{,}0297N$, $(2,08 \times 10^{-21})N$
(e) $0{,}0595N$, $(4,15 \times 10^{-21})N$
18.79 (a) $p_0 + \dfrac{mg}{\pi r^2}$ (b) $-\left(\dfrac{y}{h}\right)(p_0\pi r^2 + mg)$
(c) $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{h}\left(1 + \dfrac{p_0\pi r^2}{mg}\right)}$, não
18.81 (a) 42,6% (b) 3 km (c) 1 km
18.83 (a) $4,5 \times 10^{11}$ m
(b) 703 m/s, $6,4 \times 10^8$ s (≈20 anos)
(c) $1,4 \times 10^{-14}$ Pa
(d) 650 m/s, $v_H > v_{esc}$, vaporizar
(f) 2×10^5 K, $>3T_{Sol}$, não
18.85 opção (a)
18.87 opção (c)

CAPÍTULO 19

19.1 (b) 1.330 J
19.3 (b) –6.180 J
19.5 (a) 1,04 atm
19.7 (a) $(p_1 - p_2)(V_2 - V_1)$
(b) negativo do trabalho realizado no sentido contrário
19.9 (a) 34,7 kJ (b) 80,4 kJ (c) não
19.11 (a) 278 K, em *a* (b) 0; 162 J (c) 53 J
19.13 (a) $T_a = 535$ K, $T_b = 9.350$ K, $T_c = 15.000$ K
(b) 21 kJ realizado pelo gás (c) 36 kJ
19.15 (a) 0 (b) $T_b = 2T_a$ (c) $U_b = U_a + 700$ J
19.17 (b) 208 J (c) sobre o pistão (d) 712 J
(e) 920 J (f) 208 J
19.19 (a) 948 K (b) 900 K
19.21 $\frac{2}{5}$
19.23 (a) 747 J (b) 1,30
19.25 (a) −605 J (b) 0 (c) sim, 605 J, libera
19.27 (a) 476 kPa (b) −10,6 kJ (c) 1,59, aquecido
19.29 (b) 314 J (c) −314 J
19.31 11,6 °C
19.33 (a) aumenta (b) 4,8 kJ
19.35 (a) 0,681 mol (b) 0,0333 m^3
(c) 2,23 kJ (d) 0
19.37 (a) 45,0 J (b) libera, 65,0 J (c) 23,0 J, 22,0 J
19.39 (a) é a mesma (b) 4,0 kJ, absorve (c) 8,0 kJ
19.41 (b) −2.460 J
19.43 (a) 0,80 L (b) 305 K, 1.220 K, 1.220 K
(c) *ab*: 76 J, para dentro do gás
ca: −107 J, para fora do gás
bc: 56 J, para dentro do gás
(d) *ab*: 76 J, aumentou
bc: 0, não muda
ca: −76 J, diminuiu
19.45 (a) 837 °C (b) 11,5 kJ (c) 40,3 kJ (d) 42,4 kJ
19.47 (b) 6,00 L, $2,5 \times 10^4$ Pa, 75,0 K
(c) 95 J (d) aqueça-o a volume constante
19.49 (b) 11,9 °C
19.51 (a) 0,168 m (b) 196 °C (c) 70,1 kJ
19.53 (a) $Q = 450$ J, $\Delta U = 0$
(b) $Q = 0$, $\Delta U = -450$ J
(c) $Q = 1.125$ J, $\Delta U = 675$ J
19.55 (a) $W = 738$ J, $Q = 2.590$ J, $\Delta U = 1.850$ J
(b) $W = 0$, $Q = -1.850$ J, $\Delta U = -1.850$ J
(c) $\Delta U = 0$
19.57 (a) $W = -187$ J, $Q = -654$ J, $\Delta U = -467$ J
(b) $W = 113$ J, $Q = 0$, $\Delta U = -113$ J
(c) $W = 0$, $Q = 580$ J, $\Delta U = 580$ J
19.59 (a) *a*: adiabático, *b*: isocórico, *c*: isobárico
(b) 28,0 °C (c) *a*: −30,0 J, *a*: 0, *a*: 20,0 J
(d) *a*
(e) *a*: diminui, *b*: permanece o mesmo, *c*: aumenta
19.61 (b) −300 J, para fora do gás
19.63 opção (c)
19.65 opção (d)

CAPÍTULO 20

20.1 (a) 6.500 J (b) 34%
20.3 (a) 23% (b) 12.400 J (c) 0,350 g
(d) 222 kW = 298 hp
20.5 (a) 12,3 atm (b) 5.470 J, *ca* (c) 3.723 J, *bc*
(d) 1.747 J (e) 31,9%
20.7 (a) 58% (b) 1,4%
20.9 (a) 14,8 kJ (b) 45,8 kJ
20.11 1,2 h
20.13 (a) 215 J (b) 378 K (c) 39,0%
20.15 (a) 38 kJ (b) 590 °C
20.17 (a) 492 J (b) 212 W (c) 5,4
20.19 44,5 hp
20.21 (a) 429 J/K (b) −393 J/K (c) 36 J/K
20.23 (a) irreversível (b) 1.250 J/K
20.25 −6,31 J/K
20.27 (a) $6,05 \times 10^3$ J/K
(b) cerca de cinco vezes maior para a vaporização
20.29 (a) não (b) 18,3 J/K (c) 18,3 J/K
20.31 10,0 J/K
20.33 (a) 121 J (b) 3.800 ciclos
20.35 (a) 90,2 J (b) 320 J (c) 45 °C (d) 0
(e) 263 g
20.37 −5,8 J/K, diminui
20.39 (b) absorvido: *bc*; rejeitado: *ab* e *ca*
(c) $T_a = T_b = 241$ K, $T_c = 481$ K
(d) 610 J, 610 J (e) 8,7%
20.41 (a) 21,0 kJ (entra), 16,6 kJ (sai)
(b) 4,4 kJ, 21% (c) $e = 0{,}31e_{máx}$
20.43 (a) 7,0% (b) 3,0 MW; 2,8 MW
(c) 6×10^5 kg/h = 6×10^5 L/h
20.45 (a) 1: 2,00 atm, 4,00 L; 2: 2,00 atm, 6,00 L; 3: 1,11 atm, 6,00 L; 4: 1,67 atm, 4,00 L
(b) 1 → 2: 1.422 J, 405 J; 2 → 3: −1.355 J, 0; 3 → 4: −274 J, −274 J; 4 → 1: 339 J, 0
(c) 131 J (d) 7,44%; $e = 0{,}168e_C$
20.47 $1 - T_C/T_H$, a mesma
20.49 (a) 122 J, −78 J (b) $5{,}10 \times 10^{-4}$ m^3
(c) *b*: 2,32 MPa, $4,81 \times 10^{-5}$ m^3, 771 K
c: 4,01 MPa, $4,81 \times 10^{-5}$ m^3, 1.332 K
d: 0,147 MPa, $5,10 \times 10^{-4}$ m^3, 518 K
(d) 61,1%, 77,5%
20.51 6,23
20.55 (a) A: 28,9%, B: 38,3%, C: 53,8%, D: 24,4%
(b) C (c) B > D > A
20.57 (a) 4,83% (b) 4,83% (c) 6,25%
(d) $e = \dfrac{0{,}80T_d - 200}{12T_d - 2.700}$, 6,67%
20.59 opção (b)
20.61 opção (d)

CRÉDITOS

Sobre a capa do livro O projeto arquitetônico exibido na capa deste livro foi baseado em um desenho feito por Leonardo da Vinci em 1502 para ser uma ponte de pedra na Turquia. As anotações de Leonardo da Vinci permaneceram cerca de 500 anos na obscuridade. Finalmente, em 2001, o artista norueguês Vebjørn Sand, em colaboração com a Administração de Estradas da Noruega, transformou em realidade aquele desenho de Leonardo da Vinci e projetou esta elegante ponte que foi construída nas proximidades de Oslo. O caminho para pedestres na parte superior da ponte é sustentado por três arcos parabólicos.

Capítulo 12 Abertura: JPL-Caltech/SSI/Cornell/NASA; p. 398 (lei): Fonte: Newton published the law of gravitation in 1687. *Philosophiae naturalis principia mathematica* (MacLehose, 1726) [1871] Reimpresso para Sir William Thomson e Hugh Blackburn; 13.3 (Jupiter): JPL/University of Arizona/NASA; 13.3 (inset): JPL/Cornell University/NASA; 13.6: ESA/Hubble/NASA; Appl. p. 403: NASA; 13.7: swisshippo/Fotolia; 13.13: National Aeronautics and Space Administration/NASA; 13.14: Baseado em Newton, Isaac. 1728. *A Treatise on the System of the World*; 13.16: John F. Kennedy/Space Center/NASA; 13.17: ESA and M. Showalter/NASA; p. 411 (leis): Kepler, Johannes. 1597. *Mysterium Cosmographicum*; Appl. p. 412: NASA; 13.21b: NASA; p. 419 (citação): Fonte: John Michell (1784). "On the Means of Discovering the Distance, Magnitude, & c. of the Fixed Stars, in Consequence of the Diminution of the Velocity of Their Light, in Case Such a Diminution Should be Found to Take Place in any of Them, and Such Other Data Should be Procured from Observations, as Would be Farther Necessary for That Purpose". *Philosophical Transactions of the Royal Society* 74 (0): 35–57; 13.27ab: NASA; 13.28: NASA; 13.29: Andrea Ghez/UCLA; P13.76 (tabela): Fonte: ssd.jpl.nasa.gov; P13.77 (tabela): Fonte: nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet

Capítulo 13 Abertura: blurAZ/Shutterstock; Appl. p. 434: Steve Byland/Shutter-stock; 14.7: American Diagnostic Corporation; 14.21a: Zurijeta/Shutterstock; 14.25: Christopher Griffin/Alamy; Appl. p. 455: Symbiot/Shutterstock; Appl. p. 456: Sonya Etchison/Shutterstock

Capítulo 14 Abertura (esquerda): orlandin/Shutterstock; Opener (direita): Isabelle Kuehn/Shutterstock; Appl. p. 370: Jorg Hackemann/Shutterstock; 12.6: SPL/Science Source; p. 373 (lei): Pascal, Blaise. 1653. *Treatise on the Equilibrium of Liquids*; 12.9b: Andrey Jitkov/Shutterstock; Appl. p. 375: Lisa F. Young/Shutterstock; p. 376 (principle): Fonte: Archimedes; 12.14: Pali A/Fotolia; 12.19: Pearson; 12.20: Popov Nikolay/Shutterstock; 12.22: Fribus Ekaterina/Shutterstock; Appl. p. 382: Kairos69/Shutterstock; 12.28: Shutterstock; Appl. p. 386: Edward Lara/Shutterstock; 12.30a: jupeart/Shutterstock; 12.30b: Btrseller/Shutterstock; 12.31f: Harold Edgerton at MIT, copyright 2014. Cortesia da Palm Press, Inc.

Capítulo 15 Abertura: Walter D. Mooney/U.S. Geological Survey; Appl. p. 469: Marco PoloCollection/Balan Madhavan/Alamy; 15.2: Charles Platiau/Reuters; 15.5: EpicStockMedia/Shutterstock; 15.12: Kodda/Shutterstock; Appl. p. 482: Christian Delbert/Shutterstock; 15.23a–d: Richard Megna/Fundamental Photographs; 15.25: Shmeliova Natalia/Shutterstock; 15.27: National Optical Astronomy Observatories

Capítulo 16 Abertura: Eduard Kyslynskyy/Shutterstock; 16.5 (line art): Berg, Richard E.; Stork, David G., *The Physics Of Sound*, 1st Ed., ©1982. Reimpresso e reproduzido eletronicamente com permissão da Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey; 16.5a: olly/Shutterstock; 16.5b: Lebrecht Music e Arts Photo Library/Alamy; Appl. p. 510: Steve Thorne/Getty Images; 16.6: Geoff Dann/DK Images; 16.9: Kretztechnik/Science Source; 16.10: auremar/Shutterstock; 16.15: Digoarpi/Shutterstock; Appl. p. 523: Piotr Marcinski/Shutterstock; 16.20: Martin Bough/Fundamental Photographs; 16.24: Roger A. Freedman; 16.26: R. Gino Santa Maria/Shutterstock; 16.29: Aaron Kohr/Shutterstock; 16.36c: NASA; 16.37: NASA

Capítulo 17 Abertura: huyangshu/Shutterstock; 17.4: PRNewsFoto/Exergen TemporalScanner/AP Images; Appl. p. 548 (superior): David Thyberg/Shutter-stock; Appl. p. 548 (inferior): Hofhauser/Shutterstock; 17.5a: Roger A. Freed-man; 17.11: Eugene Sergeev/Shutterstock; 17.13: Eric Schrader/Pearson Education; 17.16: Hugh D. Young; 17.18: Roman Sigaev/Shutterstock; 17.19: Science Source; 17.21: Richard Megna/Fundamental Photographs; 17.22: NASA; 17.23: MaszaS/Shutterstock; Appl. p. 566 (superior): Dmitry Deshevykh/Getty Images; Appl. p. 566 (inferior): Paul Nicklen/National Geographic/Getty Images; 17.28: Hugh D. Young; 17.29: Steve Gschmeissner/Science Source; 17.30a: Fonte: *Trends: A Compendium of Data on Global Change*, U.S. Department of Energy's Carbon Dioxide Information Analysis Center, http://cdiac.esd.ornl.gov/trends/co2/contents.htm; 17.30b: Fonte: http://data. giss.nasa.gov/gistemp/graphs_v3/, first graph; P17.91: Satoshi Kuribayashi/Nature Production/Nature Picture Library

Capítulo 18 Abertura: stockyimages/Shutterstock; 18.2: Topham/The Image Works; 18.10: Cortesia da Bruker Corporation; 18.13: Rich Iwasaki/Stone/Getty Images; 18.14: Arctic Images/Alamy; 18.16: David Grossman/The Image Works; Appl. p. 604: Ray Coleman/Science Source; 18.25: PhotoDisc/Getty Images; E18.24: National Optical Astronomy Observatory; P18.83: National Optical Astronomy Observatory

Capítulo 19 Abertura: Ken Paul/All Canada Photos/Getty Images; 19.1: Roger A. Freedman via John P. Surey; 19.2a: Stocktrek/Photodisc/Getty Images; 19.2b: Alin Dragulin/Alamy; Appl. p. 624: Diego Cervo/Shutterstock; 19.10: Liv friislarsen/Shutterstock; 19.14: Tom Branch/Science Source; 19.15:

Rob Byron/Shutterstock; Appl. p. 635: Dean Bertoncelj/Shutterstock

Capítulo 20 Abertura: George Burba/Shutterstock; 20.2: James Morgan/Shutterstock; Appl. p. 650: Tyler Olson/Shutterstock; 20.12: Bill Bachman/Science Source; 20.16: U.S. Air Force photo by Staff Sgt. Robert Zoellner; 20.17: cowardlion/Shutterstock; Appl. p. 669: DenisNata/Shutterstock; 20.20 abc: Eric Schrader/Pearson Education; Summ. p. 675: Eric Schrader/Pearson Education; PP20.59–62 (gráfico): Fonte: Public domain from Wikimedia Commons: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Thermocline.jpg

ÍNDICE REMISSIVO

Nota: os números de página seguidos de f indicam figuras; aqueles seguidos de t indicam tabelas.

A

Aceleração,
de partícula em uma onda, 122–124
em diferentes latitudes e elevações, 24–25
módulo, 5
no MHS, 48–50
peso aparente e, 8, 23–25
versus gravitação, 2
Afélio, 16
Água
expansão térmica da, 208–209
super-resfriada, 217
Aleatoriedade nos processos termodinâmicos, 312–313
Alimento, valor energético do, 218
Altura (de um som), 158
Amortecimento, 64
crítico, 65
Amplitude
de deslocamento, 155, 164–165
de ondas sonoras, 155–158
de oscilação, 42
do pêndulo, 64
pressão, 157–158, 165
Amplitude de pressão, 157–159
intensidade sonora e, 164–165
Análise de Fourier, 159
Análise harmônica, 141
Ângulo de fase, 49
Aquecimento global, 227–228
Ar como isolante, 222
ar-condicionado, 319–321
Atmosfera, 83–84
Átomo(s), interações entre, 58–60
Intervalo audível, 155
Massa atômica, 250
Audição, 158–159, 167
Automóveis
compressão do gás, 246
movimento harmônico simples vertical, 57
Aviões
controle de ruído para, 177
estrondo sônico dos, 185
ressonância da asa, 68
sustentação sobre asa, 98
Avogadro, número de, 250

B

Balança de Cavendish (torsão), 3–4
bar, 371
Balança de torção, 3
Barômetro de mercúrio, 87–88
Batimentos, 177–179
Beisebol, bola curva no, 100–101
Bell, Alexander Graham, 167
Bernoulli, equação de, 94–95
Boltzmann, constante, 254
Bombas de calor, 321
Brahe, Tycho, 16
British Thermal Unit (Btu), 211
Buracos negros, 25–29
Buracos negros com supermassas, 28

C

Cálculos
calorimetria, 218–220
unidades de medida nos. *Ver* Unidades de medida
Cálculos de calor, 218–220
Cálculos de calorimetria, 218–220
Calor, 210–211
adicionado no processo termodinâmico, 284–285
aquecimento global e, 227–228
como energia em trânsito, 258
da sublimação, 216
da vaporização, 215–217
de combustão, 218
de fusão, 215
energia mecânica e, 211
específico, 211–212
fusão e, 215–217
mudanças de fase e, 215–218
quantidade de, 210–214
regras de sinal para, 280–281
transferência de energia e, 210–214. *Ver também* Transferência de calor
unidades de medida para, 211
vapor, 217
versus temperatura, 211
Calor de vaporização, 216
Calor específico molar, 213–214, 258–260, 294–296, 296t
Calor específico, 212, 258–261
dos gases, 258–260, 294–297, 296t
dos sólidos, 261
modelo de molécula puntiforme da, 258–259
molar, 213–214, 258–260
razão entre os, 296
variação de temperatura, 261
vibração e, 260–261
Calor latente de fusão, 215
Caloria (cal), 211
Calorimetria, mudanças de fase e, 215–218
Caminhos entre estados termodinâmico, 283–285
Campo, 6
Carnot, ciclo, 323–330
da máquina térmica, 323–327
do refrigerador, 327–328
eficiência do, 328–329
entropia e, 334–335
escala de temperatura Kelvin e, 329–330
para o gás ideal, 324–325
reversibilidade, 327–328
segunda lei da termodinâmica e, 328–329
Carros. *Ver* Automóveis.
Cavendish, balança, 3–4
Cavendish, experiência de, 31–32
Celsius, escala de temperatura, 201
Centro de massa,
Escala centígrada, 201
movimento planetérios e, 19
Ciclo de oscilação, 43
Ciclo de Otto, 317–318
Ciclos, 43
Círculo de referência, 46
Círculo
referência, 46
Clausius, enunciado de, 322
Coeficiente de desempenho, 319
Coeficiente de dilatação linear, 205
Coeficiente de dilatação volumétrica, 206–207
Coesão líquida em árvores, 82f
Colisões moleculares, 256–258
pressão de gás e, 251–252
Combustão, 218
Combustíveis fósseis, mudança do clima e, 228
Cometa Halley, 18–19
Cometa Halley, órbita do, 18–19
Composição harmônica semelhante, 141, 159
Compressão, densidade de fluido e, 117
Compressibilidade de fluidos, 91
Comprimento de onda, 116
Condensação, 216
Condições de contorno para cordas, 133
Condução, 221–225
Condutividade térmica, 221

Condutores térmicos, 200, 221
Conservação de energia no MHS, 52–55
Conservação de massa em fluido, 92–95
Conservação do momento angular
de planetas, 16–17
Consonância, 179
Constante de torção, 57
Constante do gás ideal, 244
Constante gravitacional, 2
cálculo da, 3–4
Controle de ruído, interferência
de onda no, 177
Convecção, 221, 224–225
Conversão de energia térmica do oceano, 347
Copérnico, Nicolau, 16
Corda, ondas estacionárias na.
Ver Ondas estacionárias
Corpo humano
como sistema termodinâmico, 286
radiação do, 226–227
Corpo negro, 227
Corrente de calor, 221
Bola curva, 100–101
Curva de ressonância, 173
Criopreservação, 240
Curva adiabática, 293

D

Densidade, 81–83, 82t
da Terra, 8
fluido, 89, 117
massa linear, 124
média, 82
medida de, 82
razão entre massa e volume e, 82
versus pressão, 245
Densidade do fluido, 81–83
compressão e, 117
empuxo e, 88–93
expansão e, 117
medição de, 89
Densidade linear, 124
Densidade média, 82
Densidade relativa, 82
Densímetro, 89
Derivadas parciais, 123
Deslocamento,
Amplitude de deslocamento, 166
intensidade de som e, 164–165
na oscilação, 42
no movimento harmônico simples, 44,
48–50
princípio da superposição e, 134
pulso de onda e, 132–133
Deslocamento para o vermelho
gravitacional, 27
Dewar, garrafa de, 227
Dewar, James, 227
Diagramas de fase, 264
Diagramas do fluxo de energia
para máquinas térmicas, 314–315
para refrigeradores, 319
Diagramas *PV*, 248
Diapasões, 47
Diesel, ciclo, 318
Diesel, motores, 318
compressão adiabática em, 300
Dilatação do tempo, 27
Dilatação linear, 204–206, 206t
Dilatação volumétrica, 206–208
Dinâmica, 101. Ver também Forças; Massa;
Movimento
celeste, 1
fluido, 81, 99–101
Dinâmica celeste, 1
Dinâmica de fluidos, 81
viscosidade e, 91, 99
Dióxido de carbono, efeito estufa e, 227–228
Direção de ondas, 127, 130–131
Disco de acréscimo, 28
Dissonância, 179
Doppler, Christian, 179
Dulong e Petit, regra de, 214, 261

E

Ebulição, 215–216
Efeito Doppler
para ondas de som, 179–185
para ondas eletromagnéticas, 184–185
Efeito estufa, 227
Eficiência térmica da máquina
térmica, 315, 317
Efluxo, velocidade de, 97
Einstein, Albert, 25. *Ver*
também Relatividade
Eixo
elíptico, 16
semieixo maior, 16, 17
Emissividade, 225
Empuxo, 88–91
Energia
cinética. *Ver* Energia cinética
de ativação, 264
equipartição da, 259
interna. *Ver* Energia interna
molecular, 249
no movimento harmônico simples, 52–55
no movimento ondulatório, 129–132
oscilações amortecidas, 66
Energia cinética
calor específico e, 258–261
equipartição de, 259
molecular, 249, 253–254, 258, 293
no movimento harmônico simples, 52–55
pressão de gás e, 253–254
Energia cinética molecular, 249, 258–260
pressão de gás e, 253–254
temperatura e, 293
Energia de ativação, 264
Energia interna, 279, 285, 285–288, 332
de gás ideal, 293
de processos cíclicos, 287–291
de sistemas isolados, 287–291
entropia e, 332
notação para, 286
primeira lei da termodinâmica e,
285–291
temperatura e, 293
variação na, 286–287, 297
Energia mecânica
calor e, 211, 312–313
conservação da, 52–55
no movimento harmônico simples, 52–55
Energia potencial gravitacional, 9–11
como valor negativo, 9
versus força gravitacional, 10
Energia potencial
de moléculas, 249
forças intermoleculares e, 249–250
gravitacional, 9–11
no movimento harmônico simples, 52–55
Entropia, 311, 330–337
cálculo de, 338–339
ciclo de Carnot e, 334–335
de cadeia de polímeros, 338
desordem e, 330–331
em organismos vivos, 335
em processos cíclicos, 334–335
em processos irreversíveis, 335–336
energia interna e, 332
interpretação microscópica, 337–339
reversibilidade da, 332–334, 336
segunda lei de Newton e, 336, 339
Enunciado de máquina da segunda
lei da termodinâmica, 321
Enunciado do refrigerador da segunda
lei da termodinâmica, 322
Equação da continuidade, 92–93
Equação de onda, 123, 128
para ondas mecânicas, 123, 128
Equação do gás ideal, 243–245
Equações
da continuidade, 92–93
de Bernoulli, 94–95
de estado, 243–248, 266
do movimento harmônico simples, 45–47
gás ideal, 243–245
onda. *Ver* Equação de onda
van der Waals, 247–248
Equilíbrio,
fase, 215, 265
para ondas mecânicas, 114–115
térmico, 199
Equilíbrio de fase, 215, 264
Equilíbrio térmico, 199
Equipartição da energia, 259
Escala de decibéis, 166–168
Escala de temperatura absoluta
(Kelvin), 203–204, 329–330
Escala de temperatura do gás
ideal, 202–203, 330
Escalas de temperatura, 201–202
absolutas, 203–204, 329–330
Celsius, 201
conversão entre, 201
Fahrenheit, 201
gás ideal, 202, 330
Kelvin, 202–204, 325, 329–330
Escoamento de fluidos, 91–93
equação da continuidade e, 92–93
equação de Bernoulli e, 94–95
estacionário, 91
laminar, 92, 99, 100

medição do, 97–98
pressão e, 94–98
taxa do, 92–93
turbulento, 92, 100
velocidade do, 94–98
Escoamento estacionário, 91
Escoamento laminar, 92, 100
Escoamento turbulento, 92, 100
Esferas
distribuições de massa e, 19–23
gravitação e, 3
Esfriamento produzido pela vaporização, 217
Estação Espacial Internacional, 11, 33
Estado de imponderabilidade, 13
verdadeiro, 13
Estado macroscópico, 337
Estados da matéria, 215
Variáveis de estado, 243
Estática dos fluidos, 81
Estrelas
binárias, 28
sistemas de, 5, 28
Excentricidade orbital, 16
Excentricidade orbital, 16
Exoplanetas, 39
Expansão, 117
Expansão isotérmica de um gás ideal, 283
Expansão livre, 285, 293
Expansão térmica, 204–210
da água, 208–209
em objeto com um buraco, 206
linear, 204–206
volume, 206–208

F

Fahrenheit, escala, 201
Fase, 215
onda, 121
Fase de onda, 121
Fase gasosa, 215–216
Fase líquida, 215–216
Fases da matéria, 264–267
diagramas *PV* e, 248
interações moleculares e, 264
ponto crítico e, 265
ponto triplo e, 265
sublimação e, 265
superfícies *PVT* e, 266–267
Fasor, 46
Fluido ideal, 91
Fluidos
compressibilidade de, 91
ideal, 91
movimento de, 91–92
velocidade do som nos, 160–161
viscosos, 99
Fluxo de calor, 210–211
Fluxo do sangue, 100
Focos, 16
Força central, 17
Força gravitacional, 21
entre distribuições de massa esférica, 21
na massa pontual no interior de uma casca esférica, 22
versus energia potencial gravitacional, 10
Força propulsora, 66–68
Força propulsora periódica, oscilação amortecida e, 66–68
Força restauradora, 42
no movimento harmônico simples, 44
no pêndulo, 60
Forças,
atuando a distância, 6
Campos de força, 6
centrais, 17
empuxo, 89
intermoleculares, 249–250
maré, 28
periódicas, 66–68
propulsora, 66–68
restauradoras, 42
superposição de, 4
versus pressão, 84
Forças de maré, 28
Forças intermoleculares, 249–250
Frequência, 43
angular, 43
batimento, 177–179
de ondas estacionárias, 139–140
fundamental, 140
modo normal, 140
período e, 43
versus frequência angular, 47
Frequência angular, 43–44
natural, 67
no MHS, 45–47
período e, 43–44
versus frequência, 47
Frequência angular natural, 67
Frequência fundamental, 140
Função de distribuição, 262–263
Função de onda, 118
gráficos de, 120
Intensidade de onda, 131–132
para ondas longitudinais, 124
para ondas mecânicas, 118–121
para ondas senoidais, 118–121
para ondas transversais, 122–124
princípio da superposição e, 134
propriedade aditiva da, 134
Fusão, 215–217

G

Gálio, temperatura de fusão do, 216
Garrafas térmicas, 227
Garrafas térmicas, 227
Gás
calor específico do, 258–260
diagramas *PV* para, 248
energia cinética do, 258
forças intermoleculares, 249–250
ideal. *Ver* Gás ideal
isotermas e, 248
massa do, 243–245
moléculas no, 249–250
ondas de som no, 162–164
poliatômico, 259
velocidade molecular no, 263–264
volume do, 245
Gás ideal, 244
calor específico do, 294–297
ciclo de Carnot para, 324–325
energia interna do, 293
expansão isotérmica do, 283
modelo cinético-molecular do, 251–258
processo adiabático para, 297–300
volume do, 245
Gases anestésicos, 309
Gelo, derretimento do, 215–217
Gradiente de temperatura, 221
Gráficos
da função de onda, 120
de ondas sonoras, 156–157
Graus, 201, 203
Graus de liberdade, 259
Gravitação, 1–29
aceleração por causa da. *Ver* Aceleração da gravidade
buracos negros e, 25–28
como força conservativa, 9
corpos de simetria esférica e, 3
densidade relativa e, 82
distribuição esférica de massa e, 19–23
em escala cósmica, 6
lei de Newton da, 1–6
medição da, 3–4
órbitas de satélites e, 12–15
pares ação-reação e, 2–3
peso e, 6–8
superposição de forças e, 4–5
trabalho realizado por, 9–10
velocidade de escape e, 10, 25–26

H

Harmônicos, 140
Hertz, 43
Hohmann, órbita de transferência de, 38
Hooke, lei de, movimento
harmônico simples e, 44, 45
Horizontes de evento, 26

I

Incubadoras, 227
Infrassom, 155
Instrumentos de cordas, ondas estacionárias e, 141–143
Instrumentos de sopro, 170–173
Instrumentos musicais
corda, 141–143
instrumentos de sopro, 170–173
ondas estacionárias, 141–143
tubos de órgão, 170–173
Intensidade
amplitude de pressão e, 165
de onda, 131–132
lei do inverso do quadrado para, 131–132, 165
som, 164–168
Intensidade do som, 164–168
escala de decibel para, 166–168
perda de audição e, 158, 159, 167
valores representativos para, 167t
Intensidade sonora, 158

Interferência, 132–134, 175–177
de ondas progressivas, 175
no controle de ruído, 177
ondas de som e, 175–177
ondas estacionárias e, 136
Interferência construtiva, 136, 176, 177
Interferência de onda. *Ver* Interferência
Interferência destrutiva, 136, 175
Intervalo de temperatura, 202
Isóbara, 293
Isócora, 293
Isolantes, 220
Isoterma, 248, 293
Isotermas *PV*, 248

J

Janelas, isolando, 277
Joule, 211
Joule, James, 211

K

Kelvin, 203
Kelvin, escala, 202–204, 325, 329–330
Kelvin–Planck, enunciado, 321
Kepler, Johannes, 16
Kepler, primeira lei, 16
Kepler, segunda lei, 16–17
Kepler, terceira lei, 17, 18
Kilocaloria (kcal), 211
Kundt, tubo de, 168–169

L

Lei de Coulomb, 249
Amortecimento crítico, 65
Lei de Newton da gravitação, 1–6
Lei do inverso do quadrado, para intensidade, 131, 165
Lei zero da termodinâmica, 199–200
Leis de Newton do movimento
leis de Kepler e, 16–18, 19
Ligações moleculares, 260
Linha de corrente, 92
Linha de fluxo, 91. *Ver também* Fluxo de fluidos
Líquidos
fases dos, 264–267
moléculas em, 250
velocidade molecular em, 264
Litotripsia extracorpórea por ondas de choque, 186
Livre caminho médio, 257
Lua, 6, 7f, 10–11, 14
Luz, efeito Doppler para, 184

M

Mach, número, 186
Manômetros de pressão, 87–88
Manômetros de pressão, 87–88
Manômetros, 87
Máquinas. *Ver* Máquinas térmicas
Máquinas térmicas, 313–316
Carnot, 323–330, 334–335. *Ver também* Carnot, ciclo de
combustão interna, 300, 316–318
diagramas do fluxo de energia e, 314–315
eficiência térmica de, 315
refrigeradores como, 319–321
reservatórios quentes e frios e, 313–314
Marte, gravitação em, 8
Massa
da molécula, 250–251
densidade e, 82
do átomo, 250–251
do gás, 243–245
molar, 163, 213, 243, 250
Massa molar, 163, 213, 243, 250
Massa molecular, 250
Massa pontual, dentro da casca esférica, 22
Massa por unidade de comprimento, 124
Matéria
fases da, 264–267
propriedades moleculares da, 249–251
Maxwell–Boltzmann, distribuição, 263–264
Mecânica de fluidos, 81–101
densidade e, 81–83, 89–90
empuxo e, 88–93
equação de Bernoulli e, 94–98
Escoamento de fluidos e, 91–93
pressão e, 83–88
tensão superficial e, 90–91
Meio, 113, 114
Metais
como condutores, 221, 222t
MHS. *Ver* Movimento harmônico simples
Microscópio dinâmico de força atômica, 78
Estado microscópico, 337–339
Milibar, 83
Mitchell, John, 26
Modelo cinético-molecular do gás ideal, 251–258
Modelo de molécula puntiforme do calor específico do gás, 258–259
Modo normal, 140
Molas
ideais, 44
movimento harmônico simples em, 44–60. *Ver também* Movimento harmônico simples
oscilação em, 41–42. *Ver também* Oscilação
Moléculas
forças intermoleculares, 249–250
gás, 249, 251–252
líquidas, 250
poliatômicas, 259
sólidas, 249
Moléculas diatômicas, 259
Moléculas poliatômicas, 259
Moles, 213, 250
Momento
no movimento harmônico simples, 54–55
teorema do impulso-momento e, 125–126
transversal, 125–126
velocidade de onda e, 125–126
Momento de inércia
cálculo do, 62
no movimento harmônico simples, 57
Motores a combustão interna, 300, 316–318
ciclo de Otto em, 317–318
ciclo Diesel em, 318
Motores a gasolina, 316–318
Movimento. *Ver também* Movimento retilíneo
circular, 45–47. *Ver também* Movimento circular
harmônico simples (MHS), 44–60
leis de Kepler do, 15–19
Música, ondas de som na, 158–159
orbital, 11–15
periódico, 41–68. *Ver também* Oscilação
planetário, 15–19
rotacional, 11–15
translacional, 259
Movimento circular, 45–47
Órbitas circulares, 12–15, 17
Movimento de onda, *versus* movimento de partícula, 116
Movimento de partículas, *versus* movimento de onda, 116
Movimento de translação
energia cinética molecular e, 259
vibratório, 259
Movimento harmônico simples (MHS), 435–450. *Ver também* Oscilação
aceleração no, 48–50
amplitude no, 47–48
angular, 57
aplicações de, 55–60
como modelo de movimento periódico, 44
deslocamento no, 48–50
energia no, 52–55
equações do, 45–47
momento no, 54–55
movimento circular e, 45–47
período no, 47–48
velocidade no, 48–50
vertical, 56–57
Movimento harmônico simples angular, 57
Movimento periódico, 41–68. *Ver também* Oscilação
amplitude do, 43
da mola, 41–42
de ondas, 115–118
deslocamento no, 42
do pêndulo, 60–64
em osciladores harmônicos, 44
frequência do, 43
movimento harmônico simples e, 44–60. *Ver também* Movimento harmônico simples
ressonância e, 66–68
vibração molecular e, 58–60
visão geral do, 41–43
Movimento planetário, 15–19. *Ver também* Órbitas
centro de massa e, 19
leis de Kepler do, 16–18

Mudança de clima, 227–228
Mudança de fase, 215–218

N

Névoa, 217
Nível da intensidade sonora, 166, 167t
Nós, 135
  de deslocamento, 168–169
  pressão, 169
Nós/ventres de deslocamento, 168–170
Nós/ventres de pressão, 169
Número de onda, 119–120

O

Ondas
  choque, 185–187
  mecânicas, 113–143. *Ver também* Ondas mecânicas
  meio para, 113, 114
  nas cordas vocais, 152
  refletidas, 132
  som, 118, 154–187
  sonar, 162
Ondas de choque, 185–187
Ondas de som, 118, 154–187. *Ver também* Ondas mecânicas; Ondas
  amplitude da pressão, 157–159, 165
  amplitude de deslocamento das, 155, 164–165
  batimentos e, 177–179
  choque, 185–187
  como flutuações de pressão, 155–157
  composição harmônica semelhante das, 141
  efeito Doppler e, 179–185
  estacionárias, 168–173
  frequência das, 158–159
  instrumentos de sopro e, 170–173
  interferência das, 175–177
  intervalo audível das, 155
  musicais, 158–159
  no fluido, 160–161
  no gás, 162–164
  nos sólidos, 161–162
  órgãos de tubos e, 170–173
  percepção das, 158–159
  potência das, 164–165
  propagação das, 155
  representação gráfica das, 156
  superposição de, 134
  velocidade das, 117, 128, 159–164
Ondas de sonar, 162
Ondas eletromagnéticas,
  efeito Doppler para, 184–185
  potência em, 129–131
Ondas, propagando-se, 135, 137
  interferência de, 175–177
Ondas estacionárias, 135–143
  complexas, 141
  em corda fixa, 139–143
  frequências de, 140
  harmônicas e, 140
  instrumentos de cordas e, 141–143
  interferência e, 136
  nós e ventres e, 135
  som, 168–173
Ondas incidentes, 137
Ondas longitudinais, 124. *Ver também* Ondas mecânicas; Ondas
  função de onda para, 124
  periódicas, 117
  som, 118
Ondas mecânicas, 113–143. *Ver também sob* Ondas
  comprimento de onda, 116
  condições de contorno para, 133
  descrição matemática das, 118–124
  direção das, 117, 123–124
  energia de, 129–132
  equação de onda para, 123, 128
  estacionárias, 135–143
  estado de equilíbrio para, 114–115
  incidente, 137
  intensidade de, 164
  interferência de, 132
  longitudinais. *Ver* Ondas longitudinais
  padrões no modo normal de, 139–143
  periódicas, 115–118. *Ver também* Ondas periódicas
  potência de, 129–132
  propagação de, 114–115
  propagando-se, 135, 137
  senoidais, 116–124. *Ver também* Ondas senoidais
  som, 118
  superposição de, 134, 141
  tipos de, 114–115
  transmissão de energia por, 115
  transversais. *Ver* Ondas transversais
  velocidade de. *Ver* Velocidade de onda
Ondas periódicas, 115–118. *Ver também* Ondas mecânicas
  descrição matemática de, 118–124
  longitudinais, 117–118. *Ver também* Ondas longitudinais
  senoidais, 116, 118–124. *Ver também* Ondas senoidais
  transversais, 115–117. *Ver também* Ondas transversais
Ondas senoidais, 116, 118–124. *Ver também* Ondas mecânicas; Ondas
  energia de, 129–132
  estacionárias, 135–143. *Ver também* Ondas estacionárias
  função de onda para, 118–120
  propagando-se, 135, 137
  refletidas, 132
  velocidade/aceleração da partícula em, 122–124
Ondas transversais, 114. *Ver também* Ondas mecânicas; Ondas
  função de onda para, 122–124
  periódicas, 115–118
  velocidade de, 124–129
Órbitas
  abertas, 12
  centro de massa e, 19
  circulares, 12–15, 17
  do Cometa Halley, 18–19
  elípticas, 16–17
  fechadas, 12
  satélite, 11–15
  semieixo maior das, 16, 17
  velocidade setorial e, 16
Órbitas abertas, 12
Órbitas de satélite, 11–15
Órbitas elípticas, 16–17
Órbitas fechadas, 12
Órgãos de tubos, 170–173
Oscilação, 41–43
  amortecida, 64–66
  amplitude de, 43
  com força propulsora, 66–68
  de ondas periódicas, 115–118
  deslocamento em, 42
  do pêndulo, 60–64
  em osciladores harmônicos. *Ver* Osciladores harmônicos
  forçada, 66–68, 173
  frequência de, 43
  movimento harmônico simples e, 44–60. *Ver também* Movimento harmônico simples
  na mola, 41–42
  ressonância e, 66–68, 173–175
  vibração molecular e, 58–60
  visão geral da, 41–43
Oscilação amortecida, 66–68
Oscilações amortecidas, 64–66
Oscilações forçadas, 66–68, 173
Osciladores harmônicos, 44
Ouvido humano, 157–158, 174

P

Pares ação e reação, forças
  gravitacionais como, 2
Pascal, 83
Pascal, Blaise, 85
Pascal, lei de, 85
Pêndulo
  físico, 62–64
  movimento periódico do, 60–64
  simples, 60–61, 63
Pêndulo físico, 62–64
Pêndulo simples, 60–61
  versus pêndulo físico, 63
Periélio, 16
Período
  frequência e, 43
  no movimento harmônico simples, 47–48
  orbital, 17
  oscilação, 43
Período de oscilação, 43
Período orbital, 17
Peso
  aparente, 23–25
  gravitação e, 6–8
  molecular, 213, 243
  real, 23
Peso aparente
  aceleração da gravidade e, 23–25
  módulo do, 24
  rotação da Terra e, 23–25
Peso do pêndulo, 60

Peso molecular, 213, 243
Peso real, 23
Pianos, vibração de corda no, 174
Poços de potencial, 249
Ponto crítico, 265
Ponto de referência, 46
Ponto triplo, 265
Potência
  de ondas, 129–131
  de ondas de som, 164–166
  trabalho e, 129–130
Potência instantânea em ondas, 129–131
Potência média, 130
Pressão
  absoluta, 86
  água residencial, 96
  atmosférica, 83
  em fluidos, 83–88
  fluxo de fluidos e, 94–98
  manométrica, 87–88
  medição de, 87–88
  sobre elefante na água, 111
  velocidade e, 94–98
  versus densidade, 245
  versus força, 84
Pressão absoluta, 86
Pressão atmosférica, 83–84
  elevação e, 246–247
  medida da, 87–88
Pressão da água em uma casa, 96
Pressão do ar, 83
Pressão do fluido, 83–88
  lei de Pascal e, 85
  medição da, 86–88
  profundidade e, 84–86
Pressão do gás
  colisões moleculares e, 251–252
  energia cinética molecular e, 253–254
  temperatura e, 202–204
Pressão manométrica, 86–88
Pressão sanguínea, 87f, 95f
Primeira lei da termodinâmica, 279–300
  energia interna e, 285–291
  processos cíclicos e, 287–291
  sistemas isolados e, 287–291
Princípio de Arquimedes, 88–89
Processo a pressão constante, 292
Processo a temperatura constante, 292
Processo a volume constante, 292
Processo adiabático, 291–292
  ciclo de Carnot e, 324
  para um gás ideal, 297–300
Processo cíclico em máquinas térmicas, 313
Processo irreversível, 311–312
Processo isobárico, 292–293
Processo isocórico, 292–293
Processo isotérmico, 292–293
  ciclo de Carnot e, 323–324
Processo reversível, 312
Processos de equilíbrio, 312
Processos termodinâmicos, 279, 280
  adiabáticos, 291–292, 297–300, 324
  calor fornecido em, 284–285
  desordem em, 312–313
  em máquinas térmicas, 313–316
  equilíbrio em, 312
  estados intermediários (caminhos) em, 283–284
  isobáricos, 292
  isocóricos, 292
  isotérmicos, 292–293, 324
  mudanças de estado infinitesimais em, 291
  reversível, 312, 323
  sentidos de, 311–312
  tipos de, 291–293
  trabalho realizado em, 281–283
Profundidade, pressão do fluido e, 84–86
Propriedades macroscópicas
  teorias da matéria e, 251
  versus propriedades microscópicas, 242
Propriedades microscópicas *versus* macroscópicas, 242
Propriedades térmicas da matéria, 242–267
Pulso ondulatório, 115

Q

Quantidade de calor, 210–214

R

R, valor de, 222
Radar Doppler, 184
Radiação, 221, 225–228
  absorção de, 226–227
  aplicações da, 227
  aquecimento global e, 227–228
  corpo negro, 227
  do corpo humano, 226–227
  eletromagnética, 225. *Ver também* Ondas eletromagnéticas
  Irradiador ideal, 227
  solar, 227–228
  Stefan–Boltzmann, lei/constante e, 226
Radiação eletromagnética, 225–226. *Ver também* Ondas eletromagnéticas
Radiação solar, 227–228
Raio
  Schwarzschild, 26
Raiz quadrada média da velocidade, 254–255
Razão das capacidades caloríficas, 162–163, 296
Razão de compressão, 316
Razão entre massa e volume, densidade e, 82
Reações
  Deslocamento para o vermelho gravitacional, 27, 27f
  energia de ativação para, 264
  químicas, 264
Reações químicas. *Ver* Reações
Rede cristalina, 249
Refletor ideal, 227
Reflexão de ondas, 132
  senoidais, 132
Refrigeradores sem trabalho, 321
Refrigeradores, 319–321
  Carnot, 327–328
  comuns, 319–321
  sem trabalho, 321
Regra de Dulong e Petit, 214, 261
Relatividade
  efeito Doppler e, 184
  teoria geral da, 25
Reservatórios frios, 313–314
Reservatórios quentes, 313–314
Resistência térmica, 222
Ressonância, 68, 173–175
  em sistemas mecânicos, 68
Ruído, 159

S

Schwarzschild, raio, 26
Segunda lei da termodinâmica, 311–339
  ciclo de Carnot e, 323–330
  enunciado de Clausius da, 322
  enunciado de Kelvin–Planck da, 321
  enunciado de máquina da, 321
  enunciado do refrigerador da, 322
Segunda lei de Newton do movimento
  entropia e, 336, 339
Segundos, 43
Segundos por ciclo, 43
Semieixo maior, 16, 17
Série de Fourier, 141
Série harmônica, 140
Simetria esférica
  gravitação e, 19–23
Síntese newtoniana, 19
Sistema de estrela binária, 28
Sistemas isolados, energia interna de, 287–291
Sistemas termodinâmicos, 279–281
  caminhos em, 283–285
  corpo humano como, 286
  energia interna de. *Ver* Energia interna
  trabalho realizado em, 281–283
Sobretom, 140
Sólidos
  calor específico de, 261
  fases de, 264–267
  moléculas em, 249
  ondas de som em, 161–162
Som, 154
  altura do, 158
  infrassom, 155
  intensidade sonora do, 158
  ressonância e, 173–175
  timbre do, 159
  ultrassom, 155
Stefan–Boltzmann, constante, 226
Stefan–Boltzmann, lei, 226
Subamortecimento, 65
Sublimação, 216, 265
Superamortecimento, 65
Superaquecimento, 217
Superfícies *PVT*, 266–267
Superposição
  de forças, 4
  de ondas, 134, 141
  princípio da, 134

Superposição linear, 134
Super-resfriamento, 217

T

Tanque de mergulho, massa do ar no, 246
Taxa de escoamento, 91–92
Temperatura, 198–204
  absoluta 163
  corporal, 202f, 233
  crítica, 248
  definição macroscópica da, 199
  ebulição, 215
  energia cinética molecular e, 293
  energia interna e, 293
  fusão, 215
  pressão de gás e, 202
  unidades de medida para, 201–202, 203
  versus calor, 211
  versus intervalo de temperatura, 202
Temperatura absoluta, 163
Temperatura crítica, 248
Tensão superficial, 90–91
Tensão térmica, 209–210
Teorema binomial, 58, 59
Teorema de Torricelli, 97
Teorema do impulso-momento, 125–126
Teoria da relatividade. *Ver* Relatividade
Teoria geral da relatividade, 25. *Ver também* Relatividade
Terceira lei da termodinâmica, 330
Termodinâmica, 198
  aplicações da, 280
  lei zero da, 199–200
  primeira lei da, 279–301. *Ver também* Primeira lei da termodinâmica
  regras de sinais para, 280–281
  segunda lei da, 311–339. *Ver também* Segunda lei da termodinâmica
  terceira lei da, 330
Termômetro de artéria temporal, 201
Termômetro de lâmina bimetálica, 201
Termômetro por resistência, 201
Termômetros, 199
  a gás, 202–204, 245, 329
  artéria temporal, 201
  lâmina bimetálica, 201
Termômetros a gás, 202–204, 245, 330
Termômetros de gás a volume constante, 202
Terra
  densidade, 8
  rotação da, 23–25
  temperatura superficial da, 227–228
Timbre, 159
Tom de diferença, 176
Torr, 87
Trabalho
  potência e, 129–132
  realizado durante variação de volume, 258
  realizado no sistema termodinâmico, 281–283
  realizado por gravitação, 9–10
  realizado por ondas, 129–130
  realizado por substituição de trabalho, 314
  realizado por transferência de calor, 321
  regras de sinais para, 280–281
  Substância de trabalho, 313, 314
Transferência de calor, 210–214
  mecanismos de, 220–228
  por condução, 221–224
  por convecção, 224–225
  por radiação, 225–227
Transferência de energia
  calor e, 210–214
  taxas de , 220
Transições de fase, 215–220, 264–267
Tubos de escoamento, 92
Tubos de órgão, 170–173
Tyrannosaurus rex, pêndulo físico e, 63–64

U

Ultrassom, 155, 162, 190
Unidades de medida, 4–7
  para amplitude, 43
  para calor, 218–220
  para frequência angular, 43
  para frequência, 43
  para período, 43
  para pressão, 83–84
  para temperatura, 201–202, 203

V

Valores da raiz quadrada média, 254–255
van der Waals, equação, 247–248
van der Waals, interações, 58–59, 247–248
Vaporização, 215
  calor de, 216
Vaporização, 217
Variação da pressão atmosférica com a altura, 246–247
Variação de volume, trabalho realizado durante, 248
Variáveis de estado, 243
Velocidade
  de partícula na onda, 122–124
  fase, 121
  no movimento harmônico simples, 48–50
  setor, 16–17
Velocidade da partícula, *versus* velocidade de onda, 164
Velocidade de escape, 10, 14, 25–26
Velocidade de fase, 121
Velocidade de onda, 115, 116, 121, 124–129
  cálculo da, 125–128
  em uma corda, 123–128
  para ondas transversais, 122–129
  teorema do impulso-momento e, 125–126
  versus velocidade de partícula, 164
Velocidade de onda, *versus* velocidade de partícula, 164
Velocidade de propagação, 115, 116
Velocidade do setor, 16–17
Velocidade escalar
  da onda, 115, 116, 121, 124–129
  de efluxo, 97
  de ondas de som, 159–164
  escape, 10, 14, 25–26
  molecular, 254–255, 263–264
  orbital, 18
  quadrática média (rmq), 254
  supersônica, 185
Velocidade molecular, 254–255, 262–264
  distribuição de Maxwell-Boltzmann e, 263–264
Velocidade orbital, 17–18
Velocidade rmq, 254–255
Velocidade supersônica, 185
Ventres, 135
  deslocamento, 168–169
  pressão, 169
Venturi, medidor, 97–98
Verne, Jules, 10
Viagem interplanetária, 17f, 38
Viagem no espaço
  danos biológicos da, 17
Vibração molecular, 58–60, 249, 259–261
Vibração, 43
  calor específico e, 259–260
  molecular, 58–60, 249, 259
Viscosidade, 91, 99
Volume
  densidade e, 81–82
  do gás, 245

Y

Yeager, Chuck, 186

Z

Zero absoluto, 204, 330

SOBRE OS AUTORES

Roger A. Freedman é conferencista de física na Universidade da Califórnia em Santa Bárbara (UCSB). Ele fez a graduação no *campus* da Universidade da Califórnia em San Diego e Los Angeles, e as pesquisas para sua tese de doutorado versaram sobre teoria nuclear, na Universidade de Stanford, sob a orientação do professor J. Dirk Walecka. O dr. Freedman ingressou na UCSB em 1981, depois de ter trabalhado por três anos em pesquisa e ensino de física na Universidade de Washington.

Na UCSB, lecionou no Departamento de Física, bem como no College of Creative Studies, um setor da universidade destinado a alunos de graduação altamente motivados e competentes. Ele publicou trabalhos de pesquisa em física nuclear, física das partículas elementares e física do laser. Ultimamente, tem lutado para tornar as aulas de física uma experiência mais interativa, com o uso de sistemas de resposta em sala de aula e vídeos pré-aula.

Nos anos 1970, o dr. Freedman trabalhou como letrista de revistas de quadrinhos e ajudou a organizar a San Diego Comic-Con (atualmente, a maior convenção de cultura popular do mundo) durante seus primeiros anos. Hoje, quando não está lecionando ou debruçado sobre um computador, dr. Freedman está voando (ele tem licença de piloto comercial) ou com sua esposa, Caroline, animando os remadores da equipe masculina e feminina da UCSB.

À MEMÓRIA DE HUGH YOUNG (1930-2013)

Hugh D. Young foi professor emérito de física na Universidade Carnegie Mellon em Pittsburgh, Pennsylvania. Ele estudou na Carnegie-Mellon tanto na graduação quanto na pós-graduação, obtendo o título de Ph.D. na teoria de partículas fundamentais, sob a orientação do professor Richard Cutkosky. Young começou a trabalhar na Carnegie Mellon em 1956 e aposentou-se em 2004. Ele também atuou duas vezes como professor visitante na Universidade da Califórnia, em Berkeley.

A carreira do professor Young girou inteiramente em torno do ensino de graduação. Ele escreveu diversos livros de física em nível de graduação e, em 1973, foi coautor, com Francis Sears e Mark Zemansky, dos famosos livros de introdução à física. Além de sua participação no livro *University Physics,* de Sears e Zemansky, ele foi autor de *College Physics*, dos mesmos autores.

O professor Young obteve o título de bacharel em performance de órgão pela Carnegie Mellon em 1972 e foi organista associado por vários anos na Catedral de St. Paul, em Pittsburgh. Ele frequentemente se aventurava no deserto para caminhar, escalar ou explorar cavernas com os alunos do Explorers Club da Carnegie Mellon, que fundou como aluno de graduação e depois assessorou. O professor Young e sua esposa, Alice, hospedavam até 50 alunos a cada ano para jantares de Ação de Graças em sua casa.

Sempre generoso, dr. Young expressava sua admiração de forma ardente: "Estendo meus cordiais agradecimentos aos meus colegas da Carnegie Mellon, em especial aos professores Robert Kraemer, Bruce Sherwood, Ruth Chabay, Helmut Vogel e Brian Quinn, por discussões estimulantes sobre pedagogia da Física e por seu apoio e incentivo durante a elaboração das sucessivas edições deste livro. Agradeço também às muitas gerações de estudantes da Carnegie Mellon, por me ajudarem a entender o que é ser um bom professor e um bom escritor e por me mostrarem o que funciona ou não. É sempre um prazer e um privilégio expressar minha gratidão à minha esposa, Alice, e minhas filhas, Gretchen e Rebecca, pelo amor, apoio e amparo emocional durante a elaboração das sucessivas edições deste livro. Quem dera todos os homens e mulheres fossem abençoados com o amor que elas me dedicam." Nós, da Pearson, apreciamos seu profissionalismo, boa índole e cooperação. Sentiremos falta dele.

A. Lewis Ford é professor de física na Universidade A&M do Texas. Ele recebeu o grau de *Bachelor of Arts* (B.A.) na Universidade Rice em 1968 e o título de Ph.D. em físico-química na Universidade do Texas, em Austin, em 1972. Depois de um pós-doutorado de um ano na Universidade de Harvard, ele começou a trabalhar na faculdade de física da Universidade A&M do Texas, em 1973, e ali permanece até hoje. Suas pesquisas versam sobre física atômica teórica, particularmente em colisões atômicas. Na Universidade A&M do Texas, lecionou em diversos cursos de graduação e de pós-graduação, porém se dedicou mais à física básica.

FÍSICA II

Física

TERMODINÂMICA E ONDAS

14e

YOUNG & FREEDMAN

SEARS & ZEMANSKY

Desde sua primeira edição, esta obra tem sido referência por sua ênfase nos princípios fundamentais de física e em como aplicá-los. Estruturado de maneira clara e com uma didática minuciosa aliada a uma extensa gama de exercícios e exemplos explicativos, este livro permite que os alunos desenvolvam habilidades de identificação, estabelecimento, execução e avaliação de problemas.

Fundamental para estudantes dos cursos de graduação em matemática, física e para todos os ramos da engenharia, esta 14ª edição foi totalmente atualizada e revisada para oferecer um aprendizado eficaz por meio de uma abordagem mais explicativa somada a uma quantidade maior de figuras, fotos e exercícios. E todo esse conteúdo é complementado por notas explicativas nas principais equações, quadros com os erros mais comuns, conteúdo atualizado da física moderna e aplicações de biociência, o que o torna a grande referência para os estudiosos da área.

sv.pearson.com.br
A Sala Virtual oferece, para professores: apresentações em PowerPoint, manual de soluções e exercícios adicionais (em inglês). Para estudantes: exercícios adicionais.

Este livro também está disponível para compra em formato e-book. Para adquiri-lo, acesse nosso site.

www.pearson.com.br

ISBN 978-85-430-0573-7